

#### **Université de Strasbourg**

UFR de Mathématique et d'Informatique



# Mémoire présenté devant l'UFR de Mathématique et d'Informatique pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'Actuaire de Strasbourg et l'admission à l'Institut des Actuaires

#### le 4 octobre 2012

Par: Pierre MARTEL						
Titre: La branche 26 et <i>Solvabilité II</i> : Evolutions réglementaires						
Confid	Confidentialité : ☐ NON					
Les sig	nataires s'engagent à respect	ter la confident	tialité indiquée ci-dessus			
Membr Actuair	res du jury de l'Institut des res :	signature	Entreprise :			
M.	Nicolas Friederich					
M.	Xavier Le Minor					
M.	Alexandre You		Nom : Autorité de contrôle prudentiel			
			Signature:			
Membr	res du jury de l'UdS :		Directeur de mémoire en entreprise : Nom : Sophie DE LOIRAY			
М.	Philippe Artzner		Signature :			
M.	Pierre Devolder		Invité :			
М.	Karl-Théodor Eisele		Nom:			
Mme	Armelle Guillou		Signature :			
М.	Bernard Heinkel		Autorisation de publication et de mise			
Mme	Magali Kelle-Vigon		en ligne sur un site de diffusion de			
M.	Jean Modry		documents actuariels (après expiration			
М.	Jean-Luc Netzer		de l'éventuel délai de confidentialité)			
M.	Patrick Roger					
Mme	Sandrine Spaeter-Loehrer		Signature du responsable entreprise			
Secrétariat : Mme Marie-Line Vos			Signature du candidat			
Bibliothèque : Mme Christine Didier						

7 rue René Descartes 67084 Strasbourg Cedex

# Synthèse du mémoire d'actuariat La branche 26 et *Solvabilité II*

#### Pierre MARTEL

#### Septembre 2012

#### Table des matières

1	Inti	roduction et présentation de la retraite en points	i
	1.1	La valeur de service	ii
	1.2	Les valeurs d'acquisition	ii
	1.3	La spécificité des régimes de branche 26 $\hdots$	ii
	1.4	La réforme $Solvabilité\ II\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$	iii
2	Le	modèle de calcul du Best Estimate	iii
	2.1	Les hypothèses	iii
	2.2	Construction théorique	iv
	2.3	La réserve de sécurité	iv
	2.4	Les modèles de projection utilisés	$\mathbf{v}$
3	Les	résultats concrets	$\mathbf{v}$
	3.1	Le calcul des provisions	v
	3.2	Etude de sensibilité	vi
4	Cor	nclusion	vii

Mots clés Retraite en points, Best Estimate, Valeur de service, Valeur d'acquisition, Réserve de sécurité

#### 1 Introduction et présentation de la retraite en points

Les régimes en points sont des régimes de retraite supplémentaire facultatifs aussi connus sous le nom de régime de branche 26 en référence à la branche de l'assurance qui les définit dans la réglementation actuelle.

Le système de points rend le fonctionnement de la branche 26 différent des régimes de retraite classiques (assimilables à de l'épargne). En effet, chaque année, l'adhérent voit sa cotisation transformée en points selon la règle de proportionnalité suivante :

$$Points \ acquis = \frac{Cotisation}{Valeur \ d'acquisition \ d'un \ point}$$

Les points acquis s'ajoutent chaque année pour finalement obtenir un montant de points définitif lors de la liquidation de la rente. Les allocataires bénéficient d'une rente annuelle valorisée de la façon suivante :

$$Rente = Points \ acquis \times Valeur \ de \ service \ d'un \ point$$

Les paramètres principaux des régimes en points sont ainsi définis : la valeur de service et les valeurs d'acquisition.

#### 1.1 La valeur de service

La valeur de service (ou VS) est fixée chaque année par l'organisme au sein duquel se trouve le régime de branche 26. Il n'existe que très peu de contraintes réglementaires dans la détermination de cette valeur et seul le Code des assurances impose que la valeur de service ne peut diminuer d'une année à l'autre <sup>1</sup>.

#### 1.2 Les valeurs d'acquisition

Les valeurs d'acquisition (ou VA) sont également fixées chaque année, généralement en fonction de l'âge des adhérents. L'équation classique utilisée dans la détermination des valeurs d'acquisition est la suivante :

$$VA(x) = VS \times_{i|} a_x \times (1 + Frais)$$

Un des aspects originaux des régimes en points réside dans le cantonnement des actifs du reste du bilan de l'organisme et dans le calcul des provisions.

#### 1.3 La spécificité des régimes de branche 26

Les régimes en points possèdent une comptabilité distincte du reste des activités de l'organisme. Les trois points particuliers sont les suivants :

- La provision au bilan est la Provision Technique Spéciale (ou PTS) calculée de la façon

<sup>1.</sup> Article R. 441-19 du Code des assurances.

suivante  $^2$ :

$$PTS_N = PTS_{N-1} + Cotisations_N - Prestations_N + Produits Financiers_N - Frais_N;$$

- Les actifs en représentation de la PTS sont cantonnés du reste des actifs de l'organisme,
   permettant aux adhérents d'être protégés en cas de défaillance de l'organisme;
- Une Provision Mathématique Théorique (ou PMT) calculée comme une provision mathématique « classique » est déterminée chaque année et le rapport de la PTS sur la PMT doit être toujours supérieur à 1. La PMT n'apparait pas au bilan, elle permet uniquement de calculer le ratio précédent.

Notons que selon les Codes, il peut exister une Provision Technique Spéciale Complémentaire, dotée si la PTS ne permet plus de couvrir les engagements de l'organisme, une provision pour risque d'exigibilité ainsi qu'une provision de gestion.

#### 1.4 La réforme Solvabilité II

La réforme Solvabilité II va constituer un changement majeur dans l'exercice de l'assurance en Europe. D'un point de vue quantitatif, l'évaluation des postes au bilan va complètement changer et nous avons donc cherché une méthode de calcul des provisions pour un régime de branche 26.

#### 2 Le modèle de calcul du Best Estimate

Le modèle présenté permet le calcul d'une provision constituée de la somme d'un Best Estimate et d'une Risk Margin. L'objet de cet article est la construction du Best Estimate, la Risk Margin découlant du Solvency Capital Requirement, lui-même découlant du Best Estimate.

#### 2.1 Les hypothèses

Nous prenons en compte tous les flux entrants et sortants liés aux engagements actuels du régime, aucun nouveau contrat ni aucune nouvelle prime ne sont pris en compte. Les flux se limitent donc aux prestations, aux frais et aux produits techniques et issus de la gestion financière.

Les flux de prestations sont calculés comme le produit de la valeur de service et de la somme des points de tous les allocataires pour chaque année, pondérés par la probabilité de survie à l'instant considéré. Tous les flux sont actualisés selon une structure par terme définie.

<sup>2.</sup> Le calcul présenté ici est celui issu de l'article R. 222-8 du Code de la mutualité.

#### 2.2 Construction théorique

Le Best Estimate est calculé comme une moyenne des  $BE_i$  définis de la façon suivante :

$$BE_{i} = \sum_{h=1}^{H} VS(h,i) \times v(h)^{h} \times \left[ \left( \sum_{k=1}^{K} Points_{k} \times_{h+j(k)} p_{x(k)} \right) + \left( \sum_{l=1}^{L} Points_{l} \times_{h} p_{x(l)} \right) \right] + R\acute{e}serve \ de \ s\acute{e}curit\acute{e}$$

avec

K = Le nombre de cotisants,

L = Le nombre d'allocataires,

H = L'horizon de projection,

x(k) = L'âge du cotisant k,

x(l) = L'âge de l'allocataire l,

 $Points_k$  = Le nombre de points du cotisant k,

 $Points_l$  = Le nombre de points de l'allocataire l,

j(k) = Le différé avant la liquidation de la rente du cotisant k,

VS(h,i) = La valeur de service pour l'année h et le scénario i,

v(h) = Le facteur d'actualisation pour l'année h.

L'équation se rapproche volontairement du calcul de la PMT aux différences suivantes près :

- La valeur de service évolue dans le temps;
- Le facteur d'actualisation dépend de la maturité du flux;
- La « Réserve de sécurité » permet de tenir compte des produits financiers chaque année.

#### 2.3 La réserve de sécurité

A l'instar de la provision pour participation aux bénéfices des régimes d'épargne « classiques », la réserve de sécurité est dotée des produits techniques et issus de la gestion financière chaque année. Néanmoins, la rente perçue par les allocataires chaque année n'est calculée qu'à partir de la valeur de service. Le mécanisme que nous proposons est donc le suivant :

- 1. La réserve de sécurité est dotée des produits financiers chaque année;
- 2. Lorsque la réserve de sécurité dépasse un seuil défini dans les paramètres du modèle, alors la valeur de service est augmentée en effectuant une reprise sur cette réserve à hauteur du surplus au dessus du seuil défini;
- 3. Si une année la valeur de l'actif est moins élevée que la valeur du passif, alors la réserve de sécurité est diminuée sans que la valeur de service ne soit modifiée (sauf si la réserve de sécurité ne suffit pas).

La réserve de sécurité fonctionne donc comme un « matelas de sécurité » permettant de compenser les fluctuations des actifs chaque année.

#### 2.4 Les modèles de projection utilisés

Trois types d'actifs sont considérés : les obligations, les actions et l'immobilier. Les modèles de projection d'actifs utilisés sont les suivants :

- Le modèle de Cox-Ingersoll-Ross pour le calcul de la valeur des obligations;
- Le modèle de Black-Scholes-Merton pour l'évolution du prix des actions et de l'immobilier;

Des modèles de projection de l'inflation peuvent également être retenus comme celui de Kaufmann-Gadmer-Klett ou de Wilkie. De même concernant la mortalité, plusieurs modèles existent compatibles avec la formule de calcul du *Best Estimate*.

#### 3 Les résultats concrets

#### 3.1 Le calcul des provisions

Sous les hypothèses suivantes :

- L'utilisation de la structure par terme donnée dans les spécifications techniques du QIS 5 avec une prime d'illiquidité à 75%;
- L'utilisation des tables réglementaires TGF05 et TGH05;
- La projection de 10 000 scenarii de l'état de l'économie;
- La possibilité de baisse de la valeur de service d'une année à l'autre;
- Une variation annuelle maximale de 10% de la valeur de service;
- Un seuil pour la réserve de sécurité égal à 10% de la valeur des engagements chaque année;
- Un âge de liquidation identique pour tous et égal à 65 ans;
- Une PTS égale à la PMT en début de simulation,

les résultats obtenus pour un échantillon de 10~000 adhérents (dont 82% de cotisants et 18% d'allocataires) sont les suivants :

- 1. Une PMT calculée sous la réglementation actuelle égale à 149 millions d'euros;
- 2. Un Best Estimate égal à 126 millions d'euros.

L'évolution de la valeur de service est illustrée pour 10 scenarii dans la figure n° 1.

# Evolution de la valeur de service

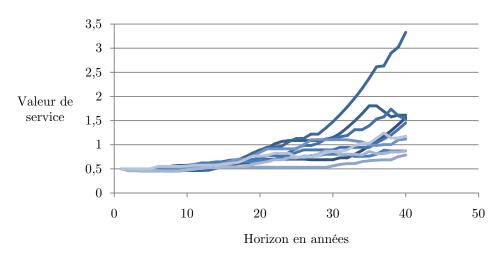


Figure 1 – Evolution de la valeur de service.

#### 3.2 Etude de sensibilité

Nous considérons maintenant que la valeur de service ne peut diminuer, le *Best Estimate* obtenu est égal à 137 millions d'euros soit une hausse de 9% expliquée par le fait que les engagements ne peuvent diminuer même en cas de baisse de la valeur des actifs.

Nous décidons maintenant de changer de structure par terme en utilisant les données de marché de septembre  $2012^3$  avec la courbe présentée à la figure n° 2.

<sup>3.</sup> La construction de la structure par terme est décrite par le CFO Forum et le CRO Forum dont un article est disponible ici : http://ec.europa.eu/internal\_market/insurance/docs/solvency/qis5/cfo-forum-cro-forum-paper-risk-free-rates\_en.pdf.

# Comparaison des structures par terme

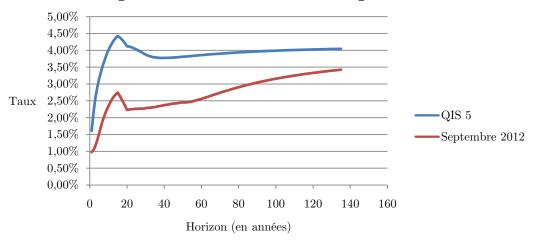


Figure 2 – Comparaison des structures par terme.

Les résultats sont significatifs. En effet, le montant du *Best Estimate* obtenu est égal à 173 millions d'euros soit une hausse de 37% expliquée par le fait que les flux étant actualisés à un taux plus faible, la valeur actuelle des engagements augmente.

Enfin, nous choisissons de modifier la mortalité utilisée dans le calcul. Ainsi, avec une baisse de 30% de la mortalité, nous obtenons un *Best Estimate* égal à 140 millions d'euros soit une hausse de 11%. En revanche, en appliquant une hausse de la mortalité de 30%, nous obtenons un *Best Estimate* égal à 126 millions d'euros soit une variation quasi-nulle. L'explication dans ce second cas vient du fait que les résultats techniques générés par la hausse de la mortalité sont compensés par une augmentation de la valeur de service.

#### 4 Conclusion

Nous proposons donc une méthode de calcul du *Best Estimate* ainsi que les modèles de projection associés. Les résultats obtenus sont proches du montant de la provision actuellement calculée sous la réglementation actuelle. Nous avons choisi la mise en place d'une réserve de sécurité permettant de ne pas faire évoluer la valeur de service immédiatement à la suite de flux entrants importants. Ces flux sont issus des produits techniques et financiers. La réserve de sécurité agit comme un « matelas » en cas de diminution de la valeur des actifs permettant de ne pas diminuer immédiatement la valeur de service.

Le montant du *Best Estimate* obtenu est par ailleurs très dépendant de certains paramètres tels que les hypothèses sur la valeur de service (notamment la possibilité de baisse) ou encore et surtout sur la structure par terme.

# Abstract of master thesis La branche 26 et $Solvabilit\acute{e}\ II$

#### Pierre MARTEL

#### September 2012

#### Contents

1	$\mathbf{Intr}$	roduction and presentation of pension schemes with points	viii
	1.1	Service value of a point	ix
	1.2	Acquisition values of a point	ix
	1.3	Specificities of branch 26 pension schemes	ix
	1.4	Solvency II reform	Х
2	Bes	t Estimate calculation model	х
	2.1	Assumptions	Х
	2.2	Theoritical construction	Х
	2.3	Security reserve	xi
	2.4	Projection model used	xi
3	Cor	ncrete results	xii
	3.1	Reserve calculation	xii
	3.2	Sensitivity analysis	xii
1	Cor	nelusion	viii

Keywords Pension, Points, Best Estimate, Service value, Acquisition value, Security reserve

#### 1 Introduction and presentation of pension schemes with points

The pension systems discussed in this article are pensions with points which are optional and concern supplementary retirement. These schemes are also known as branch 26 in reference to the 26 insurance branches defined is the French law.

The points system makes the branch 26 different traditional pension (equivalent to savings). In fact, each year the member converts his contribution into points according to the proportionality rule as follows:

$$Earned\ points = \frac{Premium}{Acquisition\ value\ of\ a\ point}$$

The points earned are added each year to finally get an amount of final points for the liquidation of the annuity. Recipients receive an annuity valued as follows:

$$Annuity = Earned\ points \times Service\ value\ of\ a\ point$$

The main parameters of pension schemes with points are acquisition cost of a point and service value of a point.

#### 1.1 Service value of a point

Service value is determined each year by the organization where there is a pension scheme with points. There are very few regulatory constraints in the determination of this value and only the Insurance Code requires that the service value can not decrease from one year to another <sup>1</sup>.

#### 1.2 Acquisition values of a point

The acquisition values are set each year, usually based on the age of the members. The classical equation used in determining the values of acquisition are as follows:

$$AV(x) = SV \times_{i} a_x \times (1 + Costs)$$

One of the original aspects of the regimes in point is the fencing of the assets of from the rest of the balance of the organization and in the calculation of provisions.

#### 1.3 Specificities of branch 26 pension schemes

Pension schemes with points have a separate accounting of the remaining activities of the organization. There are three specific points:

- The provision in the balance sheet is the Special Technical Provision (or STP) calculated as follows <sup>2</sup>:

$$STP_N = STP_{N-1} + Premiums_N - Services_N + Financial Products_N - Costs_N;$$

<sup>1.</sup> R. 441-19 article of the Insurance Code.

<sup>2.</sup> The derivation presented here is from R. 222-8 article of the Code of mutuality.

- Assets in front of the STP are quartered from the rest of assets of the organization. It
  prevent the organization from selling assets in case of failure of another branch members
  are protected;
- A Theoritical Mathematical Provision (or TMP) calculated as a classical mathematical provision is determined annually and the value of  $\frac{STP}{TMP}$  must always be greater than 1. The TMP is not in stock, it exists only to calculate the ratio above.

Note that according to the codes, there may be a Complementary Special Technique Provision, if the STP no longer cover the liabilities of the organization, a "provision pour risque d'exigibilité" and a "provision de gestion".

#### 1.4 Solvency II reform

Solvency II reform will be a major change in the practice of insurance in Europe. From a quantitative point of view, the assessment of balance sheet items will completely change and so we present a method of provisions calculation for a branch 26 pension scheme.

#### 2 Best Estimate calculation model

The presented model calculate a provision that is a sum of Best Estimate and a Risk Margin. The purpose of this paper is the construction of Best Estimate, the Risk Margin arising from the Solvency Capital Requirement, which arising from the Best Estimate.

#### 2.1 Assumptions

We consider all inflows and outflows related to the current pension scheme commitments, no new contract and no new premium is taken into account. Cash-flows are therefore limited to benefits, costs and technical and financial management products.

Cash-flow related to benefits are calculated as the product of the service value and the total points of all recipients for each year, weighted by the probability of survival at the time considered. All cash-flows are discounted using a term structure defined.

#### 2.2 Theoritical construction

The Best Estimate is calculated as an average of  $BE_i$  defined as follows:

$$BE_{i} = \sum_{h=1}^{H} SV(h,i) \times v(h)^{h} \times \left[ \left( \sum_{k=1}^{K} Points_{k} \times_{h+j(k)} p_{x(k)} \right) + \left( \sum_{l=1}^{L} Points_{l} \times_{h} p_{x(l)} \right) \right] + Security reserve$$

avec

K = Contributors number,

L = Recipients number,

H = The calculation horizon,

x(k) = Age of contributor k,

x(l) = Age of recipient l,

 $Points_k$  = Earned points for contributor k,

 $Points_l$  = Earned points for recipient l,

j(k) = The delay before the liquidation of pension of contributor k,

VS(h,i) = Service value for year h and scenario i,

v(h) = Discount factor for year h.

The equation approximates voluntarily the TMP calculation with the following differences:

- Service value changes over time;
- The discount factor depends on the maturity of the cash-flows;
- Security reserve takes into account financial products each year.

#### 2.3 Security reserve

Like the profit-sharing provision of classical savings plan, Security reserve is formed by technical and financial products every year. However, the annuity received by recipients each year is calculated only from the service value. The mechanism we propose is the following:

- 1. The technical and financial products are paid into the security reserve;
- 2. When the security reserve exceeds a threshold defined in the model parameters, then service value is increased:
- 3. If one year the value of the asset is less than the value of liabilities, then the security reserve is reduced without reducing the service value (unless the security reserve is not sufficient).

Security reserve operates as a safety cushion to compensate for fluctuations of assets each year.

#### 2.4 Projection model used

Three types of assets are considered: bonds, equities and real estate. Projection models for assets are as follows:

- Cox-Ingersoll-Ross model for the calculation of bonds values;
- Black-Scholes-Merton model for the evolution of stock prices and real estate;

Projection models of inflation can also be selected as the Kaufmann-Klett-Gadmer or Wilkie. Similarly on mortality, several models exist consistent with the formula Best Estimate.

#### 3 Concrete results

#### 3.1 Reserve calculation

Under following assumptions:

- The use of the term structure given in the technical specifications of the QIS 5 with the 75% illiquidity premium;
- The use of TGF05 and TGH05 tables;
- The projection of 10,000 scenarios of the economy;
- The possibility for the service value to decrease from one year to another;
- A maximum annual variation of 10% of the service value;
- A threshold for the security reserve equal to 10% of the value of commitments each year;
- Age liquidation same for all and equal to 65;
- A STP equals to TMP at the beginning,

results for a sample of 10,000 participants (including 82 % of contributors and 18 % of beneficiaries) are:

- 1. A PMT calculated under current regulations equal to €149 millions;
- 2. A Best Estimate equal to €126 millions.

The evolution of the service value is shown for 10 scenarios in figure no 1.

# Service value evolution

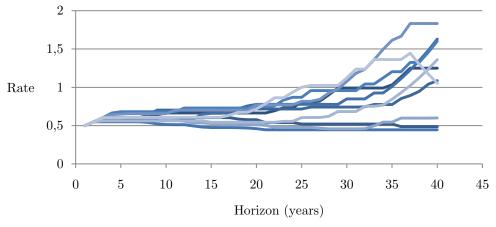


Figure 1: Evolution of service value.

#### 3.2 Sensitivity analysis

We now consider the assumption that service value cannot decrease. The Best Estimate obtained is equal to epsilon 137 million, an increase of 9 % explained by the fact that the commitments

can not decrease even when the value of assets drops.

Now we decide to change term structure using market data of September 2012  $^3$  with is described in  $n^{\circ}$  2.

#### Comparison of term structures 5.00% 4,50% 4,00% 3,50% 3.00% Rate 2,50% QIS 5 2,00% 1,50% September 2012 1,00% 0,50% 0,00% 0 20 40 60 80 100 120 140 160 Horizon (years)

Figure 2: Comparison of term structures.

The results are significant. Indeed, the Best Estimate obtained is equal to 173 million, an increase of 37% explained by the fact that the cash-flows are discounted at a lower rate, the present value of liabilities increases.

Finally, we choose to modify the mortality used in the calculation. Thus, with a decrease of 30% of mortality, we get a Best Estimate equal to  $\le 140$  million, an increase of 11%. However, with an increase of mortality of 30%, we obtain a Best Estimate equal to  $\le 126$  million, or almost zero variation. The explanation in the latter case is that the technical results generated by the increased mortality are offset by an increase in the value of service.

#### 4 Conclusion

We propose a method of calculating the Best Estimate and projection models associated. The results obtained are close to the amount of the provision currently calculated under the current regulations. We chose to create a security reserve not to change the value of service immediately following large inflows. These cash-flows are derived from technical and financial

<sup>3.</sup> The construction of the term structure is described by the CFO Forum and CRO Forum which an article is available here: http://ec.europa.eu/internal\_market/insurance/docs/solvency/qis5/cfo-forum-cro-forum-paper-risk-free-rates\_en.pdf.

products. Security reserve acts as a amortization in case of reduction in the value of assets that do not immediately reduce the service value.

The amount of Best Estimate obtained is also very dependent on certain parameters such as the assumptions on the value of service (including the possibility to decrease) or especially on the term structure.

# Table des matières

Э	/ntne	ese		]
Sy	nthè	èse (en	glish version)	viii
$\mathbf{R}$	emer	ciemei	nts	5
$\mathbf{R}$	ésum	ıé		6
$\mathbf{A}$	bstra	ıct		7
In	trod	uction		8
1	Gér	néralite	és sur la branche 26	10
	1.1	Introd	luction de la partie	. 10
	1.2	Préser	ntation de la retraite en points	. 11
		1.2.1	Les principaux régimes de branche 26 en quelques chiffres	. 11
		1.2.2	Le fonctionnement des régimes de branche 26	. 12
		1.2.3	Focus sur la valeur de service	. 15
		1.2.4	Focus sur la valeur d'acquisition	. 18
	1.3	Les ris	sques liés aux régimes	. 20
	1.4	Histor	rique des travaux	. 21
	1.5	Concl	usion de la partie	. 22
	1.6	Résun	né de la partie	. 22
2	La	réglem	entation actuelle	24
	2.1	Introd	luction de la partie	. 24
	2.2	Étude	du Code de la mutualité et comparaison avec les autres Codes	. 25
		221	Définition d'un régime de branche 26	25

		2.2.2	Fonctionnement par points	26
		2.2.3	Opérations collectives	27
		2.2.4	Provisions	28
		2.2.5	Comptabilité et cantonnement	32
		2.2.6	Exigence de fonds propres	33
		2.2.7	Pilotage	34
		2.2.8	Conversion	36
		2.2.9	Rachat	37
		2.2.10	Durée minimale de cotisation	37
		2.2.11	Fonds d'action sociale	37
	2.3	Princip	pes techniques	38
		2.3.1	Calcul de la valeur de service	38
		2.3.2	Calcul de valeur d'acquisition	39
		2.3.3	Calcul de la Provision Technique Spéciale	41
		2.3.4	Calcul de la Provision Mathématique Théorique	41
	2.4	Illustra	ation des différences entre les Codes	42
	2.5	Limite	s de la réglementation actuelle	45
	2.6	Conclu	nsion de la partie	47
	2.7	Résum	né de la partie	47
3	La	nouvell	e réglementation européenne	49
	3.1	Introd	uction de la partie	49
	3.2	Étude	des textes européens	50
		3.2.1	Les provisions techniques	51
		3.2.2	L'exigence de capital	58
		3.2.3	La spécificité de la branche 26	65
	3.3	Princip	pes techniques du calcul des provisions Solvabilité II	68
		3.3.1	Généralités et hypothèses retenues	68
		3.3.2	Construction théorique du Best Estimate	71

	3.3.3	Déroulement d'une simulation
3.4	Projec	etion de l'actif
	3.4.1	Généralités
	3.4.2	Taux d'intérêt courts et obligations
	3.4.3	Actions
	3.4.4	Immobilier
3.5	Projec	etion du passif
	3.5.1	Mortalité
	3.5.2	Inflation
3.6	Applie	cation sur un portefeuille
	3.6.1	Construction du portefeuille fictif basé sur des données réelles 98
	3.6.2	Présentation des hypothèses retenues
	3.6.3	Résultats et comparaison avec la réglementation actuelle $Solvabilit\'e~I~10~3$
3.7	Etude	de sensibilité des paramètres
	3.7.1	Variation maximale annuelle de la valeur de service 107
	3.7.2	Possibilité de baisse de la valeur de service
	3.7.3	Changement de structure par terme
	3.7.4	Variation de la mortalité
3.8	Concl	usion de la partie
3.9	Résun	né de la partie
Conclu	ısion	112
Lexiqu	ıe	113
Bibliog	graphie	e 114
Annex	es	115
Ann	exe nº 1	1 : Equivalence actuarielle du rendement minimal
Ann	exe nº 2	2 : Algorithme du tore mélangé

# Remerciements

Mes premières pensées vont à ma maitre de stage Sophie DE LOIRAY qui m'a accompagné pour ce mémoire. Les nombreux échanges que nous avons eu ont toujours été ponctués par sa volonté de me faire comprendre les éléments étudiés et toujours dans la bonne humeur et dans un cadre idéal de réalisation d'un mémoire d'actuariat.

