

**Mémoire présenté devant l'Université Paris Dauphine  
pour l'obtention du diplôme du Master Actuariat  
et l'admission à l'Institut des Actuaires**

le 29 novembre 2011

Par : Marylène DE CUBBER

Titre: Rentabilité et tarification sous Solvabilité II :

vers une évolution de l'offre produit ?

Confidentialité :  NON     OUI (Durée :  1 an     2 ans)

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

Membres présents du jury de l'Institut des Actuaires :    Signature :    Entreprise :

Nom : Optimind

Signature :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Gildas ROBERT

Signature :

Membres présents du jury du Master Actuariat de Dauphine :

**Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels** (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise :

Secrétariat :

Bibliothèque :

Signature du candidat :



## SOMMAIRE

---

REMERCIEMENTS.....	3
RESUME.....	5
ABSTRACT.....	6
NOTE DE SYNTHÈSE.....	7
SUMMARY.....	13
INTRODUCTION.....	18
<b>I. LE CADRE SOLVABILITE II.....</b>	<b>19</b>
A. LA REFORME ET SES GRANDS PRINCIPES.....	19
1. <i>De Solvabilité I à Solvabilité II</i> .....	19
a) <b>Le besoin de réglementation prudentielle</b> .....	19
b) <b>Les règles prudentielles sous Solvabilité I et leurs faiblesses</b> .....	21
2. <i>Le contexte, les enjeux et le calendrier de la directive Solvabilité II</i> .....	22
a) <b>Objectifs de la réforme</b> .....	22
b) <b>Organisation en trois piliers</b> .....	23
c) <b>Elaboration et calendrier de la réforme</b> .....	24
B. FOCUS SUR LE PILIER 1 DE LA REFORME SOLVABILITE II.....	28
1. <i>Les Provisions Techniques</i> .....	28
a) <b>Le Best Estimate</b> .....	29
b) <b>La Marge de risque (Risk Margin)</b> .....	31
2. <i>Le Capital Réglementaire</i> .....	32
a) <b>MCR</b> .....	32
b) <b>SCR</b> .....	33
3. <i>Les Fonds Propres</i> .....	37
<b>II. MESURES DE RENTABILITE ET METHODES DE TARIFICATION.....</b>	<b>38</b>
A. ETUDES PRELIMINAIRES.....	38
1. <i>Etude de rentabilité et de tarification</i> .....	38
a) <b>Définitions et réglementation</b> .....	38
b) <b>Prévision des résultats en assurance</b> .....	40
c) <b>Le processus de tarification en assurance</b> .....	42
2. <i>Etude des impacts de Solvabilité II</i> .....	43
a) <b>Processus et stratégies</b> .....	44
b) <b>Projection du capital sous Solvabilité II</b> .....	47
B. INDICES DE RENTABILITE EN ASSURANCE VIE.....	50
1. <i>VIF (Value of In Force)</i> .....	50
a) <b>Les éléments du calcul de la VIF</b> .....	51
b) <b>Un indicateur de rentabilité construit à partir de la VIF</b> .....	54
2. <i>NBV (New Business Value)</i> .....	54
a) <b>Les éléments du calcul de la NBV</b> .....	54
b) <b>Autres indicateurs construits avec la NBV</b> .....	56
3. <i>TRI (Taux de Rendement Interne)</i> .....	57
4. <i>ROE (Return On Equity) et RORAC (Return On Risk-Adjusted Capital)</i> .....	58
C. METHODES DE TARIFICATION.....	60
1. <i>Méthode du TRI</i> .....	60
a) <b>Principe de la méthode du TRI</b> .....	60
b) <b>Univers stochastique : étude la distribution des TRI</b> .....	61
2. <i>Méthode VPNC - Valeur de Portefeuille Nette du Coût du Capital</i> .....	62
3. <i>Avantages et inconvénients des méthodes</i> .....	63

<b>III. CADRE DE L'ETUDE ET METHODE DE VALORISATION .....</b>	<b>65</b>
A. PRESENTATION DES PRODUITS D'ASSURANCE VIE.....	65
1. <i>Produit d'épargne en Euro</i> .....	65
2. <i>Produit d'épargne en Unités de Compte</i> .....	66
3. <i>Produit Euro Diversifié</i> .....	67
a) <b>Contexte</b> .....	67
b) <b>Le contrat Euro Diversifié versus le contrat Euro</b> .....	68
B. MODELISATION SOUS LE REFERENTIEL SOLVABILITE II .....	70
1. <i>Le Best Estimate</i> .....	70
a) <b>Modélisation stochastique</b> .....	70
b) <b>Eléments de calcul du Best Estimate en Epargne</b> .....	72
2. <i>La marge de risque (Risk Margin)</i> .....	76
3. <i>Le capital réglementaire dans le cadre de la Formule Standard</i> .....	78
a) <b>Le BSCR</b> .....	78
b) <b>Les différents risques de la formule standard</b> .....	79
c) <b>L'ajustement lié à la capacité d'absorption des pertes</b> .....	86
4. <i>Modélisation de l'Actif</i> .....	89
a) <b>Modèle de taux</b> .....	89
b) <b>Modèle d'actions</b> .....	93
<b>IV. APPLICATIONS ET RESULTATS .....</b>	<b>98</b>
A. CONTRAT MONO-SUPPORT EUROS .....	98
1. <i>Présentation du modèle</i> .....	98
a) <b>Hypothèses générales et déroulement du modèle</b> .....	99
b) <b>Les interactions Actif/Passif</b> .....	103
2. <i>Résultats</i> .....	106
a) <b>Best Estimate, Marge de Risque et capital réglementaire</b> .....	106
b) <b>Etude de rentabilité et de tarification</b> .....	112
B. CONTRAT MONO-SUPPORT UC .....	123
1. <i>Présentation du modèle</i> .....	123
2. <i>Résultats</i> .....	124
a) <b>Capital réglementaire</b> .....	124
b) <b>Etudes de rentabilité et de tarification</b> .....	124
C. CONTRAT EURO DIVERSIFIE .....	126
1. <i>Présentation du modèle</i> .....	126
2. <i>Résultats</i> .....	126
a) <b>Capital réglementaire</b> .....	126
b) <b>Etudes de rentabilité et de tarification</b> .....	127
D. LES CONSEQUENCES ATTENDUES SUR LE MARCHE DE L'ASSURANCE .....	128
<b>CONCLUSION .....</b>	<b>132</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>134</b>
<b>ANNEXES.....</b>	<b>136</b>
ANNEXE 1 : COURBES DES TAUX FOURNIES PAR LE CEIOPS DANS LE QIS 5.....	136
ANNEXE 2 : CHOCS SUR LA COURBE DES TAUX DANS LE QIS 5 .....	137
ANNEXE 3 : LES ARTICLES CITES DU CODE DES ASSURANCES .....	138
ANNEXE 4 : RAPPEL SUR LES TESTS DE SHAPIRO WILK ET D'AGOSTINO.....	139
<b>TABLE DES ILLUSTRATIONS .....</b>	<b>140</b>

## Remerciements

---

Je tiens tout d'abord à remercier Christophe Eberlé, Président d'Optimind de m'avoir accueillie au sein de sa société d'actuariat conseil et je suis honorée que cette collaboration se prolonge.

Je suis particulièrement reconnaissante envers mon maître de stage Gildas Robert, actuaire ERM et senior manager, pour sa disponibilité, son encadrement et ses précieux conseils durant ces six mois de stage.

Je remercie également Cyril Barritaud, Actuaire qualifié IA, et Axel James, consultant senior, pour leur soutien et leurs conseils avisés tout au long de la réalisation de mon mémoire.

J'adresse également mes remerciements à tous les collaborateurs d'Optimind, pour leur accueil chaleureux et leur disponibilité durant ce stage.

Je souhaite enfin témoigner ma reconnaissance à toutes les personnes qui m'ont aidée, de près ou de loin, à réaliser ce mémoire dans les meilleures conditions.



## Résumé

---

**Mots clés :** Solvabilité II - Capital réglementaire - Rentabilité - Tarification - Contrats d'épargne - Euro - Unités de Compte - Euro Diversifié - Formule Standard - VIF (Value of In Force) - TRI (Taux de Rendement Interne) - Valeur du portefeuille - Coût du capital - Déterministe - Stochastique - Volatilité du SCR

La réforme Solvabilité II, en modifiant le capital réglementaire requis par assureur, va nécessairement modifier la rentabilité des produits d'assurance, et par conséquent leur tarification en impactant le coût des fonds propres à immobiliser. Solvabilité II va conduire à une revue des modèles d'évaluation du coût d'immobilisation des fonds propres. Il est nécessaire d'y inclure le surcoût (en général) lié à une augmentation potentielle du niveau du capital réglementaire, mais aussi la volatilité du capital réglementaire, qui constitue une nouveauté par rapport à Solvabilité I.

Ce mémoire vise à évaluer l'impact de la réforme Solvabilité II sur la rentabilité et la tarification des produits d'assurance vie, et d'en déduire une évolution probable de l'offre produit sur le marché de l'assurance de demain. Afin de mesurer ces impacts et d'effectuer des études comparatives, trois produits d'épargne en assurance vie sont particulièrement étudiés : Euro, UC (Unité de Compte) et Euro Diversifié.

La première partie de ce mémoire présente une description du référentiel prudentiel Solvabilité II.

La deuxième partie est consacrée à une étude de rentabilité et de tarification dans le cadre spécifique de l'assurance, avec une étude particulière sur les impacts de Solvabilité II et les nouveautés qu'impose le changement de référentiel. Ensuite, des indices de rentabilité en assurance vie et des méthodes de tarification sont présentés et détaillés.

La troisième partie concerne le cadre de l'étude, avec une description des trois contrats étudiés et des méthodes de valorisation sous Solvabilité II.

La quatrième et dernière partie développe une application des cas pratiques, avec une présentation des résultats sur la rentabilité et la tarification, pour les trois produits d'assurance vie, en étudiant les évolutions entre Solvabilité I et Solvabilité II. Pour finir, une analyse est réalisée sur les évolutions probables de l'offre produit après Solvabilité II, en envisageant comment les assureurs peuvent optimiser leur activité au futur environnement prudentiel.

## Abstract

---

**Keywords** : Solvency II - Regulatory Capital - Profitability - Pricing - Savings contracts - Euro - Unit-linked - Euro-Diversified - Standard Formula - VIF (Value of In Force) - IRR (Internal Rate of Return) - Portfolio Value - Cost of Capital - Determinist - Stochastic - Volatility of SCR

Solvency II reform, by changing the regulatory capital required by insurers, will necessarily change the profitability of insurance products, and therefore their pricing by impacting the cost of equity capital tied up. Solvency II will lead to a review of models for assessing the cost of equity capital. It is necessary to include the additional cost (usually) related to a potential increase in the level of regulatory capital, but also the volatility of regulatory capital, which is new compared to Solvency I.

This final report aims to assess the impact of the reform Solvency II on profitability and pricing of life insurance products, and to deduce a likely evolution of product offering on the insurance market. To measure these impacts and to do comparative studies, we will focus in particular on three savings products in life insurance: Euro, Unit-Linked and Euro-Diversified.

The first part provides a description of the prudential framework Solvency II.

The second part is devoted to a profitability and pricing study in the specific context of insurance, with a special study of the impacts of Solvency II and the new imposed by the change of framework. Then index of profitability in life insurance and pricing methods are presented and detailed.

The third part concerns the study frame, with a description of the three life insurance contracts and valuation methods under Solvency II.

The fourth and final part proposes an application of the practical cases, with a presentation of the results about profitability and pricing for the three life insurance products, by studying the changes between Solvency I and Solvency II. Finally, an analysis is performed on the likely developments of product offering after Solvency II, by considering how insurers can optimize their business to the future prudential environment.

## Note de synthèse

---

**Mots clés :** Solvabilité II - Capital réglementaire - Rentabilité - Tarification - Contrats d'épargne - Euro - Unités de Compte - Euro Diversifié - Formule Standard - VIF (Value of In Force) - TRI (Taux de Rendement Interne) - Valeur du portefeuille - Coût du capital - Déterministe - Stochastique - Volatilité du SCR

Le 1<sup>er</sup> janvier 2013 entrera en vigueur la nouvelle réforme prudentielle Solvabilité II. Cette réforme a pour but d'harmoniser au niveau européen les règles de solvabilité, et surtout de renforcer la protection des assurés en incitant les assureurs à améliorer leur gestion des risques. Solvabilité II impose une nouvelle approche des risques aux assureurs, tous les risques devant être pris en compte tant du point de vue quantitatif que qualitatif. Depuis plusieurs années maintenant, le marché européen de l'assurance se mobilise autour de ce nouveau projet. Son élaboration implique tous les acteurs du marché de l'assurance, notamment au travers des études quantitatives d'impact lancées par le CEIOPS puis la Commission Européenne.

Solvabilité II introduit une nouvelle approche de valorisation des actifs et des passifs d'assurance : l'évaluation économique dite en « juste valeur ». Cette réforme impose aux assureurs et aux réassureurs de disposer d'un montant cible de fonds propres, le SCR (*Solvency Capital Requirement*), calculé en fonction des risques propres à la compagnie, et calibré de manière à obtenir une probabilité de ruine à 1 an inférieure à 0,5%, soit « une ruine tous les 200 ans » en moyenne. Ces éléments constituent des évolutions majeures au regard de la méthode de provisionnement et du calcul de l'EMS (Exigence de Marge de Solvabilité) sous Solvabilité I. Sous l'actuel référentiel, le niveau de capital réglementaire d'un assureur se mesure de façon forfaitaire sur la base de coefficients appliqués aux éléments constitutifs du bilan.

La mise en place de Solvabilité II soulève non seulement la problématique de satisfaction aux exigences de capital mais aussi celle du coût d'immobilisation des fonds propres, à travers la forte volatilité du capital réglementaire sous Solvabilité II. Par conséquent, en modifiant le capital réglementaire requis par assureur, Solvabilité II va modifier nécessairement la rentabilité des produits. Cette situation se fera probablement ressentir sur la tarification des contrats, ainsi une partie du coût de la protection des assurés sera alors supportée par ces derniers.

Ce mémoire vise à évaluer **l'impact de la réforme Solvabilité II sur la rentabilité et la tarification des produits d'assurance vie**, et d'en déduire **une évolution probable de l'offre produit sur le marché de l'assurance de demain**.

Ce mémoire s'organise en quatre grandes parties et vise à :

- présenter toutes les étapes nécessaires à la mise en place de méthodes de tarification et de rentabilité en assurance vie ;
- étudier les évolutions qu'impose la réforme Solvabilité II par rapport à Solvabilité I ;
- évaluer plus particulièrement les impacts sur trois produits d'épargne en assurance vie : Euro, UC (Unités de Compte) et Euro Diversifié ;
- analyser les évolutions probables de l'offre produit après Solvabilité II, en envisageant comment les assureurs peuvent optimiser leur activité au futur environnement prudentiel.

En raison du caractère long terme des contrats en assurance vie, le bilan et le compte de résultat ne reflètent que partiellement l'enrichissement de la compagnie. Seule une vision sur plusieurs exercices en tenant compte, sous certaines conditions, des résultats futurs sur les affaires déjà conclues permet d'apprécier la rentabilité de l'activité d'assurance. La tarification d'un produit d'assurance doit prendre en compte plusieurs éléments, de manière prospective sur toute la vie du contrat : le coût du risque, les frais de souscription et de gestion, et le coût d'immobilisation des fonds propres en intégrant éventuellement une marge (positive ou négative) pour l'assureur. Les études de rentabilité et de tarification des produits nécessitent la projection du bilan et du compte de résultat sur la base d'hypothèses réalistes, hypothèses dites « *market consistent* », dans une approche similaire aux modélisations prospectives pratiquées dans des objectifs de valorisation, comme le *Best Estimate* de Solvabilité II.

En impactant le capital réglementaire, Solvabilité II va conduire à une revue des modèles d'évaluation du coût d'immobilisation des fonds propres. Il est nécessaire d'y inclure le surcoût (en général) lié à une augmentation potentielle du niveau du capital réglementaire, mais aussi la volatilité du capital réglementaire, qui constitue une nouveauté par rapport à Solvabilité I. Les assureurs font face à de nombreux chantiers pour adapter leur offre produit au futur régime prudentiel. Ils vont devoir intégrer les impacts sur le niveau et la volatilité du capital réglementaire dans la tarification des contrats, modifier l'offre produit, mais aussi adapter la politique de réassurance et de couverture financière. Par l'intermédiaire des exigences portant sur l'ORSA, les assureurs vont devoir mettre en œuvre une politique de suivi mieux formalisée des risques et rentabilités relatifs aux produits et garanties.

Pour mesurer le coût pour l'assureur de l'immobilisation de ses fonds propres, il est nécessaire de calculer le capital réglementaire pour chaque année future sur toute la durée des engagements. Sous Solvabilité I, l'Exigence de Marge de Solvabilité (EMS) peut être facilement anticipée en fonction de l'évolution des passifs. Il suffit de projeter le compte de résultat sur toute la durée considérée pour pouvoir estimer les EMS futures. Cependant, sous Solvabilité II, les assureurs sont confrontés à deux difficultés. Non seulement, le calcul du SCR est très largement complexifié, mais un nouveau paramètre déterminant est à considérer : la volatilité du capital réglementaire. Sous Solvabilité II, cette volatilité constitue un risque important pour l'assureur, il est donc nécessaire d'en mesurer les impacts sur son activité. Des approches stochastiques seront indispensables dans cet objectif.

Le calcul complet du niveau de capital réglementaire sous Solvabilité II à chaque date  $t$  future est confronté à une contrainte technique incontournable. Il sera alors nécessaire d'avoir recours à des méthodes d'approximation pour évaluer les SCR dans le futur.

Deux approches pour estimer les SCR futurs sont présentées dans ce mémoire :

- Une méthode basée sur un ratio SCR/PM constant,
- Une méthode s'appuyant sur des abaques.

La première méthode consiste à conserver le ratio SCR/PM initial fixe à toute date et dans toutes les trajectoires. La projection des SCR futurs est alors obtenue directement à partir de l'écoulement des Provisions Mathématiques. Cette simplification, très forte, consistant à ne pas prendre en compte le perfectionnement introduit par Solvabilité II, néglige les effets de la volatilité du capital réglementaire. Ainsi le calcul est simple, mais il ne prend pas en compte la volatilité du SCR.

La méthode s'appuyant sur des abaques permet d'intégrer la volatilité du SCR, de façon plus ou moins approchée, et ainsi améliore la pertinence des résultats. Son application s'effectue en plusieurs étapes pour estimer les SCR futurs. Il est tout d'abord nécessaire d'étudier les sources possibles de volatilité du capital réglementaire sous Solvabilité II, puis traduire l'impact de ces facteurs de volatilité sur le ratio SCR/PM en abaques, et enfin estimer les SCR futurs à chaque nœud à partir de ces abaques. Ces calculs restent cependant assez complexes et demandent un grand nombre de simulations. Cette méthode sera mise en place dans le cadre du produit épargne Euro dans les cas pratiques de ce mémoire.

Il existe de nombreux indicateurs de rentabilité en assurance vie. La VIF (*Value of In Force*), la NBV (*New Business Value*), le TRI (Taux de Rendement Interne) et le ROE (*Return On Equity*) sont détaillés dans ce mémoire. La VIF est une mesure souvent mise en avant car elle capture la rentabilité réelle de l'activité, la marge réelle déduction faite d'impôts (*PVFP pour Present Value of Future Profits*) diminuée des coûts nécessaires à l'exercice de l'activité d'assurance (*CoC pour Cost Of Capital*). La VIF représente une mesure de la richesse que l'assureur dégagera dans le futur à partir des contrats en cours au sein de son portefeuille. Cette dimension prospective est intéressante dans le cadre d'un indice de rentabilité.

La mise en place de méthodes de tarification nécessite d'y inclure toutes les nouveautés introduites par le changement de référentiel. Les méthodes en déterministe historiquement utilisées sous Solvabilité I ne sont plus nécessairement pertinentes sous Solvabilité II. Il est nécessaire d'appliquer ces méthodes en stochastique pour intégrer la volatilité du SCR. Dans un objectif de comparaison, les deux types d'approche seront étudiés. Nous mettrons toutefois en évidence qu'une méthode stochastique reste la plus appropriée pour prendre en compte tous les risques, le coût des options et garanties financières, ainsi que la volatilité du SCR.

Deux méthodes de tarification sont présentées dans ce mémoire :

- La méthode du TRI (Taux de Rendement Interne), applicable en déterministe. Cette méthode consiste à déterminer les taux de prélèvement permettant au moins de couvrir la rémunération des actionnaires sur toute la période de leur investissement.  
Il est aussi possible d'implémenter cette méthode dans les simulations stochastiques en étudiant la distribution des TRI ;
- La méthode VPNCC (Valeur du Portefeuille Nette du Coût du Capital), applicable en déterministe et en stochastique. La méthode VPNCC permet de déterminer le niveau de prélèvement permettant au moins de couvrir le coût du capital à immobiliser sur toute la durée des engagements de l'assureur.  
La comparaison des résultats obtenus entre les deux approches (déterministe et stochastique) est intéressante car elle permet de « mesurer » le coût des options et garanties financières qui ne peuvent pas être capturées sans une valorisation prospective et stochastique des engagements de l'assureur.

## Application

Afin de pouvoir construire des indices de rentabilité et mettre en œuvre des méthodes de tarification, il est au préalable nécessaire de concevoir des modèles permettant le calcul du Best Estimate, du capital réglementaire et une projection du compte de résultat. Un tel modèle a été construit pour les trois produits d'assurance vie étudiés dans ce mémoire : Euro, UC et Euro Diversifié.

Les trois cas pratiques sont construits sous VBA (*Visual Basic Application*). Dans le cadre de ce mémoire, le SCR est calculé selon les caractéristiques de la formule standard définies dans la cinquième étude d'impact (QIS 5). Les modèles utilisés pour la modélisation stochastique de l'actif sont le modèle *CIR* (Cox Ingersoll and Ross) pour la modélisation des taux d'intérêt et le modèle *Black & Scholes* pour les actions. Dans les cas pratiques, nous avons toujours cherché à être le plus proche possible de la réalité économique afin d'obtenir des résultats exploitables et comparables entre les produits.

Dans notre étude, l'évolution de la rentabilité entre les référentiels est étudiée à travers la VIF. L'étude de l'évolution de la tarification entre Solvabilité I et Solvabilité II est réalisée en appliquant la méthode du TRI en déterministe pour les trois produits Euro, UC et Euro Diversifié. La distribution des TRI en stochastique est étudiée pour le produit Euro.

La méthode VPNC en déterministe et en stochastique est appliquée sur le produit Euro, avec des études de sensibilité du tarif suivant différents paramètres de stratégie de l'assureur (TMG et part des actions en portefeuille).

En stochastique, les SCR futurs sont estimés suivant les deux approches d'approximation, tout d'abord en conservant un ratio SCR/PM constant, puis en s'appuyant sur des abaques pour capter la volatilité du SCR. Un abaque est construit en considérant les deux facteurs de volatilité du SCR suivant:

- l'exposition au risque de taux lié à l'évolution du rendement moyen du portefeuille obligataire par rapport au taux sans risque du marché,
- l'exposition au risque action lié au montant des plus ou moins values latentes initiales.

La mise en place de la méthode consiste alors à déterminer en date initiale la matrice des abaques, en faisant varier le niveau de plus ou moins-values latentes actions, et l'écart entre le taux du marché et le taux moyen du portefeuille obligataire. Chaque point de la matrice nécessite le calcul du Best Estimate et du capital réglementaire. L'estimation des SCR futurs consistera à retenir à chaque nœud (c'est-à-dire à toute date et dans toutes les trajectoires), le ratio SCR/PM en fonction des valeurs atteintes par les facteurs économiques considérés, par interpolation dans la matrice initiale.

La comparaison des résultats obtenus entre les deux approches (ratio constant et abaques) est intéressante car elle permet de « mesurer » la volatilité du SCR dans le tarif, cette volatilité ne pouvant pas être capturée avec l'approche par ratio SCR/PM constant.

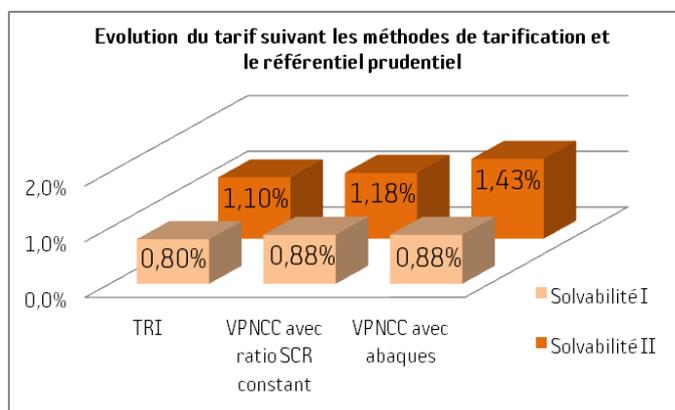
## Résultats

Pour les produits Euro et UC, nous obtenons une hausse significative du capital réglementaire sous Solvabilité II par rapport à l'exigence sous Solvabilité I : une hausse de près de 44% pour le produit Euro et 210% pour l'UC. A l'inverse, sur le produit Euro Diversifié, nous constatons une baisse du SCR par rapport à l'EMS, de l'ordre de -25%. La garantie en capital à tout moment du contrat Euro est très coûteuse en fonds propres, avec une composante risque de marché dominante. Pour le contrat UC, bien que le risque d'investissement soit supporté par l'assuré, l'assureur supporte principalement des risques associés aux frais. La garantie en capital au terme du contrat Euro Diversifié est moins coûteuse en capital réglementaire, il y a un transfert de la volatilité des marchés financiers aux assurés et une amélioration des rendements espérés du produit pour les assurés.

Face à ces résultats, nous constatons une baisse de la rentabilité (VIF) pour les produits Euro et UC entre les référentiels Solvabilité I et Solvabilité II, de l'ordre de -50% pour l'Euro et -60% pour l'UC. A l'inverse, nous observons une hausse de l'ordre de 6% pour le contrat Euro Diversifié.

Sur le produit Euro, pour conserver un même niveau de rentabilité sous Solvabilité I et Solvabilité II, la méthode du TRI conduit à une hausse de la tarification de l'ordre de 0,20% à 0,30%. Nous constatons que cette hausse atteint jusqu'à 0,55% par rapport à Solvabilité I, en prenant en compte la volatilité du SCR avec la méthode VPNC en stochastique.

Le graphique suivant résume les résultats obtenus sur le niveau de tarif d'équilibre pour le produit Euro, en fonction de la méthode de tarification considérée et en fonction du référentiel :



Pour le produit UC, la hausse de la tarification d'équilibre est de l'ordre de 0,30% à 0,40% entre Solvabilité I et Solvabilité II par la méthode du TRI. Sur l'Euro Diversifié, l'effet est inversé puisque ce produit « coûterait » moins cher à l'assureur sous Solvabilité II. En conservant un même niveau de rentabilité, l'assureur pourrait diminuer son tarif de l'ordre de 0,10% à 0,20%.

L'étude comparative des résultats obtenus pour les trois produits (Euro, UC et Euro Diversifié), avec le niveau de tarification moyen actuellement sur le marché, permet d'anticiper les évolutions probables de l'offre produit sur le marché de l'assurance après Solvabilité II.

Taux de chargement selon le référentiel	Euro	UC	Euro-Diversifié
Taux de chargement à l'équilibre sous Solvabilité I	0,88 %	0,45 %	0,80 %
Taux de chargement à l'équilibre sous Solvabilité II	1,43 %	0,80 %	0,65 %
Taux de chargement moyen du marché	0,60% - 0,80%	1,00 %	1,00 %

La rentabilité du produit d'épargne en Euro est lourdement impactée sous Solvabilité II. D'après notre étude, pour conserver un même niveau de rentabilité que sous Solvabilité I et prendre en compte la volatilité du SCR, il faudrait mettre en place un taux de chargement de 1,43% sous Solvabilité II, comparé à 0,88% sous Solvabilité I. L'évolution tarifaire est inacceptable au regard des taux actuellement sur le marché pour ce type de contrat. Par conséquent, avec l'avènement du nouveau référentiel, nous pouvons s'attendre sur ce marché à un retournement de la rentabilité des produits Euro, potentiellement pénalisant pour les assureurs.

L'impact est également fort pour les produits UC, mais les niveaux de rentabilité restent cependant toujours confortables en considérant les niveaux de tarification actuellement sur le marché. La rentabilité risque d'être impactée mais ce contrat resterait profitable pour l'assureur.

A l'inverse, la rentabilité du produit Euro Diversifié s'améliore sous Solvabilité II. L'attractivité du produit pourrait être renforcée à la fois pour les assureurs et pour les assurés.

Afin d'adapter leur activité au futur environnement prudentiel, les assureurs ont plusieurs leviers possibles. Ils peuvent ajuster les tarifs et les garanties des produits pour moduler la rentabilité et contrôler l'immobilisation des fonds propres. Mais cette mise en place pourrait réduire l'attractivité des contrats, et avoir des conséquences néfastes au niveau commercial. Les assureurs peuvent également faire évoluer leur offre produit, en réorientant la collecte des assurés vers des produits plus adaptés à l'environnement prudentiel Solvabilité II. D'après notre étude, le contrat Euro Diversifié répond à ces critères. Une autre solution pour les assureurs est d'adopter une allocation stratégique, en réorientant l'allocation vers des actifs moins risqués ou en envisageant des couvertures financières plus importantes.

Aucune de ces solutions prises indépendamment n'est acceptable sur le long terme pour une compagnie d'assurance. Les assureurs vont devoir adapter leur offre produit en effectuant un arbitrage entre ces différents leviers pour optimiser leur activité au nouvel environnement prudentiel.

L'étude de ce mémoire met en évidence que la mise en place de Solvabilité II soulève non seulement la problématique d'une hausse éventuelle du capital réglementaire, mais aussi celle de la volatilité des fonds propres, qui constitue une nouveauté par rapport à Solvabilité I.

L'arrivée de la réforme Solvabilité II sollicite les assureurs sur la mise en place de nouveaux processus, en les conduisant à mettre en œuvre une politique de suivi mieux formalisée des risques et rentabilités relatifs aux produits et aux garanties. La réforme Solvabilité II pourrait ainsi amener les assureurs à réviser leur politique concurrentielle et orienter le marché vers une rationalisation des garanties, des tarifs et des niveaux de rentabilité attendus. Les assureurs vont devoir faire face à de nombreux chantiers pour adapter leur offre produit au futur régime prudentiel, tout en sachant profiter des opportunités offertes par Solvabilité II par rapport à Solvabilité I.

## Summary

---

**Keywords** : Solvency II - Regulatory Capital - Profitability - Pricing - Savings contracts - Euro - Unit-linked - Euro-Diversified - Standard Formula - VIF (Value of In Force) - IRR (Internal Rate of Return) - Portfolio Value - Cost of Capital - Determinist - Stochastic - Volatility of SCR

The new prudential reform Solvency II will come in force on the 1<sup>st</sup> of January 2013. This reform aims to harmonize in a European level the solvency rules, and especially to strengthen policyholder protection by encouraging insurers to improve their risk management. Solvency II requires a new risk approach for insurance companies, all risks must be considered both quantitatively and qualitatively. For several years now, the European insurance market rallies around this new draft. Its development involves all insurance actors, notably through quantitative impact studies undertaken by the CEIOPS then the European Commission.

Solvency II introduces a new approach to valuation of assets and insurance liabilities: the economic evaluation so-called "fair value". This reform requires insurers and reinsurers to have a target amount of capital, the SCR (Solvency Capital Requirement), calculated according to inherent risks of the company, and calibrated so as to obtain a probability of failure at 1 year less than 0.5%, " a company failure every twenty " on average. These elements are major changes in terms of provisioning and the method of calculating the EMS (Requirement Solvency Margin) under Solvency I. Under the current framework, the regulatory capital level of an insurer is measured by fixed ratios on the basis of coefficients applied to components of balance sheet.

The setting up of Solvency II not only raises the issue of satisfaction with the capital requirements but also the cost of equity capital, through the high volatility in regulatory capital under Solvency II. Therefore, by changing the regulatory capital required by insurers, Solvency II will necessarily change the profitability of products. This will probably be felt on the pricing of contracts, and a part of the cost of policyholders protection will be supported by them.

This final report aims to assess the impact of the reform Solvency II on profitability and pricing of life insurance products, and to deduce a likely evolution of product offering on the insurance market in the future.

This report is organized into four parts and aims to:

- provide all the necessary steps to setting up pricing methods and profitability in life insurance,
- study the changes imposed by Solvency II reform compared to Solvency I,
- evaluate in particular the impacts on three savings products in life insurance: Euro, Unit-Linked and Euro-Diversified.
- analyze probable changes in product offering after Solvency II, by considering how insurers can optimize their business to the future prudential environment.

Because of long-term contracts in life insurance, balance sheet and income statement only partially reflect the enrichment of the company. Only a vision over several years by considering, under some conditions, future results on business already concluded can evaluate profitability of the insurance business. Pricing of an insurance product must take into account several elements, prospectively over the entire life of the contract: the cost of risk, the cost of underwriting and management, and the cost

of equity capital by possibly including a margin (positive or negative) for the insurer. Profitability and pricing studies require the projection of balance sheet and income statement based on realistic assumptions, assumptions so-called "market consistent" in a similar approach to modeling performed in prospective targets for valuation, as the Best Estimate of Solvency II.

By impacting the regulatory capital, Solvency II will lead to a review of models for assessing the cost of equity capital. It is necessary to include the additional cost (usually) related to a potential increase in the level of regulatory capital, but also the volatility of regulatory capital, which is new compared to Solvency I. Insurers are facing many projects to adapt their product offering in the future prudential regime. They will have to incorporate the impacts on level and volatility of regulatory capital in the pricing of contracts, change the product offering, but also adapt the reinsurance policy and financial coverage. Through the requirements on ORSA, insurers will have to implement a more formal policy for monitoring risks and profitability relating to products and guarantees.

To measure the cost for insurer of its equity capital, it is necessary to calculate regulatory capital for each future year for the duration of liabilities. Under Solvency I, the solvency margin requirement (SMR) can be easily anticipated with changes in liabilities. It is enough to project the income statement over the duration considered to estimate future SMR. However, under Solvency II, insurers are faced with two difficulties. Not only the calculation of the SCR is very much more complex but a new determining factor should be considered: the volatility of regulatory capital. Under Solvency II, this volatility is a significant risk for insurer, it is then necessary to measure the impacts on insurer business. Stochastic approaches are therefore needed for this purpose.

The complete calculation of regulatory capital level under Solvency II at each future date  $t$  faces an unavoidable technical constraint. It is then necessary to use approximation methods to assess future SCR.

Two approaches for estimating future SCR are presented in this report:

- Method based on a constant ratio SCR/PM,
- Method based on charts.

The first method is to keep the initial ratio SCR/PM fixed at any time and in all trajectories. Projection of future SCR is then obtained directly from the flow of liabilities. This simplification is very strong and do not take into account improvement introduced by Solvency II, by neglecting effects of volatility in regulatory capital. Thus the calculation is simple, but it does not take into account volatility of SCR.

The method based on charts can integrate volatility of SCR, in a more or less approximate way, and so improve the relevance of the results. Its application involves several steps to estimate future SCR. It is first necessary to study the possible sources of volatility in regulatory capital under Solvency II, then reflect impact of these volatility factors on ratio SCR/PM with charts, and finally estimate future SCR at each node from these charts. However, these calculations remain quite complex and require a large number of simulations. This method will be implemented in Euro savings product in the practical cases of this report.

There are many indicators of profitability in life insurance. The VIF (Value of In Force), NBV (New Business Value), IRR (Internal Rate of Return) and ROE (Return On Equity) are detailed in this report. The VIF is a measure often put forward as it captures the real profitability of business, the real margin net of tax (PVFP for Present Value of Future Profits) less costs necessary for insurance activity (CoC for

Cost Of Capital). The VIF is a measure of wealth that insurer will generate in the future from current contracts in its portfolio. This is a useful prospective dimension for an index of profitability.

The setting up of pricing methods requires including all innovations introduced by the change of framework. Deterministic methods historically used under Solvency I may no longer be relevant under Solvency II. It is necessary to apply these methods in stochastic to incorporate volatility of SCR. In an objective comparison, these two approaches will be studied. However, we will demonstrated that a stochastic method is most appropriate to consider all risks, the cost of financial options and guarantees, as well as volatility of SCR.

Two pricing methods are presented in this report:

- IRR method (Internal Rate of Return), applicable to deterministic. This method involves determining pricing rate to cover at least the remuneration of shareholders over the entire period of their investment.  
It is also possible to implement this method in stochastic simulations by studying the distribution of IRR;
- VPNCC method (Portfolio Value Net of Cost of Capital), applicable to deterministic and stochastic. VPNCC method involves determining pricing rate to cover at least the cost of capital for the duration of insurer liabilities.  
Comparing results between these two approaches (deterministic and stochastic) is interesting because it allows to "measure" the cost of financial options and guarantees that cannot be captured without a stochastic and prospective valuation of insurer liabilities.

## Application

In order to set up index of profitability and implement pricing methods, it is firstly necessary to design models for the calculation of the Best Estimate, the regulatory capital and a projection of income statement. Such a model was made for the three life insurance products studied: Euro, Unit-linked and Euro-Diversified. The three practical cases are built in VBA (Visual Basic Application). In this report, the SCR is calculated according to the characteristics of the standard formula set out in the fifth impact study (QIS 5). Models used for stochastic modeling of assets are *CIR* model (Cox Ingersoll and Ross) for modeling interest rates and *Black-Scholes* model for equities. In practical cases, we have always tried to be as close as possible to the economic reality in order to obtain usable results and comparable products.

In our study, changes in profitability between Solvency I and II is studied through the VIF. The study of changes in pricing is made using the IRR method in deterministic for the three products Euro, Unit-linked and Euro-Diversified. The distribution of IRR in stochastic is studied for Euro product.

The VPNCC method in deterministic and stochastic is applied to Euro product, with sensitivity studies of pricing under different policy settings of insurer (guaranteed minimum rate and share of equities in the portfolio).

In stochastic, future SCR are estimated following the two approaches of approximation, first by maintaining a constant ratio SCR/PM, and then relying on charts to capture volatility of SCR. A chart is built by considering these two volatility factors of SCR:

- exposure to interest rate risk related to changes in average yield of bond portfolio compared to market risk-free rates,
- exposure to equity risk related to the amount of unrealized gains or losses initials.

The setting up of this method is to determine at the initial date the chart matrix, by varying the level of unrealized gains or losses on equities, and the gap between market rate and average bond portfolio rate. Each point of the matrix requires the calculation of the Best Estimate and the regulatory capital. The estimation of future SCR will be to retain at each node (that means at each year and for each simulation), the ratio SCR/PM according to the values reached by the economic factors considered, by interpolation in the matrix original.

Comparing results between these two approaches (constant ratio and charts) is interesting because it allows to "measure" volatility of SCR in the pricing rate; this volatility cannot be captured with the constant ratio SCR/PM approach.

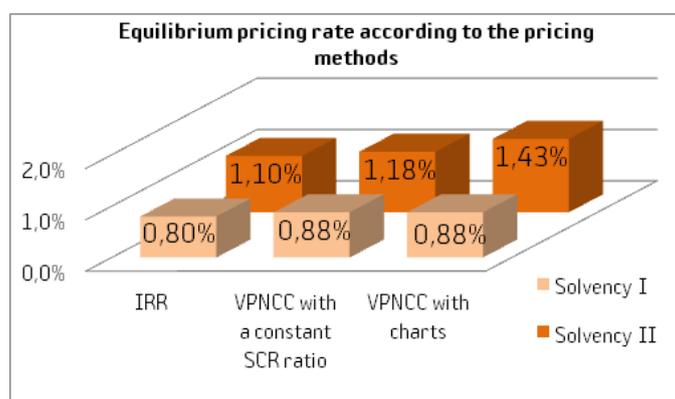
### Results

For Euro and Unit-Linked products, we get a significant increase in regulatory capital under Solvency II in relation to the requirement under Solvency I: an increase of nearly 44% for the Euro product and 210% for Unit-Linked. In contrast we find, for the Euro-Diversified product, a 25% decrease of the SCR compared to the EMS under Solvency I. The capital guarantee at any time in the Euro contract is very expensive on regulatory capital, with a dominant component of market risk. For the Unit-Linked contract, although investment risk is borne by policyholder, insurer bears risks associated mainly to its expenses. The capital guarantee at the end of the Euro-Diversified contract is less expensive on regulatory capital, there is a transfer of financial market volatility to policyholders, and an improvement in expected returns for policyholders.

Thus, we can notice a decline in profitability (VIF) for Euro and Unit-Linked products between Solvency I and Solvency II, by -50% for Euro and -60% for Unit-Linked. In contrast, we observe an increase of around 6% for Euro-Diversified contract.

For the Euro product, to maintain the same level of profitability under Solvency I and Solvency II, the IRR method leads to an increase in pricing ranging from 0.20% to 0.30%. We find that this increase is up to 0.55% compared to Solvency I, by considering volatility of SCR with the stochastic VPNC method.

The following graphic summarizes results obtained on the level of equilibrium pricing for the Euro product according to the different pricing methods and between Solvency I and Solvency II:



For the Unit-Linked product, the increase in the equilibrium pricing rate is about 0.30% to 0.40% from Solvency I and Solvency II by the IRR method. For Euro-Diversified, the effect is reversed as this product "cost" less to the insurer under Solvency II. By keeping the same level of profitability, the insurer could reduce its pricing rates from 0.10% to 0.20%.

The comparative study between results on the three products and the average level of pricing on the market currently can anticipate the likely developments of product offering on the insurance market after Solvency II.

Pricing rate	Euro	Unit-Linked	Euro-Diversified
Equilibrium pricing rate under Solvency I	0,88 %	0,45 %	0,80 %
Equilibrium pricing rate under Solvency II	1,43 %	0,80 %	0,65 %
Average level of pricing rate on the market	0,60% - 0,80%	1,00 %	1,00 %

The profitability of Euro savings product is heavily impacted under Solvency II. In our study, to maintain the same level of profitability than under Solvency I and take into account volatility of SCR should be put in place a pricing rate of 1.43% under Solvency II, compared to 0.88% under Solvency I. This changing is unacceptable compared to pricing rates on the market for this type of contract currently. Therefore, with Solvency II, we can expect on this market to a reversal of profitability of Euro products, very penalizing for insurers.

The impact is also strong for Unit-Linked products, but however, the levels of profitability still remain comfortable by considering the pricing rates available today. Profitability may be impacted, but this contract will remain profitable for insurers.

In contrast, the profitability of Euro-Diversified product improves under Solvency II. This attractiveness could be enhanced for both insurers and policyholders.

In order to optimize their business in the future prudential environment, insurers have more leverages as possible. They can adjust prices and product guarantees to modulate and control the cost of capital. But this development could reduce attractiveness of contracts, and have adverse commercial consequences. Insurers may also change their product offering, by adjusting collection of insured towards products more suited to the prudential environment Solvency II. Another alternative is for insurers to adopt a strategic allocation, by adjusting the allocation to less risky assets or by considering more financial coverages.

None of these solutions taken independently is acceptable on the long-term for insurance companies. Insurers need to adapt their product offering by making a choice between these different leverages, in order to optimize their business to the new prudential environment.

The study of this report shows that the introduction of Solvency II not only raises the issue of a possible increase in regulatory capital, but also the volatility of this capital, which is new compared to Solvency I.

Solvency II reform seeks insurance companies on the setting up of new processes, leading them to implement a more formal policy for monitoring risks and returns related to products and guarantees. Solvency II reform could lead insurers to revise their competition policy and guide the market towards a rationalization of guarantees, pricing and profitability levels expected. Insurers will be faced with many projects to adapt their product offering in the future prudential environment. They will have to take full advantage of the opportunities offered by Solvency II, compared to Solvency I.

## Introduction

---

Le 1<sup>er</sup> janvier 2013 entrera en vigueur la nouvelle réforme prudentielle Solvabilité II. Cette réforme a pour but d'harmoniser au niveau européen les règles de solvabilité, et surtout de renforcer la protection des assurés en incitant les assureurs à améliorer leur gestion des risques. Solvabilité II introduit une nouvelle approche de valorisation des actifs et des passifs d'assurance : l'évaluation économique dite en « juste valeur ». De plus, Solvabilité II impose aux assureurs et aux réassureurs de disposer d'un montant cible de fonds propres, le SCR (*Solvency Capital Requirement*), calculé en fonction des risques propres à la compagnie, et calibré de manière à obtenir une probabilité de ruine à 1 an inférieure à 0,5%. Ces éléments constituent des évolutions majeures au regard de la méthode de provisionnement et du calcul de l'EMS (Exigence de Marge de Solvabilité) sous Solvabilité I.

L'élaboration de cette réforme implique tous les acteurs du marché de l'assurance, notamment au travers des études quantitatives d'impact lancées par le CEIOPS puis la Commission Européenne. A l'approche de l'entrée en vigueur de la réforme, le marché est plus que jamais mobilisé dans la mise en place du dispositif Solvabilité II. Et l'ampleur des chantiers à mettre en œuvre est conséquente. Fortement sollicitées, les ressources expertes n'ont que rarement l'occasion de se consacrer à l'après Solvabilité II, notamment sur la recherche de stratégie à mettre en place pour adapter leur activité au nouveau cadre prudentiel.

La mise en place de Solvabilité II soulève deux problématiques, non seulement le niveau mais aussi la volatilité des capitaux réglementaires sous Solvabilité II. Le poids de cette nouvelle norme sur les fonds propres des assureurs est à craindre et pourrait impacter lourdement le secteur. En modifiant le capital réglementaire requis par assureur, Solvabilité II va modifier nécessairement la rentabilité des produits. Par exemple, le marché attend notamment un abaissement significatif de la rentabilité de l'activité d'épargne. Cette situation se fera probablement ressentir sur la tarification des contrats, ainsi une partie du coût de la protection des assurés sera alors supportée par ces derniers.

Dans ce contexte, la question de l'impact de Solvabilité II sur l'évolution de la rentabilité et de la tarification des contrats d'assurance vie par rapport au cadre Solvabilité I apparaît légitime. Il est aussi apparu intéressant d'étudier l'évolution probable de l'offre produit après Solvabilité II, en envisageant comment les assureurs peuvent optimiser leur activité au futur environnement prudentiel.

En outre, l'analyse de la rentabilité est un enjeu vis-à-vis des actionnaires pour leur expliquer l'évolution du rendement de leur investissement. En parallèle, l'anticipation des impacts en termes de performance permet d'adapter et de comprendre les évolutions tarifaires des contrats. Nous allons donc étudier l'évolution de la rentabilité des produits d'assurance vie, mais aussi explorer les méthodes de tarification. Dans le but d'effectuer des études comparatives, nous travaillerons sur trois produits d'épargne en assurance vie : Euro, UC (unités de compte) et Euro Diversifié.

Ce mémoire, après une description de la réforme Solvabilité II, présente des indices de rentabilité et des méthodes de tarification en assurance vie, en étudiant particulièrement les impacts de cette réforme. Ensuite, les produits d'épargne sont présentés, avec les méthodes de valorisation utilisées dans les cas pratiques. Enfin, une analyse de l'évolution de la rentabilité et de la tarification entre Solvabilité I et Solvabilité II est développée dans le cadre d'un contrat épargne Euro, Unité de Compte, et Euro Diversifié.

## I. LE CADRE SOLVABILITE II

---

Cette première partie du mémoire présente les grands principes de la réforme Solvabilité II, avant de détailler plus particulièrement les exigences quantitatives du pilier 1.

### A. La réforme et ses grands principes

Nous verrons dans un premier temps le système actuellement en place, Solvabilité I, avant de présenter le contexte, les enjeux et le calendrier de la directive Solvabilité II.

#### 1. De Solvabilité I à Solvabilité II

Afin de comprendre le nouveau cadre prudentiel Solvabilité II, il est intéressant d'étudier le contexte dans lequel s'inscrit la réforme de solvabilité en assurance, avant de présenter les faiblesses des règles prudentielles actuelles.

##### a) *Le besoin de réglementation prudentielle*

##### i. Spécificités du secteur de l'assurance

L'assurance se distingue de la majorité des activités économiques par l'inversion du cycle de production. En effet, l'assureur va fixer le prix de vente de sa prestation alors que le prix de revient de cette dernière, par construction, lui est encore inconnu. Ce mode de fonctionnement est source de nombreuses incertitudes, d'où la nécessité pour la réglementation d'encadrer la capacité des établissements d'assurance à honorer leurs engagements futurs.

Les conséquences sont multiples :

- Conséquence technique : alors que dans les autres secteurs d'activité, l'entreprise connaît son coût de revient avant de déterminer le prix de vente de sa prestation, l'assureur quant à lui doit fixer le montant de la prime sans connaître le coût réel de la prestation. L'assureur ne connaissant pas exactement le montant de ses engagements envers les assurés, il en résulte une incertitude sur le résultat et la rentabilité des produits,
- Conséquence financière : l'inversion du cycle engendre un bénéfice de trésorerie, ce qui permet à l'assureur d'investir des sommes importantes et dégager des marges financières significatives,
- Conséquence comptable : la structure comptable d'une compagnie d'assurance est très différente d'une entreprise classique. Une entreprise classique possède des actifs (immobilisations et stocks) qui lui permettent de produire, le passif du bilan correspondant principalement aux dettes souscrites pour financer ces investissements. L'activité d'assurance, elle, génère un passif important (l'engagement envers les assurés ou « Provisions »), l'actif correspond au placement des primes sur les marchés financiers.

Le marché de l'assurance est par ailleurs un acteur majeur du développement économique. D'une part, les compagnies d'assurance sont des investisseurs institutionnels majeurs favorisant le financement de l'économie. Les assureurs non vie sont également les partenaires indispensables de n'importe quel acteur économique, en leur permettant de mutualiser des risques trop importants pour être supportés par un unique individu. L'assurance de personne est quant à elle complémentaire aux régimes publics de santé et de retraite.

ii. Risque - Capital - Rentabilité

Au regard de ces éléments, le risque constituera une préoccupation majeure de toute réforme prudentielle, c'est pourquoi il sera indispensable d'identifier et de tenir compte des différents risques inhérents à l'activité d'assurance, et de retracer une image fidèle du profil de risque de la compagnie d'assurance.

Le schéma suivant illustre l'univers des risques potentiels en assurance :



Une bonne connaissance du risque permettra de concilier au mieux les intérêts divergeant entre assurés et actionnaires :

- D'une part, il est fondamental de garantir la protection des assurés en atténuant autant que possible les risques de défaut des compagnies,
- D'autre part, les actionnaires chercheront quant à eux à optimiser le montant des capitaux propres immobilisés en tirant parti des effets de diversification, des outils de transfert de risque et des actions de réduction des risques. L'objectif étant de maximiser la rentabilité des fonds propres.

Les résultats en assurance sont soumis principalement aux cycles exogènes techniques et financiers. Le cycle technique est dû à l'inertie mécanique des assureurs à prendre en compte les évolutions techniques (de toute nature : macro-économique, réglementaire, législative, ...), du fait de l'inversion du cycle de production. Cette inertie est accentuée par le mode de distribution, principalement des intermédiaires, qui ralentit le processus d'adéquation du tarif aux évolutions techniques sous-jacentes. Le cycle financier est lui lié aux facteurs macro-économiques, qui peuvent être partiellement compensés par une bonne gestion d'actifs. La réalisation d'une marge financière importante pourra permettre aux assureurs de compenser des marges techniques en baisse, et inversement.

Cette nouvelle approche du risque se situe au centre des évolutions actuelles du monde de l'assurance : au niveau des modifications des aspects comptables (avec les normes IFRS), mais aussi de la communication financière (avec le Market Consistent Embedded Value et les principes du CFO Forum), et bien entendu au niveau des évolutions des aspects prudentiels qui vont être étudiées dans ce mémoire à travers la directive Solvabilité II.

## *b) Les règles prudentielles sous Solvabilité I et leurs faiblesses*

### *i. La situation actuelle : Solvabilité I*

Les règles de mesure de la solvabilité réglementaire appliquées aujourd'hui par les organismes assureurs français et européens sont proches, mais laissent une certaine liberté nationale, notamment au niveau de la comptabilisation des provisions. Elles découlent de la directive européenne de 1973 pour la branche non vie et de 1979 pour la branche vie, toutes deux mises à jour en 2002, qui ont créé les règles dites de Solvabilité I.

Solvabilité I repose sur les trois grands principes suivants :

- les provisions techniques mises en place par l'assureur doivent être calculées de manière prudente,
- les assureurs doivent détenir, en représentation de leurs engagements, des actifs sûrs, liquides et rentables,
- la marge de solvabilité de l'assureur doit être à tout moment supérieure à l'exigence de marge de solvabilité (ou au fonds minimum de garantie si celui-ci est plus élevé), sous peine de se faire imposer un plan de redressement.

Cette réglementation rend obligatoire pour les compagnies la production d'un rapport de solvabilité indiquant : les produits couverts et les risques souscrits, les politiques de souscription, de gestion financière et de réassurance de la compagnie, les méthodes de provisionnement, et enfin les éléments prospectifs sur les engagements et les actifs.

La marge de solvabilité est calculée suivant une méthode dite du fixed-ratio. Il s'agit d'une méthode déterministe et rétrospective, simplifiée par branche vie et non-vie, basée sur des éléments du bilan censés représenter l'exposition au risque.

L'exigence de marge de solvabilité (EMS) sous Solvabilité I en Vie (R334-13) se calcule de la façon suivante :

- 4% des provisions mathématiques nettes de réassurance dans le cas où l'assureur supporte un risque de placement (contrats en euros) et 1% dans le cas de contrats en unités de compte où le risque de placement est porté par l'assuré,
- il faut ajouter à ce total un pourcentage (de 0,1 à 0,3% suivant la durée des engagements) des capitaux sous risque.

L'EMS sous Solvabilité I en Non-Vie (R334-5) est égale au maximum entre :

- 16 à 18% des primes de l'année (émises ou acquises en retenant le montant le plus élevé), multipliées par un coefficient de réassurance,
- et 23 à 26% des sinistres (moyenne sur les trois derniers exercices) multipliés par le même coefficient de réassurance.

### *ii. Les limites de Solvabilité I*

Le principal avantage du système actuel est sa relative simplicité. En effet, son calcul simple fondé sur des données comptables en fait un instrument objectif facilement calculable et aisément compréhensible. D'autre part, Solvabilité I s'est révélé avec le temps globalement prudent, aucune faillite majeure n'ayant eu lieu sur le marché européen depuis son entrée en vigueur.

Cependant, cette norme présente de nombreuses faiblesses :

- Un calcul forfaitaire éloigné de la réalité des risques assurés,
- Des standards d'évaluation propres à chaque Etat membre ; Solvabilité I n'a pas été appliquée de manière homogène au niveau européen,
- Un système non cohérent avec les normes comptables internationales telles que les normes IFRS ou US-GAAP,
- Non prise en compte des corrélations Actif/ Passif, ni du phénomène de diversification, ni des possibilités de transfert de risque (la réassurance est prise en compte à 50% pour les traités proportionnels),
- Une négligence de l'aspect qualitatif, de la qualité des données, de la surveillance et du contrôle interne,
- Une exigence pouvant pénaliser des bonnes décisions de gestion ; à travers les calculs d'exigence de marge de solvabilité, il est clair que Solvabilité I pénalise les entreprises qui sur-provisionnent, contrairement aux entreprises qui ne provisionnent pas suffisamment.

Pour toutes ces raisons, le projet Solvabilité II a été mis en place. Celui-ci doit voir le jour le 1<sup>er</sup> Janvier 2013 pour toutes les entreprises d'assurance et de réassurance.

## 2. Le contexte, les enjeux et le calendrier de la directive Solvabilité II

Le projet Solvabilité II a pour but de fixer un nouveau cadre prudentiel pour l'ensemble des organismes d'assurance en Europe, avec l'objectif de prendre en compte l'ensemble des risques auxquels les organismes peuvent être soumis.