Sophie, Merci.

En second lieu, je pense à toute la brigade n° 1 de l'Autorité de contrôle prudentiel et notamment à Claire BOURDON qui m'a accueilli dans son équipe avec encore une fois tout le professionnalisme et néanmoins la gentillesse que tout étudiant recherche dans une entreprise pour réaliser un mémoire.

Merci également à Jean MODRY pour m'avoir accompagné et orienté dans les choix à faire pour la rédaction de ce mémoire.

Enfin, je tiens à dire quelques mots sur notre promotion 2012 des étudiants actuaires de Strasbourg. Nos plus belles années sont surement derrière nous comme le dit le dicton et si c'est le cas, les années passées ensemble en font indubitablement partie.

# Résumé

La branche 26 fait référence à l'une des branches d'assurances en France telles qu'actuellement définies par le Code des assurances, le Code de la mutualité et le Code de la Sécurité sociale. C'est à travers la branche 26 que la retraite en points peut exister.

Les régimes de retraites en points étudiés dans ce mémoire sont des régimes facultatifs et collectifs de retraite supplémentaire (pilier III dans le système de la Sécurité sociale). L'objet de ce mémoire est, d'une part, la comparaison des trois Codes cités *supra* avec pour objectif leur convergence et, d'autre part, l'étude de l'arrivée de la réforme européenne *Solvabilité II*.

Les trois Codes applicables aux organismes ayant des régimes de branche 26 présentent des disparités notamment depuis la réforme du Code des assurances de 2004. N'étant plus soumis aux mêmes règles, les organismes n'ont donc pas les mêmes obligations, ce qui peut à la fois créer des problème de concurrence mais également de pérennité. L'étude de ce mémoire permet de comprendre ces différences.

Le second aspect de ce mémoire concerne la mise en place de *Solvabilité II*. En effet, de façon concrète, les éléments au bilan ne seront plus calculés de la même façon et la branche 26 souffre à l'heure actuelle du peu de documentation concernant l'évaluation de ces postes. Les provisions font notamment partie des éléments du bilan qui sont spécifiques aux régimes en points. L'élaboration d'une formule de calcul du *Best Estimate* ainsi qu'une méthode associée sont également les objectifs principaux du mémoire.

# Abstract

There are 26 insurance branches in French law defined in three different Codes. The 26th is related to retirement with points. Every year, insured are getting points that give benefits when they get retire.

The pension systems discussed in this master thesis are optional and concern supplementary pension (the third pillar in the French Social security system). The purpose of this thesis is on the one hand, the comparison of the three Codes mentioned above with the aim of convergence and, on the other hand, the study of the consequences of *Solvency II*.

The three Codes applicable in pension system with points present disparities especially since the insurance reform in 2004. Insurers and mutual insurers are no longer subject to the same rules which can both create competition problems but also sustainability problems. This thesis highlights these differences.

The second topic of this master thesis concerns the implementation of Solvency II. Indeed, the balance sheet items will no longer be calculated in the same way and the S6th section is suffering the lack of documentation about the evaluation of these items. Provisions are especially specific in pension systems with points and the creation of a Best Estimate formula and a method of derivation are the main objectives of this thesis.

# Introduction

Les régimes de branche 26<sup>1</sup>, également connus sous le nom de régime « L. 441 » en référence à l'article les définissant dans le Code des assurances, sont des régimes de retraite supplémentaire par capitalisation dont le fonctionnement en points en fait une branche à part de l'assurance en France.

Les organismes d'assurance sont autorisés à réaliser des opérations de retraite. La mise en place d'un régime de branche 20 (assurance sur la vie et sur le décès) constitue la façon la plus classique pour un organisme de gérer des opérations d'épargne en vue de la retraite. Les régimes de retraite en points, ou régime de branche 26, fonctionnent tout à fait différemment des régimes de branche 20 à la fois pour l'organisme mais également pour les membres participants.

Sont autorisées à exercer une activité d'assurance les sociétés d'assurance et les sociétés d'assurance mutuelles, soumises au Code des assurances, les mutuelles ou unions de mutuelles, soumises au livre II du Code de la mutualité et les institutions de prévoyance soumises au livre IX du Code de la Sécurité sociale. Les trois réglementations présentent parfois des différences, créant des inégalités et même parfois des tensions entre les organismes. Le décalage existant crée des distorsions de concurrence et affecte en fin de compte les assurés. L'un des objectifs de ce mémoire est donc de présenter des solutions afin d'harmoniser les différents Codes afin de lever les éventuelles ambigüités et ainsi garantir une égalité de traitement entre les organismes tout en préservant l'intérêt des assurés.

La législation va également évoluer suivant la réforme européenne Solvabilité II et de ce fait, les régimes de branche 26 seront profondément affectés tant en termes d'exigence de provisionnement que d'exigence de fonds propres. La réforme aura d'autant plus d'impact que les risques propres à la branche 26 et plus généralement aux branches longues telles

<sup>1.</sup> Le terme « branche » fait référence aux 26 branches d'assurance existantes dans la réglementation Française.

que la retraite seront difficilement intégrés. Le second objectif de ce mémoire est donc de projeter un régime de branche 26 dans les contraintes réglementaires de *Solvabilité II* et d'analyser son impact notamment sur les provisions.

La première partie de ce mémoire présente la branche 26 de façon générale, avec des exemples de régimes existant, une explication du fonctionnement, une analyse des spécificités ainsi qu'une comparaison avec les régimes de retraite « classiques ». Cette partie est nécessaire à la bonne compréhension du fonctionnement théorique d'un régime de branche 26 et donc des éléments essentiels à retenir dans le cadre d'une modification de la réglementation et de l'arrivée de *Solvabilité II*.

La seconde partie traite plus spécifiquement de la réglementation actuelle et des aspects comptables, techniques et actuariels de la gestion d'un régime de branche 26. Une attention particulière sera portée à l'explication juridique du fonctionnement en points, du provisionnement et du pilotage notamment. Le Code de la mutualité est utilisé comme texte de référence et les spécificités des deux autres Codes sont traitées en parallèle. Les limites de cette réglementation sont également évoquées.

La troisième partie analyse l'arrivée de la nouvelle réglementation européenne et ses conséquences sur les régimes en points, à travers les textes des différents niveaux du processus Lamfalussy. Le calcul des provisions, une présentation du capital économique ainsi que la comparaison avec la réglementation actuelle sont les axes principaux de cette dernière partie.

# Partie 1 Généralités sur la branche 26

# 1.1 Introduction de la partie

La retraite est l'une des grandes préoccupations des français aujourd'hui. Une étude du Cercle des épargnants <sup>2</sup> montre qu'en 2012, autant qu'en 2011, le financement des retraites est une priorité selon l'opinion publique, devant l'assurance maladie et l'aide au logement. Selon cette même étude, les français sont 30% à vouloir un régime unique en points pour tous, quand 37% préfère conserver le système actuel et 27% favorables à un système mixte associant le régime actuel et le régime en points (les 6% restants correspondent aux individus qui ne se sont pas prononcés). Il n'y a donc pas d'avis tranché sur la question mais néanmoins une large moitié de la population est plutôt pour un système fonctionnant, au moins en partie, avec des points.

Les régimes en points sont des contrats de retraite collectifs encadrés par l'ordonnance du 7 janvier 1959 <sup>3</sup> et le décret d'application du 4 juin 1964 <sup>4</sup>. Les articles L. 222-1 du Code de la mutualité, L. 441-1 du Code des assurances et L. 932-24 du Code de la Sécurité sociale ont une définition similaire des organismes agréés en branche 26, à savoir qu'ils pratiquent des « opérations ayant pour objet l'acquisition ou la jouissance de droits en cas de vie dans lesquelles un lien est établi entre la revalorisation des cotisations et celle des droits en cas de vie précédemment acquis » <sup>5</sup>.

<sup>2. «</sup> Les français, l'épargne et la retraite, enquête 2012 », Le Cercle des Epargnants, 2012.

<sup>3.</sup> Ordonnance no 59-75 du 7 janvier 1959 relative à certaines opérations de prévoyance collective et d'assurance.

<sup>4.</sup> Décret nº 64-537 du 4 juin 1964 portant règlement d'administration publique (...).

<sup>5.</sup> Article L. 222-1 du Code de la mutualité, la définition étant identique dans le Code de la Sécurité sociale mais légèrement différente dans le Code des assurances, « opérations » est au singulier et le mot « cotisations » est remplacé par le mot « primes ».

La première partie de ce mémoire s'organise donc autour de trois points : le premier présente de façon générale la retraite en points et la compare aux régimes de retraites « classiques ». Le second point traite spécifiquement des risques propres aux régimes de branche 26. Enfin, le troisième point présente les travaux existants concernant la branche 26 mais également son intégration dans la réforme européenne *Solvabilité II*.

# 1.2 Présentation de la retraite en points

La branche 26 fait référence aux régimes de retraite supplémentaire facultatifs ou obligatoires fonctionnant en points. Le système de point constitue le « lien (...) entre la revalorisation des cotisations et celle des droits en cas de vie (...) » au sens de l'article L. 222-1 du Code de la mutualité. Les particularités des régimes de branche 26 sont exposées dans cette section.

#### 1.2.1 Les principaux régimes de branche 26 en quelques chiffres

Seuls une poignée d'organismes sont agréés en branche 26. En effet, deux organismes relèvent du Code de la mutualité (sur les 672 organismes mutualistes recensés au 1er janvier 2012), 11 relèvent du Code de la Sécurité sociale (sur 51 recensés) et enfin 18 relèvent du Code des assurances (sur 327 recensés).

Les deux régimes de retraite supplémentaire fonctionnant en point les plus importants sont la PREFON et le COREM. Le premier permet un complément de retraite adressé aux agents du service public et fut créé en 1964 à l'initiative de quatre fédérations syndicales. PREFON est la plus importante caisse de complémentaire retraite de branche 26 réglementée par le Code des assurances, tant en terme d'affiliés, au nombre de 345 000 dont 103 000 allocataires, qu'en terme d'actifs gérés, qui se chiffrent à 10,4 milliards d'euros. La gestion financière de PREFON est assurée par CNP Assurances, Allianz, AXA et

Gan-Groupama <sup>6</sup>. Le COREM est le plus important régime de branche 26 réglementé par le Code de la mutualité, avec 320 000 adhérents dont 90 000 allocataires et 5,6 milliards d'euros d'actifs <sup>7</sup>. La gestion des actifs est assurée par l'Union Mutualiste Retraite. Les données sont résumées dans le tableau suivant.

Nom du régime	Code applicable	Nombre d'adhérent	Actifs (en euros)
PREFON	Code des assurance	345 000	10,4 milliards
COREM	Code de la mutualité	320 000	5,6 milliards

Table 1.1 – Résumé des principaux régimes.

#### 1.2.2 Le fonctionnement des régimes de branche 26

#### Principe de fonctionnement

La retraite en point répond parfaitement aux cinq grands objectifs de pilotage d'un régime de retraite définis par le COR<sup>8</sup>, lesquels sont :

- la pérennité financière,
- la lisibilité et la transparence,
- l'équité entre les générations.
- la solidarité entre les assurées d'une même génération,
- l'articulation entre le système de retraite et d'autres objectifs économiques.

Le second principe est par exemple clairement rempli grâce à la simplicité par laquelle l'assuré peut calculer sa pension future ou actuelle. En effet, chaque année les cotisations versées par les assurés sont converties en points par une simple règle de proportionnalité, en utilisant une valeur d'acquisition du point. Les assurés obtiennent donc des points à

<sup>6.</sup> Données issues du site Internet de PREFON-Retraite: http://www.prefon-retraite.fr/.

<sup>7.</sup> Données issues du rapport annuel 2011 du COREM.

<sup>8. «</sup> Retraites : annuités, points ou comptes notionnels? », Conseil d'Orientation des Retraites, 2010.

chaque cotisation et obtiennent à un horizon donné, par exemple lors de leur départ à la retraite, un capital de point. Ce capital est fixe et définitif lors de la liquidation des droits, lesquels sont transformés en une rente viagère. A partir de l'âge de départ, l'assuré devient allocataire et le montant annuel de sa rente est égal au nombre de points acquis multiplié par la valeur de service. Les valeurs d'acquisition et de service sont différentes et calculées chaque année par l'organisme chargé de la gestion du régime.

Exemple: Un salarié verse 100 euros par mois (soit 1 200 euros par an) pour sa retraite durant 10 ans. La valeur d'acquisition d'un point est fixe et égale à 1,50 euros. Ce salarié a donc un capital de 8 000 points au terme des 10 années de cotisations (1 200 multiplié par 10 et divisé par 1,50). Lors de sa première année de retraite, si la valeur de service du point est fixée à 0,1 euros, alors sa rente annuelle sera de 800 euros (8 000 multiplié par 0,1).

La valeur d'acquisition d'un point est aussi appelée « salaire de référence » puisqu'elle évolue, dans certains régimes, comme le salaire des cotisants. Le rapport entre la valeur de service et la valeur de cotisation est appelée le « rendement ». C'est en effet le montant annuel de retraite qu'un cotisant est susceptible de recevoir pour un euro de cotisation et pour une année donnée. Ce rapport n'est pas constant dans le temps puisque la valeur d'acquisition et la valeur de service ne le sont pas, c'est donc un indicateur ponctuel du rendement du régime.

Les quatre autres objectifs du COR cités *supra* sont détaillés dans les sections suivantes notamment à travers les liens entre les valeurs d'acquisition et la valeur de service qui sont également présentés.

#### Comparaison avec les régimes « classiques »

Dans le cadre d'un régime de retraite supplémentaire facultatif, la technique des points présente des avantages : pour les assurés, la transparence ainsi que la simplicité du calcul de la rente sont deux des avantages les plus marquants. En effet, le cotisant peut facilement

calculer le rendement et donc l'apport à sa retraite de sa cotisation annuelle tandis que l'allocataire, lui, bénéficie d'un système simple pour le calcul du montant de sa retraite. Du coté de l'organisme de gestion du régime, le pilotage est lui aussi facilité, les principaux paramètres du régime étant la valeur d'acquisition et la valeur de service. La souplesse autorisée par ce système permet théoriquement de revenir à l'équilibre rapidement en augmentant par exemple la valeur d'acquisition d'un point sans revaloriser la valeur de service. La réglementation veille cependant à ce qu'aucun abus ne soit constaté et que l'intérêt des assurés soit préservé.

La branche 26 diffère des autres branches d'assurance sur la vie sur plusieurs points. Les régimes de branche 26 sont en effet de réels plans de retraite fonctionnant en « tunnel » : une phase d'acquisition de droits est suivie par une phase de restitution nécessairement en rente viagère (avec éventuellement possibilité de réversion). A la différence des contrats d'épargne classique individuels, les régimes de branche 26 mutualisent les droits des cotisants, allocataires et radiés. Les cotisations ne sont pas obligatoires <sup>9</sup> mais le rachat n'existe que sous de très strictes conditions dans le Code des assurances et le Code de la Sécurité sociale 10 et n'est pas mentionné dans le Code de la mutualité. Par ailleurs, l'épargne classique en vue de la retraite relevant de la branche 20 définie comme « comportant des engagements dont l'exécution dépend de la durée de la vie humaine autre que les activités visées aux branches 22 et 26 » 11 sont bien différenciées des opérations de branche 26. En effet, le caractère individuel implique le calcul d'une provision pour chaque contrat, la sortie est prévue en rente (viagère ou temporaire, certaine ou non) mais également en capital. Enfin, il n'y a pas de valeur d'acquisition ou de valeur de service, la notion de rendement n'existe donc pas au sens de la branche 26 et la solidarité n'est pas du tout présente dans la branche 20. Le tableau suivant résume les principales différences entre les régimes de branche 20 et les régimes de branche 26.

<sup>9.</sup> Articles L. 441-4 du Code des assurances et R. 222-6 du Code de la mutualité.

<sup>10.</sup> Articles L. 441-2 du Code des assurances et L. 932-23 du Code de la Sécurité sociale rendant applicable l'article L. 132-23 du Code des assurances.

<sup>11.</sup> Article R. 211-2 du Code de la mutualité, « (...) branches 22, 23 et 26 » selon l'article R. 321-1 du Code des assurances.

	Régimes « classiques »	Régime de branche 26
Fonctionnement	Individuel	Collectif
Rachat	Possible	Impossible (sauf cas précis)
Restitution	Capital ou rente	Rente
Provision	Une par contrat	Unique pour tous
Solidarité	Aucune	Entre tous

Table 1.2 – Principales différences entre les régimes de retraite « classiques » et les régimes de branche 26.

#### 1.2.3 Focus sur la valeur de service

#### **Définition**

La valeur de service du point est le paramètre définissant chaque année le montant de la rente des allocataires pour un point acquis. La variation de cette valeur influe immédiatement sur la solvabilité du régime et de fait devient le paramètre majeur dans le pilotage. L'équilibre technique du régime doit rester une priorité pour le gestionnaire et le contrôle des charges du régime passe donc nécessairement par un calcul optimal de cette valeur.

Selon les objectifs de l'organisme de gestion du régime, différentes visions sont possibles pour le calcul de la valeur de service. En effet, les ressources disponibles définissent théoriquement la valeur de service, si toutefois l'objectif premier du gestionnaire reste la pérennité du régime. Néanmoins, des considérations sociales sont à prendre en compte et la revalorisation annuelle de la valeur de service semble être juste au regard de l'inflation. La difficulté dans la gestion est donc double, cumuler un objectif à la fois social et des contraintes financières. Le gestionnaire a théoriquement un grand pouvoir de décision puisqu'il n'a pour obligation que de servir chaque année les points et non pas un montant nominal. La réglementation se place cependant à nouveau en garde-fou pour éviter les

dérives. Plusieurs stratégies sont donc envisageables pour le gestionnaire, certaines sont présentées ici.

#### Stratégie d'équilibre du régime chaque année

La première approche instinctive de gestion d'un régime de branche 26 est l'obtention d'un équilibre chaque année. Cet équilibre fait référence à l'égalisation des charges et des produits du régime. Cependant, cette gestion n'est possible que dans le cadre d'un régime par répartition (pilier I et pilier II du système de retraite en France). Ce mémoire étant uniquement axé sur les régimes de retraite supplémentaire (pilier III), cette stratégie n'est pas davantage étudiée à cause de son incompatibilité avec le système de capitalisation.

#### Stratégie d'équilibre de long terme

En vue de ne pas faire fluctuer la valeur de service chaque année, le gestionnaire peut opter pour une stratégie d'équilibre sur le long terme. En effet, en fonction de l'état économique, différent chaque année, les cotisations varient, de même que le nombre de cotisants. Pour parvenir à un nivellement de la valeur de service, le gestionnaire du régime peut opter pour une stratégie d'équilibre pluriannuelle. Le principe étant la recherche d'un équilibre de long terme. Deux difficultés se présentent alors, d'une part la projection des flux entrants et sortants du régime sur le long terme, d'autre part la définition d'une valeur d'actualisation des engagements. Le paramètre de la valeur de service du point permet d'égaliser les flux entrants et sortants actualisés. L'équation suivante résume la stratégie d'équilibre de long terme :

$$\sum_{h=1}^{H} Flux \ entrants_h \times v^h = VS \times \sum_{h=1}^{H} Points_h \times v^h$$

avec:

H = L'horizon de gestion,

 $Flux \ entrants_h = Les \ flux \ entrants \ de \ date \ h,$ 

 $v^h$  = Le facteur d'actualisation de date h,

VS = La valeur de service permettant l'équilibre,

 $Points_h$  = La somme des points des allocataires en date h.

Par ailleurs, le risque de « saut » dans l'évolution de la valeur de service est élevé si les prévisions économiques liées aux projections se sont avérés erronées. En effet, en date H, le gestionnaire recalcule de nouveau l'équation donnée supra avec de nouvelles données et la valeur de service en découlant peut être très différente de la valeur de service précédente.

Dans le cadre des régimes étudiés dans ce mémoire, les régimes par capitalisation, la stratégie semble être effectivement la recherche d'un équilibre pluriannuel. En effet, le gestionnaire cherche à égaliser les ressources actuelles du régime avec les provisions qui sont calculées jusqu'à l'extinction des flux liés aux rentes et donc sur plusieurs années.

#### Une vision sociale du régime : maintien du pouvoir d'achat

L'une des caractéristiques de la gestion du régime peut être la recherche d'un ajustement des rentes sur les prix à la consommation afin de conserver un pouvoir d'achat identique à partir de la date de liquidation des droits. Cette stratégie présente l'avantage pour les allocataires de conserver un niveau de vie identique tout le long de la perception de leur rente, mais l'un des problèmes soulevé est l'écart de pouvoir d'achat qui se creuse entre les cotisants et les allocataires. En effet, dans les pays tels que la France, l'augmentation des salaires est plus élevée que l'inflation (hausse de 1,8% entre 2006 et 2007 et de 0,7% entre 2007 et 2008 des salaires en euros constants <sup>12</sup>), dès lors les salaires augmentent davantage que l'indice des prix à la consommation, les cotisants ont donc un

<sup>12. «</sup> Les salaires dans les entreprises en 2008 : une hausse conséquente contrebalancée par l'inflation », INSEE, Juin 2010, disponible à l'adresse http://www.insee.fr/fr/ffc/ipweb/ip1300/ip1300.pdf.

accroissement de leur richesse que les allocataires n'ont pas. La stratégie du maintien du pouvoir d'achat permet néanmoins de consolider les réserves du régime. En effet, si l'on suppose l'augmentation des salaires supérieure à l'inflation, l'accroissement du montant des cotisations sera plus élevé que le montant des rentes revalorisées, toutes choses égales par ailleurs.

#### Détermination des valeurs d'acquisition et de service

Les organismes de gestion des régimes en points possèdent donc une multitude de méthodes de pilotage. Bien qu'il existe d'autres stratégies, celles présentées ici sont les plus rencontrées. Les principales structures existantes de retraite en point sont gérées différemment en fonction de décideurs. Les régimes de branche 26 relevant du secteur privé, telle que la PREFON et le COREM sont gérés respectivement par une société d'assurance (et donc de capitaux) et par un organisme mutualiste. Les objectifs de ces deux gestions sont certainement différents mais la pérennité des régimes ainsi que la conservation du pouvoir d'achat doivent en être les priorités. L'aspect technique de la détermination des valeurs d'acquisition et de service est présenté dans la partie II.

#### 1.2.4 Focus sur la valeur d'acquisition

Les valeurs d'achat et de service du point sont les fondements des régimes de branche 26. A travers ces valeurs se reflètent l'évolution du pouvoir d'achat, la solidarité intra et intergénérationnelle et la solidité du régime

#### **Définition**

La valeur d'acquisition d'un point est la valeur d'échange entre l'unité monétaire et le point de retraite. A l'inverse d'une monnaie conventionnelle, les points obtenus ne sont cependant pas liquides et uniquement convertibles en rente à la date de liquidation des droits. L'évolution de la valeur d'acquisition n'affecte pas le stock de point déjà acquis par le cotisant mais uniquement les nouveaux points à acquérir.

#### La solidarité chaque année

Le coût d'acquisition d'un point reflète la solidarité du régime. En effet, deux caractéristiques sont à distinguer concernant la valeur d'acquisition : le niveau actuel et l'indexation dans le temps, qui correspondent à deux types de solidarités différentes.

L'organisme de gestion du régime peut décider d'inclure dans la valeur d'acquisition du point des variables démographiques afin d'instaurer une solidarité entre cotisants pour l'année courante. Plusieurs méthodes existent : la valeur d'acquisition peut être unique et fixée pour tous les cotisants, dans ce cas, la solidarité est totale puisqu'aucune distinction n'est faite entre les plus jeunes et les plus âgés. Une autre méthode existe tenant compte de l'âge du cotisant comme facteur discriminant dans le calcul de la valeur d'acquisition. L'idée sous-jacente étant qu'un cotisant âgé percevra sa rente plus rapidement qu'un jeune cotisant, qui devra survivre plus longtemps avant de liquider ses droits. Deux effets cumulatifs sont donc observés : la mortalité et le coût temporel de l'argent. Ainsi, un point acquis par un jeune a en réalité un coût bien plus faible pour l'organisme de gestion qu'un point acquis par un cotisant proche de la retraite. Ce décalage peut se compenser par une évolution de la valeur d'acquisition du point en fonction de l'âge du cotisant. Deux techniques existent dans cette optique : la valeur du point peut être dépendante de l'âge actuel du cotisant, technique de « l'âge atteint » ou alors, elle peut dépendre de l'âge qu'avait le cotisant lors de son entrée dans le régime, technique de « l'âge à l'adhésion ». Nous reviendrons sur ces méthodes dans la seconde partie du mémoire.

#### La solidarité dans le temps

La valeur d'acquisition reflète également la solidarité dans le temps. En effet, le prix d'achat d'un point peut être indexé sur une assiette de cotisation moyenne afin de garantir à la population présente dans le régime un même nombre de points acquis que la population de l'exercice précédent. Le principe étant qu'à un taux de cotisation égal, les droits obtenus devraient être égaux en moyenne quel que soit la génération. Supposons

les salaires revalorisés chaque année, les cotisations augmentent mécaniquement toutes choses égales par ailleurs, et de ce fait, à un taux de cotisation constant, deux cotisants ayant réalisé une même carrière à des dates différentes obtiendraient lors de la liquidation un nombre de point différent. La valeur d'acquisition devrait donc intégrer une revalorisation liée à l'augmentation des salaires. Une autre vision possible est d'indexer les valeurs d'acquisition sur l'inflation et plus précisément sur l'indice général des prix à la consommation. Dans ce cas, le principe de solidarité intergénérationnelle précédemment mentionné devient obsolète.