Le thème essentiel de Solvabilité II porte ainsi sur la mesure et le contrôle des risques, toujours en gardant le même objectif principal que la réforme Solvabilité I : la protection des assurés.

### *a) Objectifs de la réforme*

A l'origine, il s'agit d'une proposition de directive du parlement européen et du conseil sur l'accès aux activités d'assurance et de réassurance. Cela a conduit à l'adoption d'une directive cadre en 2009 définissant le projet Solvabilité II.

Les grands objectifs de ce nouveau cadre prudentiel sont les suivants:

- Une harmonisation du cadre prudentiel européen pour renforcer la transparence de l'activité d'assurance, la protection des assurés, ainsi que la compétitivité des assureurs et réassureurs européens au niveau international,
- Une nouvelle culture de gestion des risques avec l'adoption d'une vision économique du bilan, avec l'appréciation globale de la solvabilité de l'assureur et une approche basée sur des principes et non sur des règles strictes,
- Une finalité de transformer la contrainte réglementaire en opportunité stratégique.

Le développement de ce projet révisé en profondeur la réglementation prudentielle des sociétés d'assurance pour adapter le niveau des capitaux propres aux risques réellement encourus par l'assureur.

*b) Organisation en trois piliers*

L'organisation de la réforme Solvabilité II est axée sur trois piliers, similaire à l'organisation retenue pour la réforme prudentielle bancaire Bâle II, pour une évaluation des risques quantitative mais aussi qualitative :



Figure 1 Les trois piliers de la réforme Solvabilité II

*i. Le pilier 1 : Exigences quantitatives*

Le pilier I vise à définir les règles quantitatives dans trois domaines :

- Harmonisation des montants de provisions techniques en lien avec la refonte et le perfectionnement des techniques statistiques et des modèles probabilistes utilisés pour évaluer le montant des engagements portés par les assureurs envers les assurés ;
- Exigences en fonds propres avec le calcul des montants minimum de fonds propres (SCR et MCR) à détenir pour exercer une activité d'assurance ou de réassurance, en tenant compte des risques et de leur agrégation ;
- Règles de sélection des actifs en couverture des fonds propres conduisant les assureurs à détenir en toute circonstance des ressources liquides et rapidement mobilisables pour faire face aux crises futures.

*ii. Le pilier 2 : Aspects qualitatifs et contrôle*

Le pilier 2 a pour objectif de fixer des normes qualitatives à l'ensemble du marché de l'assurance. Ces normes concernent le processus de suivi des risques des compagnies, la gouvernance, le risk management ainsi que la mise en place de la surveillance par les autorités de contrôle.

L'objectif est d'encadrer et de perfectionner les processus de gestion des risques, pour un pilotage sain des entreprises d'assurance.

Les entreprises sont incitées à identifier leur exposition face aux différents types de risque et à les gérer. Elles doivent pouvoir contrôler en interne le suivi de leurs risques via un processus d'évaluation des risques, l'ORSA (*Own Risk and Solvency Assessment*).

L'ORSA est un processus complet qui permet de suivre en continu le besoin en capital d'une entreprise en fonction de sa stratégie commerciale notamment. C'est un outil de gestion des risques et une source d'information pour les autorités de contrôle. Son rôle est de faire en sorte que les entreprises ne se limitent pas aux calculs réglementaires mais aillent plus loin dans le processus de gestion de leurs risques.

Le pilier 2 contribue ainsi de manière importante à la responsabilisation des acteurs et à la diffusion d'une culture du risque au sein des entreprises d'assurance et de réassurance. Il répond ainsi à l'un des objectifs principaux de Solvabilité II : compléter les exigences quantitatives par des exigences qualitatives visant à garantir la solvabilité actuelle et future de l'assureur.

### iii. Le pilier 3 : Information et discipline de marché

Le troisième pilier concerne les informations qui doivent être publiées par les sociétés d'assurance pour informer le public (assurés, actionnaires et analystes), ainsi que les autorités de contrôle sur le résultat du pilier 1 et le dispositif mis en place pour répondre aux exigences du pilier 2.

Deux types de rapport sont exigés :

- Le SFCR (*Solvency & Financial Condition Report*), rédigé chaque année dans le but d'informer les actionnaires et les analystes de marché,
- Le RTS (*Reporting To Supervisor*), détaillant le calcul de l'exigence en capital à l'attention des autorités de contrôle, publié trimestriellement.

### **c) Elaboration et calendrier de la réforme**

La directive Solvabilité II s'applique à toutes les entreprises exerçant une activité d'assurance vie, d'assurance non-vie ou de réassurance.

#### i. Les modèles dont s'inspire le projet Solvabilité II

Le projet Solvabilité II s'inspire à la fois des modèles existants utilisés en Suisse et aux Etats-Unis mais aussi de la réforme bancaire Bâle II.

La réforme Bâle 2 est un dispositif prudentiel destiné à mieux appréhender les risques bancaires et les exigences en fonds propres, et qui repose sur trois grands piliers : l'exigence de fonds propres, la procédure de surveillance de la gestion des fonds propres, la discipline de marché.

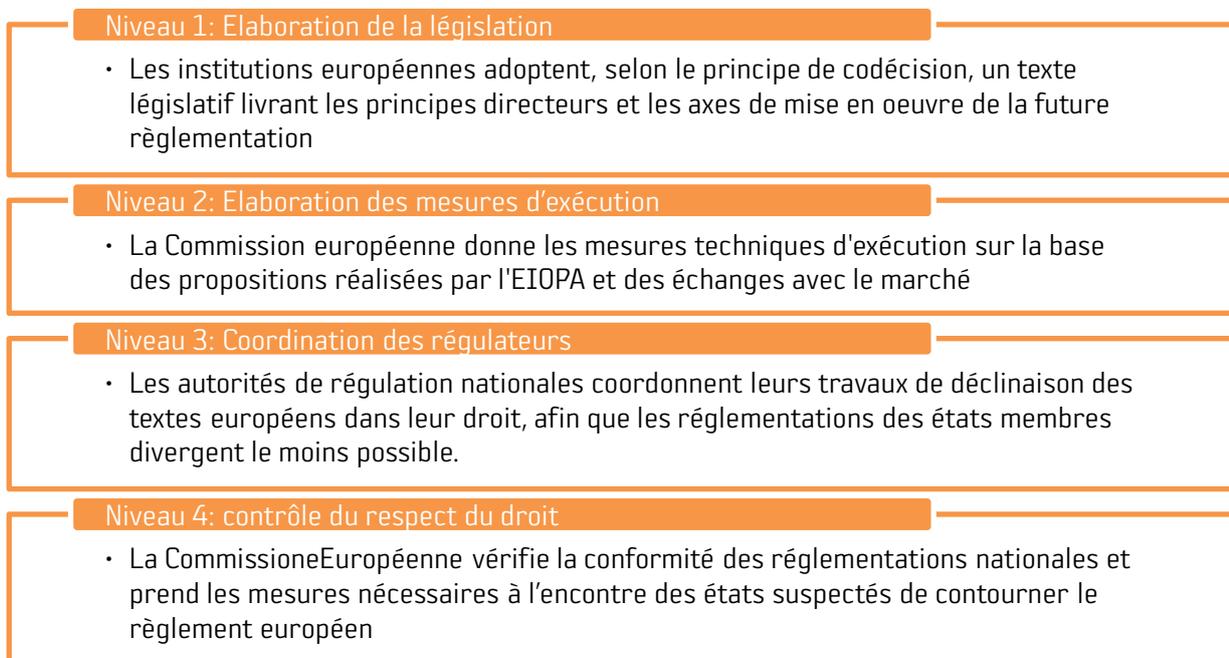
Le projet Solvabilité II s'inspire de différentes normes existantes :



La rédaction du projet Solvabilité II suit l'approche Lamfalussy.

Le processus Lamfalussy est la démarche qui est employée par l'Union Européenne pour mettre en place les réglementations du secteur de la finance et de l'assurance. Son nom vient d'Alexandre Lamfalussy, président du comité consultatif en 2001, date de sa mise au point. Ce processus est utilisé pour la première fois dans le domaine de l'assurance avec la réforme réglementaire Solvabilité II.

Le processus Lamfalussy est découpé en quatre niveaux :



L'objectif des échanges dans le cadre du processus Lamfalussy est d'assurer un dialogue permanent et transparent entre le législateur et les acteurs du marché, par le biais de consultations publiques à chaque niveau de la procédure, dans l'objectif de construire une réforme la plus adaptée possible.

## ii. Les acteurs du projet

Il existe quatre catégories principales d'acteurs :

- Les institutions européennes (Commission, Parlement et Conseil) adopte les textes (directive et règlements) selon les avis du CEIOPS (puis de l'EIOPA) et la prise en compte d'éléments politiques ;
- Le CEIOPS (*Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors*) puis l'EIOPA (*European Insurance and Occupational Pensions Authority*), qui regroupe les représentants des autorités de contrôle des Etats membres, rédige les textes et adopte les mesures de niveau 3 ;
- Les superviseurs des états membres accompagnent la marché à la préparation de la réforme et font remonter au niveau européen les particularités rencontrées ;
- Le marché répond aux consultations et exerce un lobbying, souvent regroupé par pays : Fédérations (ex : FFSA), instituts professionnels (ex : Institut des Actuaire), autres groupements (ex : CFOForum, CROForum, GroupeConsultatif) et tous les assureurs ;

La rédaction du projet Solvabilité II s'effectue de la manière suivante :

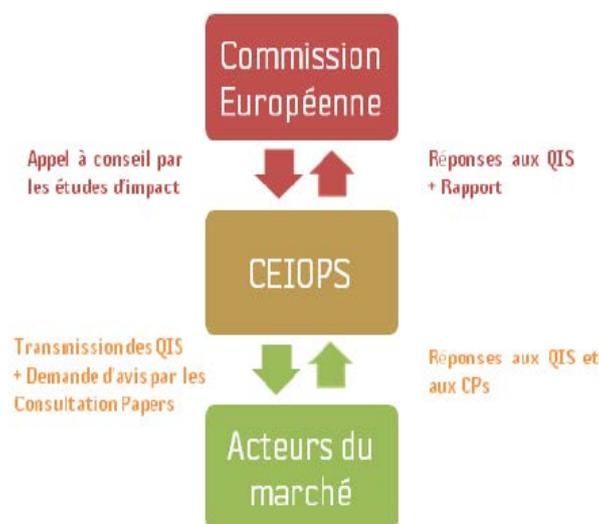


Figure 3 Les étapes de rédaction du projet Solvabilité II

### iii. Les Etudes Quantitatives d'Impacts (QIS)

Dans l'optique du passage à Solvabilité II, la Commission Européenne a demandé au CEIOPS d'étudier les répercussions quantitatives du nouveau système par le biais de QIS (*Quantitative Impact Studies*). Ces études permettent d'obtenir un insight des conséquences de la réforme (test des aspects quantitatifs, formules de capital, provisions techniques), et de déterminer la faisabilité de la réforme et des calculs demandés. Elles permettent également de mieux préparer les assureurs et réassureurs aux réalités de la réforme. Un questionnaire est ainsi transmis par le CEIOPS aux acteurs du marché dont la participation est sur la base du volontariat.

Cinq études d'impact quantitatives ont été réalisées depuis 2005. Il a été constaté une faible implication du marché pour les QIS 1 et 2, une mobilisation plus importante de la profession pour le QIS 3 et une accélération des projets Solvabilité II au sein des compagnies pour le QIS 4.

La dernière étude, le QIS5 est sortie en juillet 2010 et propose un nouveau calibrage de la formule standard pour le calcul du capital requis.

La France a été le premier contributeur européen au QIS 5, avec 546 réponses représentant 68% des organismes d'assurances et 95% du chiffre d'affaires (source : L'Argus de l'Assurance - avril 2011).

### iv. Le calendrier de la réforme

Le calendrier de mise en œuvre de ces études quantitatives :

- 2000 - 2005 : Travaux préliminaires
- 2005 - 2006 : QIS 1 et 2
- 2007 : Projet de Directive et QIS 3
- 2008 : QIS 4
- 2009 : Adoption de la Directive Cadre par le Parlement Européen le 22 avril puis lancement de trois vagues successives par le CEIOPS de Consultation Papers traitant des mesures d'exécution de niveau 2 (commentaires et réactions vives du marché, avis définitif du CEIOPS publié en janvier 2010)

- **2010** : QIS 5 (travaux menés d'août à fin octobre/mi-novembre) suite aux échanges du 1<sup>er</sup> semestre, publication par la Commission européenne le 5 juillet des spécifications techniques du QIS 5.
- **2011** : Création de l'EIOPA (depuis le 14 janvier 2011, l'EIOPA a remplacé le CEIOPS), publication des résultats du QIS 5 en avril 2011

Un projet de directive, Omnibus 2, laisse entrevoir un possible décalage de la date d'entrée en vigueur et la mise en place de mesures transitoires pour le passage de Solvabilité I à Solvabilité II :

- trois ans pour répondre aux nouvelles exigences en matière de gouvernance et d'établissement du reporting public cible,
- dix ans pour répondre aux principales normes quantitatives (valorisation du bilan prudentiel, calcul du SCR, classification des fonds propres). Pendant cette période, le calcul du SCR pourra être simplifié et devra être situé entre le MCR et le MCR augmenté de 50% de la différence entre le MCR et le SCR.

- **1er janvier 2013** : Entrée en vigueur de Solvabilité II

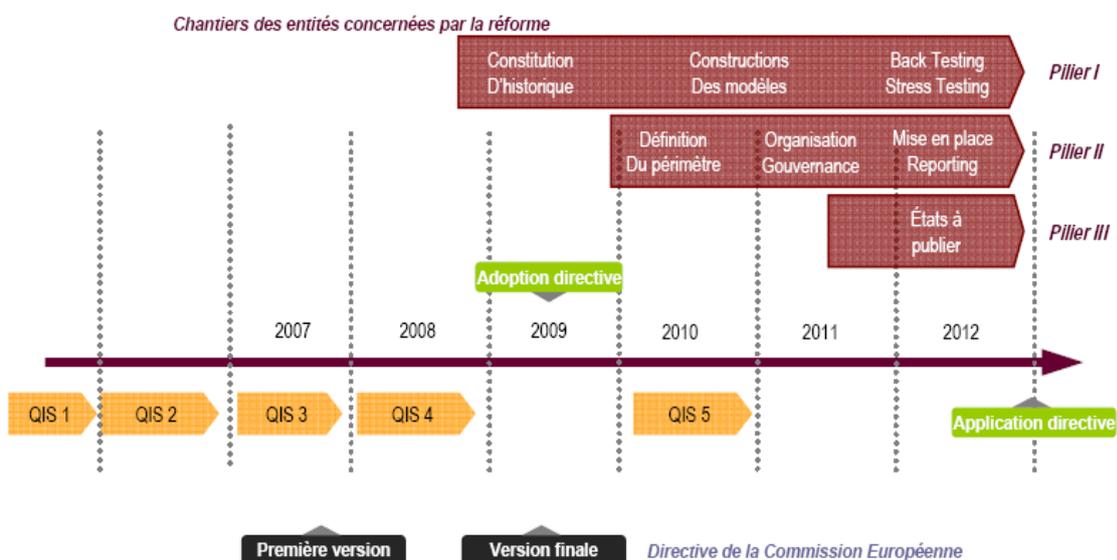


Figure 4 Le calendrier de la réforme Solvabilité II

## B. Focus sur le pilier 1 de la réforme Solvabilité II

Les exigences quantitatives du pilier 1 reposent sur une approche économique appliquée à l'ensemble du bilan. Trois sections principales sont exposées dans la directive cadre :

- les provisions techniques (Best Estimate et Marge de Risque)
- les exigences de solvabilité (SCR et MCR)
- les fonds propres

Solvabilité II nécessite une nouvelle appréhension des risques, et son application nécessite de préparer un bilan distinct des comptes sociaux, avec une vision économique du bilan. La ruine correspond au point où les Passifs excèdent les Actifs. De plus, le niveau de capital nécessaire traduit une probabilité de ruine cible, fonction de la mesure de risque (VaR), du niveau de confiance (99,5%) et de l'horizon temporel (1 an).

Le projet Solvabilité II impose aux assureurs une évaluation de leurs actifs et de leurs passifs à la valeur de marché appelé également la « fair value » ou « juste valeur » (IAS 39) afin d'appliquer une approche conforme aux réglementations fondées sur la réalité économique et financière. Cependant, il est nécessaire de faire une différenciation importante entre les actifs et les passifs pour calculer leurs valeurs de marché.

En effet, la valeur de marché d'un actif est le montant auquel cet actif pourrait être vendu ou acheté dans une transaction actuelle sur un marché suffisamment actif, liquide et transparent. Pour la plupart des actifs d'une compagnie, composés généralement d'actions, d'obligations et d'immobiliers, il existe un tel marché pour effectuer ces transactions. Il n'est donc pas difficile, à priori, de calculer cette valeur de marché pour la grande majorité des actifs d'une compagnie d'assurance.

A contrario pour le passif, constitué essentiellement par les provisions techniques, une évaluation à leur valeur de marché est plus problématique étant donné qu'il n'existe pas de marché comme pour les actifs. Il est donc nécessaire d'utiliser des méthodes alternatives qui soient cohérentes avec l'ensemble des informations disponibles sur le marché. Pour ce faire, il faut distinguer deux situations dans la valorisation des provisions techniques selon que le risque soit *hedgeable* ou non.

### 1. Les Provisions Techniques

Les provisions techniques doivent permettre à l'entreprise d'honorer ses obligations envers les assurés et les bénéficiaires.

Les provisions techniques ne sont plus évaluées selon le principe de prudence comme dans Solvabilité I mais elles sont dorénavant évaluées au montant auxquelles elles pourraient être transférées ou réglées entre des parties informées et consentantes dans des conditions de concurrence normales. Elles doivent être calculées au plus juste, même en cas de fortes incertitudes sur la réalisation du risque.

Le calcul des provisions techniques doit distinguer les risques répliquables et non répliquables.

- Un risque est considéré comme *hedgeable*, ou répliquable, s'il peut être parfaitement répliqué en utilisant des instruments financiers pour lesquels une valeur de marché est directement observable sur un marché profond, liquide et transparent. Ainsi, la juste valeur d'un risque *hedgeable* correspond au cours observé sur le marché, soit une valorisation « *mark to market* ».
- Les passifs *non hedgeable*, ou non répliquables, correspondent aux passifs pour lesquels aucune valeur de marché n'existe. Dans ce cas, la valeur économique *Market-Consistent* est définie comme étant la somme d'une provision *Best Estimate* et d'une Marge de Risque (*Risk Margin*). La plupart des risques portés par les assureurs sont non répliquables.

Le graphique suivant met en évidence la composition du bilan d'une société d'assurance et notamment celle des provisions techniques selon que le risque couvert soit hedgeable ou non :

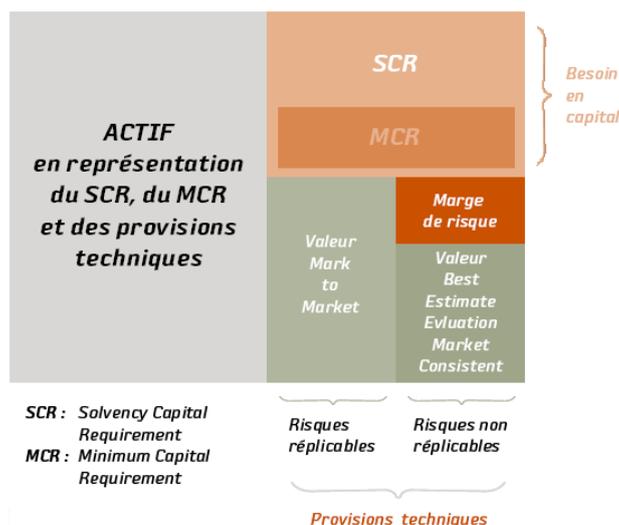


Figure 5 Le bilan économique sous Solvabilité II

### a) *Le Best Estimate*

Le Best Estimate constitue une estimation au plus juste des engagements des assurés et de l'assureur.

Le Best Estimate est défini comme la moyenne pondérée par leur probabilité de survenance des flux de trésorerie futurs, en tenant compte de toutes les entrées et sorties de trésorerie nécessaires pour régler les engagements jusqu'au terme de tous les contrats en portefeuille.

Son calcul est fondé sur une approche économique prospective, des informations actuelles crédibles et des hypothèses réalistes. Une telle modélisation fait appel à des méthodes actuarielles et des techniques statistiques adéquates. Elle doit tenir compte de toutes les entrées et sorties de capital relatives aux engagements de l'assureur et des assurés, jusqu'à l'échéance de tous les contrats ouverts.

#### i. Hypothèses de calcul

Le QIS5 impose les hypothèses suivantes pour le calcul du *Best Estimate* :

- l'horizon : les projections doivent couvrir la durée de vie complète de tous les flux émanant des engagements de l'assureur ;
- l'actualisation : les flux sont actualisés au taux d'actualisation sans risque fourni par la courbe des taux du CEIOPS. Ces taux doivent incorporer la prime d'illiquidité propre aux spécificités du contrat d'assurance considéré ;
- les frais : il est nécessaire de prendre en compte les frais futurs de gestion ;
- la réassurance : les provisions *Best Estimate* sont calculées brutes de réassurance ;
- les primes : une des nouveautés du QIS5 consiste à prendre en compte les primes futures uniquement lorsque l'assureur n'a pas la possibilité unilatérale de les refuser ;
- l'hypothèse de « *run-off* » : le calcul ne doit pas prendre en compte de nouvelle souscription.

Le Best Estimate est donc égal à la valeur actuelle probable *des cash flows* futurs nécessaires pour honorer les engagements sur toute la durée de vie du portefeuille.

La réforme distingue l'assurance vie, l'assurance non vie et la santé et, pour chaque branche, requiert un calcul de provision par « *line of business* » (LoB) voir « groupes de risques homogènes ».

ii. Courbe des taux et prime d'illiquidité

La courbe de taux à utiliser pour l'actualisation des cash-flows futurs dans le calcul du Best Estimate est la courbe des taux donnée par l'EIOPA (CEIOPS) par maturité.

Dans le QIS 5, la méthode de construction de la courbe des taux comporte trois étapes :

- Courbe des taux swap
- Ajustement de la courbe des taux swap à la baisse (0,10%) pour prendre en compte le risque de crédit
- Ajustement de la précédente courbe à la hausse pour prendre en compte la prime d'illiquidité.

Cet ajustement, pour prendre en compte la prime d'illiquidité, permet de traduire la capacité des assureurs ou réassureurs à acheter des actifs moins liquides donc plus rentables. Cet ajustement a été pris en compte dans la réforme notamment sur l'impulsion du CFO Forum qui l'a retenu dans les principes de l'évaluation « Market Consistent » pour le calcul de l'Embedded Value.

Trois cas de figure sont envisageables pour les participants :

- Passifs à actualiser avec la courbe incluant une prime d'illiquidité de **100%**
  - Contrats sujets aux seuls risques de longévité et de frais de gestion, n'étant aucunement soumis à un risque en cas de rachat de quelque forme que ce soit, avec primes déjà payées et aucun cash flow entrant à venir dans les provisions des contrats
  - Typiquement les contrats de rente
- Passifs à actualiser avec la courbe incluant une prime d'illiquidité de **75%**
  - Contrats d'assurance vie incluant une clause de participation aux bénéfices et n'étant pas concernés par le paragraphe précédent
  - Typiquement les fonds en euros des contrats d'assurance vie
- Passifs à actualiser avec la courbe incluant une prime d'illiquidité de **50%**
  - Tous les contrats non concernés par l'un des deux paragraphes précédents
  - Typiquement les produits de prévoyance sans PB, les contrats en unités de compte, l'assurance non vie

La courbe des taux n'incluant pas de prime d'illiquidité est uniquement utilisée pour le calcul de la marge de risque.

Quelques exemples de prime d'illiquidité à appliquer :

Prime d'illiquidité à appliquer	100%	75%	50%
Rentes viagères en cours de service	X		
Rentes viagères différés (droits acquis des contrats collectifs)	X		
Contrats d'Epargne fonds en euros		X	
Contrats d'Epargne fonds en UC			X
Contrats d'assurance obsèques		X	
Contrats d'assurance emprunteur			X
Contrats de Prévoyance Collective			X
Contrats d'assurance non vie			X

Figure 6 La prime d'illiquidité à appliquer par type de contrats

Le graphique suivant représente les courbes des taux du Ceiops en fonction de la prime d'illiquidité<sup>1</sup> :

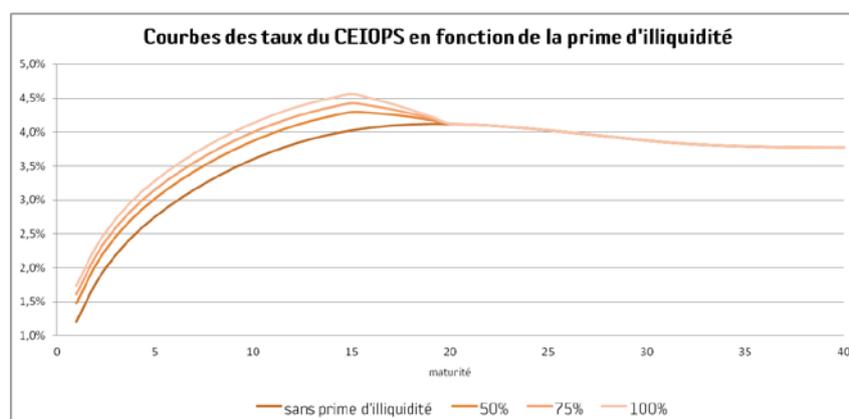


Figure 7 Les courbes des taux dans le QIS 5 en fonction de la prime d'illiquidité

Dans le cadre du QIS 5, cette courbe a été réalisée au 31 décembre 2009 et fournit des taux pour une maturité allant de 1 à 135 ans.

### b) La Marge de risque (Risk Margin)

Comme nous avons pu le voir précédemment, la valorisation des provisions techniques pour les engagements non *hedgeables*, définie par la somme du Best Estimate et de la marge de risque, doit constituer une juste valeur des engagements. Une marge de risque est donc additionnée au Best Estimate pour obtenir une valeur des provisions techniques cohérente avec le marché. Le Best Estimate constitue la valeur des flux futurs et la marge de risque constitue la valeur du coût des fonds propres pour porter les engagements jusqu'à leur extinction.

- La marge de risque est calculée grâce à la méthode dite du « Coût du capital »

L'organisme ne doit pas seulement détenir des provisions techniques. Il doit aussi détenir des fonds propres pour absorber les pertes imprévues. L'organisme (ou celui qui le finance) veut être rémunéré pour l'immobilisation du capital. La marge de risque est tout simplement égale au produit du capital requis et du coût du capital.

La marge de risque doit donc être calculée en déterminant le coût que représente la mobilisation des fonds propres éligibles (égaux aux SCR futurs) nécessaires pour porter les engagements d'assurance et de réassurance jusqu'à leur extinction.

Le coût de mobilisation de ces fonds propres éligibles, retenu par le QIS5, est de 6%. Il est appelé *CoC* (*Cost of Capital*).

Ces hypothèses reviennent à supposer que le portefeuille a été cédé, et que les actifs ont été liquidés et réinvestis dans des titres sans risque.

Le capital requis utilisé dans le calcul de la marge de risque ne contient que les SCR inhérents au portefeuille actuel d'assurance. Il inclut aussi le risque opérationnel et le risque de défaut de contrepartie concernant les provisions techniques cédées.

<sup>1</sup> Les taux de chaque courbe sont détaillés en annexe 1

- Focus sur le taux du coût du capital (*CoC*), fixé à 6%

Le Best Estimate suffira, en moyenne, exactement pour assurer le *run-off* du portefeuille. La marge de risque sera alors libérée progressivement et sera exactement suffisante pour assurer un rendement de 6% (au-delà du taux sans risque) pour ceux qui financent l'activité. **Seul le surplus de rendement au-delà du taux sans risque est inclus dans la marge de risque.** Les fonds propres mis à la disposition de l'organisme pourront en effet être investis dans des produits qui rapportent le taux sans risque du moment.

Le taux du coût du capital a été fixé à 6% afin de refléter le coût de détention d'un montant de fonds propres éligibles pour une entreprise d'assurance ou de réassurance. Il est identique pour toutes les entreprises. Ce taux « *Cost of Capital* » (*CoC*) a été établi pour représenter un supplément de taux par rapport au taux sans risque qu'une société notée BBB devrait supporter pour se procurer des fonds propres éligibles. Sa valeur est identique à celle utilisée dans le **Swiss Solvency Test**.

## 2. Le Capital Réglementaire

Le pilier 1 vise à établir le capital réglementaire, avec le calcul des montants minimum de fonds propres (SCR et MCR) à détenir pour exercer une activité d'assurance ou de réassurance, en tenant compte des risques réels auxquels est exposé l'assureur.

Il y a deux niveaux d'exigence en capital de solvabilité : le MCR (*Minimum Capital Requirement*) et le SCR (*Solvency Capital Requirement*). Le MCR représente la couverture minimale des risques, il est le minimum de capital nécessaire pour exercer en tant qu'assureur. Le SCR correspond au niveau de fonds propres cible permettant à une entreprise d'absorber des pertes imprévues importantes.

Deux modes d'évaluation du besoin en capital de solvabilité (SCR) sont laissés au choix des compagnies :

- Formule standard : la méthode de calcul est simplifiée (mais déjà bien plus complexe que les exigences de Solvabilité I). Elle consiste à calculer des niveaux de capitaux réglementaires pour chacun des risques marginaux, selon une structure de risques fixée, puis agrégation en tenant compte d'une matrice de corrélation. Les règles sont identiques pour toutes les compagnies.
- Modèle interne : il est élaboré par la compagnie selon sa propre structure de risque, et doit être validé par les autorités de contrôle.

### a) *MCR*

Le MCR est défini comme le montant de fonds propres de base éligibles en-deçà duquel les preneurs et les bénéficiaires seraient exposés à un niveau de risque inacceptable si l'entreprise d'assurance ou de réassurance était autorisée à poursuivre son activité. Il s'agit donc du niveau minimal de fonds propres à détenir avant le retrait d'agrément. Son calcul est effectué au moins une fois par trimestre.

L'évaluation du MCR se fait suivant une méthode linéaire, bornées en pourcentage du SCR :

- Un plancher à 25% du SCR
- Un plafond à 45% du SCR
- un plancher absolu de 3,2 millions d'euros.

Dans le cadre de la cinquième étude d'impact, l'approche linéaire est explicitée. Le MCR est alors fonction des provisions et des capitaux sous risque, décomposés selon le type d'activité d'assurance.

*b) SCR*

*i. Dans la formule standard*

Les paramètres et hypothèses entrant dans le calcul du SCR sont calibrés de manière à représenter la VaR à un horizon temporel d'un an avec un niveau de confiance de 99,5%.

**Rappel sur les mesures de risque**

Soit un risque représenté par une fonction  $X$  qui à un état  $\omega$  associe le réel  $X(\omega)$ .

Une mesure de risque est dite pertinente ou cohérente si elle vérifie les quatre axiomes suivant :

- La sous-additivité : pour tous risques  $X_1$  et  $X_2$ ,  $\rho(X_1 + X_2) \leq \rho(X_1) + \rho(X_2)$

La fusion de deux risques ne peut pas faire augmenter le risque global. Par conséquent, la diversification a pour finalité la réduction du risque global.

- L'homogénéité positive : pour toute constante  $\lambda \geq 0$ ,  $\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$

Cette propriété permet de s'assurer de l'indépendance de la mesure par rapport à l'unité monétaire utilisée.

- La monotonie : pour tous risques  $X_1$  et  $X_2$ , si  $X_1 \leq X_2$  alors  $\rho(X_1) \leq \rho(X_2)$

Si un risque  $X_1$  a des réalisations qui sont supérieures à celles d'un autre risque  $X_2$  dans tous les états  $\omega$ , alors la mesure de risque de  $X_1$  sera supérieure à la mesure de risque de  $X_2$ . Ceci traduit le fait que plus le risque est élevé, plus il faut de capital.

- L'invariance par translation : pour toute constante  $\alpha$ ,  $\rho(X + \alpha) = \rho(X) + \alpha$

Ainsi l'addition (ou le retrait) d'un montant certain au risque a pour conséquence une translation de la mesure de ce même montant.

La Value At Risk, ou VaR, de niveau  $\alpha \in [0;1]$  associée au risque  $X$  est donnée par l'égalité :

$$VaR(X, \alpha) = \inf\{x | P(X \leq x) \geq \alpha\}$$

La VaR désigne la fonction quantile de la loi de  $X$ . Cette mesure de risque a le mérite de reposer sur un concept simple et facilement explicable :  $VaR(X, \alpha)$  est le montant qui permettra de couvrir le montant de sinistres engendré par le risque  $X$  avec une probabilité  $\alpha$ . Ce concept est directement lié à celui de probabilité de ruine. Cette mesure de risque n'est cependant pas cohérente car elle ne vérifie pas le critère de sous-additivité.

Pour résoudre ce problème, les actuaires utilisent souvent la Tail-Value-At-Risk. La TVaR de niveau  $\alpha \in [0;1]$  associée au risque  $X$  est définie par :

$$TVaR(X, \alpha) = VaR(X, \alpha) + \frac{1}{1 - \alpha} E\{(X - VaR(X, \alpha))^+\} = E\{X | X > VaR(X, \alpha)\}$$

Contrairement à la VaR, la TVaR est une mesure de risque cohérente.

Les exigences quantitatives dans Solvabilité II sont basées sur la *Value-At-Risk*.

Les paramètres et hypothèses entrant dans le calcul du SCR sont calibrés de manière à représenter la VaR à horizon temporel d'un an avec un niveau de confiance de 99.5%. Le SCR est donc le capital nécessaire pour que la compagnie d'assurance puisse faire face à ses engagements dans 99,5% des cas, autrement dit pour limiter la probabilité de ruine à un an à 0,5%. Elle fera donc en moyenne faillite 5 fois en 1000 ans, soit une faillite tous les 200 ans.

Le SCR prend en compte toutes les pertes potentielles sur 12 mois et son calcul doit être effectué au moins une fois par an et dès que le profil de risque varie sensiblement.

La formule standard est une méthode de calcul identique à tous les assureurs, basée sur une décomposition de l'activité en modules de risque :

- Risque de souscription (*underwriting risk*) : vie (*life*), non-vie (*non-life*), santé (*health*)
- Risque de marché (*market risk*)
- Risque de contrepartie (*counterparty default risk*)
- Risque opérationnel (*operational risk*)
- Risque lié aux actifs incorporels (*Intangible asset risk*)

Chaque module de risque est ensuite décomposé en facteurs de risques unitaires, appelés sous-modules, sur lesquels des chocs doivent être réalisés pour déterminer le capital requis.

Le SCR « global » est obtenu par agrégation des charges en capital calculées pour chaque facteur de risque, en tenant compte des corrélations entre les risques et donc des effets de diversification.

Dans le QIS 5, les modules et les sous-modules de risques sont organisés de la manière suivante :

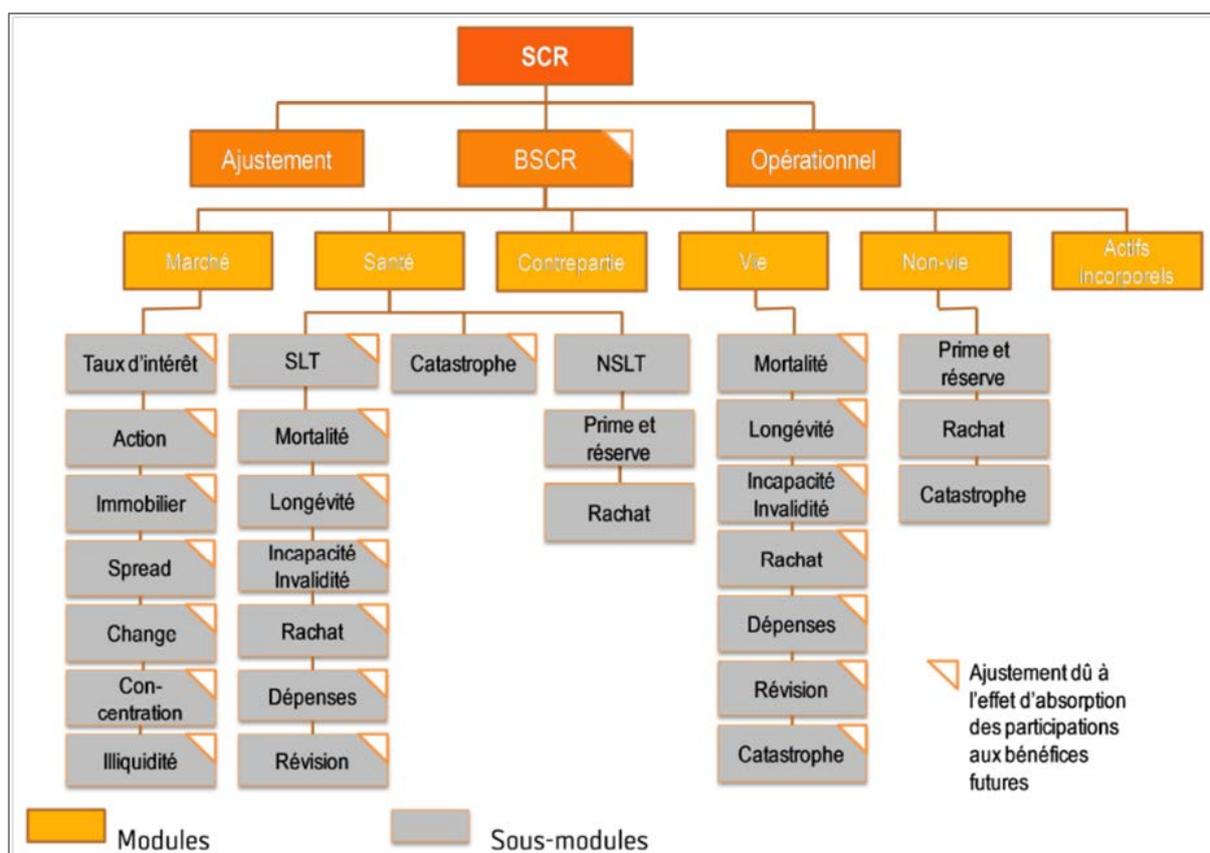


Figure 8 Structure générale du SCR dans la formule standard selon le QIS5

Le **risque de souscription** (en Vie, Non-Vie et Santé) correspond aux risques propres aux contrats, notamment liés à une erreur de tarification ou de provisionnement.

Le **risque de marché** désigne le risque de perte ou de changement désavantageux de la situation financière résultant, de manière directe ou indirecte, de fluctuations affectant le niveau et la volatilité de la valeur de marché des actifs, des passifs et des instruments financiers.

Ainsi, le risque de marché est évalué en prenant en compte le risque monétaire, le risque existant sur les actifs immobiliers, sur les actions, les taux d'intérêt, le risque de spread et la concentration de ces risques de marché, ainsi que le risque de variation de la prime d'illiquidité.

Le **risque de contrepartie** reflète les pertes possibles que pourrait entraîner le défaut inattendu, ou la détérioration de la qualité de crédit, des contreparties et débiteurs de l'entreprise d'assurance ou de réassurance sur les douze mois à venir.

Le **risque opérationnel** résulte de l'inadaptabilité ou de la défaillance des processus internes, du personnel, des systèmes d'information ou d'évènements extérieurs, qui n'ont pas été explicitement pris en compte dans les autres modules de risque. Il n'inclut pas les risques émanant des stratégies de décision ou de la réputation de l'entreprise. Cette définition est directement dérivée de celle retenue pour le dispositif Bâle II. L'atténuation du risque opérationnel est une des vocations premières d'un dispositif de contrôle interne.

Le **risque sur les actifs incorporels** constitue une nouveauté du QIS5. Il concerne les actifs incorporels qui sont exposés à deux types de risques : le risque de marché et le risque interne inhérent à la nature même de ces éléments.

### Rappel sur les actifs incorporels

Les actifs incorporels représentent les actifs immatériels de l'entreprise. Ce sont les brevets, marques, frais d'établissement, fonds de commerce, licences et tout autres biens immatériels que l'entreprise peut posséder. Cependant, tous les actifs immatériels ne sont pas forcément des actifs incorporels. En effet, les disponibilités font par exemple partie de l'actif circulant car elles sont destinées à disparaître durant le cycle d'exploitation. Les titres financiers sont aussi à exclure de l'actif incorporel car ils sont à intégrer dans les immobilisations financières.

## ii. Modèle Interne

Le modèle interne peut-être mis en place par toutes les sociétés d'assurance. Tout modèle interne doit être validé par les autorités de contrôle avant de pouvoir être utilisé. Il doit permettre de calculer le SCR en considérant tous les risques auxquels l'assureur fait réellement face. L'utilisation d'un modèle interne n'est pas directement autorisée pour le MCR. La mise en place d'un tel modèle permet également à la société d'avoir une meilleure connaissance des risques qu'elle supporte, et devra servir à alimenter les décisions concernant l'allocation d'actifs, la politique commerciale et la politique de réassurance.

Le modèle interne est par définition la traduction littérale et quantitative de l'ensemble des risques significatifs auxquels est exposé l'assureur, sur la base de ses propres données et hypothèses. Il correspond aux projections de l'activité et des résultats de l'entreprise, dans l'objectif d'obtenir le quantile à 99,5% de la variation d'actif net à 1 an au taux sans risque. Chaque facteur de risque est modélisé par une variable aléatoire, pouvant être simulée à grande échelle et en tenant compte des effets de corrélation.

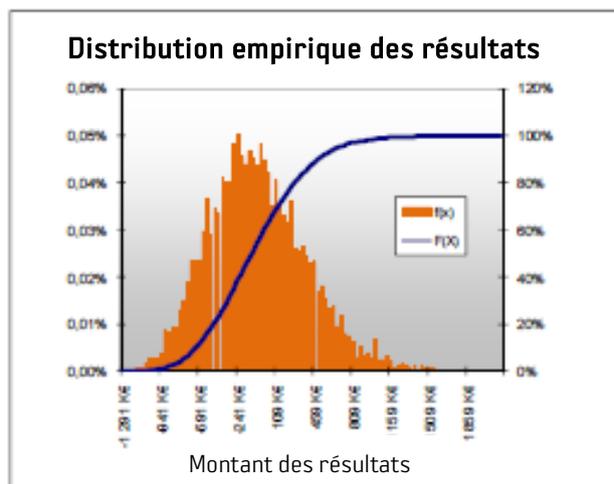


Figure 9 La distribution empirique des résultats

Le modèle interne possède des avantages importants mais qu'il faut comparer aux coûts de mise en place d'un tel modèle : modélisation, projet informatique de grande envergure, maintenance, validation.

Il est aussi possible de faire un modèle interne partiel pour modéliser les risques les mieux maîtrisés par l'assureur et/ou modéliser les risques pour lesquels la formule standard est inadaptée aux spécificités de l'assureur. Des contraintes sont fixées sur la définition du périmètre d'un modèle interne partiel dans le CP 65.

Le modèle interne partiel oblige à recourir à une structure modulaire. Initialement considéré comme une solution temporaire pour les « premières années Solvabilité II », il est désormais envisagé comme solution permanente. Certains risques ne justifient pas les coûts importants qu'ils engendreraient pour le développement d'une modélisation plus appropriée que la formule standard (selon l'activité de l'assureur et la matérialité du risque). Pour les assureurs issus de multiples regroupements, l'intégration dans le modèle de tous les périmètres peut demander des efforts disproportionnés. Il est difficile (et très coûteux) pour un groupe de grande ampleur de disposer d'un modèle interne intégrant l'exhaustivité des risques de l'ensemble de ses filiales et succursales. La mise en place d'un modèle interne partiel postérieurement à l'entrée en vigueur de la réforme est envisagée par de nombreux assureurs ayant opté pour la formule standard (source : enquête Optimind/Dii Solvabilité II de novembre 2010).

### 3. Les Fonds Propres

Solvabilité II définit les catégories d'actifs qu'il est possible de comptabiliser en tant que fonds propres pour les assureurs.

L'objectif est de définir des règles de sélection des actifs en couverture des fonds propres, conduisant les assureurs à détenir en toute circonstance des ressources liquides et rapidement mobilisables pour faire face aux crises futures.

Les fonds propres sont classés en trois niveaux de qualité, appelés « Tiers », sur la base de leur capacité d'absorption des pertes. En fonction de leurs caractéristiques, tous les actifs ne peuvent pas être éligibles à la couverture du SCR et du MCR :

- Couverture du SCR
  - Au moins 50% de Tiers 1
  - Moins de 15% de Tiers 3
  
- Couverture du MCR Vie et Non Vie
  - Les fonds propres doivent être alloués selon les deux secteurs vie et non vie
  - Au moins 80% de Tiers 1
  - Moins de Tiers 1 + Tiers 2 (fonds propres de base)
  - Fonds propres auxiliaires exclus
  - Tiers 3 exclus

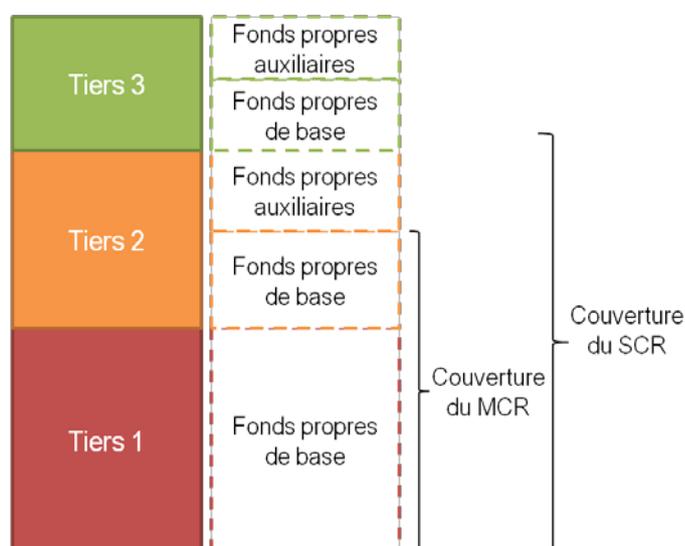


Figure 10 Les trois niveaux de qualité pour les fonds propres sous Solvabilité II

## II. MESURES DE RENTABILITE ET METHODES DE TARIFICATION

Cette partie présente les principes théoriques des modèles et méthodes mis en œuvre dans les cas pratiques. Nous proposons tout d'abord une étude de rentabilité et de tarification dans le cadre spécifique de l'assurance, avant d'étudier plus particulièrement les impacts de la mise en place de Solvabilité II. Ensuite, nous présenterons des indices de rentabilité utilisés en assurance vie et des méthodes de tarification à mettre en place afin de prendre en compte dans les calculs les paramètres du changement de référentiel.

### A. Etudes préliminaires

#### 1. Etude de rentabilité et de tarification

Au préalable, il est intéressant de définir la rentabilité dans son cadre général, puis sa transposition pour l'assurance, avant de présenter la réglementation et la pratique de la tarification en assurance. Ensuite, nous détaillerons l'établissement du compte de résultat en assurance vie, avant de présenter les étapes suivies par les assureurs dans le processus de tarification des produits.

##### a) *Définitions et réglementation*

###### i. Définition générale de la rentabilité

La rentabilité est la capacité d'un capital à dégager un revenu. Il s'agit donc de mettre en relation les profits réalisés dans une entreprise et les capitaux engagés pour les obtenir.

La rentabilité comptable est le rapport entre l'accroissement de richesse (le résultat) et les capitaux investis, quelle que soit leur origine (ressources internes ou/et capitaux empruntés) :

$$\text{Rentabilité comptable} = \frac{\text{Résultat}}{\text{Capitaux investis}}$$

Il s'agit ici de mesurer la performance de la mise en œuvre des capitaux, indépendamment de leur mode de financement. Le calcul de la rentabilité comptable de l'entreprise est essentiel car il permet de savoir si l'entreprise dégage une rentabilité au moins égale à celle demandée par ses actionnaires et créanciers et si donc elle est en mesure de créer de la valeur. Les analystes financiers s'intéressent en priorité à la rentabilité de l'actif économique, ou rentabilité économique, qui correspond à la rentabilité comptable de l'outil industriel. Dans un second temps, les analystes se penchent sur la rentabilité des capitaux propres.

La rentabilité des capitaux propres, ou rentabilité financière, se mesure par le rapport entre le résultat net et les capitaux propres (ressources internes) :

$$\text{Rentabilité financière} = \frac{\text{Résultat net}}{\text{Capitaux propres}}$$

Elle est égale à la somme de la rentabilité économique et de l'effet de levier. Ce rapport est aussi appelé ROE (*Return on Equity*). L'analyse de la rentabilité des capitaux propres doit donc séparer nettement ces deux composantes. En effet, si le recours à l'endettement peut permettre d'obtenir une rentabilité des capitaux propres nettement supérieure à la rentabilité économique, il fait aussi peser un risque financier plus lourd sur les actionnaires, dont l'exigence de rentabilité croît d'autant. Sur le long terme, seule une rentabilité économique élevée peut donc permettre de créer de la valeur pour les actionnaires.

## ii. La transposition pour l'assurance

En assurance vie, le bilan et le compte de résultat ne reflètent que partiellement l'enrichissement de la société, en raison du caractère long terme des produits et des contrats. Seule une vision sur plusieurs exercices en tenant compte, sous certaines conditions, des résultats futurs sur les affaires déjà conclues permettra d'apprécier la rentabilité de l'entreprise d'assurance. Si la description comptable est un point de départ indispensable pour une analyse de la rentabilité, il apparaît qu'elle est insuffisante, surtout pour l'activité d'assurance, car elle est une photographie d'un instant, dans des conditions d'éclairage particulières.

De la même manière que le compte de résultat a posteriori sur l'année écoulée a été établi, il est possible de le projeter a priori sur la base d'hypothèses réalistes et/ou prudentes pour les années futures. L'intérêt est de pouvoir estimer la rentabilité attendue pour la compagnie (ou un portefeuille de contrat donné) :

- soit en cours de vie du contrat,
- ou bien lors d'étude de rentabilité à la conception d'un produit.

Il existe également un objectif de pilotage de l'activité : il est ainsi possible de déterminer les rendements à atteindre pour les fonds pour obtenir tel niveau de résultat, ou bien quel niveau de participation aux bénéficiaires peut être servi au-delà des minimums contractuels et réglementaires sans menacer la rentabilité de la compagnie. Le choix des hypothèses de la projection est évidemment crucial pour la rentabilité mesurée.

De ce fait, les études de rentabilité et de tarification des produits d'assurance nécessitent la projection du compte de résultat. Cette projection doit être réalisée sur la base d'hypothèses réalistes, hypothèses dites « *market consistent* », dans une approche similaire aux modélisations prospectives pratiquées dans des objectifs de valorisation, comme le *Best Estimate* de Solvabilité II par exemple.

## iii. Règlementation et pratique de la tarification en assurance

Dans la réglementation française, seuls trois éléments peuvent être utilisés pour le calcul des tarifs : un taux technique, une table de mortalité, et des chargements (Article A 335-1). Les aspects techniques de la tarification sont clairement encadrés par la réglementation française (Article A 132-1,-2 et -3). En revanche, la réglementation française n'impose plus aucune contrainte directe sur le niveau des chargements. Le contenu des Articles cités ci-dessus est présenté en annexe 3 à la fin de ce mémoire.

### **Prime pure**

Les calculs actuariels permettent de déterminer le montant que l'assureur doit prévoir à  $t = 0$  (date de début du contrat), pour fournir une garantie donnée à partir d'un taux technique et d'une table de mortalité. Ce montant, égal à la valeur actuelle probable des engagements futurs de l'assureur, est encore appelé prime pure : prime unique pure si elle est versée en une fois par l'assuré, ou prime périodique pure si elle est versée à échéances régulières.

La prime pure correspond à la tarification des engagements de l'assureur envers le bénéficiaire, mais n'intègre pas les coûts commerciaux ni les coûts de gestion supportés par l'assureur. Pour faire face à ces coûts, la prime pure sera majorée de chargements par l'assureur.

## Les Chargements

La commercialisation et la gestion des contrats génèrent des frais pour les entreprises d'assurance :

- Frais d'acquisition : commercialisation, préparation des dossiers ;
- Frais de gestion des contrats: encaissements des primes, comptabilisation, gestion de la relation client
- Frais de gestion des sinistres : paiement des sinistres, gestion des contentieux ;
- Frais de gestion financière : analyse financière, coûts de transaction ;
- Frais généraux : direction générale, comptabilité générale.

La commercialisation et la gestion des contrats génèrent également pour les entreprises d'assurance des commissions versées aux intermédiaires (à la souscription, mais aussi chaque année).

Pour faire face à ces frais, une entreprise d'assurance retient une structure de chargement adaptée à la structure de frais et commissions. Le schéma habituel de la structure de chargement est le suivant :

- des chargements de gestion (aussi appelés frais sur encours), soustraits du montant de l'épargne constituée à chaque fin d'année au moment de la revalorisation et qui concernent le coût de la gestion et des placements ;
- des chargements d'acquisition, prélevés lors des versements, qui réduisent le capital investi lors du versement dans le but de couvrir le coût de commercialisation du contrat (y compris rémunération des réseaux de distribution) ;
- des chargements d'arbitrage dans le cas des contrats multi-supports, prélevés sur l'épargne transférée.

La tarification fait donc intervenir des coefficients de chargements.

Suivant la nature du produit, la tarification à considérer sera différente. En épargne pure par exemple, il n'y a pas de garantie d'assurance, mais plutôt des garanties financières (garantie en capital et taux minimum garanti). Ainsi, la tarification de ce type de produit porte sur le calibrage du niveau de taux de chargement sur encours. Ce taux permet de calculer le montant de frais que l'assureur prélève annuellement sur la Provision Mathématique (PM) du contrat.

En revanche, lorsqu'il s'agit d'une tarification en contrepartie d'une garantie d'assurance, comme en Prévoyance par exemple, il y a une prime pure d'assurance (le coût du risque) et une prime commerciale (qui comprend les frais attachés à la gestion du contrat). Ainsi, la tarification de ce type de produit porte sur le calibrage d'une prime pure et d'un taux de chargement sur prime, permettant de calculer la prime commerciale payée par l'assuré :

Prime commerciale = Prime pure x (1 + taux de chargement sur prime).

Dans le cadre de ce mémoire, nous étudions uniquement des contrats d'épargne pure. La tarification consistera donc à déterminer un niveau de taux de chargement sur encours.

### *b) Prévision des résultats en assurance*

Une étude de rentabilité et de tarification en assurance passe tout d'abord par l'établissement des résultats probables futurs attachés au portefeuille. Une projection des comptes de résultats prévisionnels est alors nécessaire, pour chaque exercice comptable à venir jusqu'à extinction des engagements de l'assureur.

Nous rappelons que le compte de résultats en assurance vie s'établit selon le principe suivant :

COMPTE TECHNIQUE	
Solde de souscription (+)	Primes (+) Charge de prestations (-) Provisions mathématiques d'ouverture (+) Provisions mathématiques de clôture (-) Revalorisation de la PM (IT + PB) <sup>2</sup> (+) Ajustements ACAV (+)
Coût pour la compagnie (-)	Frais réels (Frais d'acquisition et autres charges de gestion)
Solde financier (+)	Produits financiers (hors produits sur fonds propres) (+) Revalorisation de la PM (IT + PB) (-)
Solde de réassurance (+)	
<b>= Résultat Technique Brut (RTB)</b>	

Le solde financier est alimenté par le produit des placements, hors placements correspondant aux fonds propres, dont il faut déduire la participation aux résultats (englobant à la fois les intérêts techniques liés aux taux garantis, et la participation aux bénéfices additionnels, éventuellement dotée en provisions PPB). Le solde de réassurance correspond à la différence entre produits et charges de réassurance, lorsqu'un mécanisme de réassurance est mis en place sur le portefeuille.