Exemple: L'année N, deux salariés ont un salaire de 1 000. Le premier décide de cotiser à un taux de 5% de son salaire soit 50. La valeur d'acquisition étant égale à 5, le premier salarié aura donc 10 points. Le second salarié ne cotise pas cette année. L'année suivante, les salaires sont augmentés de 10% et donc portés à 1 100. Le premier salarié ne cotise pas mais le second salarié décide de cotiser, toujours à hauteur de 5% de son salaire soit 55. Si la valeur d'acquisition est toujours de 5, alors ce salarié obtiendra 11 points. En revanche, si la valeur d'acquisition augmente également de 10% à 5,5, alors le second salarié obtiendra 10 points. A taux de cotisation égal, les points obtenus sont les mêmes si la valeur d'acquisition augmente de la même façon que les salaires.

Une autre façon de piloter le régime existe, il s'agit de calculer une valeur de service puis de définir une valeur d'acquisition dépendante de cette valeur de service. Bien qu'étant économiquement optimale, cette méthode n'est pas parfaite d'un point de vue social. En effet, assurer la pérennité du régime peut parfois conduire à ne pas revaloriser (et même diminuer) la valeur des rentes de retraite.

# 1.3 Les risques liés aux régimes

Les risques supportés par les régimes de branche 26 sont les mêmes que les risques liées aux branches « vie » longues, à savoir pour le passif :

- Le risque de mortalité : les individus décèdent plus tôt que ce que l'organisme avait prévu, dans le cas des régimes versant des rentes viagères, le constat semble plutôt positif pour l'organisme;
- Le risque de longévité : les individus décèdent plus tard que ce que l'organisme avait prévu ce qui peut causer de sérieux problèmes de trésorerie et de solvabilité à l'organisme. Individuellement, ce risque peut être mutualisé facilement mais si une cohorte entière vit plus longtemps que son espérance de vie, la survie de l'organisme peut être en danger;
- Le risque lié au taux d'actualisation : le passif est actualisé selon une structure par terme définie et si le rendement des actifs chaque année n'est pas égal au taux d'actualisation du passif correspondant, alors l'organisme peut voir sa solvabilité engagée.

Les risques liés à l'actif sont les suivants :

- Le risque de taux d'intérêt : la valeur des obligations est directement liée à la valeur des taux d'intérêts sur le marché et peut donc fluctuer, modifiant la valeur de l'actif;
- Le risque lié à la volatilité des actifs plus généralement : les actions, immeubles, etc.
   sont autant d'actifs dont la volatilité est telle que la valeur globale de l'actif d'un organisme peut varier d'une année à l'autre;
- Le risque d'illiquidité des actifs;
- Le risque de défaut des émetteurs.

# 1.4 Historique des travaux

Des travaux ont déjà été effectués sur la branche 26. Notons par exemple quelques mémoires dont [CHATILLON, DUREU] qui traite de tout l'aspect réglementaire des régimes en points ainsi que la gestion des régimes en run-off. Notons également le mémoire [LAURENT] qui présente l'aspect réglementaire des régimes de branche 26 concernant le Code de la Sécurité sociale et propose des pistes de convergence des trois Codes. Par

ailleurs, ce mémoire traite également de l'aspect stochastique en vue de Solvabilité II.

De nombreux articles traitent également des problématiques de la branche 26. En effet, parmi eux, nous pouvons noter [LOR 2005] qui présente les spécificités des régimes en points à la fois pour un régime en répartition et un régime en capitalisation. Notons également [COR 2010] qui présente en détails les modalités réglementaires applicables aux régimes en points notamment depuis la réforme du Code des assurances de 2004.

# 1.5 Conclusion de la partie

La retraite en points constitue bien une spécificité de l'assurance en France et l'existence d'une branche 26 distincte des autres activités retraite est justifiée. De nombreuses techniques de gestion existent selon les objectifs des organismes.

Les risques portés par les régimes de branche 26 sont « classiques » pour des régimes de retraite avec notamment des risques de long terme.

Enfin, nous basons notre étude sur les différents articles et mémoires cités dans la partie 1.4. La seconde partie de ce mémoire va présenter en détail les aspects réglementaires et techniques des régimes de branche 26. La troisième et dernière partie traitera de l'arrivée de Solvabilité II.

# 1.6 Résumé de la partie

La branche 26 fait référence aux régimes de retraite en points. Plusieurs régimes existent dans le secteur privé, gérés par des assureurs, des mutuelles ou des institutions de prévoyance.

Le principe des régimes de branche 26 consiste en l'acquisition de points : chaque cotisation est transformée en points. A l'issue d'une période définie, par exemple à un âge donné, le nombre de points est multiplié par la valeur de service du point et le produit constitue le montant de la rente de l'individu. La valeur de service du point est révisée

chaque année de sorte à ce que le montant de la rente évolue également. De même, les valeurs d'acquisition sont révisables chaque année selon le pilotage choisi par l'organisme.

Les risques supportés par les régimes de branche 26 sont les risques liés aux décès prématurés et à la survie. Par ailleurs, les organismes sont d'autant plus exposés aux risques liés aux actifs (défaut, volatilité, taux d'intérêt, etc.) que l'horizon de gestion est long.

# Partie 2 La réglementation actuelle

# 2.1 Introduction de la partie

La branche 26 est l'une des branches définies aux articles R. 211-2 du Code de la mutualité, R. 321-1 du Code des assurances et R 931-2-1 du Code de la Sécurité sociale. Le caractère atypique de ces régimes nécessite effectivement, pour les organismes d'assurance, l'obtention d'un agrément distinct. En effet, les opérations de branche 26 ne sont pas soumises aux mêmes règles que les opérations classiques d'épargne en vue de la retraite. La retraite en point est donc encadrée par des textes de loi mais les articles des différents Codes sont parfois peu précis ou ne traite tout simplement pas d'un sujet pourtant important concernant le fonctionnement d'un régime de branche 26. L'étude juridique et technique de la retraite en point est donc l'objet de cette partie. La première section analyse le fonctionnement juridique de la retraite en points et la seconde section présente les modalités techniques et actuarielles de mise en place d'un tel régime. Enfin, une dernière partie traite des limites des différents Codes ainsi qu'une courte réflexion sur les possibles évolutions des textes réglementaires.

L'étude de ce mémoire faisant référence principalement au Code de la mutualité, c'est ce dernier que nous allons utiliser dans cette partie. Les différences avec le Code des assurances et le Code de la Sécurité sociale seront traitées autant de fois que nécessaire.

# 2.2 Étude du Code de la mutualité et comparaison avec les autres Codes

#### 2.2.1 Définition d'un régime de branche 26

Les organismes agréés en branche 26 pratiquent, au sens de l'article L. 222-1 du Code de la mutualité, des opérations « ayant pour objet l'acquisition ou la jouissance de droits en cas de vie ». Le lien entre « la revalorisation des cotisations et celle des droits en cas de vie précédemment acquis » fait référence aux valeurs d'acquisition et de service du point. Les articles L. 441-1 du Code des assurances et L. 932-24 du Code de la Sécurité sociale concernant les institutions de prévoyance définissent de façon quasi identique les régimes de branche 26. La définition est claire, d'une part les cotisants acquièrent des droits via les versements effectués dans le régime et d'autre part les allocataires reçoivent une rente en cas de survie à la date prévue de liquidation des droits. En pratique, les organismes proposant ce type de régime garantissent tous des rentes viagères avec éventuellement la possibilité de réversion. Par ailleurs, les Codes précisent qu'un lien entre la revalorisation des cotisations et la revalorisation des rentes existe, faisant allusion à la solidarité entre tous les membres du régime, quel que soit leur statut.

La participation à un régime collectif à adhésion facultative de branche 26 est concrétisée par la signature du bulletin d'adhésion ou du contrat collectif souscrit par un employeur concernant le Code de la mutualité, par la remise d'une notice par le souscripteur à l'adhérent concernant les Codes des assurances et de la Sécurité sociale.

Le terme « règlement », défini aux articles R. 222-2 du Code de la mutualité et R. 932-4-2 du Code de la Sécurité sociale et le terme « convention » défini à l'article L. 441-2 du Code des assurances, font référence aux modalités d'existence du régime et sont utilisés sans distinction dans la suite de ce mémoire. De la même façon, le terme d' « unité de rente » utilisé dans les trois Codes fait référence au « point de service ».

#### 2.2.2 Fonctionnement par points

Les membres du régime doivent être informés des indications relatives aux valeurs d'acquisition et à la valeur de service soit par le règlement concernant le Code de la mutualité, soit par la remise de documents chaque année résumant ces informations pour les deux autres Codes. Il est à noter que les Codes des assurances et de la Sécurité sociale imposent une information annuelle aux adhérents et uniquement pour les adhésions facultatives.

Les valeurs d'acquisition et de service sont déterminées chaque année dans les conditions prévues par le règlement. Le Code des assurances est le seul à exiger que la nouvelle valeur de service soit au moins égale à la précédente. Ainsi, les deux autres Codes n'interdisent pas de diminuer la valeur de service du point.

La valeur de service est unique et valable pour tous les allocataires pour l'année courante, contrairement aux valeurs d'acquisition qui peuvent dépendre de l'âge du cotisant permettant ainsi d'éviter le décalage mentionné à la section 1.2.4 (page 18) de la première partie de ce mémoire. L'article R. 441-17 du Code des assurances mentionne clairement cette possibilité alors que les articles R. 222-3 du Code de la mutualité et L. 932-24-2 du Code de la Sécurité sociale le sous-entendent (en mettant au pluriel « les valeurs d'acquisition »).

La notion de rendement est précisément inscrite dans les textes et exige que le quotient de la valeur de service par la valeur d'acquisition soit au moins égal à 5% pour une rente payable à 65 ans. Pour une rente réversible ou une rente servie à un âge différent, il est procédé à « un équivalence actuarielle » correspondant au produit de 5% et d'un coefficient correcteur. La contrainte de rendement vise à assurer les membres d'un montant minimal de rente compte tenu de la valeur d'acquisition. Le Code des assurances a cependant été modifié en 2004 et cette condition de rendement minimal a été supprimée.

Le Code de la mutualité instaure une solidarité supplémentaire dans les régimes à points. En effet, les deux autres Codes refusent toute prestation non contributive alors

qu'il est possible pour un organisme mutualiste de mettre en place un fonds d'action sociale destiné aux plus démunis, un pourcentage chaque cotisation étant prélevé, dans la limite de 2% du montant de la cotisation, pour alimenter ce fonds.

Le nombre de point obtenu est égal au quotient de la cotisation, nette de prélèvement (ou de chargement) et de taxes, par la valeur d'acquisition du point. Ce nombre de point peut diminuer en cas d'insuffisance du nombre d'années cotisées. Le Code de la mutualité est le plus sévère puisqu'un règlement peut prévoir la déchéance des droits acquis si le cotisant ne justifie pas d'un minimum de dix années de cotisations, alors que le Code des assurances et le Code de la Sécurité sociale réduit cette période à deux années.

Le montant de la prestation est égal au produit du nombre de points acquis et de la valeur de service à la date considérée. Dans les faits, les organismes peuvent prévoir des frais sur les rentes, le montant effectif de la rente n'est donc pas exactement égal à la prestation mentionné dans les textes. Par ailleurs, le nombre de points acquis peut également varier en fonction de l'âge effectif de liquidation de la rente. En effet, les règlements prévoient en général un coefficient de majoration si le membre cotisant opte pour un ajournement de sa prestation et un coefficient de minoration si le cotisant anticipe la liquidation de ses droits. En outre, le Code de la mutualité prévoit une éventuelle majoration de l'État (notamment pour les anciens combattants) <sup>13</sup>.

#### 2.2.3 Opérations collectives

Les opérations de branche 26 sont définies par les articles R. 222-2 du Code de la mutualité, L. 441-2 du Code des assurances et L. 932-24-2 du Code de la Sécurité sociale comme étant « collectives » et « facultatives » <sup>14</sup>. La souscription résulte de l'adhésion à un règlement ou une convention (selon les Codes) qui définit les modalités de fonctionnement du régime.

L'aspect collectif vient également du nombre d'adhérent. En effet, le nombre de par-

<sup>13.</sup> Article L. 222-2 du Code de la mutualité.

<sup>14.</sup> Au sens des articles L. 221-2 du Code de la mutualité, L.141-1 du Code des assurances et L. 932-14 du Code de la Sécurité sociale.

ticipants ne peut être inférieur à mille et cet effectif doit être réuni dans un délai de trois ans <sup>15</sup>. En cas de non respect de cette condition, il est procédé à la conversion du régime (voir la section 2.2.8 page 36).

Bien que les adhésions sont réalisées dans un cadre collectif, il est attribué à chaque participant un compte individuel où sont portées les cotisations versées et le nombre d'unité de rente correspondant et ce pour chaque année <sup>16</sup>.

#### 2.2.4 Provisions

#### Provisions comptables

Les provisions comptables des régimes de branche 26 diffèrent des autres branches d'assurance. Les trois Codes ne sont d'ailleurs pas identiques concernant le calcul de ces provisions. Le Code des assurances étant le plus complet, il sera traité en premier.

L'article R. 441-7 du Code des assurances précise en effet l'existence de quatre provisions :

- La provision technique spéciale (ou PTS) à laquelle sont affectés les cotisations des adhérents au régime nettes de chargements et de taxes ainsi que 85% des produits financiers <sup>17</sup> et sur laquelle sont prélevées les prestations versées aux allocataires;
- La provision technique spéciale complémentaire (ou PTSC) qui est constituée en cas
   d'insuffisance de la PTS (voir section « Provision mathématique théorique » infra);
- La provision pour risque d'exigibilité (ou PRE) qui est calculée dans les mêmes conditions que pour les autres branches d'assurance vie <sup>18</sup>;
- La provision de gestion, destinée à « couvrir les charges de gestion future des contrats

<sup>15.</sup> Articles R. 222-5 du Code de la mutualité, R. 441-15 du Code des assurances et R. 932-4-9 du Code de la Sécurité sociale.

<sup>16.</sup> Articles R. 222-11 du Code de la mutualité, R. 441-8 du Code des assurances et R. 932-4-5 du Code de la Sécurité sociale.

<sup>17.</sup> Article A. 441-2 du Code des assurances.

<sup>18.</sup> Article R. 331-5-1 du Code des assurances.

non couvertes par ailleurs 19 ».

La PTS est la provision qui différencie les régimes de branche 26 des régimes des autres branches. En effet, c'est cette provision qui est inscrite au bilan de l'assureur à la place d'une provision mathématique classique. La PTS ne représente pas une somme de flux probables actualisés, elle est constituée des flux d'entrées et de sorties du régime. Les frais de gestion du régime ne peuvent ici pas être prélevés sur la PTS (sauf par dérogation dans le cas d'un PERP relevant de l'article L. 144-2 du Code des assurances). En contrepartie, les cotisations sont versées dans la PTS nettes de chargements, ces derniers servant à constituer la provision de gestion. La PTS représente donc les engagements nets de frais de l'assureur envers les assurés.

Par ailleurs, le Code des assurances est le seul à préciser un taux de capitalisation minimal pour la PTS et ce taux est nul. La conséquence directe est la suivante : l'assureur ne peut imputer les éventuelles pertes financières de ses actifs à cette provision, l'intérêt des adhérents est donc préservé à court termes car le montant des engagements de l'assureur ne peut diminuer. A long terme, une mauvaise gestion financière entraine dans tous les cas l'assureur à la faillite.

Les organismes mutualistes sont moins encadrés dans la constitution de provisions. Ainsi, l'article R. 222-8 du Code de la mutualité précise uniquement l'existence d'une PTS sur laquelle sont versées les cotisations (incluant les chargements) et sur laquelle sont prélevés les prestations ainsi que les charges de gestion. La provision de gestion n'a donc pas lieu d'exister en mutualité pour ces régimes. Par ailleurs, le Code de la mutualité va plus loin que le Code des assurances en imposant que la totalité des produits financiers soit affectée à la PTS.

De plus, la PTSC n'existe pas dans le Code de la mutualité. Lorsque la PTS n'est pas suffisante pour couvrir les engagements, deux solutions sont possibles : soit la conversion du régime (voir section 2.2.8 page 36), soit la baisse de la valeur de service du point.

Enfin, les institutions de prévoyance sont soumises à des règles qui ressemblent à la fois au Code des assurances et au Code de la mutualité. En effet, à l'instar des organismes

<sup>19.</sup> Article R. 331-3 du Code des assurances.

mutualistes, seule une PTS est mentionnée dans le Code de la Sécurité sociale (article R. 932-4-4) sur laquelle sont versées les cotisations nettes de chargements et de taxes et 85% des produits financiers. Aucun article du Code de la Sécurité sociale ne mentionne explicitement l'existence d'une provision de gestion dans un régime de branche 26. Enfin, la PTSC n'existe pas non plus pour les institutions de prévoyance.

Notons que contrairement aux règles de droit commun des contrats d'assurance sur la vie, il n'y a pas de délai d'attribution aux adhérents de la part des résultats financiers leur revenant, cette dernière étant immédiatement imputée à la PTS. Notons également que la notion de « résultat technique » n'est pas mentionné ici car le bénéfice ou la perte engendrée est intégralement et immédiatement imputée à la PTS par construction de celle-ci.

#### Provision mathématique théorique

L'un des aspects originaux des régimes de branche 26 est donc une provision au bilan qui n'existe pas dans les autres branches vie. Cependant la provision mathématique que l'on a l'habitude de trouver au passif subsiste néanmoins en branche 26 sans apparaitre au bilan : il s'agit de la provision dite « provision mathématique théorique » (ou PMT).

La PMT, calculée chaque année par les organismes, correspond au « montant [...] qui serait nécessaire pour assurer le service des rentes viagères immédiates et différées sur la base de la valeur de service à la date de l'inventaire » <sup>20</sup>.

Selon les Codes, les modalités de calcul de la PMT diffèrent. Pour le Code de la mutualité, l'article A. 222-1 précise que la PMT doit être calculé avec un taux d'intérêt égal à 60% du taux moyen des emprunts de l'Etat français (ou TME) sans pouvoir excéder 3,5%. Le Code des assurances impose l'utilisation d'un taux d'intérêt dont le calcul est plus complexe. En effet, l'article A. 441-4 définit le taux à utiliser comme étant égal à :

<sup>20.</sup> Articles R. 222-16 du Code de la mutualité, R. 441-21 du Code des assurances et R. 932-4-15 du Code de la Sécurité sociale.

$$\max(\min(3,5\%;\tau_{TME});\tau_{Actifs})$$

avec:

$$\tau_{TME} = \begin{cases}
75\% \times \overline{TME} & \text{pour les huit premières années} \\
60\% \times \overline{TME} & \text{pour les années suivantes}
\end{cases}$$

$$\tau_{Actifs} = \min(1, 5\%; \overline{Rend. actifs})$$

où  $\overline{TME}$  = Moyenne du TME des deux derniers exercices.

et  $\overline{Rend.\ actifs}$  = Moyenne du taux de rendement des actifs sur les deux derniers exercices.

Le calcul du taux d'intérêt à utiliser pour une institution de prévoyance est le même que pour les organismes soumis au Code des assurances (article A. 932-4-1 du Code de la Sécurité sociale). Les organismes ont la possibilité d'étaler les effets du changement de taux sur le calcul de la PMT. Ainsi, les organismes mutualistes et les institutions de prévoyance ont jusqu'en 2015 alors que les organismes soumis au Code des assurances ont quinze ans. Pour information, le TME est égal à 2,31% en juillet 2012 <sup>21</sup>.

Les tables à utiliser dans le calcul de la PMT sont les tables règlementaires applicables aux contrats de rente viagère souscrits à compter du 1er janvier 2007. Pour les trois Codes, les tables à utiliser sont donc les mêmes : TGF05 et TGH05 ou des tables certifiées par un actuaire indépendant. Là encore, les organismes ont la possibilité d'étaler sur quinze années (d'après les trois Codes) les effets du changement de table sur les calculs de la PMT.

Les organismes mutualistes bénéficient par ailleurs d'une souplesse supplémentaire sur l'étalement de l'effet du changement de taux et de table sur le calcul de la PMT. En effet, le décret n° 2002-331 du 11 mars 2002 propose aux mutuelles et unions d'étaler sur quinze années ces effets. Ce décret uniformise donc les trois Codes en proposant un

<sup>21.</sup> Source : http://www.banque-france.fr/economie-et-statistiques/changes-et-taux/les-indices-obligataires.html.

étalement sur quinze ans pour tous les organismes. Selon ce même décret, les organismes mutualistes doivent provisionner au moins à 90% leurs engagements durant la période des quinze années, puis dispose de cinq années pour porter ce pourcentage à 95% et de cinq années supplémentaire pour le porter à 100%. Ces organismes bénéficient donc d'un aménagement sur vingt-cinq ans pour provisionner à 100% leurs engagements.

La formule de calcul de la PMT est présentée dans les « Principes techniques », à la section 2.3.4, page 41.

Le taux d'intérêt à utiliser dans le calcul de la PMT est résumé dans le tableau suivant.

	Code de la mutualité	Code des assurances et Code de la Sécurité sociale
< 8 ans	$60\% \times \text{TME moyen (sur 6 mois)}$	$75\% \times \text{TME moyen (sur 2 ans)}$
$\geq 8 \text{ ans}$	$60\% \times \text{TME moyen (sur 6 mois)}$	$60\% \times \text{TME moyen (sur 2 ans)}$
Maximum	3,5%	3,5%
Minimum	Aucun	Rendement des actifs
		dans la limite de $1.5\%$

Table 2.1 – Taux d'intérêt à utiliser selon les Codes.

#### 2.2.5 Comptabilité et cantonnement

Un des aspects qui caractérise les régimes de branche 26 est le cantonnement. Les activités de retraite en points sont effectivement distinctes des autres activités de l'organisme dans le but de protéger les adhérents aux régimes de branche 26 en cas de faillite de ce dernier. Le Code de la mutualité précise ainsi que pour les opérations de branche 26, une comptabilité « spéciale » et un compte « spécial » des résultats doivent être tenus <sup>22</sup>. La spécialité citée ici fait référence aux règles de calcul des provisions techniques, elles aussi spéciales. Les actifs du régime sont également garantis par des privilèges légaux spéciaux.

<sup>22.</sup> Articles R. 222-12 du Code de la mutualité, R. 441-12 du Code des assurances et R. 932-4-7 du Code de la Sécurité sociale.

En effet, ces actifs sont isolés des autres opérations que réalise l'organisme. Le Code de la mutualité et le Code de la Sécurité sociale précisent que les actifs immobiliers du canton sont ainsi grevés d'une hypothèque légale au règlement des droits des adhérents et de plus tous les actifs sont par ailleurs grevés d'un privilège qui priment sur les privilèges usuels des articles L. 212-23 du Code de la mutualité et L. 931-22 du Code de la Sécurité sociale <sup>23</sup>. Le Code des assurances ne précise rien d'autre que l'isolation des actifs des autres opérations de l'assureur.

Par ailleurs, les trois Codes précisent que les droits des adhérents sont également isolés du reste des activités de l'organisme.

La fonctionnement comptable du canton est similaire à la comptabilité de l'organisme. Précisons toutefois que le respect des règles de représentation des engagements <sup>24</sup> doit être observé à la fois dans le ou les cantons mais également pour l'actif général.

Notons que seul le Code des assurances précise que pour chaque convention de branche 26 est tenu une comptabilité auxiliaire. Le Code de la mutualité et le Code de la Sécurité sociale ne précisent pas, dans le cas où l'organisme a deux règlements de branche 26, si ceux-ci doivent former un seul canton distinct du reste des opérations de l'organisme ou si chaque règlement implique un canton différent. Les décrets d'application des articles de ces deux Codes fixant les modalités d'application ne sont pas paru à ce jour et les textes législatifs laissent donc une certaine liberté aux organismes.

#### 2.2.6 Exigence de fonds propres

L'exigence minimal de fonds propres est différente selon le Code considéré mais néanmoins proche <sup>25</sup>. Ainsi le Code de la mutualité et le Code de la Sécurité sociale exigent

<sup>23.</sup> Articles L. 222-1 du Code de la mutualité et L.932-24 du Code de la Sécurité sociale.

<sup>24.</sup> Article R. 212-31 du Code de la mutualité.

<sup>25.</sup> Articles R. 212-16 du Code de la mutualité, R. 334-13 du Code des assurances et R. 932-10-7 du Code de la Sécurité sociale.

un minimum de marge égal à :

$$Exigence = 4\% \times \min[PTS; PMT]$$

A la différences des deux précédents Codes, seule la PMT intervient dans le calcul de l'exigence de marge minimale des organismes soumis au Code des assurances, telle que :

$$Exigence = 4\% \times \min[PMT(avec\ r\'{e}assurance); 85\% \times PMT(avant\ r\'{e}assurance)]$$

Le fait que la PTS (et la PTSC), qui représente l'engagement réel de l'assureur envers les adhérents du régime, n'apparaisse pas dans le calcul de la marge minimale peut sembler étonnant. Cependant, la valeur de service d'un régime soumis au Code des assurances ne peut diminuer, ce qui fait de la PMT un bon indicateur des engagements du régime.

#### 2.2.7 Pilotage

Les organismes ayant des cantons de branche 26 ont une certaine liberté pour piloter leurs régimes. Les aspects théoriques du pilotage (voir section 1.2.3 page 15) sont complétés par des contraintes légales différentes selon les Codes.

Les deux paramètres à la main de l'organisme sont la valeur d'acquisition et la valeur de service d'un point. Ces deux variables clés dans la gestion du régime sont fixées annuellement par l'organisme <sup>26</sup>. La fixation de ces valeurs est soumise au respect de règles. Le Code de la mutualité et le Code de la Sécurité sociale propose une ensemble de règles similaires définissant la liberté de l'organisme pour gérer ses activités de branche 26 alors que le Code des assurances a été modifié en 2004 et ne permet plus autant de souplesse qu'auparavant.