COMPTE NON TECHNIQUE	
<b>Résultat Technique Brut (RTB) (+)</b>	
Produits financiers sur Fonds Propres (+)	
<b>= Résultat de l'année Brut<sup>3</sup> (REB)</b>	
Impôts sur les bénéfices (-)	
<b>= Résultat de l'année Net (REN)</b>	

La Marge Technique de l'assureur est égale au solde de souscription diminué du coût pour la compagnie. La Marge Financière correspond au solde financier.

Le résultat d'une société peut être soit :

- Distribué aux actionnaires sous forme de dividendes. Ces derniers ne peuvent alors excéder les bénéfices comptables de l'exercice ;
- Retenu par la société et porté en report à nouveau, et intégré aux fonds propres. Une telle décision peut s'expliquer pour les compagnies d'assurance par un besoin supplémentaire de capital ;
- Extrait et transféré pour partie aux actionnaires sous forme de dividendes, et conservé pour la part restante dans les fonds propres en report à nouveau. On constate en effet que, si les entreprises versent généralement des dividendes aux actionnaires, elles ne leur versent toutefois pas l'intégralité des résultats. Elles ont plutôt une politique consistant à leur distribuer une quantité (relativement stable) du résultat.

<sup>2</sup> PM=Provisions Mathématiques, IT=Intérêts Techniques, PB=Participation aux Bénéfices

<sup>3</sup> aussi appelé résultat d'exploitation brut (REB)

### c) *Le processus de tarification en assurance*

Le cycle de production inversé de l'assurance rend d'autant plus difficile l'évaluation des prix des garanties. Des modèles prospectifs doivent être construits de manière à évaluer une tarification en adéquation avec le niveau des garanties, des coûts de gestion liés au produit et de la rentabilité attendue par l'actionnaire.

Les compagnies d'assurance attachent une grande importance au suivi et à la maîtrise des frais de gestion compte tenu de leur incidence sur les résultats. Mais d'autres facteurs, tout aussi importants, entrent en jeu dans l'évaluation des produits. Il s'agit de la rémunération des actionnaires à travers le coût d'immobilisation des fonds propres, mais aussi la marge que l'assureur souhaite prendre sur le produit. Ainsi, lors de la conception d'un produit, ou bien en cours de vie du produit, l'étude de la tarification doit prendre en compte tous ces facteurs.

Le processus de tarification pour les produits d'assurance se déroule en plusieurs étapes, et peut être représenté de la manière suivante :

- 1) Tarification du coût du risque, en étudiant le coût des garanties proposées. Cet élément constitue un élément clé de la profession d'actuaire, avec le calcul de la prime pure du contrat ;
- 2) Tarification (anticipation) des frais de souscription et de gestion, en déterminant le niveau de chargement permettant de couvrir les coûts attendus ;
- 3) Tarification du coût d'immobilisation de fonds propres, en vérifiant la profitabilité du produit en intégrant le coût du capital à immobiliser ;
- 4) Enfin, une partie supplémentaire peut être rajoutée. Elle correspond à la marge (positive ou négative) que l'assureur souhaite prendre en fonction de ses objectifs commerciaux. Un assureur peut en effet accepter une marge différente suivant le type de population, la zone géographique, le contexte concurrentiel ou la conjoncture économique.

L'ensemble de la structure de frais du produit doit prendre en compte tous ces éléments, de manière prospective sur toute la vie du produit.

#### i. Les phases d'étude des produits

En pratique, lorsque les assureurs font de la tarification, ils étudient la rentabilité sur différentes phases, une première phase de « montée en puissance » et une deuxième phase dite de « croisière » :

- La phase de « montée en puissance » correspond à la commercialisation du produit. La rentabilité est alors fortement réduite car des frais supplémentaires liés au lancement du produit viennent s'ajouter. Ils sont en général amortis sur plusieurs années (conception du produit, production des documents contractuels, adaptation du SI, formation des équipes commerciales,...). De plus, l'assureur comptabilise moins de chargement sur encours (les encours étant faibles) mais il récupère plus de chargements d'acquisition (liés à la production nouvelle).
- Dans la phase dite de « croisière », c'est-à-dire en cours de vie du produit, l'intérêt pour l'assureur est de savoir si sur le long terme, son produit sera rentable ou non.

## ii. Le coût du capital à immobiliser

L'étape n°3 du déroulement de la tarification (décrite plus haut) correspond à la tarification du coût d'immobilisation des fonds propres. En effet, il est indispensable pour vérifier la profitabilité réel du produit (ou de la compagnie), d'intégrer dans les tarifs le coût pour l'assureur d'immobilisation de son capital.

Les régimes prudeniels imposent aux assureurs de détenir un montant minimum de fonds propres, à immobiliser par les actionnaires. Il convient donc de prendre en compte le coût généré pour l'assureur par la mise à disposition du capital requis pour exercer son activité. Il correspond à un manque à gagner lié au fait que la capital réglementaire est rémunéré généralement au taux sans risque, inférieur aux objectifs de rentabilité de l'actionnaire.

L'intégration du coût d'immobilisation du capital met en évidence la relation étroite entre le besoin en capital et le tarif d'équilibre. En effet en pratique, lors de la création d'un nouveau produit ou en cours de vie du produit, l'assureur tentera de déterminer le niveau de capital associé. Ensuite, il calculera le coût d'immobilisation de ce capital et il le répercutera dans la tarification. Par exemple, si l'actionnaire souhaite 12% de rendement, le coût pour l'assureur sera 12% multiplié par le capital.

Pour mesurer ce coût pour l'assureur, il est nécessaire de considérer tous les besoins en capital sur toute la durée des engagements, et de calculer la valeur aujourd'hui de cette séquence de flux. Pour cela, il sera nécessaire de projeter le capital à immobiliser chaque année t future (cf. paragraphe suivant).

Il est intéressant de noter que si le capital à immobiliser et/ou le rendement souhaité par l'actionnaire sont trop élevés, les frais de gestion seront trop importants et le produit sera d'autant plus difficile à commercialiser. Cet aspect commercial est essentiel dans la création d'un produit d'assurance.

## 2. Etude des impacts de Solvabilité II

La mise en place de Solvabilité II soulève deux problématiques : le niveau des fonds propres et la volatilité des fonds propres. En modifiant le capital réglementaire requis par assureur, Solvabilité II va nécessairement modifier la rentabilité des produits d'assurance, et par conséquent leur tarification en impactant le coût des fonds propres à immobiliser (étape n°3 décrite plus haut).

Le poids de cette nouvelle norme sur les fonds propres des assureurs est à craindre et pourrait impacter lourdement le secteur. Une enquête menée par Optimind et Dii en novembre 2010 met en évidence que 63% des organismes d'assurance sondés pense que l'épargne et la retraite seront les activités les plus impactées par rapport à leur rentabilité sous Solvabilité II.

Dans un premier temps, nous décrivons les modèles et stratégies que les assureurs doivent mettre en place pour intégrer le changement de référentiel dans les processus de suivi de leur activité. Ensuite, nous expliquons comment comparer la rentabilité sous Solvabilité I et Solvabilité II, et proposons des pistes à suivre. Enfin, nous présentons des méthodes pour projeter le capital réglementaire sous Solvabilité II et prendre en compte la volatilité du SCR dans les projections.

### a) *Processus et stratégies*

En impactant le capital réglementaire, Solvabilité II va conduire à une revue des modèles d'évaluation du coût d'immobilisation des fonds propres. Il est nécessaire d'y inclure:

- Le surcoût (en général) lié à une augmentation potentielle du niveau du capital réglementaire ;
- La volatilité du capital réglementaire sous Solvabilité II.

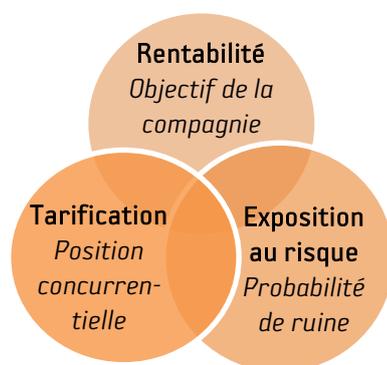
Des solutions existent et Solvabilité II va surtout obliger les assureurs à réfléchir à leurs modèles économiques et leurs modèles de tarification, afin d'adapter leur offre produit au futur régime prudentiel.

Les assureurs vont devoir mettre en œuvre une politique de suivi mieux formalisée des risques et rentabilités relatifs aux produits et garanties.

En effet, ils vont devoir :

- ✓ intégrer les impacts sur le niveau et la volatilité du capital réglementaire dans la tarification des contrats ;
- ✓ modifier l'offre produit, adapter la politique de réassurance et de couverture financière pour moduler la rentabilité et contrôler l'immobilisation des fonds propres ;
- ✓ Savoir profiter des opportunités offertes par Solvabilité II par rapport à Solvabilité I.

Solvabilité II est l'occasion de mettre en place des outils et processus de suivi de la rentabilité et des risques. Une solution à privilégier est de trouver un arbitrage entre



L'objectif principal de la réforme Solvabilité II est de renforcer la protection des assurés en incitant les assureurs à améliorer leur gestion des risques. Si Solvabilité II conduit à une augmentation des niveaux de capital à immobiliser, les assureurs auront certainement recours à des augmentations de tarif afin de faire porter sur les assurés, au moins en partie, le coût de la réforme et limiter ses impacts sur leur rentabilité. Mais les produits doivent être vendus et achetés, un arbitrage doit se faire entre tarification et pilotage de l'activité.

Seules des méthodes stochastiques peuvent permettre de prendre en compte tous ces facteurs. Elles sont donc plus intéressantes à exploiter mais plus difficiles à mettre en œuvre.

i. Mesure des évolutions entre Solvabilité I et Solvabilité II

Plusieurs différences majeures rendent délicate la comparaison de la rentabilité d'un contrat d'assurance vie en norme Solvabilité I et Solvabilité II.

Le capital réglementaire sous Solvabilité I (EMS, Exigence Minimale de Solvabilité) n'est pas directement comparable au capital requis sous Solvabilité II (SCR, *Solvency Capital Requirement*).

En effet, comme nous l'avons vu Solvabilité II donne lieu à la mise en place d'un bilan prudentiel totalement nouveau, dans lequel les actifs et les passifs sont évalués en valeur économique.

Ainsi, en parallèle de l'évolution du niveau de capital réglementaire, il est nécessaire de considérer systématiquement :

- L'évolution de la valorisation des provisions techniques,
- L'évolution de la valorisation des actifs, qu'ils soient détenus en représentation des provisions techniques ou en représentation des fonds propres,
- L'évolution des règles sur l'éligibilité des fonds propres en représentation du capital réglementaire.

De plus, comme Solvabilité II est complexe et pas encore complètement finalisé, il n'est pas évident d'anticiper de manière définitive le futur environnement prudentiel. Les résultats obtenus peuvent en effet varier sensiblement en fonction des hypothèses retenues.

D'autre part, sur le plan technique, le passage de modèles déterministes à des modèles stochastiques sera nécessaire pour prendre en compte l'impact de la volatilité du capital sous Solvabilité II. Cela donne lieu à des changements importants. Dans un cadre stochastique, nous ne communiquons plus sur une valeur mais sur une valeur à un niveau de risque donné. En effet, dans ce cadre les mesures de rentabilité usuelles sont des variables aléatoires et il convient alors de définir l'outil de mesure approprié.

De manière générale, le passage au référentiel Solvabilité II invite à respecter une procédure :

- définir une fonction cible : un indicateur ou un niveau de rentabilité que l'on souhaite atteindre,
- choisir une mesure de risque : espérance, écart-type, quantile, *Value At Risk*, *Tail Value at Risk*,
- définir les contraintes à respecter : contraintes réglementaires ou propres à l'entreprise, contraintes du marché ou encore des contraintes opérationnelles ou commerciales.

Une manière d'aborder le problème est alors de préciser ce que l'on entend par rentabilité : que souhaite-t-on mesurer ? A quelle finalité ? Aujourd'hui les référentiels prudentiels et comptables privilégient le point de vue de l'actionnaire en considérant une logique liquidative. Dans ce contexte, la rémunération attendue par l'actionnaire sur la durée de projection, au regard du capital investi à un instant donné, constitue un critère pertinent.

Un objectif intéressant est d'analyser la rentabilité dans une optique de « **profit testing** » sur des contrats en considérant la position de l'investisseur. L'actionnaire souhaitera bien entendu immobiliser un minimum de capital en  $t$  et attendra en retour un maximum de revenu sur la durée de projection, avant de récupérer son capital. Selon le référentiel, le capital immobilisé en  $t$  sera ainsi égal au niveau requis sous Solvabilité I (EMS) ou Solvabilité II (SCR).

Ainsi, une manière de mesurer l'impact du changement de référentiel sur la tarification des produits d'assurance est de calculer le taux de chargement permettant de retrouver le même niveau de rentabilité (suivant un indice considéré) dans le référentiel Solvabilité I et Solvabilité II.

D'un point de vue calculatoire, il est possible de trouver un tarif équivalent qui permet de conserver un niveau de rentabilité constant sous Solvabilité I et Solvabilité II. Il sera toutefois nécessaire dans un deuxième temps de considérer les impacts possibles en termes d'attrait commercial du produit.

Les indicateurs de rentabilité en assurance vie présentés dans la partie suivante peuvent constituer des fonctions cibles à atteindre et permettre de construire des méthodes de tarification pour calculer les niveaux de taux de chargement d'équilibre suivant le référentiel prudentiel considéré.

### ii. Le ratio de solvabilité

Du point de vue de l'actionnaire, un premier réflexe pour mesurer les conséquences du changement de référentiel sur la rentabilité des contrats consiste à comparer les exigences en capital sous Solvabilité I et Solvabilité II à partir du taux de couverture, aussi appelé le ratio de solvabilité.

$$\text{Ratio de solvabilité} = \frac{\text{capital règlementaire} + \text{excédent}}{\text{capital règlementaire}}$$

Le ratio de solvabilité est le principal indicateur de solvabilité dans le référentiel Solvabilité II. Par définition, le SCR étant le capital nécessaire pour que la compagnie d'assurance puisse faire face à ses engagements dans 99,5% des cas, un ratio de 100% correspond à une probabilité de défaut de 0.5% à horizon un an. Un ratio plus élevé correspond donc à un niveau de solvabilité plus élevé.

Les assureurs capitalistiques vont en général chercher à optimiser leur niveau de fonds propres, c'est-à-dire se rapprocher d'un ratio de solvabilité de 100%, de manière à minimiser le coût d'immobilisation des fonds propres. Bien entendu une marge supplémentaire sera toutefois recherchée, de manière à absorber les fluctuations des marchés et de la sinistralité tout en affichant toujours un ratio de solvabilité supérieur à 100%.

D'autre part, au-delà de la seule problématique liée au niveau du capital réglementaire, la volatilité du ratio de solvabilité inquiète beaucoup les assureurs. En effet, sous Solvabilité II, le ratio de solvabilité est beaucoup plus sujet à variation d'une année sur l'autre, notamment en lien avec la volatilité des marchés financiers. Ce point est totalement nouveau par rapport au référentiel Solvabilité I, régime dans lequel l'exigence de marge de solvabilité, peu volatile, peut être très facilement anticipée, uniquement en fonction de l'évolution du passif de l'assureur. Ainsi, les assureurs recherchant toujours une marge confortable sur le ratio de solvabilité, vont devoir immobiliser des fonds propres supplémentaires pour absorber cette nouvelle volatilité du ratio de solvabilité.

A ce jour, des discussions importantes ont encore lieu pour les produits des branches longues (notamment les produits retraite). La problématique vient notamment du principe de capital réglementaire à un an, qui engendre un coût important pour les placements en action utilisés pour améliorer les rendements sur le long terme, et un ratio de solvabilité très volatil pour ces activités, notamment en lien avec les évolutions des taux d'intérêt. Enfin, il y a un réel débat aujourd'hui sur la concurrence des fonds de pension qui ne sont pas soumis à Solvabilité II. La Commission Européenne a mis en place un groupe dédié pour répondre à ces questions.

## b) *Projection du capital sous Solvabilité II*

Nous avons vu précédemment que lors d'une étude de rentabilité et de tarification en assurance, il est nécessaire de projeter le compte de résultat pour établir les résultats probables futurs attachés au portefeuille de contrats. De la même manière, pour évaluer le coût pour l'assureur de l'immobilisation de ses fonds propres, il sera nécessaire de projeter le capital à immobiliser dans le futur.

En effet, nous avons vu également qu'il convient de prendre en compte le coût généré pour l'assureur par la mise à disposition du capital requis pour exercer son activité.

Pour mesurer ce coût pour l'assureur aujourd'hui, il est intéressant de considérer tous les besoins en capital sur toute la durée des engagements, et calculer la valeur aujourd'hui de cette séquence de flux futurs. Pour cela, il sera nécessaire de calculer le capital réglementaire à immobiliser chaque année t future, sur toute la durée des engagements.

### i. Solvabilité I / Solvabilité II

Sous **Solvabilité I**, l'exigence de marge de solvabilité peut être facilement anticipée puisque elle est uniquement fonction de l'évolution du passif de l'assureur. En effet, en assurance vie l'EMS étant définie comme un pourcentage des provisions mathématiques (PM) et des capitaux sous-risques, il suffit de projeter le compte de résultat sur toute la durée considérée pour pouvoir estimer les EMS futures.

Cependant sous **Solvabilité II**, la situation est différente et les assureurs sont confrontés à deux difficultés majeures. Non seulement le calcul du SCR est très largement complexifié, mais un nouveau paramètre déterminant est à considérer : la volatilité du capital réglementaire.

Le calcul complet du SCR final nécessite le calcul du Best Estimate puis des NAV (*Net Asset Value*) pour chaque sous module de risque. Pour déterminer les SCR futurs, il faut donc renouveler toutes ces étapes pour chaque date t sur la durée considérée. L'autre caractéristique du SCR est d'être plus volatil que l'EMS. Le passage de modèles déterministes à des modèles stochastiques sera nécessaire pour prendre en compte l'impact de la volatilité du capital sous Solvabilité II. Tout cela donne lieu à des changements importants, à considérer dans la projection du capital réglementaire dans le futur.

Sous Solvabilité II, la volatilité du SCR constitue un risque important pour l'assureur. Il est donc nécessaire d'en mesurer les impacts sur son activité. Des approches stochastiques seront indispensables dans cet objectif.

Le calcul du niveau de capital réglementaire à chaque nœud de simulation est confronté à une contrainte technique incontournable sous Solvabilité II. Le calcul complet de tous les SCR futurs demande des temps de calculs importants et nécessite des outils informatiques très puissants.

Il sera généralement nécessaire d'avoir recours à des méthodes d'approximation pour évaluer les SCR futurs.

Nous étudierons deux approches possibles, relevant chacune des niveaux d'approximations différents :

- Méthode basée sur un ratio SCR/PM constant dans le temps : calcul simple mais très simplifié et ne prenant pas en compte la volatilité du SCR ;
- Méthode s'appuyant sur des abaques : simplification plus aboutie, avec intégration de la volatilité du SCR, de façon plus ou moins approchée. L'utilisation d'abaques permet d'améliorer la pertinence des résultats.

## ii. Méthodes d'approximation des SCR futurs

Nous allons présenter ici la mise en place des méthodes d'approximation pour estimer les SCR futurs, avec leurs avantages et leurs inconvénients.

### Méthode du ratio SCR / PM constant

Le SCR en 0 est connu. Pour projeter le SCR chaque année t future, il est possible de considérer que les SCR futurs sont proportionnels aux provisions mathématiques de l'année concernée. Le coefficient multiplicateur correspond au ratio de la valeur actuelle du SCR et des provisions mathématiques. Cette approche suppose que la contribution de chaque risque au SCR est constante dans le temps :

$$SCR(t) = \frac{SCR(0)}{PM(0)} \times PM(t)$$

Cette méthode est inspirée de techniques utilisées dans le QIS 5, notamment dans les simplifications pour le calcul de la marge de risque.

L'application de cette méthode consiste donc à conserver un ratio *SCR/PM* fixe à chaque date future et dans toutes les trajectoires.

La projection des SCR futurs est alors obtenue directement à partir de l'écoulement des PM : il suffit de projeter le compte de résultat sur toute la durée considérée pour estimer les SCR futurs.

Cette approche a l'avantage d'être simple, facilement applicable et comparable à Solvabilité I. Cependant cette simplification, très forte, comporte une limite importante : elle consiste à ne pas prendre en compte le perfectionnement introduit par Solvabilité II, en négligeant les effets de la volatilité du capital réglementaire. En réalité, le SCR variera dans le futur, il ne restera pas toujours figé au même ratio suivant les situations économiques chaque année de projection.

Pour prendre en compte cette volatilité au complet, il serait en théorie nécessaire de recalculer le SCR pour toute date sur chacun des scénarios. Mais des approches plus pragmatiques peuvent permettre d'intégrer cette volatilité dans le tarif, de façon plus ou moins partielle.

### Méthode s'appuyant sur des abaques

Cette approche consiste à étudier les sources possibles de volatilité du capital réglementaire sous Solvabilité II, puis d'estimer à partir d'abaques l'évolution du ratio SCR / PM.

Tout d'abord, il est nécessaire de rechercher les facteurs liés à la situation économique influençant le SCR.

Notons que le SCR peut être très sensible à :

- La qualité de l'adossement actif / passif pour couvrir la sensibilité de l'entité au risque de taux ;
- Le rendement moyen du portefeuille obligataire par rapport au taux sans risque du marché ;
- L'exposition au risque action et le montant des plus ou moins values latentes initiales ;
- La qualité en termes de rating des titres obligataires du portefeuille d'actifs ;
- Le profil du risque du portefeuille, notamment en termes de rachats ;
- La structure de frais ;

Après avoir identifié les facteurs de volatilité du SCR à considérer, la méthode consiste à traduire l'impact de ces facteurs sur le ratio SCR/PM en abaques. Il s'agit de déterminer en 0 les ratios SCR/PM en considérant des variations de ces facteurs de volatilité. Autrement dit, il s'agit d'évaluer les niveaux atteints par le SCR pour chaque situation économique future probable.

Ainsi, l'estimation des SCR futurs consiste à retenir à chaque nœud (c'est-à-dire à toute date et dans toutes les trajectoires), un ratio SCR/PM modifié en fonction du niveau atteint par chacun des facteurs de volatilité considérés.

Un abaque représente l'impact sur le ratio SCR/PM en fonction du niveau des facteurs de volatilité. Bien entendu, plus le nombre de facteurs de volatilité est important, et plus il sera complexe d'évaluer les interactions entre ces différents facteurs.

Cette méthode suppose que l'évaluation du SCR suivant la situation économique est constante dans le temps et notamment non impactée par l'écoulement du portefeuille. Cette approche permet de prendre en compte la volatilité du SCR de façon approchée. Plus le nombre de facteurs de volatilité sera important, et mieux la volatilité du SCR sera prise en compte.

Une application de cette méthode sera réalisée dans la quatrième partie de ce mémoire sur le produit Euro, en considérant deux facteurs de volatilité pour le SCR.

## B. Indices de rentabilité en assurance vie

Il est intéressant de faire un aperçu des différents indicateurs de rentabilité utilisés en assurance vie, avec leurs avantages et leurs inconvénients, afin de déterminer par la suite ceux que nous allons considérer pour notre étude.

La plupart des indicateurs fournissent une représentation des résultats annuels plutôt qu'une synthèse des résultats pluriannuels. Or les contrats d'assurance vie produisent des résultats annuels qui doivent être considérés sur un horizon suffisamment long. Il sera donc nécessaire de projeter le compte de résultat de la compagnie d'assurance.

Nous allons nous attacher à expliquer de manière synthétique en quoi consistent certains indicateurs, avec tout d'abord la VIF (*Value of In Force*), la NBV (*New Business Value*), le TRI (Taux de rendement interne) et enfin le ROE (*Return Of Equity*).

### 1. VIF (Value of In Force)

La VIF constitue une des mesures les plus intéressantes de la rentabilité d'un portefeuille de contrats d'assurance. Elle représente une mesure de la richesse générée dans le futur à partir des contrats en cours au sein du portefeuille et revenant à l'assureur. Elle présente donc un intérêt fort dans le cadre de ce mémoire. Il convient donc d'en approfondir l'étude.

La VIF représente la valeur actuelle probable des profits dégagés dans le futur par les contrats en stock (hors ventes futures) générée par les affaires en portefeuille au moment du calcul.

Elle est égale à la valeur actuelle des profits futurs nets d'impôts (PVFP pour *Present Value of Future Profits*), diminuée du coût de détention du capital (CoC pour *Cost Of Capital*) :



La détermination de la VIF repose sur la projection des profits futurs à partir du portefeuille d'affaires actuellement en cours, le portefeuille étant déroulé jusqu'à extinction des engagements de l'assureur (« run-off ») en tenant compte d'hypothèses de prestations (rachats et décès). Pour calculer la VIF, il est nécessaire d'établir des comptes de résultats de manière prévisionnelle pour l'ensemble des exercices à venir.

La VIF est une mesure intéressante car elle capture la rentabilité réelle de l'activité, c'est-à-dire la marge réelle (déduction faite d'impôts) diminuée des coûts nécessaires à l'exercice de l'activité d'assurance.

Une VIF positive signifie que le contrat crée de la valeur, une richesse aux actionnaires. Mais cette information n'est pas suffisante et pour pouvoir pleinement l'exploiter, il faut l'accompagner d'une analyse et de mesures de sensibilités.

Le calcul de la VIF procède d'une méthode inspirée de l'EVA (« *Economic Value Added* » ou Valeur Economique Ajoutée). Cette EVA mesure l'excès de rentabilité au-delà du coût économique du capital employé par l'entreprise et du coût du risque supporté par celle-ci :

$$EVA(t) = \text{Résultat net}(t) - \tau \times \text{Capital investi}(t)$$

Où :

- *Résultat net*(*t*) désigne les résultats nets d'impôts de l'entreprise pour l'année *t*
- $\tau$  est le taux représentant le coût moyen du capital investi
- *Capital investi*(*t*) est le montant des capitaux à immobiliser à la date *t* pour l'activité

La MVA (*Market Value Added*) est un indicateur dérivé qui représente la valeur créée au-delà du capital alloué à l'activité :

$$MVA = \sum_{t=1}^T \frac{\text{Flux Actionnaire}(t)}{(1 + \tau_{\text{actualisation}})^t} - \text{Capital investi}(0)$$

Où :

- *Flux Actionnaire*(*t*) désigne les dividendes distribuables anticipés à *t=0* pour l'année *t* future. Au-delà d'un horizon de projection *T*, on considère généralement que *Flux Actionnaire*(*t* ≥ *T*) = 0

D'un point de vue général, la MVA repose sur l'idée selon laquelle l'investisseur doit considérer les revenus supplémentaires que son placement devrait lui procurer dans le futur, en sachant évidemment que ces revenus ne peuvent excéder les résultats de l'entreprise.

Le calcul de la VIF procède d'une logique de distribution intégrale des résultats futurs.

Bien que les fonds propres réellement mis à disposition de la société soient souvent supérieurs au minimum exigé par la réglementation et souvent supérieurs au minimum requis par les nécessités du marché et de la concurrence, seuls les besoins en marge de solvabilité sont, en France, légalement nécessaires pour porter les engagements déjà pris jusqu'à leur extinction. Ce capital génère des revenus au profit de l'entreprise. Ils sont intégrés au calcul de la VIF. Il n'est pas nécessaire de tenir compte de l'excédent de capitaux propres dans le calcul des recettes sur fonds immobilisés, pas plus qu'il ne l'est dans le calcul du coût du capital (cf. paragraphe suivant sur le CoC).

### a) *Les éléments du calcul de la VIF*

#### i. *La PVFP (Present Value of Future Profits)*

La *Present Value of Future Profits* est la valeur actuelle des profits (ou pertes) probables futurs, nets d'impôts, distribuables aux actionnaires, générés par le portefeuille de contrats en cours.

La PVFP est un indicateur moyen terme qui permet d'apprécier dans la durée la rentabilité des affaires en cours. La PVFP permet de capturer la rentabilité d'une compagnie d'assurance vie de manière prospective et donc de dépasser la vision statique que la seule compréhension des états comptables et financiers pourrait apporter.

Il est donc nécessaire d'établir des comptes de résultats prévisionnels afin d'estimer les résultats techniques bruts  $RTB_t$  futurs. Ils sont ensuite actualisés afin de déterminer la valeur aujourd'hui de cette séquence de flux futurs. La PVFP se calcule en fin d'exercice.

Considérons un contrat prenant fin à la date  $T$ , la PVFP est définie de la façon suivante :

$$PVFP = \sum_{t=1}^T \frac{RTB_t \times (1 - IS)}{(1 + \tau_{actualisation})^t}$$

Avec :

- $RTB_t \times (1 - IS)$ ,  $t \geq 1$ , le résultat technique probable après impôt de l'année  $t$  sur le portefeuille observé (les futures affaires nouvelles ne sont pas prises en compte),
- $T$  la date de fin du contrat.

La PVFP mesure donc la valeur actuelle du portefeuille de contrats détenus par la compagnie.

Pour finaliser le calcul, il convient de prendre en compte l'impact de la fiscalité ainsi que le coût généré pour l'assureur par la mise à disposition d'un capital requis pour exercer son activité (le capital réglementaire). En effet, ce qui intéresse les sociétés d'assurances, c'est de capturer la rentabilité réelle de leurs activités, c'est-à-dire leurs marges réelles (donc déduction faite des impôts) diminuées des coûts nécessaires à l'exercice de leurs activités (CoC).

## ii. Le CoC (Cost of Capital)

Le CoC (*Cost of Capital*) est le coût de la détention de l'exigence en capital pour satisfaire les contraintes réglementaires de solvabilité.

Les régimes prudentiels imposent aux assureurs de détenir un montant minimum de fonds propres, à immobiliser par les actionnaires. Il convient donc de prendre en compte le coût généré pour l'assureur par la mise à disposition du capital requis pour exercer son activité : il correspond à un manque à gagner lié au fait que le capital réglementaire est rémunéré généralement au taux sans risque, inférieur aux objectifs de rentabilité de l'actionnaire. Le CoC représente donc le coût d'immobilisation des fonds propres nécessaires à l'activité.

Pour le calcul de la VIF, le coût du capital doit être retranché de la PVFP afin d'obtenir une valeur ajustée des pertes ou bénéfices distribuables.

Quand les fonds propres immobilisés sont égaux à l'exigence en capital réglementaire (CR), ils génèrent, pour l'exercice comptable  $t$ , des produits financiers qui peuvent être représentés par :

$$\text{Produits Financiers sur Fonds Propres}(t) = CR(t - 1) \times TRA(t)$$

Où :

- $TRA(t)$  est le taux de rendement comptable des actifs,
- $CR(t - 1)$  est le montant du capital réglementaire calculé en fin d'année  $t-1$ , pour l'exercice suivant.

Le capital réglementaire, ses variations et ses intérêts constituent une série de flux pouvant être représentée de la manière suivante : à la fin de l'année  $t$ , l'actionnaire récupère le capital placé l'année précédente, ainsi que les produits financiers générés par ce capital l'année  $t$ , et il replace le capital requis calculé à la date  $t$ .

Ainsi, le *cash flow* dégagé des fonds propres pour l'année  $t$  est égale à la différence entre le besoin en capital de l'année  $t-1$  et celui de l'année  $t$ , augmenté des produits financiers sur fonds propres nets d'impôts sur les sociétés l'année  $t$ . Le coût pour l'assureur représente donc :

$$- [ CR(t - 1) - CR(t) + CR(t - 1) \times TRA(t) \times (1 - IS) ]$$

En considérant un contrat prenant fin à la date  $T$ , l'expression du coût du capital peut alors s'écrire :

$$CoC = CR(0) - \sum_{t \geq 1} \frac{CR(t - 1) - CR(t) + CR(t - 1) \times TRA(t) \times (1 - IS)}{(1 + \tau_{actualisation})^t}$$

Le *CoC* peut aussi s'exprimer sous la forme :

$$CoC = \sum_{t \geq 1} \frac{CR(t - 1) \times (\tau_{actualisation} - TRA(t) \times (1 - IS))}{(1 + \tau_{actualisation})^t}$$

Justification :

$$CoC = CR(0) + \sum_{t \geq 1} \frac{CR(t) - CR(t - 1) - CR(t - 1) \times TRA(t) \times (1 - IS)}{(1 + \tau_{actualisation})^t}$$

$$CoC = CR(0) + \sum_{t \geq 1} \frac{CR(t) - CR(t - 1) \times (1 + \tau_{actualisation}) + CR(t - 1) \times \tau_{actualisation}}{(1 + \tau_{actualisation})^t} - \sum_{t \geq 1} \frac{CR(t - 1) \times TRA(t) \times (1 - IS)}{(1 + \tau_{actualisation})^t}$$

$$CoC = CR(0) + \sum_{t \geq 1} \frac{CR(t)}{(1 + \tau_{actualisation})^t} - \sum_{t \geq 1} \frac{CR(t - 1)}{(1 + \tau_{actualisation})^{t-1}} + \sum_{t \geq 1} \frac{CR(t - 1) \times (\tau_{actualisation} - TRA(t) \times (1 - IS))}{(1 + \tau_{actualisation})^t}$$

$$CoC = \sum_{t \geq 1} \frac{CR(t - 1) \times (\tau_{actualisation} - TRA(t) \times (1 - IS))}{(1 + \tau_{actualisation})^t}$$

Un coût d'immobilisation  $-CR(t - 1) \times \tau_{actualisation}$  est donc inscrit en face des recettes  $CR(t - 1) \times TRA(t) \times (1 - IS)$  procurées par ces fonds.

Remarque : étant donné l'hypothèse de *run-off*, le capital réglementaire calculé à la fin de la dernière année de projection est nul, soit  $CR(T) = 0$ .

Comme évoqué précédemment, l'intérêt majeur de la VIF réside dans sa capacité à capturer aujourd'hui la richesse future générée pour l'assureur par les contrats en portefeuille. Cette dimension prospective est intéressante dans le cadre de notre indice de rentabilité.

### b) *Un indicateur de rentabilité construit à partir de la VIF*

Nous allons maintenant étudier un rapport construit à partir de la VIF et qui peut être intéressant dans le cadre de l'étude de la rentabilité sous Solvabilité I et Solvabilité II :

$$\frac{\text{Value of In Force}}{\text{Capital Réglementaire}} = \frac{\text{VIF}}{\text{CR}}$$

La VIF représentant la moyenne des profits futurs et le capital réglementaire l'exigence de capital (EMS sous Solvabilité I, et le SCR sous Solvabilité II), ce rapport peut être intéressant dans le cadre de ce mémoire car il peut correspondre à un indicateur de rentabilité attendue, c'est-à-dire une fonction cible à atteindre. Il peut aussi permettre de comparer la rentabilité des produits sous les référentiels Solvabilité I et Solvabilité II.

*Solvabilité I : VIF/EMS*

*Solvabilité II : VIF/SCR*

En tout état de cause et au regard des différences de fond entre les normes Solvabilité I et Solvabilité II, le choix d'un seul critère n'est pas approprié et il est souhaitable de considérer plusieurs critères de comparaison pour apprécier l'évolution de la rentabilité.

Après cette description de la VIF, il est intéressant de compléter l'étude par la présentation de la NBV (*New Business Value*) un autre indicateur de rentabilité utilisé en assurance vie.

## 2. NBV (New Business Value)

« *New Business* » (NB) fait référence aux affaires nouvelles de l'entreprise. Le périmètre à considérer est l'ensemble des flux provenant d'un effort commercial de la compagnie (les affaires nouvelles proprement dites et les versements libres des contrats en stock).

La NBV (*New Business Value*) appelée aussi *Valeur des affaires nouvelles* est un indicateur de la rentabilité du New Business. Elle prend en compte la VIF relative aux nouveaux contrats, c'est-à-dire les profits que généreront ces nouveaux contrats au cours de l'année (y compris les coûts d'acquisition). Il s'agit d'une mesure couramment utilisée par les compagnies dans la gestion de la valeur mais le sujet est sensible car il représente la capacité de la compagnie à créer de la valeur.

De manière comparable à la VIF, le calcul de la NBV consiste à déduire de la NBC (*New Business Contribution*) le coût de l'immobilisation de la marge de solvabilité réglementaire (*CoC*) et ainsi de mesurer le plus justement possible la richesse effectivement dégagée par les affaires nouvelles pour le compte de la compagnie. La NBV se détermine de la manière suivante :

$$NBV = NBC - CoC$$

### a) *Les éléments du calcul de la NBV*

Le *Cost of Capital* (CoC) est calculé de la même manière que pour la VIF traditionnelle (cf. paragraphe précédent).

La *New Business Contribution* (NBC) est un indicateur de moyen terme qui permet d'estimer la rentabilité des affaires nouvelles. Elle est calculée en fin d'exercice.

La NBC appréhende la richesse générée par les affaires nouvelles réalisées par l'assureur lors de l'année écoulée. Elle quantifie ainsi la capacité à créer de la richesse de l'assureur sur la base de la production récente. Cet indicateur permet alors aux analystes de mesurer la capacité de l'assureur à se développer ou à maintenir sa position sur le marché.

Un contrat d'assurance vie ayant une durée de vie assez longue, il va contribuer au résultat de la compagnie d'assurance pendant plusieurs années. En générale, l'année de la vente d'un contrat, le résultat généré par ce contrat est négatif. Puis les années suivantes, il est positif. La NBC tient compte de cette caractéristique.

La NBC est définie de la façon suivante :

$$NBC = \sum_{t=1}^T \frac{R_t \times (1 - IS)}{(1 + \tau_{actualisation})^t} - S$$

Avec :

- $R_t \times (1 - IS)$  est le résultat technique net d'impôts estimé l'année  $t$ ,  $t \geq 1$ , par les affaires nouvelles de l'année en cours, autrement dit par les contrats vendus au cours de l'exercice (année 0),
- $S$  le résultat d'acquisition des contrats lors de la première année de commercialisation,
- $T$  la date de fin des engagements.

La NBC est donc la valeur actuelle des profits futurs nets d'impôts générés par les affaires nouvelles réalisées par l'assureur lors de l'année écoulée : la valeur actuelle nette de l'investissement « vente de contrats d'assurance vie ». Pour déterminer les  $R_t$ , il est nécessaire de réaliser une projection des résultats générés par les affaires nouvelles.

### Comparaison NBC et PVFP

Le schéma suivant permet de visualiser les flux à prendre en compte pour la NBC et pour la PVFP :

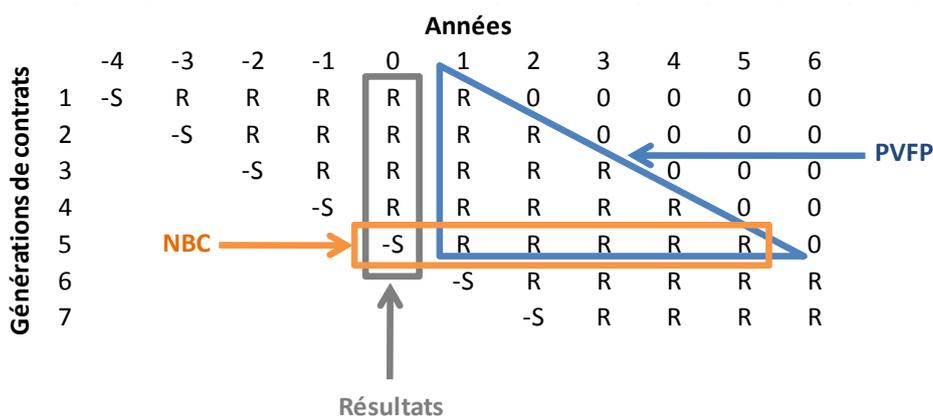


Figure 11 Représentation de la NBC et de la PVFP

Un calcul de la NBC à la fin de l'exercice 0 ne prend en compte que les résultats générés par les contrats vendus au cours de l'exercice 0. En revanche, le calcul de la PVFP à la fin de l'exercice 0 utilise l'ensemble des résultats générés par le portefeuille de contrats détenus en fin d'exercice 0. Notons aussi que la PVFP ne prend pas en compte les résultats générés par le portefeuille au cours de l'exercice 0.

### b) Autres indicateurs construits avec la NBV

Les primes peuvent être uniques ou bien périodiques. Ces deux types de primes correspondant à des modalités de financement différentes, n'ont pas d'ordres de grandeurs comparables. Il est alors pratique de substituer aux primes uniques une quantité annuelle obtenue en les divisant par la durée conventionnelle de paiement des primes.

Par convention, on définit l'APE (*Annual Premium Equivalent*) de la manière suivante :

$$APE = 100\% \text{ primes périodiques} + 10\% \text{ primes uniques}$$

Il est alors possible de construire le ratio suivant, représentant la marge sur les affaires nouvelles :

$$\frac{NBV}{APE}$$

Une autre approche passe par le calcul de la PVP (*Present Value of Future Premiums*). La PVP est la valeur actuelle probable des primes futures projetée dans la production nouvelle. Le ratio suivant peut alors être construit :

$$\frac{NBV}{PVP}$$

Ces deux indicateurs expriment la valeur de la nouvelle production par unité de prime annuelle.

Dans nos cas pratiques, nous sommes dans une étude de rentabilité des contrats en cours, et non pas dans une étude des affaires nouvelles. Ainsi, nous utiliserons comme indice de rentabilité la VIF.

Les indicateurs présentés précédemment (VIF, NBV) ont tous un équivalent stochastique. L'approche stochastique permet notamment de prendre correctement en compte l'impact de la volatilité des marchés financiers sur la valeur temps des options et garanties, que l'approche déterministe ne peut pas mesurer. Il s'avère donc nécessaire d'utiliser ces indicateurs de rentabilité dans une démarche stochastique et non pas simplement déterministe.

Un indicateur de rentabilité stochastique est calculé de la même manière que l'indicateur déterministe mais en prenant l'espérance de celui-ci sur l'ensemble des scénarios  $i$ .

La VIF stochastique peut ainsi être retranscrite par la formule suivante :

$$VIF_{stochastique} = PVFP_{stochastique} - COC_{stochastique}$$

$VIF_{stochastique}$

$$= \frac{1}{j} \sum_{i=1}^j \sum_{t=1}^T \left( \frac{RTB_{t,i} \times (1 - IS)}{(1 + \tau_{actualisation})^t} - \frac{CR_{t-1,i} \times (\tau_{actualisation} - TRA_{après\ impôts_{t,i}})}{(1 + \tau_{actualisation})^t} \right)$$

### 3. TRI (Taux de Rendement Interne)

Dans le cadre général, le taux de rentabilité interne (TRI) est un taux d'actualisation annulant la valeur actuelle nette d'une série de flux financiers (en général relatifs à un projet avec un investissement initial  $F_0$  suivi de flux de trésorerie  $F_t$ ). Le TRI représente le taux d'intérêt égalisant la somme actualisée espérée des décaissements et celle des encaissements.

Ce taux est obtenu à partir de l'équation ci après :

$$\text{Valeur Actuelle Nette} = 0 = \sum_{t=1}^T \frac{F_t}{(1 + TRI)^t} - F_0$$

avec  $F_t$  le montant du flux généré l'année  $t$ ,  $F_0$  le capital initial investi (à  $t=0$ ), et  $T$  la durée du projet.

En assurance, le taux de rendement interne est donc le taux d'actualisation permettant d'annuler la valeur actuelle probable des flux financiers entre les actionnaires et la compagnie. L'actionnaire souhaitera bien entendu immobiliser un minimum de capital en  $t$  et attendra en retour un maximum de revenu sur toute la durée de l'investissement, avant de récupérer son capital.

Dans ce contexte, le TRI constitue un critère pertinent car il représente la rémunération attendue par l'actionnaire sur la durée de leur investissement, au regard du capital investi initialement. Le TRI apparaît donc comme le coût du capital immobilisé sur la durée considérée. Il peut représenter une valeur de rentabilité cible à atteindre pour ensuite pouvoir déterminer la tarification des produits.

Appliqué à l'activité d'assurance vie, le TRI peut s'obtenir à partir de l'équation suivante :

$$\sum_{t=1}^T \frac{\text{Flux Actionnaire}_t}{(1 + TRI)^t} - CR_0 = 0$$

Où

- $\text{Flux Actionnaire}_t$  est le montant versé aux actionnaires l'année  $t$ ,
- $CR_0$  est le capital réglementaire à  $t=0$ , autrement dit le montant investi par l'actionnaire à  $t=0$ ,
- $T$  est la durée de l'engagement.

Il est possible de représenter les flux entre l'actionnaire et la société en fin d'exercice en se plaçant dans la vision suivante : à chaque fin d'année  $t$ , l'actionnaire récupère le capital placée l'année précédente, ainsi que les produits financiers générés par ce capital dans l'année, et il replace le capital requis calculée à la date  $t$ .

Le montant total du « flux actionnaire » distribuables en fin d'exercice peut s'écrire de la façon suivante :

$$\text{Flux Actionnaire}(t) = RTB(t) \times (1 - IS) + CR(t - 1) \times TRA(t) + CR(t - 1) - CR(t)$$

Où

- $RTB(t)$  est le résultat technique brut de l'année  $t$  ;
- $CR(t - 1)$  est le montant du capital réglementaire en fin d'année  $t-1$  que l'actionnaire récupère en fin d'année  $t$ .

Les besoins en capital réglementaire varient tous les ans avec les engagements contractés. L'activité peut donc conduire à libérer du capital ou à en injecter.

En hypothèse de « run-off » (sans affaires nouvelles), la réduction progressive des engagements entraîne une diminution de l'exigence en capital. Il est donc considéré que l'actionnaire récupère petit à petit son capital.

Dans la réalité, ces capitaux libérés ne sont généralement pas rendus aux actionnaires (c'est-à-dire que la société ne procède pas à des rachats d'actions) mais sont affectés à d'autres activités.

Le TRI est à l'origine un outil permettant de guider la décision relative à un investissement. Un projet d'investissement est intéressant si son TRI prévisible est suffisamment supérieur au taux sans risque, pour tenir compte de la prime de risque propre au type de projet. En effet, l'investisseur va exiger une rémunération minimum au taux sans risque avec une marge de rentabilité liée à la prime de risque.

Le taux de rendement interne permet donc de rémunérer le capital investi et non encore remboursé sur toute la durée de l'investissement, et de rembourser le capital investi dans le projet.

Ce taux peut être utilisé pour mesurer la rentabilité aussi bien d'un produit que sur une branche ou sur la totalité de l'activité d'une société. Il permet également de comparer les différents produits, activités et sociétés, en neutralisant leurs spécificités. Les TRI obtenus pour deux produits sont directement comparables sans qu'il soit nécessaire de prévoir des ajustements pour tenir compte de leur environnement spécifique. Les TRI prévisionnels doivent s'accompagner d'étude des sensibilités aux différents paramètres (frais généraux, rachats, rendement financiers...).

#### 4. ROE (Return On Equity) et RORAC (Return On Risk-Adjusted Capital)

Le *Return On Equity* (ROE) est un terme d'origine anglo-saxonne désignant le retour des investissements sur fonds propres. Ce ratio est essentiel car il permet de connaître la rentabilité de l'investissement fait par l'actionnaire.

Le ROE est un indice classique qui exprime le rapport des bénéfices sur les capitaux propres. Pour une année t, le ROE exprime pour un portefeuille donné, le rendement par unité de capitaux propres alloués. Il se calcule en divisant le résultat net dégagé au cours d'un exercice et les capitaux propres investis par les actionnaires :

$$ROE = \frac{REB_t \times (1 - IS)}{Capitaux\ propres_{t-1}}$$

Avec

- $REB_t$  le résultat d'exploitation brut généré l'année t
- $Capitaux\ propres_{t-1}$  le montant des capitaux propres en fin d'année t-1

Le ROE est aussi appelé le *Return On Capital* (ROC) ou le retour sur fonds propres.

Il a l'avantage de pouvoir être facilement calculable et permet ainsi de comparer les sociétés entre elles. Il permet aussi de comparer facilement la rentabilité sous les référentiels Solvabilité I et Solvabilité II.

Si une entreprise affiche un ROE de 15 %, cela signifie que pour chaque tranche de 100 EUR de fonds propres, elle réalise un bénéfice de 15 EUR. Une valeur élevée signifie donc en principe que la société est particulièrement rentable.

Cependant, le ROE laisse apparaître des carences comme indicateur de rentabilité pour une activité d'assurance vie. En effet, il considère les résultats (bénéfices annuels) sur des périodes brèves, alors que l'activité d'assurance vie produit de la valeur sur un horizon long et donné par la durée de vie des contrats. Ainsi, l'emploi du ROE à des fins opérationnelles ne semble raisonnable que pour des portefeuilles incluant des générations de contrats émises à des dates diverses. En effet, pour de tels portefeuilles, les bénéfices produits par les générations matures compensent les pertes engendrées par la production récente.

Si le montant des capitaux propres alloués à un portefeuille se détermine sur la base d'une évaluation du risque du portefeuille ainsi que d'un objectif de solvabilité (ce montant s'obtient au moyen d'une suite appropriée de flux de capitaux propres), il s'appelle alors « *target capital* » ou encore « *economic capital* ». Le ROE calculé à partir de l'« *economic capital* » se nomme *Return On Economic Capital* (ROEC) ou encore *Return on Risk-Adjusted Capital* (RORAC).

Le RORAC est un indicateur clé pour la conception d'un produit. Il exprime le taux de rendement sur le capital ajusté au risque, appelé le capital économique :

$$RORAC = \frac{\text{Revenu net}}{\text{Capital économique alloué}}$$

La formule RORAC permet de comparer les investissements qui ont différents niveaux de risque ou des profils de risque différents. Ici, le capital économique est ajusté pour la perte potentielle maximale après le calcul des rendements probables et/ou de leur volatilité. C'est une méthode très utile pour quantifier et gérer des niveaux acceptables d'exposition au risque. Notons que le RORAC est utilisée lorsque le risque peut varier selon les immobilisations utilisées ; c'est le capital lui-même qui est ajusté pour les risques, et non le taux de rendement.

Ce ratio permet l'incorporation des risques de marché, de crédit et risque opérationnel dans un cadre unique et globale qui montre les interactions entre les différentes sortes de risques et les scénarios où il pourrait y avoir une concentration trop élevée de risques. Cependant, ce ratio ne peut pas couvrir les risques systémiques, qui doivent encore être calculée séparément.

Cependant, le RORAC présente les mêmes inconvénients que le ROE pour son utilisation dans le cadre long terme de l'assurance vie. Il ne représente que des résultats annuels, alors que l'activité d'assurance vie demande une synthèse des résultats pluriannuels sur un horizon suffisamment long.

### C. Méthodes de tarification

Comme nous l'avons vu dans la partie A. de ce chapitre, Solvabilité II, en impactant le capital réglementaire, va conduire à une revue des modèles de tarification pour évaluer le coût d'immobilisation des fonds propres. Sous Solvabilité II, il est nécessaire d'inclure dans la tarification :

- Le surcoût (en général) lié à une augmentation potentielle du niveau du capital réglementaire,
- La volatilité du capital réglementaire.

Il est possible de mettre en œuvre des méthodes déterministes ou stochastiques. Le principe est de construire des méthodes de tarification permettant d'inclure dans le calcul du tarif les nouvelles spécificités qu'impose le changement de référentiel.

Le capital réglementaire sous Solvabilité I n'étant que faiblement volatil, une méthode déterministe peut être pertinente. Tandis que sous Solvabilité II, la forte volatilité du capital réglementaire impose l'utilisation de méthodes stochastiques pour prendre en compte cette volatilité. Dans un objectif de comparaison, nous mettrons toutefois en œuvre les deux types d'approche.

Nous détaillerons dans ce mémoire deux méthodes de tarification :

- La méthode du TRI - Taux de Rendement Interne
- La méthode VPNC - Valeur du Portefeuille Nette du Coût du Capital

Les études de rentabilité et de tarification doivent s'accompagner d'étude des sensibilités aux différents paramètres (participation aux bénéfices, âge de souscription, composition de l'actif...)

Nous avons vu précédemment que le processus de tarification d'un contrat d'épargne en assurance vie consiste à déterminer un niveau de taux de chargement sur encours, permettant d'intégrer :

- Un chargement au titre des frais de gestion,
- Un chargement pour couvrir le coût d'immobilisation des fonds propres et la marge assureur.

En particulier, le coût lié à l'immobilisation des fonds propres est une étape essentielle pour mesurer l'impact de Solvabilité II sur la tarification des produits.

#### 1. Méthode du TRI

Cette méthode permet d'incorporer dans le tarif d'équilibre le coût d'immobilisation des fonds propres, et ainsi de mesurer l'impact de Solvabilité II par rapport à Solvabilité I. Mais elle n'est applicable qu'en univers déterministe, la volatilité du SCR ne pourra donc pas être prise en compte. Cependant, une étude de la distribution des TRI en stochastique peut être intéressante et sera faite par la suite.

##### *a) Principe de la méthode du TRI*

A partir de la définition du Taux de Rendement Interne (cf. paragraphe B.3. de ce chapitre), il est possible de construire une méthode de tarification pour les contrats d'assurance vie.

En effet, comme évoqué précédemment, le TRI représente la rémunération attendue par l'actionnaire sur la durée de l'investissement, au regard du capital investi initialement. Il apparaît comme le coût du capital immobilisé sur la durée considérée. Il peut donc représenter une valeur de rentabilité cible à atteindre pour ensuite pouvoir déterminer la tarification des produits.

En restant dans une vision « actionnaire », la méthode consiste à déterminer les taux de prélèvement permettant au moins de couvrir la rémunération des actionnaires, sur toute la période de leur investissement.

Son application consiste à déterminer de manière itérative le niveau de chargement permettant d'atteindre un TRI cible.

Cette méthode du TRI a donc l'avantage d'être simple et facilement applicable sous Solvabilité I et Solvabilité II. Cependant, elle ne peut être construite qu'en univers déterministe, s'appuyant sur un unique scénario central basé sur un rendement moyen.

En effet, il ne serait pas cohérent d'actualiser des résultats stochastiques avec un taux déterministe, sinon il y aurait un taux pour chaque scénario stochastique.

#### Application de cette méthode

Une technique d'évaluation de la tarification serait de calculer le TRI pour différents taux de chargement et suivant le niveau de capital (Solvabilité I ou Solvabilité II). Il suffit alors de choisir le couple (TRI, taux de chargement) qui convient le mieux.

Il est d'acceptation courante de considérer que les actionnaires demandent un TRI de 15%. Il semblerait donc cohérent de prendre pour cette méthode un TRI objectif de 15%.

#### *b) Univers stochastique : étude la distribution des TRI*

Il est possible d'implémenter cette méthode dans les simulations stochastiques.

Nous sortons ici de la tarification, il s'agit d'une étude de rentabilité, à travers l'étude de la distribution des TRI obtenus sur chaque trajectoire de la projection stochastique.

Une méthode stochastique a pour objet de prendre en compte la volatilité des phénomènes étudiés dans ses résultats, en tirant aléatoirement de nombreux scénarios et en évaluant statistiquement les risques. Une méthode stochastique est construite à partir d'une multitude de trajectoires, représentatives de l'ensemble des possibles. Dans ce cadre les valeurs obtenues sont des variables aléatoires et il convient alors d'étudier la distribution de l'échantillon et de définir l'outil de mesure de risque approprié (espérance, écart-type, quantile, *Value At Risk*, *Tail Value at Risk*).

A chaque simulation, lors du calcul du Best Estimate, le TRI de l'opération est calculé. Au terme des 1000 simulations, un échantillon de 1000 TRI est obtenu, et sa distribution peut être intéressante à étudier.

En termes de rentabilité en assurance, l'étude de la distribution des TRI permet d'anticiper et d'étudier les évolutions probables de la rentabilité, en considérant tous les états futurs.

Une telle étude sera faite dans le cas pratique du produit épargne Euro.

## 2. Méthode VPNCC - Valeur de Portefeuille Nette du Coût du Capital

L'objectif est de construire une méthode de tarification permettant d'inclure le surcoût lié à une augmentation potentielle du niveau du capital réglementaire, mais aussi la volatilité du SCR.