Dans la détermination des valeurs d'acquisition et de la valeur de service, les organismes soumis au Code de la mutualité ou au Code de la Sécurité sociale ont trois

<sup>26.</sup> Articles R. 222-18 du Code de la mutualité, R. 441-19 du Code des assurances et R. 932-4-13 du Code de la Sécurité sociale.

#### contraintes:

- Le quotient égal à la valeur de service divisé par la valeur d'acquisition (aussi appelé rendement, voir section 1.2.2 page 12) ne peut être inférieur à 0,05 dans le cas d'une rente viagère sans réversion payable à soixante-cinq ans <sup>27</sup>. Si l'âge d'entrée en rente est inférieur, il est procédé à une équivalence actuarielle dont les conditions sont résumées à l'annexe n° 1.
- Lors de chaque inventaire, l'organisme doit calculer la PMT (voir section 2.2.4 page 28). Cette provision théorique doit être au moins égal à la PTS pour chaque règlement <sup>28</sup>.
- Le rapport de la PTS par rapport à la PMT doit être supérieur à 1 et l'excédent par rapport à 1 ne peut diminuer de plus d'un dixième par rapport à l'exercice précédent <sup>29</sup>.

La valeur de service est donc encadrée. La borne inférieure est donnée par la valeur d'acquisition la plus élevée multipliée par 0,05 (ou par le coefficient obtenue par équivalence actuarielle) et la borne supérieure est donnée par l'excédant par rapport à 1 du rapport entre la PTS et la PMT.

Le Code des assurance impose deux contraintes différentes :

- La valeur de service ne peut diminuer d'un inventaire à l'autre <sup>30</sup>.
- Pour chaque convention, lorsque la PTS est inférieure à la PMT, l'assureur procède
   à la constitution ou à la dotation d'une PTSC à hauteur de la différence entre ces

<sup>27.</sup> Articles R. 222-15 du Code de la mutualité, R. 441-20 du Code des assurances (abrogé) et R. 932-4-14 du Code de la Sécurité sociale.

<sup>28.</sup> Articles R. 222-17 du Code de la mutualité, R. 441-22 du Code des assurances (abrogé) et R. 932-4-16 du Code de la Sécurité sociale.

<sup>29.</sup> Articles R. 222-18 du Code de la mutualité, R. 441-23 du Code des assurances (abrogé) et R. 932-4-17 du Code de la Sécurité sociale.

<sup>30.</sup> Article R. 441-19 du Code des assurances.

deux provisions <sup>31</sup>, le rapport entre la PTS, augmentée de la PTSC, et la PMT étant ramené à 1.

En outre, le Code des assurances est le seul à préciser que la valeur d'acquisition de l'unité de rente peut dépendre de l'âge du bénéficiaire <sup>32</sup>, les deux autres Codes ne le mentionnent pas mais les règlements le précise en général.

#### 2.2.8 Conversion

La conversion correspond à la transformation du régime en points en un régime « classique ». La conversion est à la fois à la « sanction » en cas de non couverture de la PMT par la PTS, mais également la voie naturelle de fin de vie pour un régime de branche 26 en run-off. En effet, les Codes de la mutualité et de la Sécurité sociale prévoient, d'une part, qu'en cas d'insuffisance de la PTS, il est procédé à la conversion du règlement <sup>33</sup>. Cet article a été abrogé dans le Code des assurances préférant la constitution d'une PTSC <sup>34</sup>. D'autre part, si l'effectif minimal de 1 000 membres n'est pas atteint à l'issue d'un délai de trois années ou si l'effectif devient inférieur à 1 000 au cours de la vie du régime, il est également procédé à la conversion du règlement, l'aspect collectif du régime n'étant plus respecté <sup>35</sup>.

L'effet de la conversion est double. D'une part l'actif du canton est partagé entre les membres en proportion du nombre de points acquis et d'autre part cette portion de l'actif revenant à chaque membre est transformée en une rente viagère « couverte, intégralement et à tout moment, par des provisions mathématiques » et dans un délai maximal d'un an. La conversion implique donc le passage d'un régime collectif à un régime individuel et

<sup>31.</sup> Article R. 441-21 du Code des assurances.

<sup>32.</sup> Article R. 441-17 du Code des assurances.

<sup>33.</sup> Articles R. 222-19 du Code de la mutualité et R. 932-4-18 du Code de la Sécurité sociale.

<sup>34.</sup> Article R. 441-25 du Code des assurance abrogé par décret nº 2004-571 du 14 juin 2004.

<sup>35.</sup> Articles R. 222-20 du Code de la mutualité, R. 441-26 du Code des assurances et R. 932-4-19 du Code de la Sécurité sociale.

intégralement provisionné de façon « classique ».

#### 2.2.9 Rachat

La possibilité ou non de rachat dans les régimes de branche 26 ne sont pas claires dans les Codes. Seuls les régimes soumis au Code des assurances est explicite et interdit formellement la possibilité de rachat <sup>36</sup> sauf dans des cas précis (licenciement, etc.).

Le Code de la mutualité et le Code de la Sécurité sociale sont complètement muets sur le sujet, aucun article ne traitant de la possibilité de rachat. Cependant, les régimes fiscaux consentis sur les cotisations versées dans les régimes de branche 26 implique souvent l'impossibilité de rachat.

#### 2.2.10 Durée minimale de cotisation

Les différents Codes prévoient qu'en dessous d'une durée minimale de cotisations, le règlement peut prévoir la déchéance des droits. La durée minimale est de dix années pour les régimes soumis au Code de la mutualité et la durée minimale concernant les deux autres Codes est de deux années. <sup>37</sup> Le délai était auparavant de trois années concernant le Code des assurances, modifié en 1995.

#### 2.2.11 Fonds d'action sociale

Le Code de la mutualité est le seul à autoriser l'attribution exceptionnelle de prestations non contributives alors que les deux autres Codes l'interdisent de façon claire <sup>38</sup>. En effet, les règlements peuvent prévoir l'existence d'un fonds d'action sociale alimenté par une contribution additionnelle des cotisants au maximum égal à 2% de la cotisation

<sup>36.</sup> Article L. 441-2 du Code des assurances.

<sup>37.</sup> Articles R. 222-6 du Code de la mutualité, R.\*\* 441-16 du Code des assurances et R. 932-4-10 du Code de la Sécurité sociale.

<sup>38.</sup> Articles R\*441-9 du Code des assurances et R. 932-4-6 du Code de la Sécurité sociale.

principale <sup>39</sup>. De la même façon que le canton, ce fonds d'action sociale est également cantonné et les produits financiers des actifs affectés à ce fonds y sont versés.

Le fonds d'action sociale permet l'attribution de prestations sans pour autant avoir cotisé, le caractère d'entraide de la mutualité est reflété à travers la mise en place de ce fonds.

# 2.3 Principes techniques

Les trois Codes laissent place à une certaine liberté dans les différents calculs à réaliser (valeurs d'acquisition, valeur de service et provisions). La présente section est consacrée à l'étude technique du fonctionnement des régimes de branche 26.

#### 2.3.1 Calcul de la valeur de service

La valeur de service est un paramètre essentiel du régime. Elle définit à la fois la pérennité et la santé économique du régime, la richesse des allocataires et même le niveau des cotisations car un rendement (rapport de la valeur de service à la valeur d'acquisition) faible va inciter les adhérents à ne pas cotiser. La section 1.2.3 page 15 décrit différentes stratégies de définition de la valeur de service dont deux sont retenues ici :

- Dans la vision d'équilibre de long terme, la valeur de service se définit naturellement par l'égalisation de la PMT et la PTS. Cette stratégie pose problème dans le cas où la PMT est plus élevée que la PTS et que la valeur du point ne peut diminuer (notamment pour les organismes soumis au Code des assurances).
- Dans la vision sociale, c'est l'économie qui définit la valeur de service de l'année N comme une fonction de la valeur de service de l'année N-1 avec comme paramètre

<sup>39.</sup> Article R. 222-9 du Code de la mutualité.

un indice d'évolution du pouvoir d'achat. Une telle fonction pourrait ressembler à :

$$VS_N = VS_{N-1} \times \frac{Indice_N}{Indice_{N-1}}$$

Là encore, si l'indice des prix en année N est inférieur à l'indice des prix en année N-1, le problème de diminution de la valeur de service apparait de nouveau. Notons toutefois qu'un tel indice est obtenu facilement grâce à l'INSEE  $^{40}$ .

La valeur de service reste donc à la discrétion de l'organisme dans les limites vues à la section 2.2.7 page 34.

#### 2.3.2 Calcul de valeur d'acquisition

La ou les valeurs d'acquisition sont, à l'instar de la valeur de service, définies sous peu de contraintes légales par les organismes. Plusieurs stratégies ont été vues à la section 1.2.3 page 15 et nous retiendrons ici trois visions :

- Une valeur d'acquisition dépendante de l'âge à l'adhésion;
- Une valeur d'acquisition dépendante de l'âge au moment de la cotisation (ou âge atteint);
- Une valeur d'acquisition unique pour un groupe;

D'une façon générale, pour une année donnée, un individu d'âge x et un différé j, le calcul de la valeur d'acquisition est le suivant :

$$VA(x) = VS \times_{j|} a_x \times (1 + Frais)$$

Les Frais peuvent se décomposer ainsi :

- Taux de chargement sur les cotisations;
- Frais prélevés sur les rentes.

 $<sup>40. \ \</sup> Notamment\ ici: http://www.insee.fr/fr/themes/indicateur.asp?id=29\&page=achatfranc.htm.$ 

Les deux premières visions se différencient ici à travers les variables x et j:

Age à l'adhésion x est égal à l'âge de l'individu lors de l'adhésion de celui-ci et j est égal au différé, ces deux variables sont déterminées une seule fois à l'adhésion;

Age atteint x est égal à l'âge de l'individu au moment de la cotisation et j est égal à la différence entre l'âge de départ prévu et x, ces deux valeurs varient dans le temps.

Remarque: Les organismes peuvent proposer de différer la liquidation de la rente lorsqu'un adhérent atteint l'âge de départ prévu. L'adhérent peut toujours cotiser et dans ce cas, pour les tarifications à l'âge atteint, le coefficient  $i|a_x$  est remplacé par  $a_x$ .

La vision unique pour un groupe est déterminée comme moyenne des valeurs d'acquisition pondérées par les cotisations de l'exercice précédent :

$$VA_{Groupe}^{N} = \frac{\sum\limits_{k=1}^{K} Cotisations_{k}^{N-1} \times VA(k)^{N}}{\sum\limits_{k=1}^{N} Cotisations_{k}^{N-1}}$$

avec

K = Le nombre de cotisants dans le groupe,

 $Cotisations_k^{N-1} \ = \ \operatorname{La\ cotisation\ de\ l'individu}\ k\ \operatorname{pour\ l'ann\'ee}\ N-1,$ 

 $VA(k)^N = \text{La valeur d'acquisition du point pour l'individu } k$  pour l'année N.

La méthode de l'âge unique pour un groupe est calculée sur les données de l'exercice précédent et la valeur d'acquisition du groupe est rétrospective. La conséquence possible est une inadéquation entre la valeur d'acquisition de l'année N (basée sur les cotisations de l'année N-1) et la valeur réelle qu'aurait dû faire payer l'organisme au groupe (qui ne peut être calculé qu'en fin d'année). Ce risque est d'autant plus fort que les cotisations sont volatiles d'une année à l'autre.

#### 2.3.3 Calcul de la Provision Technique Spéciale

La provision technique spéciale est calculée très simplement comme une somme d'encaissements et de décaissements. Notons toutefois que selon les Codes, ce calcul peut être différent :

#### Code de la mutualité

Les cotisations sont intégralement versées sur la PTS, en contrepartie les frais de fonctionnement du régime y sont prélevés. Par ailleurs, l'intégralité des produits financiers de l'année sont versés sur la PTS.

$$PTS_N = PTS_{N-1} + Cotisations_N - Prestations_N + Produits Financiers_N - Frais_N$$

#### Code des assurances

Les cotisations sont versées nettes de chargements, aucun frais n'est donc prélevé sur la PTS. Les produits financiers ne sont versés qu'à hauteur de 85%, le reste étant à l'appréciation de l'assureur.

$$PTS_N = PTS_{N-1} + (1 - Charg.) \times Cotisations_N - Prestations_N + \alpha \times Produits\ Financiers_N$$

avec  $\alpha \geq 85\%$  et Charg. le taux de chargement appliqué aux cotisations. Notons que les produits financiers ne peuvent être négatifs ici car la PTS est capitalisée au moins au taux de 0%.

#### Code de la sécurité sociale

La PTS est constituée de la même façon que la PTS des organismes soumis au Code des assurances. La PTS n'est toutefois pas soumise à un taux de capitalisation nul.

### 2.3.4 Calcul de la Provision Mathématique Théorique

La provision mathématique théorique est calculée de la même façon dans les trois Codes, au taux d'actualisation près. La formule globale est donc égale à :

$$PMT_N = VS_N \times \left[ \left( \sum_{k=1}^K Points_k^N \times_{j|} a_{x(k)} \right) + \left( \sum_{l=1}^L Points_l^N \times a_{x(l)} \right) \right]$$

avec

K = Le nombre de cotisants dans le régime,

L = Le nombre d'allocataires dans le régime,

x(k) = L'âge du cotisant k,

x(l) = L'âge de l'allocataire l,

j = Le différé (égal à la différence entre l'âge de départ prévu et l'âge de l'individu),

 $VS_N$  = La valeur de service pour l'année N,

 $Points_k^N$  = Le nombre de points acquis pour le cotisant k jusqu'à l'année N,

 $Points_l^N$  = Le nombre de points acquis pour le cotisant l jusqu'à l'année N.

La PMT est décomposée en deux parties : la première fait référence aux points des cotisants et donc aux rentes différées. La seconde partie reflète les rentes viagères immédiates des allocataires à travers le nombre de points acquis. Le tout est multiplié par la valeur de service actuelle.

#### 2.4 Illustration des différences entre les Codes.

La présente section permet de comprendre concrètement les différences entre le Code de la mutualité et le Code des assurances à travers l'exemple de création et de gestion d'un régime de branche 26. L'exemple est basé sur les contraintes législatives du Code de la mutualité et se veut volontairement simple. Nous ne considérons pas les frais dans cet exemple. Deux dates sont considérées : 0 et 1. Deux *scenarii* sont également considérés à la date 1.

#### Date 0

En date 0, l'organisme obtient l'agrément pour exercer une activité en branche 26 et crée le régime, disposant de 20 de fonds propres. Nous supposons les données suivantes au cours de l'année 0 :

$$Cotisations = 100$$
 $Prestations = 0$ 
 $Achat d'actifs = 100$ 
 $Frais = 0$ 

Bilan en fin de période : voir figure n° 2.1. Les fonds propres sont représentés par des actifs « libres », c'est à dire qui ne sont pas cantonnés.

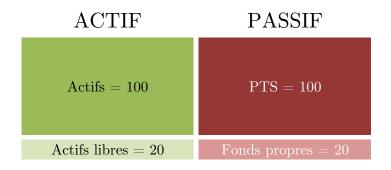


FIGURE 2.1 – Bilan en date 0.

#### Date 1 (scénario 1 : hausse des actifs)

En date 1, l'organisme encaisse des cotisations égales au montant des prestations payées. Nous supposons que l'organisme revend des actifs en plus-value latente et réinvestit dans d'autres actifs. L'opération fait augmenter les actifs de 20.

$$Cotisations = 100$$
 $Prestations = 100$ 
 $Achat d'actifs = 20$ 
 $Frais = 0$ 

Bilan en fin de période : voir figure nº 2.2.

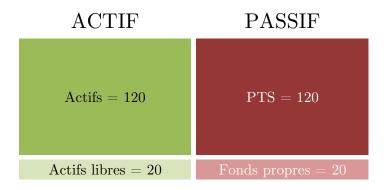


FIGURE 2.2 – Bilan en date 1 (scénario 1).

#### Date 1 (scénario 2 : baisse des actifs)

En date 1, l'organisme encaisse des cotisations égales au montant des prestations payées. Nous supposons que l'actif de l'organisme est moins-value latente.

$$Cotisations = 100$$
 $Prestations = 100$ 
 $Achat d'actifs = 0$ 
 $Frais = 0$ 

Bilan en fin de période : voir figure nº 2.3.

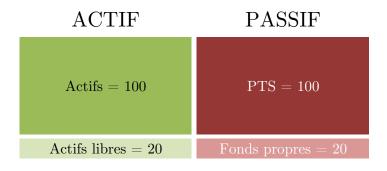


FIGURE 2.3 – Bilan en date 1 (scénario 2).

Nous constatons que, bien que l'actif soit en moins value latente de 20, la PTS est toujours égale à 100, le Code de la mutualité ne prévoyant pas d'action supplémentaire sur le bilan. Le Code des assurance permet de mieux appréhender une telle situation, en

demandant la constitution d'une PRE (pour simplifier, égale à un tiers de la moins-value latente, soit environ 6 dans l'exemple) et donc à l'augmentation de l'actif (de même, égal à un tiers de la moins-value latente). Le bilan resterait toujours fictif avec une valeur égale à 120 mais la PTS serait néanmoins mieux couverte par l'augmentation de l'actif, en contrepartie d'une diminution des fonds propres. Le bilan d'un assureur serait donc représenté par la figure n° 2.4.

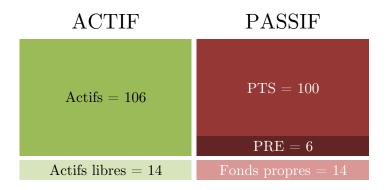


Figure 2.4 – Bilan en date 1 (scénario 2) pour un assureur.

# 2.5 Limites de la réglementation actuelle

La réglementation présente des limites, différente selon le Code considéré. En effet, le Code des assurance a été reformé en 2004 et les conditions d'exercice d'un régime de branche 26 sont donc bien différentes d'un Code à l'autre.

#### Limite sur la gestion financière

Notons par exemple que l'existence de la PTSC interdit à un assureur de laisser se dégrader la situation financière d'un régime de branche 26. La conséquence directe est la suivante : un assureur doit gérer correctement ses actifs. En revanche, les Code de la mutualité et de la Sécurité sociale n'ont théoriquement pas d'interdiction de laisser se dégrader la situation financière du régime jusqu'à arriver à sa conversion, l'autre possibilité étant la baisse de la valeur de service du point. Dans les deux cas, les adhérents sont n'ont

aucune garantie.

#### Limite sur la notion de rendement minimal

Par ailleurs, le rendement minimal de 0,05 imposé par l'article R. 222-15 du Code de la mutualité est également à remettre en question. La section 2.3.2 page 39 traite de la définition de la valeur d'acquisition en fonction de la valeur de service par la formule suivante :

$$VA(x) = VS \times_{i|} a_x \times (1 + Frais)$$

ou encore:

$$\frac{VS}{VA(x)} = \frac{1}{j|a_x \times (1 + Frais)}$$

L'élément de droite correspond à l'inverse de la valeur de la rente différée augmentée des frais et selon le Code de la mutualité, le résultat doit être supérieur à 0,05. Raisonnons à frais nul, qui constitue déjà une hypothèse forte, utilisons la table TGF05 et un taux d'actualisation égal à 60% du TME (en août 2012 égal à 2,19% <sup>41</sup>) soit un taux de 1,31%. Le problème se pose alors, pour un individu âgé de plus de 57 ans en 2012, le rapport de la valeur de service sur la valeur d'acquisition est inférieur à 0,05. L'ajout de frais accentue encore plus le problème, prenons par exemple des frais de 5%, l'âge au delà duquel ce rapport est inférieur à 0,05 passe alors à 52 ans.

Le coefficient arbitraire de 0,05 du Code de la mutualité semble donc obsolète et devrait soit être diminué ou l'article correspondant supprimé. Notons que le même article dans le Code des assurance a été abrogé.

L'explication de ce phénomène est simple : l'espérance des individus augmentent d'année en année et lors de la rédaction de l'article R. 222-15 du Code de la mutualité au début des années 2000, la table en vigueur était encore la TPG93. Les nouvelles tables TGF05 et TGH05 reflètent donc mieux la mortalité actuelle et le coefficient 0,05 est maintenant trop élevé.

46

<sup>41.</sup> Source : Banque de France.

#### Limite sur le taux d'intérêt

D'autres limites sont à relever, notamment le taux d'actualisation utilisé dans le calcul de la PMT : ce taux est différent d'un Code à l'autre alors qu'une actualisation de passif ne semble pas être dépendant du type d'organisme auquel il appartient. Les trois Codes devraient donc

Enfin, l'idée générale est donc d'harmoniser les trois Codes, sur les points évoqués supra mais également au niveau des provisions notamment.

# 2.6 Conclusion de la partie

Bien qu'ayant un base réglementaire, les régimes de branche 26 bénéficient donc de textes laissant une large place à la liberté d'interprétation. Le Code de la mutualité ne prévoit, en effet, que très peu de cas de figure.

Les notions de calcul sont importantes pour la construction du *Best Estimate* dans la dernière partie. Nous retenons également les aspects réglementaires afin de ne tenir compte que des points pertinents des textes européens dans les calculs effectués sous *Solvabilité II*.

# 2.7 Résumé de la partie

Les organismes gérants des régimes de branche 26 sont soumis à l'un des trois Codes suivants : Code de la mutualité, Code des assurances ou Code de la Sécurité sociale. Les trois Codes diffèrent dans leur approche des régimes en points. Néanmoins, dans les trois Codes l'esprit des textes sont les même, à savoir des opérations collectives d'assurance fonctionnant en points dont les cotisations sont affectées à une provisions spécifique appelée PTS et les prestations prélevées sur la même provision. La gestion des frais est spécifique à chacun des Codes.

L'aspect technique est lui aussi généralement proche dans tous les Codes, notamment pour le calcul de la PMT, mais des subtilités existent : le taux d'actualisation n'est pas le même et l'exigence de marge n'est pas calculée de la même façon notamment.

# Partie 3 La nouvelle réglementation européenne

# 3.1 Introduction de la partie

La réforme européenne de l'activité d'assurance  $Solvabilité\ II$  est un tournant dans l'assurance en France et en Europe. En effet, les nouveaux textes, actuellement prévus pour entrer en vigueur au  $1^{\rm er}$  janvier 2014, permettent en théorie de tenir compte du profil de risque de chaque organisme afin de calculer un bilan le plus juste possible.  $Solvabilité\ II$  est un vaste programme articulé autour de trois piliers ayant chacun un rôle différent :

- Pilier 1 : Aspects quantitatifs (bilan de l'organisme);
- Pilier 2 : Aspects qualitatifs (gouvernance et suivi des risques notamment);
- Pilier 3: Informations au public et aux superviseurs.

L'objectif de ce mémoire n'est pas de présenter l'architecture en trois piliers de la réforme, nous focaliserons notre étude sur le pilier 1 qui a l'objectif complexe de définir des normes quantitatives permettant de calculer les provisions techniques et l'exigence de fonds propres.

Parmi les aspects nouveaux liés à Solvabilité II, notons que dans le bilan, les actifs sont en « valeur de marché » et que les différents postes au passif sont calculés de façon inédite, avec notamment des provisions en « valeur de marché » ou en « juste valeur » (Best Estimate) selon les cas, additionnée à une marge de risque. Le calcul de l'exigence de marge de solvabilité (Solvency Capital Requirement ou SCR), qui permet de mieux se rendre compte du risque porté par l'organisme, est également complètement différent du calcul sous la règlementation actuelle.

La réforme Solvabilité II est articulée sur le plan législatif en quatre niveaux suivant le schéma « Lamfalussy » :

- Les textes de niveau 1 sont des textes législatifs adoptés par le Conseil de l'Europe et le Parlement européen;
- Les textes de niveau 2 sont des mesures qui détaillent les directives du niveau 1 et sont adoptées par la Commission européenne;
- Les textes de niveau 3 sont des recommandations (ou « guidelines ») non contraignantes pour les Etats européens données par le superviseur européen EIOPA <sup>42</sup>
- Enfin, le niveau 4 correspond au contrôle par la Commission européenne de la conformité des réglementations nationales.

Après une brève étude des textes européens concernant le calcul des différents éléments du bilan (provisions techniques et exigence de capital), ce mémoire fait le point sur le calcul des provisions et propose une méthode basée sur le *Best Estimate* et de la *Risk Margin* (voir la section suivante pour la définition). L'attention est portée uniquement sur le calcul du *Best Estimate*, la *Risk Margin* découlant du SCR (dans la formule standard) et le SCR découlant lui même du *Best Estimate*.

# 3.2 Étude des textes européens

Adoptée en novembre 2009 par le Conseil de l'Europe et le Parlement Européen, pour une entrée en vigueur initialement prévue pour la fin de l'année 2012, la directive européenne « 2009/138/CE », texte de niveau 1, appelée Solvabilité II fait l'objet, encore à l'heure actuelle, de nombreux débat. Cette section présente une partie de cette nouvelle réglementation relative aux calculs des provisions et de l'exigence de capital. Gardons cependant à l'esprit qu'avec la proposition de directive « Omnibus 2 », actuellement en cours de discussion au niveau européen, qui vise notamment à modifier les textes de niveau

<sup>42. «</sup>  $European\ Insurance\ and\ Occupational\ Pensions\ Authority$  » : Autorité européenne superviseur des assurances et des pensions.

1, la réglementation est amenée à évoluer avant l'application effective de Solvabilité II.

La directive « 2009/138/CE » est un ensemble de dispositions amené à encadrer l'activité d'assurance en Europe. Les différents articles de ce texte traitent des nombreux aspects des conditions d'exercice : L'obtention d'agrément, le contrôle, les fonds propres, la valorisation des actifs et des passifs, etc. Cependant, ces directives européennes restent vague, elles encadrent la réforme sans en préciser les détails. En complément et afin de préparer le marché à l'application de  $Solvabilité\ II$ , l'EIOPA a lancé plusieurs études appelées  $QIS^{43}$  entre 2005 et 2010. Ces études ont pour but d'une part de sonder les organismes en leur demandant de calculer (entre autres) les provisions et l'exigence de capital selon des modalités susceptibles de devenir la nouvelle norme et d'autre part utiliser les résultats obtenus du marché pour rédiger les textes de niveau 2. Le  $QIS\ 5^{44}$  est la dernière étude en date, c'est la raison pour laquelle nous utiliserons les spécifications techniques de cette étude dans le calcul des provisions techniques.