Pour être cohérent avec la valorisation Solvabilité II, la méthode de tarification doit prendre en compte l'activité sur le long terme, jusqu'à extinction du portefeuille, sous les hypothèses *Best Estimate*. Elle doit aussi être applicable en stochastique pour pouvoir prendre en compte la volatilité des phénomènes étudiés dans ses résultats, notamment l'impact de la volatilité des marchés financiers sur la valeur temps des options et garanties, ainsi que la volatilité du SCR.

### Le principe de la méthode

Dans le cadre d'une analyse des contrats en cours, le contrat est profitable si la valeur de portefeuille nette du coût du capital est positive ; si celle-ci est négative, le contrat ne devrait pas être commercialisé, parce qu'il ne remplit pas les objectifs de rentabilité de la compagnie.

En matière de tarification, la valeur de portefeuille nette du coût du capital peut être utile pour déterminer le taux de chargement à appliquer de telle sorte que la différence soit nulle.

La méthode consiste à déterminer le niveau de prélèvement permettant au moins de couvrir le coût du capital à immobiliser sur toute la durée des engagements de l'assureur. Nous sommes ici dans une vision « engagement de l'assureur envers les actionnaires ».

L'objectif de cette méthode est donc de déterminer le taux de chargement annulant la valeur du portefeuille nette du coût du capital :

$$\text{Valeur du portefeuille} - \text{Coût du capital} = 0$$

La valeur du portefeuille doit représenter une synthèse des résultats pluriannuels, sur toute la durée des engagements de l'assureur.

Cette méthode est applicable dans les deux environnements prudentiels, avec un coût du capital :

- Capital Solvabilité I, l'EMS
- Capital Solvabilité II, le SCR.

### L'univers de calcul et la mise en place de la méthode

Cette méthode est applicable en **déterministe**, autour d'un unique scénario central basé sur un rendement moyen. La détermination du tarif d'équilibre se déroule par itération sur le niveau de prélèvement pour trouver celui permettant d'annuler la valeur du portefeuille nette du coût du capital.

La méthode VPNCC est aussi applicable en univers **stochastique**, et consiste à l'étude de la variable aléatoire *Valeur du Portefeuille Nette du Coût du Capital*.

Pour chaque simulation, la valeur du portefeuille et le coût du capital sont calculés. Au terme de toutes les simulations, la différence doit être nulle en moyenne. Déterminer le tarif d'équilibre consiste à réaliser une dichotomie sur le niveau de prélèvement jusqu'à obtenir celui annulant la valeur du portefeuille nette du coût du capital en moyenne sur toutes les trajectoires projetées.

Les niveaux de chargements obtenus dans les deux univers sont directement comparables et permettent de « mesurer » le coût des options et garanties financières dans le tarif.

### 3. Avantages et inconvénients des méthodes

Pour les deux méthodes de tarification présentées précédemment, il est nécessaire de calculer le montant des capitaux réglementaires pour chaque date  $t$  future, sous Solvabilité I et Solvabilité II.

#### **Rappel sur la projection du capital sous Solvabilité II (paragraphe II.A.2.b.)**

Nous avons vu que la projection du capital impose de considérer des approximations sous Solvabilité II compte tenu de la difficulté à calculer les SCR complets à toutes dates  $t$  futures. Cette difficulté n'existe pas sous Solvabilité I, l'anticipation des EMS repose uniquement sur la projection du compte de résultat.

Nous avons alors présenté deux approches possibles pour approximer les SCR futurs :

- Une première approximation basée sur un ratio SCR/PM constant dans le temps : les calculs sont simples mais très simplifiés et ne prennent pas en compte la volatilité du SCR ;
- Une deuxième approximation s'appuyant sur des abaques : la simplification est ici plus aboutie, mais les calculs sont plus complexes. Cette approche permet d'intégrer la volatilité du SCR dans les calculs, de façon plus ou moins approchée.

La volatilité du SCR ne pouvant être mesurée qu'en stochastique, l'approche du ratio constant, quoique simplifiée, paraît suffisante pour estimer les SCR futurs dans les méthodes déterministes. En revanche, en stochastique, il est intéressant de comparer les deux approches d'approximation des SCR futurs, afin de « mesurer » la volatilité du SCR dans le tarif.

#### **Récapitulatif des méthodes de tarification**

En déterministe :

- méthode du TRI
- méthode VPNC

En stochastique (en considérant les deux approches pour projeter les SCR futurs) :

- méthode VPNC
  - basée sur un ratio SCR/PM constant,
  - s'appuyant sur des abaques (permet d'intégrer la volatilité du SCR dans le tarif)

Une application de ces méthodes sera réalisée dans la quatrième partie de ce mémoire sur des produits d'assurance vie.

Etudions maintenant plus particulièrement les avantages et les inconvénients de ces méthodes.

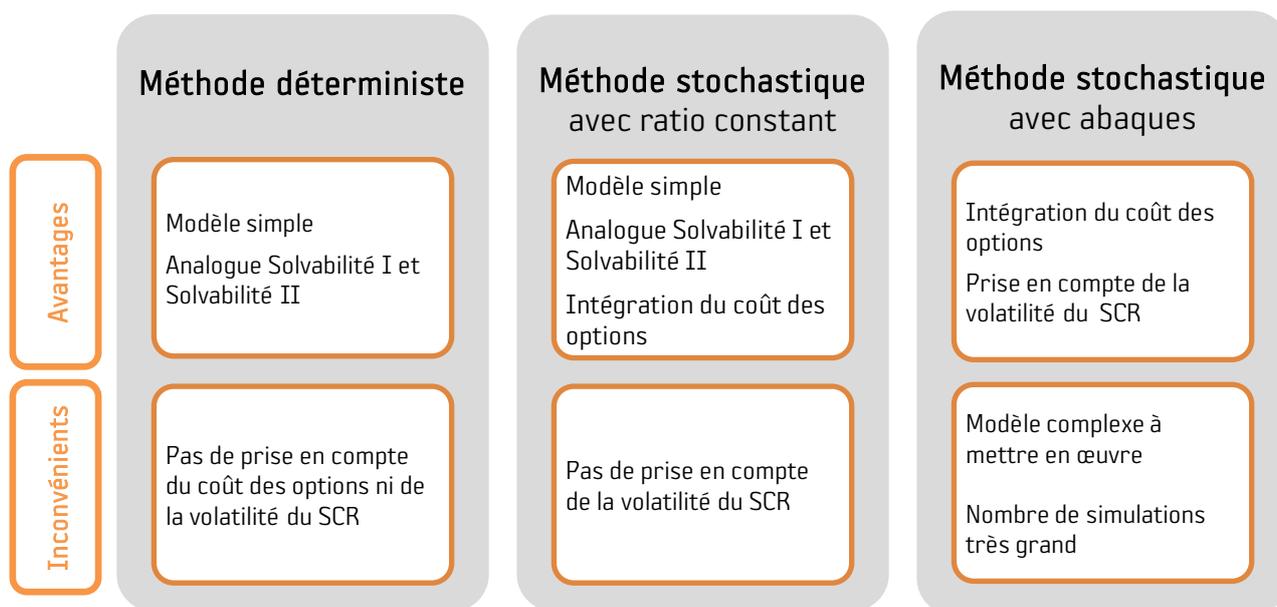


Figure 12 Avantages et inconvénients des méthodes de tarification

Pour la méthode avec abaques, plus le nombre d'abaques est important et plus le modèle est complexe à mettre en œuvre avec un nombre de simulations nécessaire de plus en plus grand.

### III. Cadre de l'étude et méthode de valorisation

Dans ce mémoire, nous étudierons trois produits d'épargne en assurance vie : Euro, UC (unités de compte) et Euro Diversifié. Afin de pouvoir construire des indices de rentabilité et mettre en œuvre des méthodes de tarification, il est au préalable nécessaire de concevoir des modèles permettant le calcul du Best Estimate, du capital réglementaire et une projection du compte de résultat pour les trois produits étudiés.

Dans cette partie, nous présenterons tout d'abord le fonctionnement des contrats d'épargne en assurance vie Euro, UC et Euro Diversifié. Puis nous décrirons les méthodes de valorisation sous Solvabilité II et les modèles utilisés pour l'Actif dans nos trois cas pratiques.

#### A. Présentation des produits d'assurance vie

L'assurance vie est définie dans le Code des Assurances comme « un engagement dont l'exécution dépend de la durée de la vie humaine » (Article L 310-1).

Un contrat d'assurance-vie est souvent perçu comme un outil de transmission de capital permettant de bénéficier d'un cadre fiscal avantageux, mais il est également un véritable outil de placement financier. Quelque soit le but recherché, un contrat d'assurance-vie permet de constituer ou faire fructifier un capital. Etant donné leur fiscalité avantageuse, les contrats d'assurance vie peuvent apporter des solutions efficaces pour toutes sortes de projets, à moyen ou à long terme, raison pour laquelle elle est, sans doute, aujourd'hui l'un des placements préférés des Français.

L'assurance vie conserve en 2010 sa place de placement privilégié des Français et représente 69 % des placements financiers nouveaux des ménages. Ces derniers atteignent 112,8 milliards d'euros en 2010, soit une hausse de 26 % par rapport à l'année précédente (source FFSA). Les encours des assureurs totalisent 1329,7 milliards d'euros à fin 2010, avec une progression de 6,4% par rapport à 2009 (source FFSA).

#### 1. Produit d'épargne en Euro

Les contrats d'assurance-vie en euros sont des contrats dans lesquels le capital accumulé est garanti à tout moment. C'est donc l'assureur qui porte le risque financier.

Les contrats en euros sont donc des contrats sans risque dont la garantie est exprimée en euros. L'assureur investit les versements des assurés sur les marchés financiers, avec une forte composante obligataire, afin de limiter ses risques financiers. Une composante action, de l'ordre de 10%, en fonction de la conjoncture économique, permet à l'assureur d'améliorer les rendements moyens sur le long terme.

L'épargne des assurés est revalorisée d'un taux minimum garanti. Historiquement à durée indéterminée, les assureurs s'engagent désormais sur une durée d'une année, et prévoient la révision possible de ce taux chaque année dans l'information annuelle. L'assureur verse également une participation aux bénéfices, qui dépend des taux de rendement obtenus grâce aux placements financiers.

La garantie en capital à tout moment, accompagnée de taux historiquement intéressants et d'un avantage fiscal significatif sur les plus-values, ont permis aux contrats en euros de s'imposer comme le placement préféré des français.

## Les rendements sur le fonds Euro baissent en 2010 (source FFSA)

Le rendement moyen des contrats d'assurance vie en euros s'établit à 3,4 % en 2010 contre 3,6 % en 2009, soit une baisse de 0,2 point. Cette baisse des rendements des contrats d'assurance vie est la conséquence de la baisse des taux long terme observée depuis plus de dix ans.

La dominante obligataire des investissements des assureurs donne lieu à des rendements très fortement liés à l'évolution des taux longs. Ces derniers étant en régulière baisse depuis une dizaine d'année, les rendements baissent mécaniquement. Afin de minimiser l'exposition à la volatilité des taux d'intérêt, la duration de l'actif est choisie proche de celle du passif, de l'ordre de 6 à 8 ans. Ainsi, en raison de la duration longue de leurs engagements, les assureurs bénéficient dans ce contexte de baisse des taux d'un effet retard, qui leur permet de se positionner au-dessus du marché. Cet effet retard est appelé l'inertie du fonds général. Ce phénomène pourrait s'inverser si les taux repartent à la hausse. D'autant plus qu'avec la morosité des marchés actions, les assureurs ne seraient pas en mesure de réaliser des plus-values latentes susceptibles de booster de manière significative leurs rendements.

A ce jour, les supports en euros réussissent encore à proposer des taux supérieurs au taux fourni par le livret A, placement financier concurrent de l'assurance vie.

Les épargnants souhaitant obtenir un meilleur rendement doivent prendre plus de risques en se tournant vers des supports en unités de compte. Ceux-ci reflètent directement l'évolution et la volatilité des marchés financiers.

## 2. Produit d'épargne en Unités de Compte

Les contrats d'assurance-vie en unités de compte (UC) sont des contrats dont les garanties sont exprimées par référence à un nombre de parts d'un ou plusieurs supports, dits unités de compte. De nombreux supports d'investissement correspondent à ces unités de compte, comme par exemple des actions, des obligations ou des parts d'OPCVM – Organisme de Placement Collectif en Valeurs Mobilières.

La garantie porte seulement sur le nombre de parts, la valeur de rachat du contrat varie alors à la hausse comme à la baisse en fonction des cours des valeurs qui leur servent de référence. L'assureur ne supporte donc pas le risque financier lié à l'évolution de la valeur des UC, il est porté par l'assuré.

L'encours valorisé est alors obtenu en multipliant le nombre d'unités de compte par leur valeur liquidative. Il n'y a donc aucune garantie sur la valorisation et l'encours de l'assuré peut être en moins-value, c'est-à-dire inférieur au capital investi.

Le choix de l'épargnant peut aussi bien se porter sur des unités de compte corrélées à l'évolution des actions (françaises ou étrangères), des obligations (zone euro ou monde) ou de l'immobilier (pierre ou papier). La performance associée à ces unités de compte dépend bien évidemment pour l'épargnant des performances des marchés sur lesquels son épargne est investie.

Contrairement aux rendements offerts par les contrats en euros, les rendements des capitaux investis dans les unités de compte ne peuvent pas être garantis. Toutefois, en échange du risque pris par le souscripteur, les perspectives de valorisation sont potentiellement supérieures. Une UC peut cependant fournir un rendement négatif. Ce type de support est donc plus risqué que le fonds Euro pour l'assuré mais permet également d'augmenter le rendement espéré.

### Les résultats pour les fonds en unités de compte en 2010 et début 2011 (source FFSA)

En assurance vie en 2010, la part de la collecte des supports en unités de compte (UC) est en légère augmentation (14 % contre 13 % en 2009). Selon une étude de la FFSA et du GEMA, la collecte des contrats d'assurance vie en UC s'élève à 1,5 milliard d'euros au mois de juin 2011 (10,6 milliards d'euros cumulés sur les six premiers mois de l'année, un montant identique à celui du premier semestre 2010). Ces résultats donnent l'opportunité, aux professionnels du secteur, de rester relativement optimiste quant à l'avenir de cette solution d'épargne.

Fortement soumis aux variations des marchés financiers, puisque 85 % de leurs actifs sont constitués par des produits cotés en bourse, comprenant, selon les chiffres de la FFSA, 50 % d'actions, auxquels viennent s'ajouter 35 % d'obligations, les fonds en unités de compte semblent avoir suivi une évolution similaire. La performance des contrats d'assurance vie en UC a nettement diminué au cours de l'année 2010 pour s'élever à 5,3 % (contre 14,4 % en 2009). Ce rendement reste néanmoins supérieur de près de 9 points à l'évolution du CAC 40. L'effet modérateur de la composition des supports UC (investis à 50 % en actions) permet en effet d'amortir la forte volatilité des marchés boursiers. En 2011, bien que la performance des contrats UC soit négative en juin (- 0,9 %), elle reste positive sur les six premiers mois de l'année (+ 1,9 %).

## 3. Produit Euro Diversifié

### a) *Contexte*

Afin de réorienter l'épargne des français vers les actions au sein d'un cadre prudentiel, une nouvelle forme de contrat d'assurance vie est apparue dans un décret du 26 juillet 2005 : les contrats « Euros Diversifiés ». Offrant un compromis en termes de rendement et de risque, ils apparaissent sur le papier mieux adaptés à la préparation de la retraite.

Les contrats d'assurance-vie en euros diversifiés ont aussi été créés pour remédier au manque de rentabilité des fonds en euros classiques. En effet, la garantie en capital à tout moment, inutile dans une perspective long terme, est trop contraignante pour la gestion financière des assureurs, avec un impact fort sur les rendements espérés. Les fonds en euros traditionnels ont vu leurs rendements décliner progressivement ces dernières années, et cette situation pourrait peut-être continuer avec l'entrée en vigueur de la nouvelle norme Solvabilité II en 2013.

La souscription d'un contrat euro diversifié peut, et devrait, être motivée en premier lieu pour des raisons financières. Les contrats euros diversifiés offrent une garantie au terme. Mais si la garantie est supérieure dans un fonds euro classique, la performance peut être meilleure avec un fonds euro diversifié car la marge de manœuvre financière de l'assureur est plus importante. En effet, la composition d'un contrat euro diversifié permet d'espérer une meilleure performance à terme car il est plus investi en actions et fonds dynamiques que les traditionnels supports euros.

Pour diverses raisons, en partie liées à la complexité du produit tant pour le processus de commercialisation que pour la gestion, les contrats Euros Diversifiés sont pour le moment quasiment inexistantes sur le marché de l'assurance vie. Cette situation pourrait changer dans les prochaines années, notamment avec l'arrivée de Solvabilité II à l'horizon 2013.

## Un fond dynamique et prudent

L'encours du contrat est décomposé en deux parties :

- La provision mathématique (PM), exprimée en euros, correspond à la valorisation de l'engagement au terme de l'assureur ;
- La provision de diversification (PTD), exprimée en nombre de parts, correspond au solde de l'encours et ne bénéficie pas de garantie en montant.

En termes de gestion financière, l'assureur s'assurera d'être en mesure de garantir l'engagement au terme par l'intermédiaire d'un placement obligataire. Le solde des actifs pourra alors être investi sur des actifs plus risqués, dans l'objectif de majorer le rendement espéré au terme.

Ce produit est un bon compromis entre performance et risque, il se présente comme une alternative aux contrats en euros.

Le produit Euro Diversifié prévoit une comptabilisation dans un canton dédié, avec des actifs comptabilisés en valeur de marché et non en valeur historique. La différence entre la valeur de marché des actifs et la valorisation des engagements de l'assureur au terme (PM) correspond à la provision de diversification.

Le produit Euro Diversifié propose un meilleur rendement tout en conservant une certaine sécurité ainsi que des avantages fiscaux et successoraux.

## Un produit de retraite et un produit d'avenir

Sujet hautement d'actualité, avec notamment l'adoption de la nouvelle réforme des retraites par le gouvernement en 2010, les Français prennent progressivement conscience de la nécessité de préparer leur retraite par une démarche individuelle.

L'Euro Diversifié peut répondre à cet objectif et est conseillé pour un horizon de long terme, alliant rendements prometteurs et garantie de capital, donc un bon moyen de préparer sa retraite.

### *b) Le contrat Euro Diversifié versus le contrat Euro*

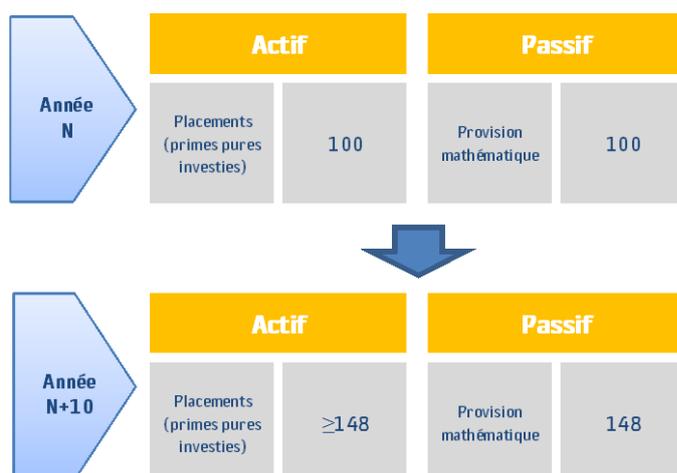
Le contrat « Euro diversifié » présente deux distinctions majeures vis à vis d'un contrat «Euro» classique: La garantie du capital n'est pas assurée à tout moment du contrat, comme pour les contrats en Euros, mais elle est assurée uniquement au terme du contrat. Il donne lieu à la constitution d'une provision destinée à absorber les fluctuations des actifs du contrat (PTD) ;

Il fait l'objet d'un cantonnement comptable de ses passifs et de ses actifs, chaque assuré détenant un nombre de parts déterminé de la provision de diversification. L'assureur garantit le nombre de part alloué à l'assuré mais pas leur valeur. La provision de diversification permet, tout particulièrement sur des engagements de très long terme, une gestion plus diversifiée, mieux à même d'apporter à l'épargnant le rendement qu'il attend d'une épargne bloquée sur une si longue période.

Nous allons maintenant comparer ces deux contrats dans un cas pratique simple :

#### Contrat Euro classique

Un assuré décide d'investir 100 euros sur un contrat Euro. Le taux du contrat est de 4%, sur une durée de 10 ans.



➤ Enregistrement de la somme versée sous forme de provision mathématique au passif des comptes de l'assureur et à l'actif sous forme de placement.

➤ L'assureur est tenu de détenir en permanence jusqu'à l'échéance du contrat les actifs à hauteur de la PM, qui croîtra jusqu'à 148 euros au bout de 10 ans.

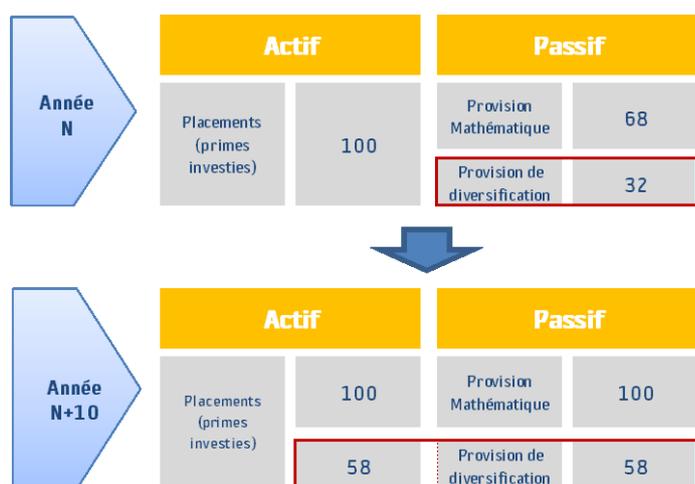
Figure 13 Représentation de l'Actif et du Passif pour le contrat Euro classique

L'assureur ne peut s'exposer à aucune baisse de son actif et doit au contraire s'assurer qu'il croîtra au moins de 4% par an. Il dispose de peu de marge de manœuvre pour diversifier sa politique de placement vers des actifs offrant plus de rendements comme les actions.

### Contrat Euro Diversifié

Un assuré décide de verser 100 euros sur un contrat Euro Diversifié. Le taux du contrat est de 4% (pour le fond euro), sur une durée de 10 ans. Le rendement des actions est de 6%.

➤ Enregistrement de la somme versée sous forme de PM et de PTD au passif des comptes de l'assureur et à l'actif sous forme de placement.



➤ L'assureur s'engage uniquement à verser à terme à l'assuré la somme versée initiale. Il peut donc provisionner un montant plus faible de sorte qu'à terme ce montant soit égal à la garantie (placement sur une obligation zéro coupon de taux 4% et de maturité 10 ans)

➤ L'écart entre la prime versée et la PM est inscrit en PTD.

Figure 14 Représentation de l'Actif et du Passif pour le contrat Euro Diversifié

L'assureur ne garantit pas le montant de la PTD qu'il peut investir à sa guise et notamment sur des actifs plus rentables comme les actions. Cela laisse donc une marge de 32€ que l'assureur va pouvoir utilisé librement pour gonfler la performance de son fond.

L'assureur peut investir librement le montant de la provision de diversification car elle n'est pas garantie. La contrainte de couverture porte uniquement sur la provision mathématique.

## **B. Modélisation sous le référentiel Solvabilité II**

Cette partie décrit les méthodes de calcul et de valorisation sous Solvabilité II, avec tout d'abord le calcul du Best Estimate, puis de la Marge de Risque, et enfin du capital réglementaire. Dans le cadre de ce mémoire, le SCR est calculé selon les caractéristiques de la formule standard définie dans la cinquième étude d'impact (QIS 5). Ensuite, nous présentons les modèles utilisés dans les projections pour modéliser l'actif de l'assureur.

### **1. Le Best Estimate**

Rappelons que le Best Estimate correspond à la meilleure estimation au regard de l'information la plus récente et la plus crédible disponible de la valeur actuelle des flux futurs pondérés par leur probabilité d'occurrence, engendrés par les contrats qui sont en portefeuille.

Les traitements à prendre en compte dans le calcul sont donc :

- Projection des *cash flows* futurs bruts de réassurance,
- Affectation des frais via une clé de répartition, de manière réaliste et documentée,
- Intégration de la politique de l'assureur (rémunération des contrats, ajustement de l'allocation d'actifs) et du comportement des assurés (rachats structurels/conjoncturels, arbitrages),
- Les hypothèses internes utilisées doivent être propres à l'entreprise et aux portefeuilles de passifs étudiés,
- Les hypothèses de marché doivent être cohérentes (possibilité de recourir à des générateurs de scénarios économiques),
- L'actualisation des flux selon une courbe des taux sans risque (courbe des taux du Ceiops).

#### ***a) Modélisation stochastique***

Pour le calcul du Best Estimate, des difficultés peuvent survenir dans la modélisation des contrats, notamment pour les contrats de long terme, ou lorsqu'il y a des options et des garanties financières mais aussi dans les interactions entre l'actif et le passif. Pour y remédier, il faut appliquer des modélisations stochastiques et des simulations de Monte Carlo, en appliquant une méthodologie cohérente avec le marché.

La simulation stochastique est préférable pour les groupes ou catégories importants de contrats d'assurance avec participation à moins qu'il ne puisse être démontré que d'autres méthodes ou des méthodes plus simples sont appropriées et suffisamment fiables. Une simulation stochastique induit une modélisation stochastique et l'application de la technique de Monte Carlo.

La modélisation stochastique d'une activité d'assurance nécessite l'intégration des risques de souscription, de placements, de comportements ainsi que des variables économiques et financières représentées par des processus stochastiques (modèle d'actif, de passif et d'interactions entre actif et passif). Une technicité et une forte puissance informatique sont nécessaires.

Une méthode déterministe est construite à partir d'un unique scénario, jugé central. Peu de statistiques sont alors disponibles (moyenne et écart type). Tandis qu'une méthode stochastique est construite à partir d'une multitude de trajectoires, représentatives de l'ensemble des possibles. Des distributions de probabilité et de nombreuses statistiques peuvent ainsi être construites (moyenne, écart type, quantiles, intervalles de confiance, valeurs extrêmes...). Une modélisation stochastique permet une vision complète en trois dimensions : vision moyenne, vision en profondeur, vision des extrêmes.

La modélisation en stochastique du Best Estimate peut être représenté par le schéma suivant :

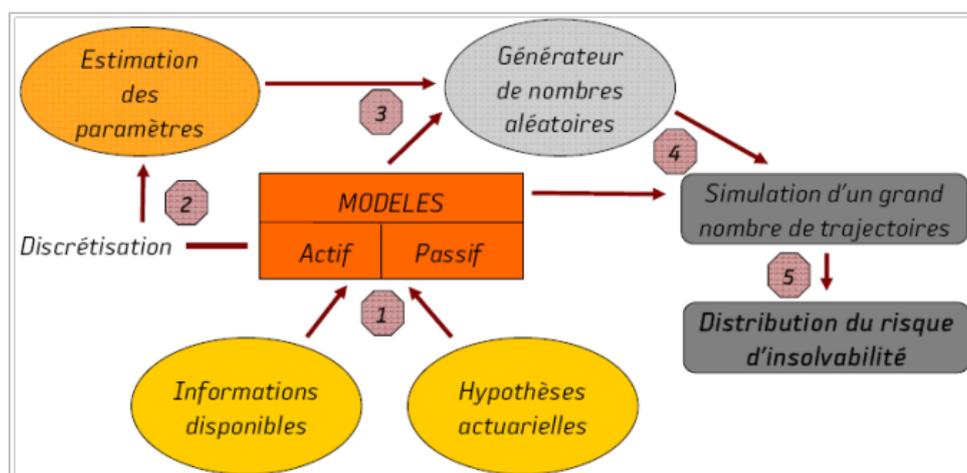


Figure 15 Le schéma de modélisation du Best Estimate

Les simulations stochastiques permettent de générer des réalisations de variables aléatoires. Le modèle en découlant a pour objet de prendre en compte la volatilité des phénomènes étudiés dans ses résultats, en tirant aléatoirement de nombreux scénarios et en évaluant statistiquement les risques.