Les sections suivantes 3.2.1 et 3.2.2 étudient les textes européens applicables respectivement au calcul des provisions techniques et à l'exigence de capital, à travers la directive (2009/138/CE) et le QIS 5.

Notons que cette étude se veut la plus exhaustive possible mais toutefois simple et ne concerne que le calcul des provisions techniques et de l'exigence de capital dans le cas d'un régime de branche 26.

#### 3.2.1 Les provisions techniques

Lecture de la directive européenne « 2009/138/CE »

<sup>43. «</sup> Quantitative Impact Study » : Etude de l'impact de la mise en place de Solvabilité II sur les organismes du marché européen.

<sup>44.</sup> Document officiel fourni par l'EIOPA dont une traduction partielle est proposée par le GEMA ici : http://www.gema.fr/sites/all/files/pdf/Le%20QIS%205%20en%20fran%C3%A7ais.pdf

Le chapitre VI du titre I de la directive, intitulé « Règles relatives à la valorisation des actifs et des passifs, provisions techniques, fonds propres, capital de solvabilité requis, minimum de capital requis et règles d'investissement », traite dans un premier temps la valorisation des actifs et des passifs et des provisions techniques. Le calcul des provisions techniques concerne la section 2 de ce chapitre.

L'actif des organismes d'assurance doit être valorisé en « valeur de marché », c'est à dire « au montant pour lequel ils pourraient être *échangés* dans le cadre d'une transaction conclue, dans des conditions de concurrence normales, entre des parties informées et consentantes » <sup>45</sup>. Le passif doit être également valorisé « au montant pour lequel ils pourraient être *transférés ou réglés* dans le cadre d'une transaction conclue, dans des conditions de concurrence normales, entre des parties informées et consentantes. » et sans tenir compte de la qualité du crédit de l'organisme, c'est à dire sans tenir compte de son profil de risque.

La valeur des provisions techniques peut être obtenue de deux façons différentes. La première méthode consiste à dire que la valeur est égale à la somme de la « meilleure estimation » et de la « marge de risque »  $^{46}$  définies telles que :

- la meilleure estimation, appelée également Best Estimate, corresponde à la moyenne des flux futurs de trésorerie actualisés pondérés par leur probabilité, estimée sur la base de la « courbe des taux sans risque pertinents ». Le calcul de cette meilleure estimation est basé sur des informations « actualisées et crédibles » et sur des hypothèses « réalistes » et utilise des méthodes actuarielles « adéquates, applicables et pertinentes ». Enfin, tous les flux nécessaires à l'exécution des engagements d'assurance sont prix en compte, sans déduction des éventuelles créances de réassurance;
- la marge pour risque, appelée également Risk Margin, est un complément destiné
  à garantir que la valeur des provisions est équivalente au montant qu'un organisme
  vendeur serait prêt à donner à un organisme acheteur pour que ce dernier accepter de

<sup>45.</sup> Article 75 de la directive européenne « 2009/138/CE ».

<sup>46.</sup> Article 77 de la directive européenne « 2009/138/CE ».

reprendre ses engagements. Ce complément correspond au coût de l'immobilisation des fonds propres nécessaires pour faire face aux engagements d'assurance.

La seconde méthode consiste à « lire » la valeur des provisions techniques sur le marché. En effet, lorsque les flux futurs de trésorerie peuvent être répliqués par des instruments financiers « pour lesquels il existe un valeur de marché fiable observable », alors la valeur des provisions technique n'est pas égale à la somme présentée *supra* mais à la valeur de marché de ces instruments financiers.

La lecture de ces textes laissent une large place à l'interprétation et soulève de nombreuses questions. En effet, comment qualifier de « pertinents » les taux sans risques ou de « réalistes » des hypothèses? Par ailleurs, la définition de la marge pour risque est très vague, laissant penser qu'elle correspond simplement à une différence entre la valeur de transfert et le montant de la meilleure estimation. Les publications de l'EIOPA ont cependant apporté de nombreuses réponses aux questions des organismes et notamment à travers les QIS.

#### Les précisions des spécifications techniques du QIS 5

En complément des directives européennes de niveau 1, plusieurs précisions sont données dans les spécifications techniques du QIS 5. Une première partie de ces spécifications (à partir du paragraphe TP.2.1. jusqu'au paragraphe TP.3.11.) concerne le calcul des provisions techniques notamment suivant la première méthode présentée infra : Best Estimate et Risk Margin. Les spécifications techniques précisent également les modalités concernant la seconde méthode de calcul des provisions lorsque les engagements peuvent être répliqués sur les marchés financiers.

#### Méthode 1 : Best Estimate et Risk Margin

Les précisions d'ordre général apportées par le document officiel des spécifications techniques du QIS 5 sont présentées avec le numéro du paragraphe correspondant :

- **TP.2.4.** Le calcul du *Best Estimate* doit tenir compte des incertitudes liées aux flux futurs de trésorerie telles que le moment de survenance des sinistres, le montant des frais, le comportement des souscripteurs, etc.
- **TP.2.9.** Les flux futurs doivent inclure les évolutions attendues de la démographie, de la réglementation, de la médecine.
- **TP.2.10.** L'inflation doit être prise en compte via des hypothèses appropriées et la « bonne » inflation doit être retenue (inflation des salaires, indice des prix à la consommation, etc.).
- **TP.2.12.** Seuls les contrats existants à la date de calcul des provisions sont à prendre en compte dans ce calcul.
- **TP.2.15.** Tous les engagements contractés postérieurement à un contrat ne font pas partie de ce contrat si l'organisme a la possibilité de résilier le contrat, de refuser les primes ou de modifier les primes ou les prestations liées à ce contrat de façon unilatérale.
- **TP.2.20.** L'horizon de projection doit couvrir tous les flux futurs.
- **TP.2.23.** Les flux entrants de trésorerie ne doivent pas inclure les rendements de investissements (intérêts, dividendes, etc.).
- **TP.2.25.** Les flux sortants liés aux prestations doivent inclure (pour l'assurance sur la vie) : le paiement des rentes, les prestations de rachat, les participations aux bénéfices.
- **TP.2.26.** Dans les flux sortants sont inclus les dépenses liées aux contrats existants telles que les frais de gestion des investissements, les frais administratifs
- TP.2.112. Les méthodes utilisées dans l'estimation des flux de trésorerie futurs doivent prendre en compte les décisions de gestion que pourraient prendre l'organisme sans toutefois pouvoir supposer que ces décisions seraient contraires aux engagements envers les assurés.

Des précisions sont également apportées concernant les hypothèses prises dans les modèles de projection des actifs financiers. Notons :

- **TP.2.96.** Le modèle de projection des actifs suppose qu'il n'y a pas de possibilité d'arbitrage.
- **TP.2.97.** Le modèle de projection des actifs doit être calibré en utilisant la même structure par terme des taux sans risques que celle utilisée pour actualiser les flux de passif.
- **TP.2.97.** La volatilité obtenue lors du calibrage doit être calculée à l'aide de la méthode implicite ou historique.
- **TP.2.98.** Le calibrage doit utiliser des données uniquement issues des marchés financiers  $\,$  v profonds, liquides et transparents  $\,$   $^{47}$ .
- **TP.2.86.** Les participations aux bénéfices doivent être prises en compte, qu'elles soient contractuelles ou non.
- TP.2.87. La valeur des prestations discrétionnaires future doit être calculée séparément du reste des engagements.
- **TP.2.88.** Les prestations discrétionnaires futures sont basées notamment sur la performance des contrats et sur le rendement d'un ensemble d'actifs détenu par l'organisme.

Par ailleurs, les spécifications techniques du  $QIS\ 5$  apportent également des précisions dans le calcul des flux de passif. Notons :

- **TP.2.38.** Le modèle doit réaliser les calculs police par police ou en usant d'approximation actuarielle telle que la méthode des « *model points* » si ces derniers sont justifiés et ne faussent pas le calcul.
- TP.2.34. Les impôts à payer facturés aux souscripteurs sont à prendre en compte.
- **TP.3.2.** Pour des durées inférieures à un an, le taux d'actualisation à utiliser est le taux à un an.

<sup>47.</sup> La définition de ces trois qualificatifs est donnée notamment au paragraphe TP.4.4. des spécifications techniques du QIS 5.

- **TP.3.5.** La structure par terme à utiliser dépend du degré de liquidité du passif. Une structure par terme correspondant à une prime d'illiquidité de 100% est à utiliser si :
  - 1. les seuls risques supportés par l'organisme sont le risque de longévité et de dépense;
  - 2. l'organisme ne supporte aucun risque de rachat;
  - 3. les primes ont déjà été payées et aucun flux entrant n'est à considérer dans les provisions techniques.

Une structure par terme incluant une prime d'illiquidité de 75% est à utiliser pour les contrats d'assurance vie avec participation aux bénéfices non visés par les conditions précédentes. Enfin, tous les autres passifs doivent utiliser une structure par termes correspondant à une prime d'illiquidité de 50%.

Enfin, le calcul de la *Risk Margin* est détaillé dans les spécifications techniques du *QIS 5* (du paragraphe TP.5.1. au paragraphe TP.5.68.). Etant donné que l'objet de ce mémoire concerne principalement le calcul de la provision *Best Estimate* et que la *Risk Margin* peut être calculée via une formule découlant du SCR et donc du *Best Estimate*, nous ne présentons ici que les points importants du calcul de la *Risk Margin*. Notons dans cette optique :

- **TP.5.2.** La *Risk Margin* est un élément des provisions techniques destiné à garantir que la valeur de ces provisions corresponde au montant qu'un organisme d'assurance aurait besoin pour reprendre et honorer les engagements.
- **TP.5.3.** La *Risk Margin* est égale au coût d'immobilisation des fonds propres éligibles au SCR (voir section suivante) nécessaire pour honorer les engagements contractés.
- **TP.5.3.** Le taux appliqué dans la détermination du coût d'immobilisation est appelé de le taux du « coût du capital ».
- **TP.5.4.** La totalité du portefeuille est supposée transféré lors du calcul de la *Risk Marqin*.

- **TP.5.2.** Le calcul de la *Risk Margin* doit supposer que l'organisme qui reçoit le portefeuille a des fonds propres nuls avant l'opération et augmentera ses fonds propres au niveau requis à l'issue du transfert.
- **TP.5.9.** La méthode de calcul de la *Risk Margin* (RM) peut être exprimée ainsi :

$$RM = CoC \times \sum_{t>0} \frac{SCR(t)}{(1+r_{t+1})^{t+1}}$$

avec

CoC = Le taux du coût du capital,

SCR(t) = Le SCR pour l'année t de l'organisme qui reprend les engagements,

 $r_t$  = Le taux sans risque d'un flux d'échéance t.

- **TP.5.10.** Le taux  $r_t$  ne doit pas inclure de prime d'illiquidité.
- **TP.5.22.** Le coût du capital ne tient pas compte du rendement total du capital immobilisé mais seulement le *spread* par rapport au taux sans risque.
- **TP.5.23.** Le coût du capital ne reflète pas la solvabilité réelle de l'organisme cédant ses engagements.
- **TP.5.24.** Le coût du capital est un taux moyen de long terme, reflétant à la fois les périodes de stabilité et les périodes des stress.
- **TP.5.25.** Aux fins du *QIS 5*, le taux de coût du capital à utiliser est 6%.

Plusieurs méthodes simplificatrices existent dans le calcul de la *Risk Margin*. En effet, la formule du paragraphe TP.5.9. de la liste précédente nécessite les SCR de l'organisme sur plusieurs exercices. Or, calculer le SCR afin de construire le bilan en date 0 d'un organisme est complexe, calculer plusieurs SCR pour les années à venir l'est davantage. Des simplifications existent pour estimer les SCR futurs. Par ailleurs, une autre simplification du calcul de la *Risk Margin* existe, utilisant un simple pourcentage du *Best Estimate*. Toutes ces méthodes sont hiérarchisées et décrites dans les spécifications techniques du *QIS* 5 mais ne sont pas présentées ici comme n'étant pas l'objet principal du mémoire.

#### Méthode 2 : Flux de passif répliqués sur les marchés financiers

Les spécifications techniques du *QIS* 5 (paragraphes TP.4.1. à TP.4.8.) précisent également les modalités de calcul des provisions techniques dans le cas de flux de passifs qui peuvent être répliqués sur les marchés financiers (seconde méthode selon les directives européennes, voir section précédente). Notons :

- **TP.4.1.** Le calcul séparé du *Best Estimate* et de la *Risk Margin* n'a plus lieu d'être.
- **TP.4.2.** La valeur des provisions techniques est égale à la valeur de marché des instruments financiers correspondant aux passifs répliqués.
- **TP.4.3.** Les flux des instruments financiers doivent non seulement répliquer les flux de passif mais également avoir la même variabilité du montant et du moment de versement de ces flux.
- **TP.4.4.** Les instruments financiers utilisés doivent être échangés sur des marchés financiers « profonds, liquides et transparents ».

Les spécifications techniques du *QIS 5* précisent néanmoins que très peu d'engagements ayant la possibilité d'être répliqués sur les marchés financiers.

La lecture du *QIS* 5 fournit donc des éléments concrets alors que la directive se contente de tracer les grandes lignes des calculs. Les hypothèses retenues dans le modèle de calcul du *Best Estimate* (section 3.3.1 page 68) reprennent les données du *QIS* 5 sans toutefois s'y restreindre.

# 3.2.2 L'exigence de capital

L'un des enjeux majeurs dans la mise en place de *Solvabilité II* concerne l'exigence de fonds propres des organismes. Deux niveaux de fonds propres sont calculés dans le bilan de la nouvelle réforme :

 Le Minimum Capital Requirement (ou MCR) : Niveau minimal de fonds propres requis en dessous duquel l'autorité de contrôle intervient de façon automatique;  Le Solvency Capital Requirement (ou SCR): Réserve nécessaire pour absorber les chocs conjoncturels liés aux risques supportés par les engagements.

Le MCR est issu d'un calcul simple via une fonction du SCR et des provisions techniques et n'est pas traité dans ce mémoire. Le SCR n'est pas l'objet direct de ce mémoire mais, en tant qu'élément constitutif du bilan Solvabilité~II, les généralités concernant son calcul sont présentées dans les deux sections suivantes traitant, à l'instar des provisions techniques, les textes issus de la directive « 2009/138/CE » et les spécifications techniques du QIS~5.

## Lecture de la directive européenne « 2009/138/CE »

La section 4 du chapitre VI du titre I traite du « Capital de solvabilité requis ». La directive précise dès les premières lignes du texte que les organismes ont l'obligation de détenir des fonds propres suffisants pour couvrir le capital de solvabilité requis et donne deux méthodes pour calculer ce capital : une formule standard ou un modèle interne <sup>48</sup>.

Le calcul du capital requis est réalisé sous l'hypothèse de continuité de l'activité de l'organisme et correspond à une *value-at-risk* des fonds propre de l'organisme à un niveau de confiance de 99,5% à horizon d'un an <sup>49</sup>. La directive impose également un minimum de risque à couvrir, notamment (pour la branche 26) :

- le risque de souscription en vie;
- le risque de marché;
- le risque de contrepartie;
- le risque opérationnel.

Les organismes ont l'obligation de calculer au moins une fois par an le capital de solvabilité requis et de le communiquer à l'autorité de contrôle. Un calcul supplémentaire

<sup>48.</sup> Article 100 de la directive européenne « 2009/138/CE ».

<sup>49.</sup> Article 101 de la directive européenne « 2009/138/CE ».

en cours d'année peut être nécessaire si le « profil de risque » de l'organisme s'écarte significativement des hypothèses retenues pour le précédent calcul.

#### Méthode de la formule standard

Le SCR est décomposé en une somme d'éléments suivants <sup>50</sup> :

- SCR de base;
- SCR opérationnel;
- Ajustement tenant compte de la capacité d'absorption des pertes.

Le SCR de base contient les modules de risques cités *infra*, chacun de ces modules étant décomposé en sous-module <sup>51</sup>. Le module « risque de souscription en vie » reflète le risque lié aux engagements d'assurance sur la vie et est calculé selon la formule suivante :

$$SCR_{Vie} = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j}$$

avec

 $Corr_{i,j}$  = Le coefficient de corrélation entre les sous-modules i et j,

 $SCR_i$  = Le SCR du sous-module correspondant au risque i.

Les sous-modules du module « risque de souscription en vie » concernent les risques suivants :

- mortalité;
- longévité;
- invalidité;
- dépenses (frais de gestion) :
- révisions (liées au changement de législation ou de l'état de santé de la personne assurée);
- cessation (notamment les rachats);

<sup>50.</sup> Article 104 de la directive européenne « 2009/138/CE ».

<sup>51.</sup> Article 105 de la directive européenne « 2009/138/CE ».

 catastrophe vie (événements extrêmes pesants sur les hypothèses de calcul des provisions);

Le module « risque de marché » supporte les risques liés au niveau ou à la volatilité de la valeur de marché des produits financiers liés aux actifs. Le formule de calcul utilisée est la même que pour le module « risque de souscription en vie » et les sous-modules concernent les risques suivants :

- taux d'intérêt;
- actions;
- immobiliers;
- spread;
- change;
- manque de diversification.

Le module « risque de contrepartie » est constitué des risques de défaut possible des émetteurs, débiteurs de l'organisme. Ce sous-module tient compte de l'exposition globale au risque de contrepartie de l'organisme (réassurances, titrisation, dérivés, paiements des intermédiaires notamment).

Les risques opérationnels non considérés dans les modules précédents sont intégrés dans le « SCR opérationnel »  $^{52}$ .

Enfin, l'ajustement tenant compte de la capacité d'absorption des pertes des reflète le fait que les pertes non anticipées peuvent être éventuellement compensées par une diminution des provisions techniques, une diminution des impôts différés ou même une combinaison de ces deux éléments <sup>53</sup>.

## Méthode du modèle interne (partiel ou intégral)

<sup>52.</sup> Article 107 de la directive européenne « 2009/138/CE ».

<sup>53.</sup> Article 108 de la directive européenne « 2009/138/CE ».

Les organismes peuvent recourir à l'utilisation de modèles internes dans le calcul de l'un ou de plusieurs des sous-modules du SCR de base (décrit dans la formule standard), dans le calcul du SCR opérationnel et dans le calcul de l'ajustement lié à la capacité d'absorption des pertes <sup>54</sup>. L'utilisation de ces modèles internes est néanmoins soumise à l'approbation de l'autorité de contrôle.

Les organismes qui choisissent d'utiliser un modèle interne dans le calcul de l'un des éléments cités précédemment ne peut revenir à l'utilisation de la formule standard sauf sous circonstances justifiées et après approbation de l'autorité de contrôle <sup>55</sup>. Cependant, l'article 118 de la directive précise qu'après avoir reçu l'approbation de l'utilisation d'un modèle interne de la part de l'autorité, l'organisme ne se conforme pas aux modalités d'applications (citées dans le paragraphe suivant), alors l'autorité peut exiger de l'organisme un retour à la formule standard.

L'utilisation d'un modèle interne implique de la part de l'organisme certaines dispositions  $^{56}$ :

- L'organisme doit justifier que leur modèle interne a un rôle majeur dans le système de gouvernance;
- La fréquence de calcul du SCR est cohérente avec la fréquence d'utilisation du modèle;
- Le modèle interne doit refléter de manière adéquate le profil de risque de l'organisme.

Enfin, le modèle interne doit être basé sur des techniques actuarielles adéquates, applicables et pertinentes, les hypothèses retenues doivent être réalistes et les données utilisées sont exactes, exhaustives, appropriées et actualisées au moins une fois par an <sup>57</sup>.

Une fois encore, la directive reste vague sur de nombreux points, encadrant de façon globale le calcul de l'exigence de capital mais ne détaillant que très peu les modalités de

<sup>54.</sup> Article 112 de la directive européenne « 2009/138/CE ».

<sup>55.</sup> Article 117 de la directive européenne « 2009/138/CE ».

<sup>56.</sup> Article 120 de la directive européenne « 2009/138/CE ».

<sup>57.</sup> Article 121 de la directive européenne « 2009/138/CE ».

ces calculs. Le *QIS 5* intervient à nouveau pour éclaircir les points d'ambiguïtés éventuels de la directive.

## Les précisions des spécifications techniques du QIS 5

Le QIS 5 fournit de manière très concrète les informations nécessaires au calcul de l'exigence de marge. Le calcul du SCR n'étant pas l'objet de ce mémoire, nous focaliserons notre attention sur l'explication du calcul de l'un des sous-module à l'aide de la formule standard.

Le calcul du SCR est décomposé de la façon suivante dans la formule standard :

$$SCR = BSCR + SCR_{Op} + Ajust.$$

avec

BSCR = Le SCR de base,

 $SCR_{Op}$  = Le SCR opérationnel,

Ajust. = L'ajustement lié à la capacité d'absorption des pertes.

Le calcul du BSCR se fait de la façon suivante :

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j} + SCR_{Incorporels}$$

avec

 $Corr_{i,j}$  = Le coefficient de corrélation entre les modules i et j,

 $SCR_i$  = Le module correspondant au risque i,

 $SCR_{Incorporels}$  = Le SCR requis au titres des actifs incorporels.

Les coefficients de corrélations sont donnés par une matrice de corrélation <sup>58</sup>. Notons que concernant la branche 26, les coefficients de corrélation entre les risques « vie », « marché » et « défaut » sont tous égaux à 0,25. Les modules sont eux-mêmes divisés en sous-modules comme la directive européenne l'impose.

#### Présentation du module « Vie »

Le module « risque de souscription en vie » est divisé en sous-modules dont la liste est définie précédemment. Pour rappel, le calcul du SCR de ce module est effectué de la façon suivante :

$$SCR_{Vie} = \sqrt{\sum_{i,j} CorrVie_{i,j} \times SCRVie_i \times SCRVie_j}$$

avec

 $CorrVie_{i,j}$  = Le coefficient de corrélation entre les sous-modules i et j,  $SCRVie_i$  = Le SCR du sous-module correspondant au risque i.

Les coefficients de corrélations sont données dans le paragraphe SCR.7.7 des spécifications techniques du QIS 5. Notons toutefois que le coefficient de corrélation entre les sous-modules « mortalité » et « longévité » est négatif (égal à -0, 25).

Les SCR des sous-modules sont le résultats de différences de « Net Asset Value » (différence entre la valeur des actifs et les provisions). Pour le sous-module « mortalité », le scénario risqué consiste à l'application d'une augmentation de 15% à chaque taux de mortalité. La valeur des provisions est donc modifiée, alors que celle de l'actif est identique a priori. Le SCR pour ce sous-module sera donc égal à :

$$SCRVie_{Mortality} = \left(Actifs_{\text{sc\'enario normal}} - Provisions_{\text{sc\'enario normal}}\right) - \left(Actifs_{\text{sc\'enario risqu\'e}} - Provisions_{\text{sc\'enario risqu\'e}}\right)$$

Notons toutefois que si ce montant est négatif, une valeur nulle est retenue.

<sup>58.</sup> Paragraphe SCR.1.32. du $\it QIS$ 5.

Les autres sous-modules se calculent de façon similaire avec un scénario risqué donné par les spécifications techniques. Certains sous-modules, notamment dans le module « risque de marché », propose deux *scenarii* sous risque avec un risque à la hausse et un risque à la baisse. Le SCR retenu pour ces sous-modules correspond au scénario le plus défavorable pour l'organisme.

## 3.2.3 La spécificité de la branche 26

#### La prise en compte des textes

Les textes européens fournissent un ensemble de lois applicables aux organismes d'assurances. La réforme Solvabilité II se veut spécifiquement adaptée à chaque organisme en tenant compte de leur profil de risque. La directive européenne ne mentionne pas de modalités différentes concernant les organismes où des fonds cantonnées existent, cependant, les spécifications techniques du QIS 5 donne des éléments concernant le calcul du SCR pour un fonds cantonnée.

Lorsque le SCR global de l'organisme est calculé via un modèle interne, le SCR d'un fonds cantonné peut être calculé à l'aide de ce modèle interne ou d'une autre méthode (sauf concernant l'ajustement lié à l'absorption des pertes qui doit être calculé avec le même modèle) <sup>59</sup>. Les paragraphes SCR.11.6 à SCR.11.9. décrivent certaines restrictions des régimes de branche 26 telles que :

- Les souscripteurs du fonds cantonné ont des droits distincts des autres activités de l'assureur.
- Des restrictions existent concernant l'affectation de l'actif de ce fonds à la couverture de pertes ou de passifs à l'extérieur.
- L'excédent de l'actif sur le passif du fonds constitue des fonds propres du canton soumis à restrictions.

<sup>59.</sup> Paragraphe SCR.11.2. du $\it QIS$ 5.

 Les excédents liés aux bénéfices se retrouvent à travers l'augmentation des prestations ou la diminution des cotisations.

Les organismes doivent calculer un SCR notionnel  $^{60}$  par canton et un SCR relatif aux risques extérieurs des fonds cantonnés. Le SCR notionnel se calcule de la même façon que le SCR présenté page 60 à quelques différences près  $^{61}$ :

- Le scénario à retenir dans le calcul du SCR des sous-modules est le scénario le plus défavorable pour toute l'entreprise et pas uniquement pour la fonds cantonné.
- Si les fonds propres du canton sont suffisant pour couvrir le SCR notionnel, l'excédent ne peut être utilisé pour couvrir le SCR global de l'organisme.
- Si le canton n'a pas les fonds propres nécessaires pour couvrir son SCR notionnel,
   alors des fonds propres extérieurs de l'organisme peuvent venir en couverture, le
   SCR global incluant bien les SCR notionnels.

Le SCR global de l'entreprise est égal à la somme des SCR notionnels pour chaque canton et du SCR relatifs aux risques des autres activités de l'organisme.

#### Les limites de la réforme

La réforme européenne se veut la plus complète possible dans la prise en compte des profils de risque des différents organismes. Le constat n'est cependant pas le même dans toutes les activités d'assurance. Les branches dites « longues », dont la branche 26, sont en effet au coeur des débats, notamment parce que les acteurs ne sont pas tous favorables à l'entrée en vigueur de Solvabilité II. L'horizon imposé dans le calcul du SCR d'une ruine à un an n'est pas une mesure de risque idéale pour des opérations de rentes viagères. Nous pourrions penser à première vue qu'à l'horizon d'une année, le montant que doit détenir un organisme de retraite pour être certain de ne pas faire faillite est égal aux montant des rentes viagères que ce dernier s'est engagé à verser à ses allocataires dans l'année

<sup>60.</sup> Le nom « notionnel » est donné par le QIS 5 pour distinguer le SCR du canton du SCR global.

<sup>61.</sup> Paragraphe SCR.11.24. du QIS 5.

et donc, dans le cas de la branche 26, à la somme du nombre de points des allocataires multiplié par la valeur de service. Cependant, cette stratégie ne tient pas compte qu'un éventuel scénario inattendu (longévité accrue par exemple) peut créer des décalages entre l'actif et le passif pouvant entrainer les fonds propres de l'organisme à devenir négatifs à moyen terme. L'utilisation d'un modèle interne plutôt que de la formule standard est certainement plus à même de tenir compte de la réelle spécificité de la branche 26, même si l'objectif de survie à horizon un an subsiste, l'organisme pourrait justifier de certaines hypothèses retenues dans un modèle interne compte tenu de son exposition aux risques.

Néanmoins, cet argument est étonnant dans le sens où la réglementation actuellement en vigueur est également basée sur des objectifs de survie à un an.

Par ailleurs, un problème plus général perdure : comment actualiser les flux des engagements au passif? La question n'est pas récente et demeure sans réponse, mais la réforme européenne apporte tout de même des avancées, notamment avec l'apparition de taux différents en fonction de la maturité du flux, à l'inverse de la réglementation actuelle imposant un taux unique pour tous les flux. De plus, le *QIS* 5 propose une structure par terme incluant une prime d'illiquidité en fonction de la teneur des engagements.

Néanmoins, nous pouvons porter un doute sur la validité de ces structures par terme, notamment en période de crise économique et financière.

La directive *Omnibus 2* apporte quelques améliorations. Plus récente que le *QIS 5*, cette proposition de loi apporte deux nouveautés concernant l'actualisation des flux de passif : la « *matching premium* » et la « *counter-cyclical premium* ».

La « matching premium » s'applique à des produits de long termes, comme par exemple les rentes viagères, et pour des engagements dont les actifs associés sont des obligations détenues à maturité et de bonnes qualités ou des actifs ayant des cash-flows similaires. Les obligations sont soumises au risque de spread décomposé en deux éléments : un risque de crédit et un risque d'illiquidité, la valeur de l'obligation diminuant si l'un de ces risques augmente. Le fait est que pour un organisme conservant ces obligations à maturité, le risque d'illiquidité n'a pas à impacter la valeur à l'actif de ces obligations et créer un

décalage avec la valeur du passif. La « matching premium » se présente donc comme une prime à ajouter au taux d'actualisation, mais à l'inverse de la prime d'illiquidité du QIS 5, cette nouvelle prime se calcule différemment et est propre à chaque organisme. Ce dernier point peut cependant poser le problème dans le calcul du Best Estimate qui serait calculé à partir d'un taux propre à chaque organisme et non plus général.

La « counter-cyclical premium » est un moyen ponctuel venant en complément de la matching premium et destiné à limiter la volatilité des fonds propres dans des conditions de marché inhabituelles. Cette nouvelle prime est également matérialisée par une augmentation du taux d'actualisation du passif et implique donc une diminution de la valeur du passif. Le déclenchement de la « counter-cyclical premium » à l'appréciation de l'EIOPA.

# 3.3 Principes techniques du calcul des provisions Sol-vabilit'e~II

# 3.3.1 Généralités et hypothèses retenues

La présente section est consacrée à l'étude d'un modèle de projection de flux d'actifs financiers et de flux d'un régime de branche 26, l'idée sous-jacente étant la construction du bilan prudentiel Solvabilité II dont la figure n° 3.1 représente les postes principaux : les fonds propres en bleu et orange, les provisions en rouge dont les passifs « hedgeables » c'est à dire répliqués sur les marchés financiers d'une part et le Best Estimate associé à la Risk Margin d'autre part. Notons que le bilan présenté ici est simplifié dans le sens où la réassurance et les dettes sont supposées inexistantes. Notons également que le bilan comptable actuel avec la PTS sera maintenu.

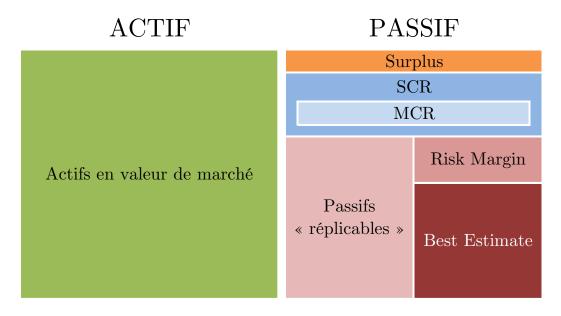


Figure 3.1 – Bilan simplifié sous Solvabilité II.

Dans cette partie, l'attention est portée sur le calcul de la provision technique. La question à se poser est la suivante : de quelle provision parlons-nous? En effet, nous avons vu à la section 2.2.4 page 28 que la provision au bilan dans la réglementation actuelle n'est pas une somme de flux probables actualisés mais une « provision technique spéciale ». La « provision mathématique théorique » est bien une somme de flux probables actualisés mais n'est actuellement pas au bilan. Nous allons voir que la provision au bilan prudentiel Solvabilité II se rapproche néanmoins de la PMT.

## La provision technique spéciale

Nous allons démontrer pour quoi la PTS ne peut être la provision au bilan prudentiel. La PTS représente l'engagement réel de l'organisme envers les adhérents du régime. L'idée logique qui apparait donc est de laisser la PTS au bilan *Solvabilité II*. Cependant, plusieurs questions se posent alors :

- 1. Est-il possible de répliquer les flux de la PTS sur les marchés financiers?
- 2. Dans le cas contraire, comment calculer un Best Estimate?

La réponse à la première question est simple : les flux de la PTS sont les cotisations, les prestations et les produits financiers principalement (voir section 2.3.3 page 41). Or, ces flux sont très variables, notamment les cotisations et le rendement financier et aucun instrument financier n'existe sur les marchés pour les répliquer.

Les actifs en représentation de la PTS (et éventuellement de la PTSC pour le Code des assurances) correspondent aux engagements de l'organisme envers les adhérents. L'organisme n'est engagé qu'à hauteur de la PTS. Les trois Codes ne sont cependant pas égaux et le Code des assurances prévoit une capitalisation de la PTS à 0%, ce qui signifie que si l'on suppose les cotisations égales aux prestations pour une année et qu'intervient une chute des marchés financiers, l'assureur voit l'actif en face de la PTS diminuer alors que celle-ci conserve sa valeur <sup>62</sup>. Le bilan de l'assureur n'étant pas en valeur de marché, la diminution de la valeur de l'actif n'apparait pas immédiatement mais la mise en place d'une provision pour risque d'exigibilité dans le canton <sup>63</sup> nécessite l'ajout de nouveaux actifs afin de parfaire la couverture de la PTS et de l'éventuelle PTSC.

Dans le cas du Code de la mutualité, si les actifs en représentation de la PTS diminuent, aucun article ne précise les modalités de l'ajout de nouveaux actifs dans le canton car aucune constitution de provision pour risque d'exigibilité n'est prévue. Nous pouvons alors supposer deux solutions :

- 1. Soit des actifs « libres » sont affectés au canton comme dans le cas du Code des assurances (cette solution n'est que théorique);
- 2. Soit la valeur du point est diminuée, ce qui ne diminue pas la valeur de la PTS mais la valeur des prestations futures sera tout de même diminuée, jusqu'à atteindre la valeur de l'actif.

Dans tous les cas, nous supposons que l'organisme n'est donc engagé qu'à hauteur des actifs présents dans le canton. C'est la raison pour laquelle nous considérons que la PTS n'apparait plus dans le bilan prudentiel *Solvabilité II* et que l'engagement de l'organisme

<sup>62.</sup> Article R. 441-7-1 du Code des assurances.

<sup>63.</sup> Prévue à l'article R. 441-7 du Code des assurances.

envers les adhérents est entièrement reflété par les actifs présents dans le régime.

## La provision mathématique théorique

La PTS n'existe donc plus sous Solvabilité II, la question à se poser maintenant concerne l'avenir de la PMT. En effet, de la même façon que la PTS, aucun instrument financier ne permet de répliquer les flux de la PMT, pour les mêmes raisons de variabilité trop importante des flux (en fonction de la mortalité). Le principe de la PMT est tout de même conservé dans Solvabilité II à travers le calcul d'un Best Estimate. En effet, nous avons vu à la section précédente que la PTS disparait au profit des actifs en valeur de marché, la PMT disparait également mais son principe est retenu dans le calcul de la provision au passif du bilan.

Le Best Estimate représente la moyenne de tous les scenarii possibles de la somme des flux futurs probables des rentes viagères.

Les textes européens <sup>64</sup> précisent néanmoins que la valeur des provisions (donc du Best Estimate et de la Risk Margin) représentent le montant pour lequel les engagements pourraient être transférés à un autre organisme. Nous avons défini à la section précédente que la valeur des engagements réels de l'organisme correspond à la valeur des actifs du canton en représentation des provisions. La conséquence de ces deux spécificités est la suivante : la somme du Best Estimate et de la Risk Margin doit être égale à la valeur des actifs du canton. En effet, les actifs en couverture du SCR ne sont pas dans le canton mais dans les actifs libres de l'organisme.

# 3.3.2 Construction théorique du Best Estimate

La présente section présente les modalités de calcul du *Best Estimate* dans le cadre d'un régime de branche 26, avec dans un premier temps l'aspect théorique du calcul

<sup>64.</sup> Article 75 de la directive européenne « 2009/138/CE » et paragraphe TP.1.2. des spécifications techniques du QIS 5.

lié aux contraintes des textes européens, puis dans un second temps la présentation du déroulement des simulations nécessaires au calcul.

#### Le respect des textes européens

Le Best Estimate est calculé comme une moyenne des scenarii pondérés par leur probabilité. Dans cette optique, nous proposons de simuler un grand nombre N de scenarii et considérer que la probabilité de chacun d'entre eux est identique et égale à  $\frac{1}{N}$ .

L'idée sous-jacente à la simulation d'un grand nombre de *scenarii* est l'utilisation de la loi faible des grands nombres. En effet, supposons un échantillons  $X_1, \ldots, X_N$  de variables aléatoires indépendantes d'espérance  $\mathbb{E}[X]$ , alors la loi faible des grands nombres dit que :

$$\frac{X_1 + \dots + X_n}{n} \xrightarrow[n \to \infty]{\mathbb{P}} \mathbb{E}[X]$$

#### Délimitation des contrats

Les spécifications techniques du *QIS 5* précisent que seuls les contrats existants à la date du calcul du *Best Estimate* doivent être pris en compte. La conséquence est double :

- 1. Aucun nouveau contrat n'est considéré dans le déroulement de la simulation;
- 2. Aucune cotisation nouvelle n'est encaissée au cours de la simulation.

En effet, nous pouvons considérer chaque versement dans le régime constitue en soit un nouveau contrat tacite entre l'organisme et l'adhérent. C'est la raison pour laquelle aucune nouvelle cotisation n'est considéré, d'autant plus qu'aucun engagement contractuel n'impose à l'adhérent de cotiser ou à l'organisme d'accepter une cotisation.

#### Horizon de projection

Le QIS 5 précise que l'horizon de projection des simulations doit être tel que tous les flux soient pris en compte dans le modèle. Les flux concernent des rentes viagères immédiates ou différés d'individus ayant au moins 18 ans lors de leur entrée dans le

régime. Nous choisissons donc un horizon égal à 102 ans, l'âge maximal des tables de mortalités TGF05 et TGH05 étant de 120 ans.

Remarque : Dans l'application du modèle présentée à la section 3.6 page 98, l'horizon est différent compte tenu du portefeuille considéré.

#### Flux sortants

Les flux de trésorerie sortant considérés sont les deux suivants :

- 1. Les prestations versées aux allocataires tous les ans;
- 2. Les frais générés par la gestion des contrats;
- 3. Les frais générés par la gestion des actifs.

Nous supposons, dans le but de simplifier le modèle, que les flux sont tous versés en fin d'exercice. Notons également que les flux liés aux frais sont revalorisés chaque année en fonction de l'inflation.

#### Calcul police par police

Le modèle est construit pour calculer le BE à partir d'une liste de contrat. Le QIS 5 propose d'utiliser des « model points » pour diminuer les temps de calcul mais aucune simplification n'est retenue dans le modèle, tous les contrats sont interprétés ligne par ligne.

#### Impôts et taxes

Nous prenons l'hypothèse qu'aucun impôt ni taxe n'est prélevé, allant à l'encontre des recommandations du *QIS 5*. Nous justifions cette hypothèse par le fait que la prise en compte des impôts et taxes ne semblent pas avoir un impact conséquent sur le modèle, le calcul de ces deux éléments étant linéaire *a priori*.

## Participation aux bénéfices

La participation au bénéfice au sens commun du terme n'existe pas en branche 26 dans le sens où la provision pour participation aux excédants <sup>65</sup> n'existe pas. Les produits de la gestion financière sont versés immédiatement sur la PTS.

En ce sens, la participation au bénéfice se retrouve à travers la PTS et plus particulièrement en ajustant la valeur de service. Le modèle revalorise ou diminue la valeur de service (selon des modalités définies en début de simulation) en fonction des excédants financiers de l'année.

Dans le modèle, la valeur de service constitue le point clé de la gestion du régime.

#### Présentation du plan de calcul du Best Estimate

Le calcul du *Best Estimate* est présenté dans la section suivante. La formule générale calculée à chaque simulation est donnée, puis les détails du déroulement d'une simulation sont ensuite présentés.

## Formule générale du calcul

Le principe donné par la loi des grands nombres implique d'abord le choix du nombre de simulations. Nous choisissons un nombre volontairement élevé dans un premier temps pour calibrer le modèle. Nous posons donc  $N=10\ 000$  le nombre de simulations.

Le calcul final du Best Estimate est donné par la simple moyenne :

$$BE = \frac{1}{N} \times \sum_{i=1}^{N} BE_i$$

avec  $BE_i$  égal à la somme des flux futurs probables actualisés pour le scénario  $i.\ BE_i$  est un  $Best\ Estimate$  pour un scénario donné.

<sup>65.</sup> Définie à l'article D. 212-1 du Code de la mutualité ou « participation au bénéfice » définie à l'article A. 331-4 du Code des assurances.

La formule suivante définit  $BE_i$ , la fonction principale du modèle :

$$BE_{i} = \sum_{k=1}^{K} Points_{k} \times \sum_{h=1}^{H} {}_{h+j(k)}p_{x(k)} \times VS(h,i) \times v(h)^{h}$$

$$+ \sum_{l=1}^{L} Points_{l} \times \sum_{h=1}^{H} {}_{h}p_{x(l)} \times VS(h,i) \times v(h)^{h}$$

avec

K = Le nombre de cotisants,

L = Le nombre d'allocataires,

H = L'horizon de projection,

x(k) = L'âge du cotisant k,

x(l) = L'âge de l'allocataire l,

 $Points_k$  = Le nombre de points du cotisant k.

 $Points_l$  = Le nombre de points de l'allocataire l.

j(k) = Le différé avant la liquidation de la rente du cotisant k,

VS(h,i) = La valeur de service pour l'année h et le scénario i,

v(h) = Le facteur d'actualisation pour l'année h.

avec

$$v(h) = \frac{1}{1 + taux(h)}$$

où taux(h) est le taux d'actualisation issu de la structure par terme des taux sans risques donnée par l'EIOPA dans le cadre du QIS 5. La fonction VS(h,i) est définie dans la section suivante.

La première partie de l'équation  $BE_i$  concerne les cotisants, tandis que la seconde concerne les allocataires. Nous pouvons simplifier l'expression de  $BE_i$  de la façon suivante :

$$BE_i = \sum_{h=1}^{H} VS(h,i) \times v(h)^h \times \left[ \left( \sum_{k=1}^{K} Points_k \times_{h+j(k)} p_{x(k)} \right) + \left( \sum_{l=1}^{L} Points_l \times_h p_{x(l)} \right) \right]$$

La présentation de l'équation ci-dessus permet, outre le fait de ne pas répéter le terme d'actualisation et la valeur de service, de mieux comprendre le déroulement d'une simulation présenté dans la section suivante.

La formule présentée supra n'est pas exactement celle utilisée dans le modèle. En effet, cette formule respecte les contraintes imposées par les textes réglementaires mais nous privilégions la pérennité du régime en ajoutant un élément supplémentaire à la formule : une « réserve de sécurité ». Dans la formule actuelle de  $BE_i$ , la valeur de service est censée remplacer le système de provision pour participation aux excédants. Le problème avec ce système est le suivant : toute hausse de la valeur de l'actif va entrainer directement une hausse de la valeur de service. Or, si l'année suivante la valeur de l'actif diminue, alors en vertu du principe édicté à la section 3.3.1 page 68 qui dit que la valeur de l'actif doit être égal à la valeur des provisions, la valeur de service devrait diminuer. Nous préférons donc utiliser un système de sécurité permettant de ne pas revaloriser immédiatement la valeur de service en cas de hausse des actifs appelé « réserve de sécurité » dont le fonctionnement est décris dans la section suivante.

La formule finale des  $BE_i$  est la suivante :

$$BE_{i} = \sum_{h=1}^{H} VS(h,i) \times v(h)^{h} \times \left[ \left( \sum_{k=1}^{K} Points_{k} \times_{h+j(k)} p_{x(k)} \right) + \left( \sum_{l=1}^{L} Points_{l} \times_{h} p_{x(l)} \right) \right] + Réserve de sécurité$$

Remarque: La solution présentée ci-dessus est critiquable dans le sens où le principe de somme des flux futurs probables actualisés dans le calcul du Best Estimate semble ne pas être respecté. La réserve de sécurité est cependant dotée par les résultats financiers du régime et des diminuée lorsque qu'est prise la décision d'augmenter la valeur de service du point. Le fait est que cette réserve est donc bien alimentée par des flux de trésorerie futurs probables et peut donc légitimement apparaître dans le calcul du Best Estimate.

## 3.3.3 Déroulement d'une simulation

Le calcul du *Best Estimate* passe nécessairement par la simulation de plusieurs *scenarii* décrivant l'état de l'économie sur l'horizon définit. Pour chacune de ces simulations, nous effectuons un certain nombre d'opérations sur l'encaissement et le décaissement des flux de trésorerie. La présente section détaille l'algorithme du modèle réalisé pour chaque simulation. Pour chaque année dans la simulation considérée sont effectuées les étapes suivantes.

Remarque : Nous supposons tous les flux considérés en fin d'année de projection. Les étapes du déroulement suivant sont toutes supposées se réaliser le 31 décembre de l'année considérée.

#### Etape 1 : Projection des prestations

La trésorerie en début d'année est supposée nulle. Par ailleurs l'actif et le passif sont égaux en début d'année.

L'organisme règle les prestations aux adhérents. Les prestations sont calculées en incluant les frais. A l'issue de cette étape, la trésorerie de l'organisme est négative ou nulle (si toutefois au cours de l'année aucune prestation n'est effectuée).

#### Etape 2 : Encaissement lié aux investissements financiers

L'organisme encaisse les loyers liés aux actifs immobiliers, les dividendes liés aux actions et les coupons des obligations, ajoutés au nominal lorsque l'obligation arrive à maturité. Les obligations sont supposées conservées à maturité pour plusieurs raisons notamment les deux suivantes :

- 1. dans le cas d'un régime de retraites, les obligations constituent l'un des meilleur moyen d'assurer les rentes aux adhérents et par ailleurs;
- 2. les éventuelles modifications dans la structure par terme liées à une « matching premium » ou à une « counter-cyclical premium » (voir section 3.2.3 page 65) im-

pliquent de conserver les obligations à maturité.

## Etape 3 : Réalisation des plus-value latentes

La gestion des actifs est la première étape où interviennent des paramètres exogènes au modèle. En effet, dans cette étape, le modèle permet à l'organisme d'y inclure ses décisions de gestion. Ainsi, lorsque les actions ou les actifs immobiliers sont en plus-value latente, l'organisme peut revendre une partie de la plus-value si celle-ci est supérieure à un ratio défini pour chacune des deux catégories d'actifs.

## Etape 4 : Gestion de l'actif

A l'issue de l'étape précédente, l'organisme a décaissé les prestations de l'année, encaissé les rendements des investissements et éventuellement le revenu de la part des actifs en plus-value latente revendus. Si le solde de ces opérations est négatif, l'organisme n'a pas assez de liquidités et doit vendre à nouveau des actifs afin d'honorer ses prestations. Si toutefois ce solde est positif, alors l'organisme peut acheter de nouveaux actifs dans des proportions « obligations, actions, immobilier » définies en début de simulation.

Enfin, l'organisme peut réajuster son actif en fonction de sa performance pour obtenir des proportions d'obligations, d'actions et d'actifs immobiliers définies au paragraphe précédent.

#### Etape 5 : Réserve de sécurité

Lorsque tous les flux ont été encaissés ou décaissés, l'actif et le passif ont varié et la différence entre les deux n'est certainement pas nulle. Deux cas se présentent :

- Soit l'actif est plus élevé que le passif, dans ce cas, l'organisme dote la réserve de sécurité d'un montant égal à la différence entre l'actif et le passif.
- Soit le passif est plus élevé que l'actif, dans ce cas, l'organisme cherche à retrouver une égalité par trois moyens (dans l'ordre prioritaire) :

- 1. L'organisme peut diminuer la réserve de sécurité si celle-ci est positive;
- 2. Si la réserve de sécurité n'a pas amorti la différence, alors l'organisme procède à la diminution de la valeur du point si toutefois la réglementation de référence l'y autorise;
- 3. La dernière solution consiste à convertir le régime (et donc diminuer le montant des rentes).

Remarque : La réserve de sécurité fait bien partie des engagements de l'organisme envers les adhérents et si à l'issue de la simulation (lors de la dernière année de projection) la réserve est positive, alors la valeur de service du point est revalorisée jusqu'à annuler la réserve.

#### Etape 6 : Revalorisation de la valeur de service

Lorsque la réserve de sécurité est positive et supérieure à un seuil défini comme un pourcentage de la valeur du passif, alors l'excédent au delà de ce seuil est utilisé pour revaloriser la valeur de service.

## Etape 7: Fin de la simulation

La fin de la simulation implique l'extinction des flux liés aux engagements. Les années sont toutes projetées pour toutes les simulations.

#### Résumé schématique du calcul du Best Estimate

La figure n° 3.2 résume sous forme schématique l'algorithme du calcul du  $Best\ Estimate$ .

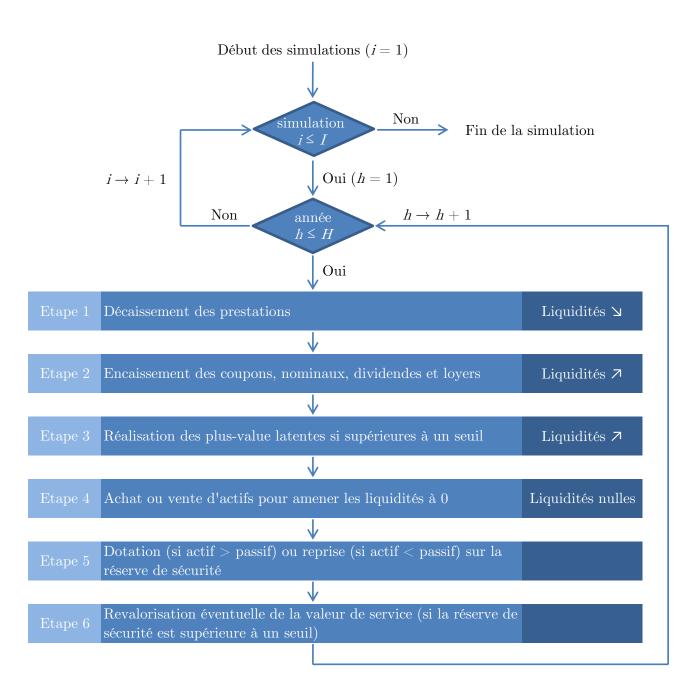


FIGURE 3.2 – Algorithme de calcul du Best Estimate.

# 3.4 Projection de l'actif

## 3.4.1 Généralités

Le calcul du *Best Estimate* nécessite de projeter l'état de l'économie dans chaque scénario. Nous considérons que le portefeuille de l'organisme fictif considéré contient trois types d'actifs :

- Obligations;
- Actions;
- Actifs immobiliers.

Les modèles utilisés dans la détermination de la valeur des actifs sont présentés dans les sections suivantes. La méthode retenue pour calculer le prix des actifs est la méthode « risque-neutre », expliquée dans le prochain paragraphe. Par ailleurs, l'aléa étant l'un des éléments clés des modèles étudiés, quelques éléments explicatifs sont présentés au paragraphe suivant. Enfin, dans l'optique d'obtenir les prix des actifs identiques aux prix des actifs échangés sur les marchés, nous prenons l'hypothèse d'absence d'opportunité d'arbitrage, c'est à dire concrètement qu'il est impossible de constituer un portefeuille sans risque rapportant plus que le taux sans risque.

Remarque : De nombreux modèles existent pour projeter la valeur des actifs, seuls les modèles retenus sont présentés.

#### L'univers des acteurs neutres au risque

La littérature est très fournie en ce qui concerne la probabilité « risque-neutre ». Nous retiendrons l'excellent article [DEVOLDER] qui définit très clairement, la raison de son existence et son utilisation. La probabilité « risque-neutre » trouve son origine dans la volonté de créer des modèles de projection des marchés financiers. Or, trouver une méthodologie adéquate dans la détermination de la valeur d'actifs qui se comportent de manière

très aléatoire est très complexe. Nous connaissons cependant une méthode classique de détermination de la valeur d'un élément : l'actualisation des flux futurs y afférent. Le fait est que cette méthode peut également s'appliquer sur un actif financier, sous réserve d'avoir préalablement changé la mesure de probabilité par une mesure appelée « risque-neutre ».

Les états de l'économie ne sont pas modifiés, seule la mesure de probabilité utilisée l'est. Par ailleurs, le terme de neutralité au risque signifie que les différents instruments financiers utilisés sont neutres au risque, rapportant tous en moyenne comme l'actif sans risque.

Les deux points importants à retenir d'un point de vue concret pour les modèles sont donc :

- 1. Les actifs rapportent tous en moyenne le taux sans risque;
- 2. L'actualisation se fait donc au taux sans risque.

#### L'aléa

Les modèles présentés dans les sections suivantes reposent tous sur la notion de variables aléatoires et notamment sur les mouvements browniens.

Pour rappel, un mouvement brownien est un processus  $(W_t)_{t>0}$  vérifiant :

- $-W_0 = 0$  presque sûrement;
- W est continu;
- W est à accroissements indépendants :  $W_t W_s$  est indépendant de la filtration  $\sigma(W_s, s \le t)$
- Les accroissements sont stationnaires et Gaussiens;
- Pour  $s \le t, W_t W_s \sim \mathcal{N}(0, t s)$ .

Par ailleurs, la génération de nombres aléatoires constitue l'un des pré-requis pour l'utilisation des modèles. Dans ce but, le modèle retenu pour générer de tels nombres doit être performant. La littérature est à nouveau abondante en ce qui concerne les générateurs de nombres aléatoires. Citons l'article de messieurs PLANCHET et THEROND [PLANCHET, THEROND] qui nous a permis de retenir l'algorithme du « tore mélangé » dont les principaux éléments sont présentés à l'annexe n° 2.

En pratique, les nombres obtenus par l'algorithme de génération de valeurs aléatoires sont utiles pour calculer les valeurs des variables normales centrées réduites utilisées dans les modèles.

# 3.4.2 Taux d'intérêt courts et obligations

L'un des principaux actifs au bilan des organismes d'assurances sont les obligations pour plusieurs raisons, notamment la réputation de risque faible associé à ces titres mais également par la législation, rédigée pour inciter les organismes à se tourner vers les obligations étatiques.

Le modèle présenté ici est celui de Cox, Ingersoll et Ross [CIR] qui décrit le prix d'une obligation uniquement à l'aide du taux d'intérêt court. Nous nous intéressons donc à l'évolution du taux d'intérêt court donnée par le modèle.

#### Présentation du modèle

Le modèle de Cox, Ingersoll et Ross permet d'obtenir l'évolution des taux courts futurs à l'aide de l'équation différentielle stochastique suivante :

$$dr_t = \kappa \times (\theta - r_t)dt + \sigma \times \sqrt{r_t} \, dW_t^{Taux}$$

avec

 $r_t$  = Le taux d'intérêt court de date t,

 $\kappa$  = La vitesse de retour à la moyenne (constante positive),

 $\theta$  = Le taux d'intérêt court moyen à long terme (constante positive),

 $\sigma$  = La volatilité telle que  $\sigma \times \sqrt{r_t}$  soit la volatilité du taux court (constante positive),

 $W_t^{Taux} = \text{Un mouvement brownien.}$ 

Le modèle propose donc une approche de retour à une moyenne de long terme du taux d'intérêt court. Le paramètre  $\kappa$  est inclus dans l'intervalle [0;1] avec :

- 0 correspond à aucun retour à la moyenne;
- 1 correspond à un retour complet à la moyenne au cours de la période suivante.

Notons que le modèle, comme le modèle étudié pour les actions et l'immobilier, est construit pour des variables continues. Or, les projections sont effectués annuellement dans le modèle construit à la section 3.3.3 page 77. Nous devons donc passer d'un modèle de taux d'intérêt courts continu à un modèle discret. Pour cela, nous utilisons la méthode d'Euler-Marumaya énoncée de la façon suivante :

Soit l'équation différentielle  $dX_t = \mu(t, X_t)dt + \sigma(t, X_t)dW_t$ . Soit  $\hat{X}$  la version discrète de X, alors  $\hat{X}$  est égal à :

$$\hat{X}_{t_{i+1}} = \hat{X}_{t_i} + \mu(t, \hat{X}_{t_i}) \times [t_{i+1} - t_i] + \sigma(t, \hat{X}_{t_i}) \times \sqrt{t_{i+1} - t_i} \times Z_{t_{i+1}}$$

avec 
$$\hat{X}_0 = X_0$$
 et  $Z_{t_{i+1}} \sim \mathcal{N}(0, 1)$ .

Les taux d'intérêt courts sont donc obtenus à l'aide de la formule suivante, version discrète de la formule de Cox, Ingersoll et Ross :

$$\hat{r}_{t_{i+1}} = \hat{r}_{t_i} + \kappa \times (\theta - \hat{r}_{t_i}) \times [t_{i+1} - t_i] + \sigma \times \sqrt{\hat{r}_{t_i}} \times \sqrt{t_{i+1} - t_i} \times Z_{t_{i+1}}$$

Dans la pratique, nous calculons ces prix une fois par an, d'où  $t_{i+1} = t+1$  et  $t_i = t$  et la formule devient :

$$\hat{r}_{t+1} = \hat{r}_t + \kappa \times (\theta - \hat{r}_t) + \sigma \times \sqrt{\hat{r}_t} \times Z_{t+1}^{Taux}$$

Le prix d'une obligation zéro-coupon de maturité T calculé à la date t est obtenu par la formule suivante, également issue du modèle de Cox, Ingersoll et Ross :

$$P(t,T) = A(t,T) \times e^{-B(t,T) \times r_t}$$

avec

$$A(t,T) = \left[ \frac{2\gamma e^{(\kappa+\gamma)(T-t)/2}}{(\gamma+\kappa)e^{\gamma(T-t)/2} + 2\gamma} \right]^{2\kappa\theta/\sigma^2},$$

$$B(t,T) = \frac{2e^{\gamma(T-t)/2}}{(\gamma+\kappa)e^{\gamma(T-t)/2} + 2\gamma},$$

$$\gamma = \sqrt{\kappa^2 + 2\sigma^2},$$

$$r_t = \text{Le taux court \'egal \`a} \hat{r}_t.$$

Remarque: Le facteur  $\lambda$  présent dans l'article original [CIR] représentant la covariance entre le taux  $r_t$  et le pourcentage de richesse investi de façon optimale n'est pas retenu ici.

Finalement, le prix des obligations en date t est obtenu de façon classique comme sommes des flux prévus dans le titre obligataire :

$$Prix(t) = \sum_{k=1}^{T} Coupon(k) \times P(t, k) + Nominal \times P(t, T)$$

avec

Coupon(t) = Le coupon versé en date t,

 $P(t,T)=\operatorname{Le}$  prix d'un obligation zéro-coupon de maturité T en date t obtenu par le modèle,

Nominal = Le nominal de l'obligation.

#### Avantages et limites

Le modèle de Cox, Ingersoll et Ross présente des avantages indéniables tels que la simplicité à la fois dans la mise en place mais aussi dans le temps de calcul. En outre, ce modèle ne produit pas de taux négatifs si toutefois la condition  $2\kappa\theta > \sigma^2$  est respectée (dans l'équation en temps continu).

Néanmoins, le modèle présente également des inconvénients. En effet, les modèles à un seul facteur (ici le taux d'intérêt court  $r_t$ ) ont la réputation d'être moins précis que les modèles à plusieurs facteurs. Par ailleurs, la corrélation implicite entre les taux courts dans le temps n'est pas nécessairement vérifiée dans la réalité. Enfin, le modèle ne permet pas de simuler une structure par terme concave à court terme, puis convexe à moyen terme pour finalement retrouver une allure concave à long terme (présentant des « bosses » ou des « creux »).

## Calibrage

La calibrage du modèle de Cox, Ingersoll et Ross nécessite de déterminer les quatre valeurs suivantes  $\kappa, \theta, \sigma$  et le taux d'intérêt court initial  $r_0$ .

La volatilité  $\sigma$  est obtenue par une méthode historique. Notons que la volatilité obtenue doit être une volatilité annuelle.

Nous retenons dans le cadre de la présente étude une volatilité de 1,605%, basée sur la structure par terme des taux d'intérêts fournie par l'Institut des Actuaires Français en date du 5 juin 2012.

Les paramètres  $\kappa$  et  $\theta$  sont obtenus conjointement. En effet, l'objectif du modèle est d'obtenir une structure par terme correspondant à la structure par terme « de marché » ou encore d'obtenir des prix de zéro-coupon pour le modèle le plus proche possible des prix zéro-coupons de marché. Pour cela, la formule suivante est minimisée :

$$(\hat{\kappa}, \, \hat{\theta}) = \underset{\kappa, \, \theta}{\operatorname{argmin}} \sum_{t=1}^{T} \left[ ZC(t) - P(0, t) \right]^2$$

avec

T = La maturité la plus élevée,

ZC(t) = Le prix d'un obligation zéro-coupon de maturité t en date 0 observé sur le marché,

P(0,t) = Le prix d'un obligation zéro-coupon de maturité t en date 0 obtenu par le modèle.

Les paramètres  $\kappa$  et  $\theta$  intervenant dans le calcul de P(0,T) sont ainsi définis.

Le taux court initial  $r_0$  est nécessaire en tant que valeur initiale de la suite qui détermine les taux courts futurs. Plusieurs méthodes existent, notamment la méthode utilisée dans [DESHAYES] qui consiste à déterminer  $r_0$  par une extrapolation de la courbe des taux zéro coupons pour obtenir le taux en date 0.

Le principe de cette méthode est l'interpolation cubique avec comme hypothèse que les taux de la structure par terme sont définis par :

$$r(0,t) = \alpha \cdot t^3 + \beta \cdot t^2 + \gamma \cdot t + \delta$$

L'interpolation cubique utilise comme son nom l'indique quatre points de la structure par terme pour déterminer  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  et  $\delta$  tels que :

$$\begin{cases} r(0, t_1) = \alpha . t_1^3 + \beta . t_1^2 + \gamma . t_1 + \delta \\ r(0, t_2) = \alpha . t_2^3 + \beta . t_2^2 + \gamma . t_2 + \delta \\ r(0, t_3) = \alpha . t_3^3 + \beta . t_3^2 + \gamma . t_3 + \delta \\ r(0, t_4) = \alpha . t_4^3 + \beta . t_4^2 + \gamma . t_4 + \delta \end{cases}$$

L'idée étant de minimiser l'écart entre les  $r(0, t_i)$  et les taux de maturité  $t_i$  relevés sur la courbe. Les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  et  $\delta$  sont alors estimés et en calculant la limite de r(0, t) quand t tend vers 0, on obtient le taux initial égal au paramètre  $\delta$ .

La méthode de l'interpolation cubique est facile à mettre en oeuvre mais néanmoins perfectible. En effet, la méthode ne précise pas quels sont les quatre taux à utiliser (bien que l'hypothèse de prendre les quatre premiers semble cohérente), et de façon plus générale, pourquoi utiliser quatre points de la courbe et non pas trois, cinq ou dix?

Un autre problème peut se soulever en utilisant ce calibrage de  $r_0$ . En effet, le taux EONIA <sup>66</sup>, taux d'intérêt journalier ne doit pas être plus faible que le  $r_0$  calculé. Or, l'économie en 2012 rend ce taux très bas (0,106 % au 1<sup>er</sup> septembre 2012) et le calibrage ne doit pas produire un taux supérieur à l'EONIA.

Nous retenons pour la présente étude un taux initial de 0,298%, un taux de long terme  $(\theta)$  égal à 3,565% et une vitesse de retour à la moyenne  $(\kappa)$  égal à 0,280. Nous pouvons donc comparer les prix des zéro-coupons obtenus par le modèle avec les prix obtenus à l'aide de la courbe de l'Institut des Actuaires Français en date du 5 juin 2012. Le résultat est illustré par la figure n° 3.3.

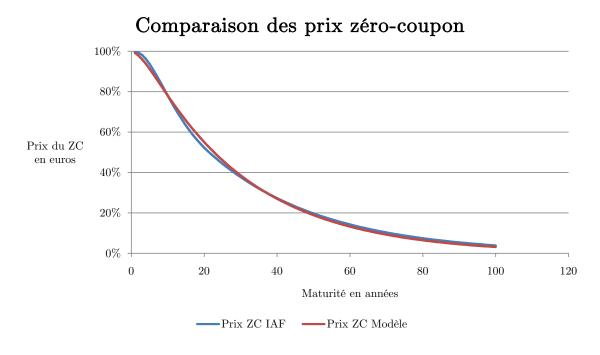


FIGURE 3.3 – Comparaison des prix zéro-coupons issus du modèle avec les prix de marché.

Nous obtenons donc, avec les paramètres de calibrage définis *supra*, la projection du taux court (pour 10 simulations) de la figure n° 3.4. Les taux courts futurs permettent de

<sup>66.</sup> Euro OverNight Index Average : Taux d'intérêt au jour le jour.

déterminer les valeurs de P(t,T) pour t>0.

# Evolution du taux court

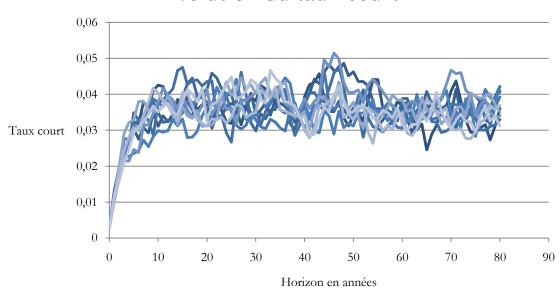


FIGURE 3.4 – Projection des taux courts (10 simulations).

## 3.4.3 Actions

#### Présentation du modèle

Le modèle retenu pour la modélisation des actions est le très classique modèle de Black, Scholes et Merton cité dans de nombreux articles, mémoires et cours (citons notamment [ELIE]). Le modèle repose sur les hypothèses suivantes :

- Aucune opportunité d'arbitrage n'est possible;
- Les coûts de transaction sont supposés nuls;
- Tous les sous-jacents sont divisibles à l'infini;
- Les vente à découvert sont possible sur tous les sous-jacents;
- Le taux d'intérêt sans risque est connu et constant;
- Le prix du sous-jacent suit un mouvement brownien dont la volatilité  $\sigma$  est constante.

L'équation différentielle stochastique du modèle de Black, Scholes et Merton est donnée par :

$$dS_t = \mu.S_t dt + \sigma.S_t dW_t$$

avec

 $S_t$  = Le prix du sous-jacent à la date t,

 $\mu$  = La tendance (ou rentabilité) du sous-jacent,

 $\sigma$  = La volatilité du prix du sous-jacent,

 $W_t$  = Un mouvement brownien.

La solution unique à l'équation précédente est donnée par :

$$S_t = S_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t} + \sigma W_t$$

Toutefois, comme le précise [DESHAYES], des corrélations entre les différents actifs existent en réalité. Les mouvements browniens utilisés dans la projection des actifs doivent donc faire apparaître ces corrélations. Nous choisissons donc d'utiliser un mouvement brownien spécifique pour le modèle de projection des actions. En effet, à la place de  $W_t$  dans l'équation ci-dessus, nous utilisons  $W_t'$  tel que :

$$W_t' = \rho W_t^{Actions} + \sqrt{1 - \rho^2} W_t^{Taux}$$

qui est encore un mouvement brownien, avec

 $\rho$  = La corrélation entre les taux d'intérêts court et les actions,

 $W_t^{Actions}$  = Un mouvement brownien utilisé pour les actions,

 $W_t^{Taux}$  = Le mouvement brownien utilisé précédemment pour les taux courts.

Nous avons donc l'équation suivante :

$$S_t = S_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma\rho W_t^{Actions} + \sigma\sqrt{1 - \rho^2} W_t^{Taux}}$$

De la même façon que pour le modèle des taux d'intérêts courts, nous utilisons le modèle d'Euler-Marumaya afin d'obtenir l'équation discrète suivante :

$$S_{t+\Delta t} = S_t e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t} + \sigma \sqrt{\Delta t} \rho Z_t^{Actions} + \sigma \sqrt{\Delta t} \sqrt{1 - \rho^2} Z_t^{Taux}$$

avec

 $Z_t^{Actions}$  = Une variable aléatoire normale centrée et réduite correspondant à l'évolution des actions.

 $Z_t^{Taux} = \text{La variable aléatoire utilisée dans le modèle discret de calcul des taux courts.}$ 

Et comme le calcul ne se fait qu'une fois par an,  $\Delta t$  est égal à 1 et la formule finale est donnée par :

$$S_{t+1} = S_t \, e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) + \sigma\rho \, Z_t^{Actions} + \sigma\sqrt{1 - \rho^2} \, Z_t^{Taux}}$$

#### Avantages et limites

Le modèle de Black, Scholes et Merton permet d'appréhender relativement facilement le prix des sous-jacents sur le marché. Néanmoins, plusieurs limites se dessinent rapidement notamment à cause des hypothèses retenues. D'une part, l'hypothèse de volatilité constante du prix du sous-jacent est complètement fausse sur les marchés financiers. Par ailleurs, l'équation suppose une continuité des courbes, or tous les jours à l'ouverture des marchés, le prix d'échange des actifs n'est que rarement égal au prix de clôture de la veille.

#### Calibrage

La situation de l'univers neutre au risque implique que l'espérance de gain de tous les actifs est identique et égal au taux sans risque. De plus, nous introduisons le paramètre  $\delta$  égal au dividende annuel donné par le sous-jacent. Le paramètre  $\mu$  est donc remplacé

par:

$$\mu = r_t - \delta$$

avec  $r_t$  le taux sans risque court obtenu par le modèle de taux court et supposé constant sur l'année.

Le taux de dividende  $\delta$  est déterminé de façon historique comme une moyenne des pourcentage de dividendes (rapport entre le dividende en euros et la valeur de l'action) sur les actions composant l'indice CAC 40. Nous retenons dans le cadre de ce mémoire une valeur égale à 2%.

La volatilité  $\sigma$  peut être calculée de deux façons différentes, la première étant la manière implicite par inversion de la formule de Black et Scholes pour le calcul du prix des options. En effet, connaissant le prix des options sur les marchés financier, la volatilité peut en être déduite. La seconde méthode consiste à calculer de façon historique la volatilité du prix des sous-jacents.

Dans le cadre de ce mémoire, nous retenons une volatilité égale à 18,349%, basée sur la volatilité annuelle du CAC 40 depuis sa création.

Le paramètre  $\rho$  est le coefficient de corrélation linéaire entre le niveau de l'indice du CAC 40 et le niveau des taux moyens des emprunts de l'Etat français calculé selon un horizon correspondant à l'horizon de la projection. Nous retenons une valeur  $\rho$  égale à 0,03.

Les paramètres du calibrage permettent d'obtenir la projection du prix des actions (pour 10 simulations) de la figure n° 3.5.

## Evolution du prix d'une action de valeur 1 en date 0

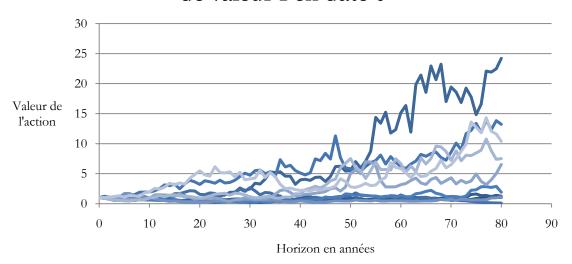


FIGURE 3.5 – Projection du prix des actions (10 simulations).

#### 3.4.4 Immobilier

Le modèle retenu dans l'évaluation des biens immobiliers est le modèle de Black, Scholes et Merton utilisé pour les actions avec des paramètres issus d'un calibrage différent. Le taux de dividende  $\delta$  est remplacé par un taux de loyer arbitraire et fixé à 2,5%. Le paramètre  $\rho$  est remplacé par un coefficient de corrélation entre l'indice des prix donné par l'INSEE ou le Ministère chargé du logement  $^{67}$  et le taux moyen des emprunts de l'Etat français.

Nous retenons les paramètres suivants :

- Des loyers (rendement  $\delta$ ) égaux à 2,50%;
- Une volatilité ( $\sigma$ ) égale à 1,618%;
- Une corrélation entre les taux d'intérêts et la valeur de l'immobilier ( $\rho$ ) égale à 0,18.

<sup>67.</sup> Par exemple ici: http://www.cgedd.developpement-durable.gouv.fr/prix-immobilier-1200-2012-r138.html#a1.

La projection (pour 10 simulations) obtenue avec les paramètres retenus est présentée par la figure n° 3.6.

## Evolution du prix de l'actif immobilier de valeur 1 en date 0

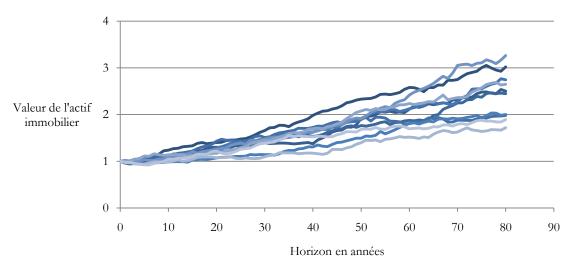


FIGURE 3.6 – Projection du prix de l'immobilier (10 simulations).

## 3.5 Projection du passif

### 3.5.1 Mortalité

La projection de la mortalité est un point important du modèle car c'est l'un des risques les plus importants supporté par les régimes de branche 26. Plusieurs modèles existent, notamment l'utilisation d'une variable simple de Bernouilli associée à une probabilité de décès obtenue par les tables réglementaires (ou propres à l'organisme). Une autre méthode consisterait à simuler de nouvelles probabilités de décès suivant des lois normales de moyenne égale aux probabilités de décès issues des tables réglementaires (ou propres à l'organisme) et en introduisant une volatilité non nulle.

Les méthodes déterministes de calcul des probabilités de décès présentent cependant deux avantages :

- Les régimes de branches 26 étudiés présentent une volatilité faible dans les probabilités de décès compte tenu du nombre important d'individu présents;
- Le cumul de méthode stochastique demanderait une charge supplémentaire en terme de temps de calcul pour un résultat proche de la méthode déterministe.

Par ailleurs, les données utilisées pour créer le portefeuille fictif (voir section 3.6 page 98) présentent une mortalité proche des tables réglementaires, qui sont réputées « prudentes », c'est à dire reflétant une mortalité plus faible que la réalité (pour les tables concernant le calcul des rentes).

La méthode retenue dans le calcul des probabilités de décès est donc la méthode déterministe à l'aide des tables réglementaires TGF05 et TGH05.

#### 3.5.2 Inflation

L'inflation est un facteur également important à prendre en compte dans les branches longues. En effet, les coûts engendrés par la gestion du régime se doivent d'être maitrisés et une projection de l'inflation est indispensable pour avoir un aperçu des dépenses futures.

### Modèle de Kaufmann et al.

Plusieurs modèles existent, notons par exemple le modèle de Kaufmann, Gadmer et Klett présenté dans [PLANCHET]. Dans ce modèle le taux d'inflation en date t est égal à :

$$i_t = \alpha + \beta \times r_t + \epsilon_t$$

avec

 $r_t$  = Le taux court terme,

 $\epsilon_t$  = Une variable aléatoire normale centrée de variance  $\sigma^2$ ,

 $(\alpha, \beta)$  = Des paramètres estimés par régression linéaire.

La même équation peut s'écrire sous forme matricielle :

$$I = X.v + E$$

avec

$$I = \begin{pmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_n \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1 & r_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & r_n \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{pmatrix}.$$

L'expression usuelle de l'estimateur des moindres carrés est donnée par :

$$(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) = (X'.X)^{-1}.X'.I$$

avec X' la transposée de la matrice X et  $X^{-1}$  l'inverse de la matrice X.

Le paramètre  $\sigma$  est calibré de façon historique.

La méthode de Kaufmann et *al.* n'a pas été retenue car les résultats du calibrage présentait des taux d'inflations futurs très distants des valeurs historiques usuelles de ces dernières années. Nous décidons donc de s'inspirer plutôt du modèle de Wilkie.

#### Modèle de Wilkie

Le modèle de Wilkie est également présenté dans [PLANCHET] comme étant une méthode de calcul de l'inflation principalement empirique basé sur les données économiques du Royaume-Uni de 1919 à 1982. L'équation du modèle est auto-régressive :

$$i_t - i_m = \alpha \times (i_{t-1} - i_m) + \epsilon_t$$

avec

 $i_t$  = Le taux d'inflation en date t,

 $i_m$  = Le taux d'inflation de long terme,

 $\epsilon_t$  = Une variable aléatoire normale centrée de variance  $\sigma^2$ .

De la même façon que précédemment, le modèle peut se réécrire sous forme matricielle : L'équation peut être réécrite et présentée sous forme matricielle :

$$I = X w + E$$

avec

$$I = \begin{pmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_n - 1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1 & i_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & i_n \end{pmatrix}, w = \begin{pmatrix} i_m \times (1 - \alpha) \\ \alpha \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \vdots \\ \epsilon_{n-1} \end{pmatrix}.$$

Les paramètres  $i_m$  et  $\alpha$  sont alors donnés par une régression linéaire. Le paramètre de la variance  $\sigma$  est obtenue de façon historique.

De même que le modèle de Kaufmann et al., le modèle de Wilkie ne présente pas un calibrage satisfaisant et n'est donc pas retenu.

Finalement, la méthode utilisée pour l'inflation est simplifiée et donc déterministe. Basée sur l'indice de l'inflation de la monnaie (francs puis euros) fourni par l'INSEE <sup>68</sup>, la valeur de l'inflation est fixée à 2% par an qui correspond à l'inflation moyenne annuelle depuis le début des années quatre-vingt. L'horizon de projection du modèle est plus élevé

<sup>68.</sup> Voir http://www.insee.fr/fr/themes/indicateur.asp?id=29&page=achatfranc.htm.

(car les engagements de retraite sont longs) mais nous préférons supposer que la période des trente glorieuses (période qui s'étend de la fin de la seconde guerre mondiale au début des années soixante-dix) n'était que liée à la guerre et nous préférons considérer qu'aucune perspective de guerre n'est à prévoir en France. Un historique d'une trentaine d'année parait donc un bon compromis.

## 3.6 Application sur un portefeuille

La présente section permet de tester le modèle de calcul du *Best Estimate* ainsi présenté à la section 3.3.2 page 71. Pour cela, un portefeuille virtuel est construit à partir des données de portefeuille d'organismes de branche 26 réels. Le but de cette section est de vérifier les grandeurs obtenues afin de valider ou non le modèle et d'analyser la sensibilité du modèle aux variations des différents paramètres (voir la section 3.7 page 106).

## 3.6.1 Construction du portefeuille fictif basé sur des données réelles

Le portefeuille est construit à partir de données réelles de marché. Les différentes hypothèses de construction sont présentées dans les sections suivantes.

#### Genre

Les proportions de femmes et d'hommes dans le portefeuille créé doivent être similaires aux données réelles. Pour cela, nous choisissons pour chaque individu d'utiliser une variable aléatoire suivant une loi de Bernouilli de paramètre p. La valeur de p est déterminée comme la proportion moyenne de femme dans les données réelles que nous disposons, ainsi p=58%.

#### Année de naissance

L'observation de la répartition des années de naissances des individus réels a permis de déterminer la méthode de calcul de l'âge des individus du portefeuille fictif. En effet, à l'aide du QQ-Plot de la figure n° 3.7, nous supposons que l'année de naissance suit une variable aléatoire normale de moyenne égale à 1958 et d'écart-type égal à 8. Notons toutefois que l'utilisation d'une loi normale est risquée car les années de naissance ne peuvent être supérieures à 1994 (qui correspond à 18 ans en 2012) et inférieures à 1892 (qui correspond à 120 en 2012, l'âge maximal des tables).

## Normal Q-Q Plot

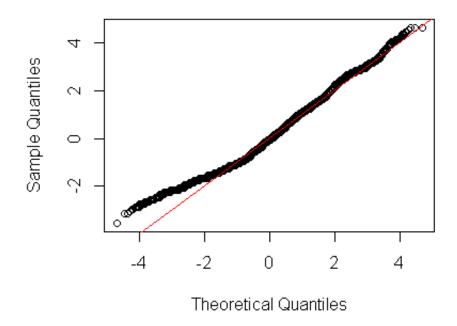


FIGURE 3.7 – QQ-Plot des années de naissances (données centrées et réduites).

#### Réversion

Les pourcentages de réversion sont fixés arbitrairement à 0%, 80% et 100%. A l'instar de la détermination du genre des individus, la répartition des taux de réversion sont définis à l'aide d'une loi de Bernouilli dont les paramètres p sont résumés dans la table n° 3.1.

Taux de réversion	Probabilité $p$
0%	0,69
80%	0,10
100%	0,21

Table 3.1 – Probabilités des taux de réversion.

La différence entre l'âge de l'adhérent et l'âge du réservataire est en moyenne égale à une année. Par simplification, nous supposons que l'âge du réservataire est égal à l'âge de l'adhérent.

#### Répartition entre cotisants et allocataires

La répartition entre les cotisants et les allocataires est simplement déterminée par l'âge des individus. En effet, si l'âge de l'individu à la date de calcul est supérieur à l'âge de départ fixé dans les paramètres (voir la section 3.6.2 page 101) alors l'individu est considéré comme allocataire. A l'inverse, l'individu sera cotisant si son âge lors du calcul est inférieur à l'âge de départ prévu.

#### Nombre de points

Le nombre de points est déterminé en fonction de l'âge. La figure n° 3.8 illustre la moyenne du nombre de points acquis en fonction de l'âge de l'individu considéré sur des données réelles. Intuitivement, le nombre de points acquis semble croissant avec l'âge de l'individu, ce qui semble cohérent. Nous décidons donc d'utiliser une simple régression linéaire et nous obtenons l'équation de calcul du nombre de points acquis :

$$Points = 36,32 \times Age - 82,98$$

Le coefficient de détermination de Pearson est égal à 0,753. Les données sont donc relativement linéaires sans pour autant l'être parfaitement, comme la figure n° 3.8 le suggère.

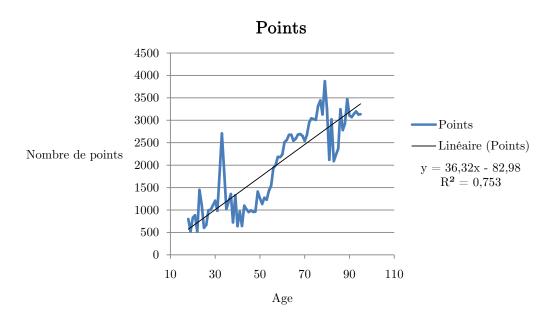


FIGURE 3.8 – Nombre de points en fonction de l'âge de l'individu.

## 3.6.2 Présentation des hypothèses retenues

La méthode de construction du porte feuille fictif est maintenant définie. Les données peuvent donc être simulées a fin d'obtenir le porte feuille utilisé pour le calcul du *Best Estimate* des sections suivantes.

### Les hypothèses générales

Les hypothèses principales retenues pour la création du portefeuille sont :

- 1. Un effectif de 10 000 individus répartis de la façon suivante (après la création du portefeuille virtuel) :
  - 8 158 cotisants (81,58% des individus) et 1 842 allocataires (18,42%),
  - L'âge le plus bas est 24 ans et l'âge le plus élevé est 92 ans,
  - La moyenne des points acquis par les allocataires est égale à 2 778,99,
  - La moyenne des points acquis par les cotisants est égale à 1 467,95;
- 2. Un âge de liquidation de la rente fixé à 65 ans;

- 3. Un horizon égal à 80 ans (78 aurait suffit comme l'âge minimal est 24 et l'âge maximal des tables est 120);
- 4. Le nombre de simulation est arbitrairement fixé à 10 000, nous verrons par la suite que ce nombre peut se réduire.

#### Hypothèses sur l'actif

Les hypothèses à l'actif sont les suivantes :

- 1. Trois types d'actifs sont considérés pour un montant de 177 685 064 euros répartis de la façon suivante :
  - -79,76% d'obligations,
  - 15,33% d'actions,
  - -4,91% d'immeubles;
- 2. La valeur comptable de l'actif est égale à la valeur de marché en date 0;
- 3. Une répartition cible d'actifs à 80% en obligations, 15% en actions et 5% en immeubles;
- 4. Une réalisation des plus-values latente si celles-ci sont supérieures à :
  - -20% pour les actions,
  - 10% pour les immeubles;
- 5. Des frais fixe de gestion de l'actif égaux à 0,50% du montant de chaque transaction effectuée.

### Hypothèses sur le passif

Enfin, les hypothèses retenues au passif sont :

1. Les tables utilisées sont les TGF05 et TGH05;

- 2. La structure par terme utilisée est celle fournie par le QIS 5 avec une prime d'illiquidité de 75%;
- 3. Des frais sur les rentes versées égaux à 1% du montant de la rente;
- 4. Un seuil pour la réserve de sécurité (évoqué à la section 3.3.2 page 71) égal à 10% du montant de engagements : au delà de ce seuil, la réserve de sécurité permet l'augmentation de la valeur de service;
- 5. La possibilité de baisser la valeur de service;
- 6. Une variation maximale de 10% de la valeur de service d'un exercice à l'autre;
- 7. Une valeur de service initiale égale à 0,5.

## 3.6.3 Résultats et comparaison avec la réglementation actuelle Solvabilit'e~I

Les résultats obtenus par le modèle sont à comparer avec les grandeurs usuelles calculées sous *Solvabilité I*. En effet, la réglementation actuelle permet de se rendre compte, au moins en partie, de la pertinence des résultats du modèles. Les calculs sont réalisés sur le même portefeuille d'adhérents créé précédemment et les hypothèses présentées *infra*.

#### Hypothèses pour le calcul Solvabilité I

Nous supposons que la valeur de la PTS est égale à la valeur de la PMT. Ainsi, avec un taux d'actualisation égal à 1,59% (égal à 60% de la moyenne des TME <sup>69</sup> depuis 6 mois, comme le précise l'article A. 222-1 du Code de la mutualité), le rapport de la PTS à la PMT est égal à 100%.

Les tables utilisées dans le calcul de la PMT sont les mêmes que dans le modèle (TGF05 et TGH05).

<sup>69.</sup> Source : Banque de France.

#### Résultats

La PMT sous la législation actuelle est égale à 149~079~159 euros. A l'issue des 10~000 simulations, la valeur du Best~Estimate obtenu est égale à 126~080~028 euros répartis de la façon suivante :

- 122 561 227 euros liés aux prestations uniquement;
- 1 758 818 euros liés aux frais de passif;
- 1 759 982 euros liés aux frais à l'actif.

La valeur de service évolue différemment selon les *scenarii*. La figure n° 3.9 illustre l'évolution de la valeur de service pour 10 *scenarii* sur les 40 premières années.

## Evolution de la valeur de service

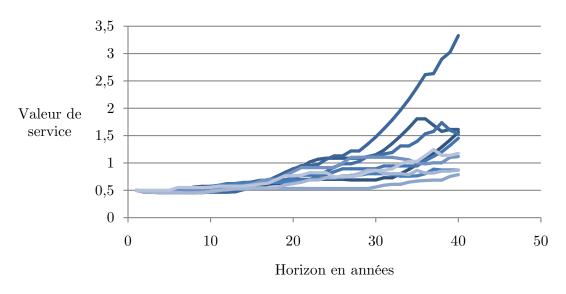


FIGURE 3.9 – Evolution de la valeur de service.

La valeur de service varie très peu entre jusqu'à environ 20 ans. En conséquence, les flux de prestations varient également très peu durant les 20 premières années comme l'illustre la figure n° 3.10.

## Flux de prestations

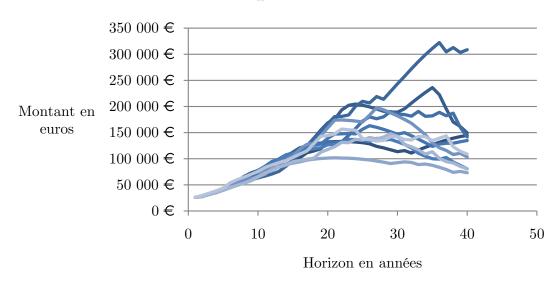


FIGURE 3.10 – Flux de prestations.

La couverture du passif par les actifs est représentée par la figure n° 3.11 pour 10 scenarii et sur 40 années.

## Couverture du passif par l'actif

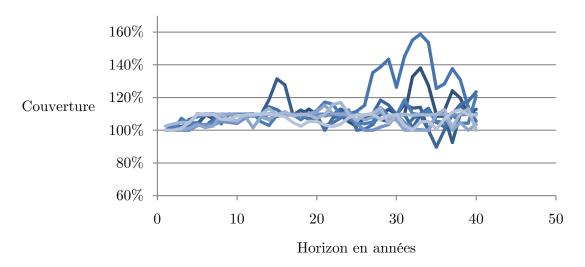


FIGURE 3.11 – Couverture du passif par l'actif.

La couverture peut être inférieure à 100% étant donné que, bien que la valeur de service peut diminuer, cette diminution est limitée à 10% de la valeur de service précédente. Par ailleurs, le système de la réserve de sécurité doit déclencher une augmentation de la valeur de service si le seuil de 10% fixé dans les hypothèses est dépassé. La couverture du passif par l'actif ne peut donc théoriquement pas être supérieure à 110%, cependant, là encore le fait que la valeur de service ne peut évoluer de plus de 10% par année implique que la couverture peut être supérieure à 110%.

Enfin, le nombre de simulation peut être aisément réduit. En effet, la figure n° 3.12 illustre le fait que la variation des calculs est rapidement atténuée par le nombre de simulations. Les droites rouges représentent -0,5% et 0,5%. De ce fait, les 10 000 simulations semblent superflues et nous décidons de porter ce nombre à 1 000.

## Convergence du Best Estimate

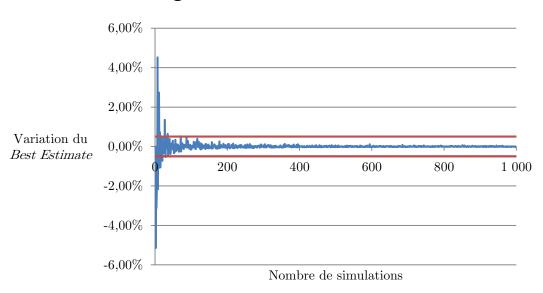


FIGURE 3.12 – Convergence du Best Estimate.

## 3.7 Etude de sensibilité des paramètres

La présente section illustre l'importance des différents paramètres dans le calcul du Best Estimate.

#### 3.7.1 Variation maximale annuelle de la valeur de service

La variation maximale de la valeur de service est de 10% d'une année à l'autre dans les hypothèses. En changeant uniquement cette hypothèse, c'est à dire autoriser une variation sans limite de la valeur de service, le résultat obtenu dans le calcul du *Best Estimate* est égal à 126 158 775 soit une variation quasi nulle. Par ailleurs, la couverture de l'actif sur le passif est toujours incluse dans l'intervalle entre 100% et 110%, par construction

La faible variation peut s'interpréter par le fait que si l'actif diminue fortement une année ou à l'inverse augmente considérablement, alors la valeur de service peut également augmenter ou diminuer, de sorte à ce que la couverture reste toujours dans son intervalle entre 100% et 110%. Le *Best Estimate* n'est donc pas considérablement impacté par ce paramètre, puisque les effets à la hausse sont compensés par les effets à la baisse.

#### 3.7.2 Possibilité de baisse de la valeur de service

L'hypothèse de possibilité de baisse de la valeur de service est retenue dans le modèle, le Code de la mutualité l'autorisant. Néanmoins, cette possibilité n'est que très rarement utilisée et le Code des assurances l'interdit même.

Le Best Estimate obtenu en imposant une valeur de service au moins égale à la valeur de service de l'exercice précédent est égal à 137 020 174 euros soit une augmentation de 8,75%. L'augmentation était attendue, les engagements ne pouvant diminuer. Une idée pourrait être d'augmenter le seuil de la réserve de sécurité à 20% par exemple tout en interdisant la baisse de la valeur de service, dans ce cas, la hausse de la valeur de service serait donc conditionnée par des réserves suffisantes qui pourraient faire face à une baisse future de la valeur des actifs.

## 3.7.3 Changement de structure par terme

Nous proposons d'utiliser le taux d'intérêt de 1,59% pour toutes les maturités (ce taux est celui utilisé dans le calcul de la PMT). Nous obtenons alors un Best Estimate d'une valeur de 213 607 758 euros soit une hausse de 69,53%. L'explication d'un tel montant est simple : la valeur du Best Estimate est directement dépendante de la structure par termes, le taux d'intérêt de 1,59% est très faible pour des maturités très élevées alors que la structure par terme donnée par le QIS 5 propose des taux proches de 4% pour les maturités supérieurs à 30 ans. Notons que les flux non actualisés sont donc bien plus élevés dans le modèle présenté dans ce mémoire que ce que la réglementation actuellement en vigueur définit, notamment à cause de la revalorisation de la valeur de service et de la prise en compte des frais.

Nous proposons maintenant d'utiliser la structure par terme du 7 septembre 2012 <sup>70</sup> afin de tester le modèle dans des conditions actuelles. La valeur du *Best Estimate* obtenu est égale à 172 651 501 soit une hausse de 37,03%. L'importante hausse est expliquée par les taux d'intérêts qui sont bien plus faibles aujourd'hui que lors de la parution du *QIS 5*.

La figure 3.13 illustre l'écart entre les deux structures par terme du QIS 5 et de septembre 2012.

<sup>70.</sup> La construction de la structure par terme est décrite par le CFO Forum et le CRO Forum dont un article est disponible ici : http://ec.europa.eu/internal\_market/insurance/docs/solvency/qis5/cfo-forum-cro-forum-paper-risk-free-rates\_en.pdf.

#### 5,00% 4,50% 4.00% 3,50% 3,00% 2,50% Taux QIS 5 2,00% 1,50% Septembre 2012 1,00% 0,50% 0,00% 0 20 40 60 80 100 120 140 160

## Comparaison des structures par terme

Figure 3.13 – Comparaison des structures par terme.

Horizon (en années)

### 3.7.4 Variation de la mortalité

Les tables de mortalité utilisées sont les tables réglementaires en vigueur pour le calcul des engagements viagers. Nous décidons d'abord d'appliquer une baisse de 30% de la mortalité et nous obtenons alors un Best Estimate égal à 140 327 070 euros soit une hausse de 11,30%. Nous appliquons maintenant une hausse de 30% de la mortalité. La valeur du Best Estimate obtenu est égale à 125 979 163 soit une baisse de 0,08%. La différence obtenue dans le cas de la hausse de la mortalité est quasi nulle, le résultat s'explique surtout par le fait que les bénéfices techniques liés à la mortalité élevée (et donc des prestations en moins à verser) permettent d'augmenter la valeur de service et de fait les engagements, les deux effets semblent se compenser.

## 3.8 Conclusion de la partie

Le calcul des provisions pour un régime de retraite sous la réglementation Solvablité

II présente l'avantage d'être relativement similaire au calcul de la provision mathéma-

tique théorique effectué sous la réglementation actuelle. Le modèle présente néanmoins des spécificités propres à la nouvelle réglementation européenne telles que l'introduction d'une structure par terme en fonction de la maturité ou encore de la prise en compte de l'évolution future de l'économie afin de traduire les éventuelles variation de la valeur de service.

La provision Best Estimate obtenue est plus faible que la provision mathématique théorique, notamment grâce à l'utilisation d'une structure par terme dont les taux d'intérêts sont plus élevés que le taux proposé pour calculer cette dernière. Nous constatons d'ailleurs que l'utilisation d'une structure par terme plus récente donne un Best Estimate plus important.

Concernant les aspects du modèles, certaines hypothèses demandent à être revue. En effet, les modèles de projection de l'actif peuvent se complexifier afin de mieux tenir compte des conditions les plus extrêmes de marché et des possibilités de défaut des émetteurs d'obligation notamment. Par ailleurs, les projections peuvent être réalisées plus finement en simulant le prix de chaque actif individuellement. Enfin, les hypothèses simplifiées telles que l'inflation déterministe ou encore l'utilisation des tables réglementaires demandent également à être revues.

## 3.9 Résumé de la partie

La troisième partie analyse l'arrivée de la nouvelle réglementation européenne et ses conséquences sur les régimes en points, à travers les directives des différents niveaux du processus Lamfalussy. Les modalités de calcul du *Best Estimate* sont données par les directives européennes « 2009/138/CE » et par les spécifications techniques du *QIS 5*. Le modèle de calcul est alors une somme de flux probables actualisés avec comme paramètre clé la valeur de service d'un point.

Le calcul du *Best Estimate* est finalement proche du calcul de la provision mathématique théorique sous la réglementation actuelle. La principale différence réside notamment dans l'inclusion des frais futurs et de l'évolution de la valeur de service, cette dernière tenant compte de l'évolution de l'actif et du passif et évoluant selon les résultats techniques et financiers du régime. La valeur de service et la réserve de sécurité se « substituent » à un système de participation aux bénéfices notamment présent dans la branche 20.

## Conclusion

La réforme européenne de l'activité d'assurance est un point majeur dans l'histoire de l'assurance. Les organismes vont être soumis à des règles qui se veulent plus justes à la fois dans le calcul des provisions mais également dans l'appréciation du risque lié à l'organisme.

La retraite en points est pleinement concernée par ce changement de législation et même davantage puisque les règles usuelles, notamment le calcul des provisions, sont différentes entre un régime de branche 20 et un régime de branche 26. Nous avons donc déterminé d'une part une formule générale de calcul du *Best Estimate* permettant le calcul de la provision dans le bilan prudentiel *Solvabilité II* et d'autre part, un modèle complet permettant l'application de la formule de calcul sur un portefeuille de données.

La formule du *Best Estimate* ainsi définie inclut un mécanisme de revalorisation de la valeur de service assimilable à un système de participation au bénéfice. La valeur de service devient alors l'un des paramètres clé dans le régime.

Les principaux enseignements de cette recherche sont les suivants : selon le profil de gestion de l'organisme, notamment les modalités d'évolution de la valeur de service, la valeur du *Best Estimate* varie. De même, la structure par terme utilisée influence de façon non négligeable la valeur du *Best Estimate*.

Enfin, certains aspects de la réglementation actuelle sont à revoir avant l'entrée en vigueur de la réforme *Solvabilité II*. Outre la nécessaire convergence des trois Codes applicables aux organismes de branche 26, le fait même d'avoir un *Best Estimate* à la place d'une provision fonctionnant comme la PTS au bilan prudentiel *Solvabilité II* reste encore à écrire dans les futurs textes de loi.

## Lexique

Règlement Texte définissant les modalités de fonctionnement du régime de branche 26 dans le cadre du Code de la mutualité.

Convention Texte définissant les modalités de fonctionnement du régime de branche 26 dans le cadre du Code des assurances.

Adhérent Individu ayant souscrit au règlement ou à la convention d'un régime de branche 26.

Cotisant Adhérent au régime de branche 26 dont la rente est en cours de constitution par l'apport de cotisations.

Allocataire Adhérent au régime de branche 26 bénéficiaire d'une rente en cours de service.

PTS La provision technique spéciale est la provision au bilan dans un régime de branche 26 (sous la réglementation actuelle).

**PMT** La provision mathématique théorique est une provision des régimes de branche 26 qui n'apparait pas au bilan. La PMT est assimilable dans son calcul à la provision mathématique dans un régime de branche 20 et elle permet de piloter et de contrôler le régime via le ratio  $\frac{PTS}{PMT}$  qui doit être supérieur à 1.

Mutuelle Une mutuelle est un organisme soumis au Code de la mutualité et défini à l'article L. 111-1 de ce même Code.

Union de mutuelles Une union de mutuelle correspond à la mise en commun de moyens, compétence, etc. entre plusieurs mutuelles dans des règles définies dans le Code de la mutualité.

Assureur Un assureur est un organisme d'assurance soumis au Code des assurances.

Institution de prévoyance Une institution de prévoyance est un organisme d'assurance soumis au Livre IX du Code de la Sécurité sociale.

## Bibliographie

- [CHATILLON, DUREU] P. DE CHATILLON, S. DUREU, Quel avenir pour les régimes L441 fermés? Etude du régime de prévoyance de la mutualité agricole, 2001.
- [LAURENT] B. LAURENT, Réflexions concernant l'évolution du cadre réglementaire des régimes de retraite paritaires de la Branche 26. (régis par l'article L.932-24 du code de la Sécurité Sociale), 2006.
- [LOR 2005] Observatoire des Retraites, Lettre de l'Observatoire des Retraites nº 14, Mars 2005.
- [COR 2010] Conseil d'Orientation des Retraites, Les régimes de retraite de la branche 26, Juin 2010.
- [DEVOLDER] P. DEVOLDER, Les Univers Virtuels de la Finance, Belgian Actuarial Bulletin, Volume 1, Numéro 1, 2001.
- [PLANCHET, THEROND] F. PLANCHET, P. E. THEROND, Simulation de trajectoires de processus continus.
- [CIR] J. COX, J. INGERSOLL, S. ROSS, A theory of the term structure of interest rates, Econometrica, Volume 53, Numéro 2, Mars 1985.
- [DESHAYES] N. DESHAYES, Optimisation de l'approche Simulations dans les Simulations en assurance vie, 2011.
- [ELIE] R. ELIE, Calcul Stochastique pour la finance.
- [PLANCHET] F. PLANCHET, Pilotage technique d'un régime de rentes viagères : identification et mesure des risques, allocation d'actif, suivi actuariel., 2006.

## Annexes

# Annexe nº 1 : Equivalence actuarielle du rendement minimal

Le rendement est le quotient de la valeur de service sur la valeur d'acquisition d'un point, tel que :

$$\label{eq:Rendement} \text{Rendement} = \frac{\text{Valeur de service}}{\text{Valeur d'acquisition}}$$

La valeur minimale du rendement pour une rente viagère sans réversion à soixantecinq ans est de 0,05 (articles R. 222-15 du Code de la mutualité et R. 932-4-14 du Code de la Sécurité sociale). Pour les autres cas, il est procédé à une « équivalence actuarielle » (articles A. 222-1 du Code de la mutualité et A. 932-4-1 du Code de la Sécurité sociale) telle que le facteur minimal 0,05 soit multiplié par le produit des coefficients suivant (en fonction de la rente voulue) :

$$\frac{65-x|a_x}{a_x} \qquad \qquad \text{pour une rente sans réversion à l'âge } x \ (x < 65)$$
 
$$\frac{a_x}{x-65|a_x} \qquad \qquad \text{pour une rente sans réversion à l'âge } x \ (x > 65)$$
 
$$\frac{20|a_{45}}{20|a_{45} + \beta \times (20|a_{45} - 20|a_{(45)(45)})} \qquad \text{pour une rente avec réversion au taux } \beta$$

Le coefficient  $_{20|}a_{(45)(45)}$  correspond à une rente viagère différée de vingt ans versée tant que les deux têtes sont en vie.

Si la valeur minimale du rendement recherchée correspond à la fois à un âge d'entrée en rente différent de soixante-cinq ans et à une réversion, les coefficients sont multipliés entre eux.

## Annexe nº 2: Algorithme du tore mélangé

La suite de nombre aléatoires générés par l'algorithme du tore (dans sa version « simple ») est définie par :

$$u_n = n \times \sqrt{p_i} - \lfloor n \times \sqrt{p_i} \rfloor$$

avec

 $p_i$  = Le *i*-ème nombre premier, choisi arbitrairement,

 $\lfloor x \rfloor$  = La partie entière inférieure de x.

L'un des points faible de cette méthode tient au fait que les valeurs générées ne sont pas indépendantes termes à termes. L'algorithme du tore dans sa version « mélangée » propose donc une suite différente de nombres aléatoires définie par :

$$v_m = u_{\phi(m)}$$
 avec  $\phi(m) = [\alpha \times N \times \tilde{u} + 1]$ 

avec

 $\alpha$  = Un entier arbitraire supérieur à 1,

 $N = \text{Le nombre de réalisation de la variable uniforme } \tilde{u},$ 

 $\tilde{u}$  = Une variable aléatoire uniforme entre 0 et 1 ( $\tilde{u} \sim \mathcal{U}([0;1])$ ).

En pratique,  $\tilde{u}$  peut être issu de l'algorithme du tore dans sa version « simple » mais de meilleurs résultats sont obtenus avec la fonction Rnd() de VBA et un  $\alpha$  égal à 10 est suffisant pour obtenir de bons résultats au sens de [PLANCHET, THEROND].