*i. Rappel sur la méthode de Monte-Carlo*

Une simulation de Monte-Carlo d'un processus stochastique est une procédure qui permet de créer un échantillon aléatoire de ce processus et d'estimer par la suite les caractéristiques de la loi de probabilité en rapport avec ce processus (par exemple la moyenne, la variance, les quantiles...). La précision de l'estimation va dépendre du nombre de trajectoires à simuler.

La méthode de simulation de Monte-Carlo repose sur la loi forte des grands nombres (LFGN) :

Soit une suite  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$  de  $n$  variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées (iid), intégrables (i.e  $|X_i| < +\infty$ ), et de moyenne  $E(X)$ , alors

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} E(X)$$

*ii. Calcul du Best Estimate*

La provision Best Estimate est la moyenne de flux futurs actualisés dans différents scénarios économiques représentant chacun un caractère aléatoire de l'évolution de l'Actif et du Passif. La méthode de Monte-Carlo est donc bien adaptée pour le calcul de cette provision.

Comme énoncé auparavant, le Best Estimate correspond à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs actualisés :

$$Best\ Estimate = \sum_{t=1}^T \frac{Flux(t)}{(1 + r_t)^t}$$

Où :

- $Flux(t)$  est le flux probable de l'année  $t$ ,
- $r_t$  est le taux sans risque de maturité  $t$  fourni par la courbe des taux du CEIOPS.

La valeur des flux probables n'étant pas connue, elle sera estimée grâce aux simulations de Monte-Carlo effectuées. En effet les simulations stochastiques réalisées forment des échantillons aléatoires pour chacun des flux qui permettront d'estimer les différentes informations relatives à leurs lois de probabilité, en vertu de la loi des grands nombres (LFGN).

En appliquant la méthode de Monte-Carlo, pour un nombre de simulations  $nb\_simu$  suffisante, le Best Estimate est donc estimé de la manière suivante :

$$Best \widehat{Estimate} = \frac{1}{nb\_simu} \sum_{s=1}^{nb\_simu} \sum_{t=1}^T \frac{Flux(s, t)}{(1 + r_t)^t}$$

Ces simulations stochastiques permettent de mesurer la valeur temps des options que sont les rachats, le taux minimum garanti et la participation aux bénéfices, qu'elle soit réglementaire, contractuelle ou discrétionnaire.

### L'univers du calcul

Pour l'actualisation des flux futurs, la réforme Solvabilité II fait référence à la courbe des taux sans risques. La plupart des assureurs font alors appel à des modélisations en univers risque-neutre : le rendement de tout actif se fait au taux sans risque, tandis que les flux sont actualisés selon la courbe des taux sans risque correspondante. Cette évaluation risque-neutre est exploitable uniquement en moyenne et permet de valoriser les passifs d'assurance de manière cohérente avec le marché.

Une méthodologie alternative, en monde réel, est également possible : le rendement modélisé est réel, et l'actualisation se fait au moyen d'une fonction stochastique appelée le déflateur. Les modèles sont ainsi calibrés en fonction des observations faites sur le marché.

Dans ce mémoire, la modélisation des cas pratiques sera faite en risque neutre.

### L'horizon de projection des cash-flows

Les spécifications du QIS 5 insistent sur le fait que l'horizon des projections des cash-flows « doit être suffisamment long pour que la différence entre les provisions calculées avec cet horizon et celles calculées jusqu'à extinction totale du portefeuille soit non matérielle ». De plus, il « peut être inférieur à la liquidation totale du portefeuille pour limiter les temps de calcul, mais cette hypothèse n'est pas équivalente à l'hypothèse de fin d'activité, ainsi les hypothèses de revalorisation pour la dernière année de simulation doivent être cohérentes avec celles observées les autres années ».

A la fin de la simulation, l'épargne accumulée est supposée intégralement rachetée par les assurés, et le solde de la Provision pour Participation aux Bénéfices présente à cette date est incorporé à ces rachats. De plus, la part des plus-values latentes réalisées du fait des rachats à la fin de la simulation et qui revient aux assurés doit aussi être intégrée.

Toutes ces hypothèses sont intégrées dans les cas pratiques construits dans ce mémoire.

### *b) Éléments de calcul du Best Estimate en Epargne*

Les éléments spécifiques à l'épargne à prendre en compte dans le calcul du Best Estimate sont :

- Options et garanties financières : Taux minimum garanti, Participation aux Bénéfices (PB) réglementaire et contractuelle, PB discrétionnaire
- Politique de l'assureur : Rémunération des contrats, Ajustement de l'allocation d'actifs
- Comportement des assurés : Rachats structurels/conjoncturels, Mortalité
- Les interactions actif-passif : Rendement de l'actif et taux servi, Comportement des assurés

i. Evolution du contrat : Notion de chaîne de Markov

Il y a deux causes de sorties en fin d'année : le rachat total du contrat ou le décès de l'assuré.

Au cours d'une année  $[k ; k + 1]$ , trois éventualités ou états sont possibles :

- Rachat total avec une probabilité égale à :  $TauxRachat_{[k,k+1]}$
- Décès avec une probabilité égale à :  $q_{x+k} = (l_{x+k} - l_{x+k+1})/l_{x+k}$
- Continuité du contrat avec une probabilité de :  $1 - q_{x+k} - TauxRachat_{[k,k+1]}$

L'évolution de l'état de l'assuré au cours d'une année ne dépend que de l'état dans lequel il se trouve en début d'année. Une chaîne de Markov est un processus sans mémoire ou non héréditaire, qui se définit comme une suite  $(X_k, k \geq 0)$  de variables aléatoires telle que la loi de  $X_{k+1}$  sachant les valeurs du passé  $X_0, \dots, X_k$  ne dépend que de  $X_k$ .

$$IP(X_{k+1} \leq x | X_0, \dots, X_k) = IP(X_{k+1} \leq x | X_k)$$

On parle de matrice de transition ou de probabilité de passage d'un état à un autre. La chaîne est dite homogène si la probabilité de passage d'un état à un autre est indépendante de k, ce qui n'est pas le cas dans la modélisation du contrat d'Epargne.

Soit  $(X_k, k \geq 0)$  la variable indicatrice de la continuité ou non du contrat :

$$X_k = \begin{cases} 0 & \text{si le contrat est clos à la date } k \text{ (}\forall \text{ causes de sortie)} \\ 1 & \text{si le contrat est encore en vigueur à la date } k \end{cases}$$

$$IP(X_{k+1} = 0 | X_k = 1) = q_{x+k} + TauxRachat_{[k,k+1]}$$

$$IP(X_{k+1} = 1 | X_k = 1) = 1 - q_{x+k} - TauxRachat_{[k,k+1]}$$

$$IP(X_{k+1} = 0 | X_k = 0) = 1$$

$$IP(X_{k+1} = 1 | X_k = 0) = 0$$

ii. Participation aux Bénéfices (PB)

Il existe deux types de Participation aux Bénéfices :

■ PB contractuelle

- Participation des assurés aux bénéfices des gestions technique et financière de l'assureur,
- Article A 331-4 du Code des assurances : obligation réglementaire de verser au minimum 85% des résultats financiers et 90% des résultats techniques lorsqu'ils sont positifs (100% sinon). L'assureur peut s'engager au-delà de ces minimums réglementaires dans les conditions générales du contrat

■ PB discrétionnaire

- Donnée à la guise de l'assureur en sus de la PB contractuelle,
- Le but est de proposer une offre concurrentielle et se positionner par rapport au marché, notamment pour éviter les vagues de rachats massifs l'année suivante.

Chaque année, la Participation aux Bénéfices est affectée à la revalorisation des PM ou en dotation à la provision pour participation aux bénéfices (appelée PPB). L'Article A 331-9 du Code des assurances définit une règle de distribution de la PPB au cours des huit exercices suivants celui au titre duquel ils ont été portés à la PPB.

La politique de distribution de la PPB est essentielle dans l'évaluation du Best Estimate. En effet, elle est au cœur de l'évaluation de la capacité d'absorption des pertes et dans l'attribution de revalorisations au-delà des exigences réglementaires ou contractuelles. En cas de conjoncture difficile, les assureurs peuvent alors être amenés à utiliser cette provision, qui permet de lisser les effets liés à des rendements ponctuellement moins bons que ceux du marché, et ainsi être en mesure de proposer un taux de rendement stable aux assurés.

Si l'assureur veut éviter que ses assurés rachètent leurs contrats, il doit pouvoir rivaliser avec la concurrence et proposer une offre intéressante. Pour éviter des vagues de rachats massifs l'année suivante (rachats conjoncturels), il peut décider de verser en fin d'exercice une participation aux bénéfices supérieure à son engagement contractuel, appelée participation aux bénéfices discrétionnaire.

➤ Atténuation liée à la clause de PB

Le calcul de la provision Best Estimate doit inclure les montants relatifs aux participations aux bénéfices, qu'elles fassent partie de l'engagement de l'assureur (contractuelle) ou qu'elles soient distribuées en supplément (discrétionnaire). La PB discrétionnaire a pour effet d'augmenter la provision Best Estimate. De plus, en faisant supporter une partie de la charge d'une situation très défavorable aux assurés via une modification de sa politique de PB discrétionnaire, l'assureur est en mesure de limiter le risque porté et donc le capital réglementaire correspondant.

La formule standard prend en considération la capacité d'absorption des risques des futures participations aux bénéfices pour les activités d'assurance vie avec PB (cf. paragraphe suivant « Les ajustements liés à la capacité d'absorption des pertes » dans la partie 3. de ce chapitre).

*iii. Les Rachats Structurels et Conjoncturels*

En plus des rachats structurels que l'assureur peut observer dans un contexte économique « normal » sur les contrats d'assurance-vie épargne, l'assureur doit tenir compte de rachats conjoncturels ; ceux-ci interviennent notamment dans un contexte fortement concurrentiel lorsque l'assuré arbitre son contrat d'assurance au profit d'autres supports financiers (produits assuranciers, bancaires ou immobiliers).

■ Les Rachats Structurels

Le comportement de rachat structurel dépend principalement des caractéristiques du portefeuille de contrats qui peuvent influencer le rachat des assurés. Le principal facteur explicatif des rachats est l'ancienneté du contrat par son impact sur la fiscalité. Un autre élément important est lié à l'âge de l'assuré. Les taux de rachat structurel sont généralement issus des taux historiques.

Dans le QIS 5, l'ACP autorise qu'un organisme utilise un taux moyen unique applicable à tous les contrats du groupe homogène de risque.

■ Les Rachats Conjoncturels

Les rachats conjoncturels mesurent la réaction des assurés en cas de taux servi par l'assureur supérieur ou inférieur à celui du marché. Ils dépendent de la différence entre le taux servi par l'assureur et le taux servi par la concurrence. Les assureurs, souvent historiquement positionnés dans des écarts de taux relativement restreints, ont généralement beaucoup de difficultés pour étayer ce comportement « intuition » par des données historiques. La crise a significativement impacté les taux de rachat non pas à la hausse mais à la baisse. Le risque de rachat est un risque de comportement très difficile à modéliser pouvant pourtant devenir un risque de solvabilité important pour les assureurs.

Dans le QIS 5, l'ACP a proposé une fonction pour modéliser les rachats conjoncturels sous forme d'un corridor dans les ONC (Orientations Nationales Complémentaires). Le taux attendu proposé par l'ACP pour modéliser les rachats conjoncturels est le Taux Moyen des Emprunts d'Etat (TME).

Le taux de rachat conjoncturel est défini par:

$$Rachat\_C(tx_{servi}; TME) = \begin{cases} RC_{max} & \text{si } tx_{servi} - TME < \alpha \\ RC_{max} \frac{tx_{servi} - TME - \beta}{\alpha - \beta} & \text{si } \alpha < tx_{servi} - TME < \beta \\ 0 & \text{si } \beta < tx_{servi} - TME < \gamma \\ RC_{min} \frac{tx_{servi} - TME - \gamma}{\delta - \gamma} & \text{si } \gamma < tx_{servi} - TME < \delta \\ RC_{min} & \text{si } tx_{servi} - TME > \delta \end{cases}$$

Avec les paramètres suivants :

- $\alpha$  le seuil en dessous duquel les rachats conjoncturels sont constants et maximums. Au-delà de ce seuil, les rachats ne dépendent plus de la différence entre le taux servi et le TME,
- $\beta$  et  $\gamma$  les seuils d'indifférence à la baisse ( $\beta$ ) et à la hausse ( $\gamma$ ) du taux servi. Entre ces deux seuils, le seul comportement de rachat est le rachat structurel,
- $\delta$  le seuil au dessus duquel les rachats conjoncturels sont constants. Au-delà de ce seuil, les rachats ne dépendent plus de la différence entre le taux servi et le TME.

Dans les ONC des spécifications techniques du QIS5, l'ACP définit deux lois de rachat, une loi correspondant à un plafond et une loi correspondant à un plancher. Il a été décidé de prendre pour chaque paramètre la moyenne des paramètres des deux niveaux définis. Les paramètres retenus pour le QIS 5 sont donc les suivants :

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$RC_{min}$	$RC_{max}$
-5%	-1%	1%	3%	-5%	30%

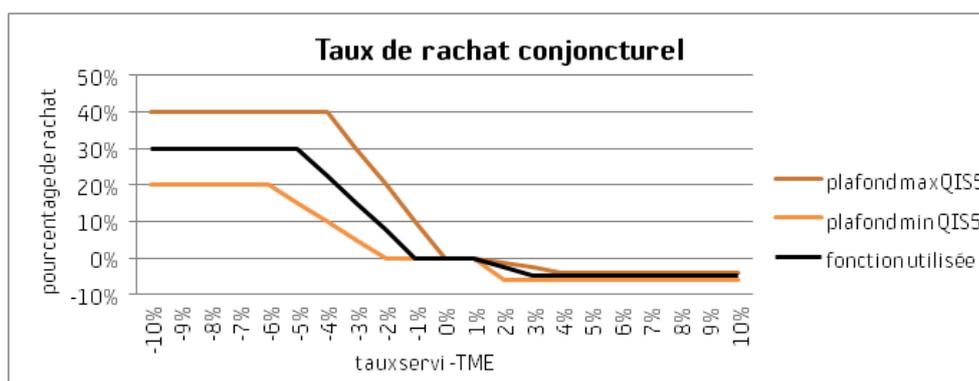


Figure 16 La courbe des taux de rachat conjoncturel dans le QIS 5

#### ■ Les Rachats Totaux

Pour chaque année de projection  $t$ , le taux de rachat total est donné par :

$$taux_{rachat\ total}(t) = \min\{1, \max(0, taux_{rachat\ structurel}(t) + taux_{rachat\ conjoncturel}(t))\}$$

Plusieurs contraintes sont intégrées dans cette formule : le taux de rachat émanant de la somme des taux de rachat structurel et conjoncturel doit être positif ou nul, et le taux de rachat total ne peut pas être supérieur à 1.

## 2. La marge de risque (Risk Margin)

Rappelons que la marge de risque (ou Risk Margin) est le montant qu'une société d'assurance ou de réassurance exigerait au-delà du Best Estimate pour honorer les engagements émanant du portefeuille en cours même dans le cas d'un stress scénario. La marge de risque complète le Best Estimate pour établir la valeur économique des provisions mathématiques. Elle ne concerne que les passifs non répliquables.

Le calcul de la marge de risque ne présente pas de particularités par rapport aux calculs en assurance Vie et en assurance Non-Vie. La marge de risque est calculée selon la méthode du coût du capital (CoCM), qui estime le coût pour l'entreprise de l'immobilisation d'un montant égal au SCR (simplifié) :

$$CoCM = CoC \times \sum_{t \geq 0} \frac{SCR_{RU}(t)}{(1 + r_{t+1})^{t+1}}$$

Où

- $CoC$  est le taux du coût du capital (Cost of Capital - CoC), établi à **6%** pour le QIS 5,
- $SCR_{RU}(t)$  est le SCR pour l'année t de « l'entreprise de référence »,
- $r_{t+1}$  est le taux sans risque pour la maturité t+1, **sans prime d'illiquidité**.

Les risques pris en compte par les SCR futurs pour le calcul de la marge de risque sont restreints :

- Le risque de souscription relatif à l'activité transférée (non vie, vie et santé),
- Le risque opérationnel,
- Le risque de marché inévitable,
- Le risque de contrepartie, relatif aux cessions de réassurance uniquement,
- L'ajustement au titre de la capacité d'absorption des pertes de la participation aux bénéficiaires.

Le calcul de l'ajustement au titre de la participation aux bénéficiaires doit s'effectuer selon l'approche du scénario équivalent, non pas par une approche modulaire (SCR.2.8.). Il est précisé également que les ajustements au titre de la capacité d'absorption des pertes par les impôts différés ne doit pas être pris en compte dans le calcul de la marge de risque.

L'actualisation des capitaux réglementaires futurs utilise un niveau de **prime d'illiquidité nulle**.

Remarque sur le risque de marché « inévitable » :

En ce qui concerne le risque de marché, seul le risque de marché inévitable doit être pris en compte dans la marge de risque. Il doit être évalué au moyen de méthodes réalistes et ne doit être pris en compte que s'il est important. Pour les engagements d'assurance non-vie et les engagements d'assurance vie à court et moyen terme, le risque de marché inévitable peut être considéré comme nul. Pour les engagements d'assurance vie à long terme, il peut y avoir un risque de taux sur les passifs dont la durée dépasse la maturité des titres sans risque disponibles sur les marchés financiers pour les devises du portefeuille. La détermination de l'importance du risque de marché inévitable doit tenir compte du fait qu'il diminue dans le temps jusqu'à disparaître pour les dates de projection les plus lointaines.

Une projection de tous les **SCR futurs** est nécessaire pour le calcul de la marge de risque. Les spécifications techniques du QIS 5 établissent une hiérarchie des simplifications possibles.

Les simplifications de niveau 3 considèrent que les SCR futurs sont proportionnels à la meilleure estimation des provisions techniques de l'année concernée. Le coefficient multiplicateur correspond au ratio de la valeur actuelle du SCR et du Best Estimate des provisions techniques. Cette méthode suppose que la contribution de chaque risque au SCR est constante dans le temps.

$$SCR_{RU}(t) = \frac{SCR_{RU}(0)}{BE_{net}(0)} \times BE_{net}(t)$$

Où :  $BE_{net}(0)$  est le Best Estimate net de réassurance à la date d'évaluation, et  $BE_{net}(t)$  à la date  $t$ .

La simplification 4 consiste en une approximation de l'ensemble des SCR futurs. Elle utilise pour cela le calcul de la durée modifiée. Comme la simplification 3, l'entreprise doit démontrer qu'elle possède un profil de risque constant au fil du temps. La marge de risque se calcule de la manière suivante :

$$CoCM = \frac{6\%}{1 + r_1} \times Dur_{mod}(0) \times SCR_{RU}(0)$$

Où :  $Dur_{mod}(0)$  est la durée modifiée en 0, et  $r_1$  est le taux sans risque pour la maturité 1.

Pour calculer la durée modifiée, il faut d'abord calculer la durée. La durée du passif est la mesure de la durée moyenne d'attente des versements des flux :

$$Dur(0) = \frac{\sum_{t=1}^N t \times Flux_t \times \frac{1}{(1 + r_t)^t}}{\sum_{t=1}^N Flux_t \times \frac{1}{(1 + r_t)^t}}$$

Où :

- $Flux_t$  est le montant probable des prestations pour l'année  $t$
- $r_t$  est le taux sans risque de maturité  $t$
- $Dur(0)$  est la durée du passif à la date d'évaluation (en 0)
- $N$  la durée maximale de l'engagement (c'est-à-dire l'horizon de la projection)

La durée « classique » mesure la sensibilité en absolu alors que la durée modifiée la mesure en pourcentage. La durée modifiée vaut alors :

$$Dur_{mod}(0) = \frac{Dur(0)}{1 + r_a}$$

Où  $r_a$  est le taux actuariel, défini comme le taux constant qui donnerait le même résultat dans le calcul de la durée.

### 3. Le capital réglementaire dans le cadre de la Formule Standard

Le SCR global s'obtient dans la formule standard de la façon suivante :

$$SCR = BSCR - Adj + SCROP$$

Le *BSCR* (*Basic Solvency Capital Requirement*) est le capital de solvabilité requis de base. Il est composé des risques de souscription (vie, non-vie et santé, noté *life*, *nl* et *health*), du risque de marché (*mkt*), du risque de contrepartie (*def*) et du risque lié aux actifs incorporels.

Le terme *SCROP* représente la charge de capital pour le risque restant, le risque opérationnel.

L'abréviation *Adj* correspond à l'ajustement de la capacité d'absorption des pertes des provisions techniques par la participation aux bénéfices et des impôts différés.

L'assureur doit donc prendre en considération plusieurs chocs relatifs à différents risques. Les méthodes de calcul sont présentées dans cette partie.

#### a) *Le BSCR*

Son calcul se fait par agrégation des charges en capital émanant des différents modules de risque :

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i \times j} CorrSCR_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j} + SCR_{intangibles}$$

Où :

- $CorrSCR_{i,j}$  représente la corrélation entre les risques *i* et *j*
- $SCR_i$  est le capital requis pour le risque *i*
- $SCR_{intangibles}$  est le capital requis pour le risque lié aux actifs incorporels

Dans le calcul,  $SCR_i$  et  $SCR_j$  sont remplacés par :

- $SCR_{nl}$ , qui représente la charge de capital pour le risque de souscription non-vie
- $SCR_{life}$  qui représente la charge de capital pour le risque de souscription vie
- $SCR_{health}$  qui représente la charge de capital pour le risque de souscription santé
- $SCR_{mkt}$  qui représente la charge de capital pour le risque de marché
- $SCR_{def}$  qui représente la charge de capital pour le risque de défaut de contrepartie

Les coefficients de corrélation  $CorrSCR_{i,j}$  se déduisent du tableau fournit par le QIS 5 :

<b>CorrSCR</b>	<b>SCR<sub>mkt</sub></b>	<b>SCR<sub>def</sub></b>	<b>SCR<sub>life</sub></b>	<b>SCR<sub>health</sub></b>	<b>SCR<sub>nl</sub></b>
<b>SCR<sub>mkt</sub></b>	1,00	0,25	0,25	0,25	0,25
<b>SCR<sub>def</sub></b>	0,25	1,00	0,25	0,25	0,50
<b>SCR<sub>life</sub></b>	0,25	0,25	1,00	0,25	0,00
<b>SCR<sub>health</sub></b>	0,25	0,25	0,25	1,00	0,00
<b>SCR<sub>nl</sub></b>	0,25	0,50	0,00	0,00	1,00

Figure 17 Matrice de corrélations entre les modules de risque dans le QIS 5

Pour calculer les capitaux requis aux titres des différents risques, des chocs sont prédéfinis pour chaque risque, par sous-module. Il faut alors utiliser les matrices de corrélations entre les sous-modules de chaque risque.

Prenons un exemple, pour un risque  $k$ ,  $k$  pouvant être le risque de marché (**mkt**), de contrepartie (**def**), de souscription vie (**life**), santé (**health**) ou non vie (**nl**) :

$$SCR_k = \sqrt{\sum_{i \times j} Corr_{k_{i,j}} \times k_i \times k_j}$$

Où  $Corr_{k_{i,j}}$  est la matrice de corrélation entre les sous-modules  $i$  et  $j$  pour le risque  $k$ , donnée par le QIS 5, et  $k_i$  est le capital requis au titre du sous-module  $i$  du risque  $k$ .

Pour calculer les différents  $k_i$ , l'entreprise doit avoir recours à un modèle de projection de son activité, lui permettant de calculer l'impact de ces chocs. La plupart des  $k_i$  représente la perte de situation nette du sous-module  $i$  du risque  $k$  et se calcule de la manière suivante :

$$k_i = \Delta NAV | k_i = \max\{NAV_{standard} - NAV_{k_i}; 0\}$$

Où :

- $NAV$  est la Net Asset Value, soit l'Actif net réel (ou ANR en français)
- $NAV_{standard}$  est l'actif net réel dans la situation normale (non choquée)
- $NAV_{k_i}$  est l'actif net réel après le choc du sous-module  $i$  du risque  $k$

### Principe général du calcul des NAV

Pour précision, la convention d'écriture de l'expression  $\Delta NAV$  est la suivante : une valeur positive de  $\Delta NAV$  indique des pertes. Pour chaque choc, la variation de la Net Asset Value (NAV) se définit comme suit :

$$\Delta NAV = (A_0 - A_1) - (BE_0 - BE_1)$$

Où :

- $A_0$  et  $A_1$  représentent respectivement la valeur de marché des actifs sans choc et avec choc,
- $BE_0$  et  $BE_1$  représente respectivement la valeur de marché des passifs sans choc et avec choc.

La variation de la NAV représente le chargement en capital à considérer au titre du risque associé au choc effectué.

### SCR pour le risque lié aux actifs incorporels

Ce risque constitue une nouveauté du QIS5. Il concerne les actifs incorporels qui sont exposés à deux types de risques : le risque de marché et le risque interne inhérent à la nature même de ces éléments. L'exigence de capital liée aux actifs incorporels est égale à 80% de leur valeur notée  $IA$ :

$$SCR_{intangible} = 80\% \times IA$$

#### *b) Les différents risques de la formule standard*

Les modules de risque du SCR se rapportant à notre étude sont les modules de risque de marché, de souscription vie et le risque opérationnel. Les modules de souscription non-vie, de souscription santé et de contrepartie ne seront pas étudiés ici.

### i. Le risque de marché

Le risque de marché (Market Risk) est le risque lié aux fluctuations des valeurs de marché des instruments financiers. Il se décompose en sept sous-modules :

- |                                  |  |
|----------------------------------|--|
| - Risque de taux d'intérêt       | - Risque de spread                             |
| - Risque sur actions             | - Risque de concentration                      |
| - Risques sur actifs immobiliers | - Risque d'illiquidité, nouveau risque pris en |
| - Risque monétaire               | compte dans le QIS 5                           |

Les sous-modules de risques immobilier, monétaire et concentration ne sont pas à traiter dans cette étude au regard des hypothèses retenues concernant l'actif dans la modélisation de nos cas pratiques. Les sociétés d'assurance sont soumises à ce type de risque puisqu'elles détiennent des actifs financiers de longue durée, notamment pour l'assurance vie qui est une branche à déroulement long et qui se couvre en conséquence sur les marchés financiers.

L'assureur doit mesurer l'impact de trois types de chocs sur son actif net pour calculer les sept sous-modules :

- Chocs sur la valeur
- Chocs sur l'une des variables impactant la valeur
- Chocs sur l'actualisation des provisions techniques

Les calculs nécessaires sont plus ou moins complexes en fonction de la nature du risque et de la structure des titres financiers ou des garanties offertes.

Pour chaque risque, l'assureur doit engendrer un choc sur son bilan afin d'en mesurer l'impact. Il en déduit un chargement en capital, égal à la variation d'actif net suite à ce choc :

$$MKT_{risk} = \Delta NAV | risk\ shock$$

L'assureur peut également évaluer ce capital en introduisant la capacité d'absorption de pertes des provisions techniques :

$$nMKT_{risk} = \Delta NAV | risk\ shock'$$

Le SCR de marché est défini comme le maximum entre l'agrégation des sous-modules avec un choc de taux à la hausse (Up) et celle avec un choc de taux à la baisse (Down):

$$SCR_{mkt} = \max \left( \sqrt{\sum_{i \neq j} CorrMktUp_{i,j} \times Mkt_{up,i} \times Mkt_{up,j}} ; \sqrt{\sum_{i \neq j} CorrMktDown_{i,j} \times Mkt_{down,i} \times Mkt_{down,j}} \right)$$

Où :

- $CorrMktUp_{i,j}$  et  $CorrMktDown_{i,j}$  représente la corrélation entre les sous-modules de risque  $i$  et  $j$  respectivement pour le choc Up et le choc Down,
- $Mkt_{up,i}$  est le capital requis pour le sous-module  $i$  pour le choc Up,
- $Mkt_{down,i}$  est le capital requis pour le sous-module  $i$  pour le choc Down.

Les matrices de corrélation pour les deux types de chocs sont les suivantes :

<i>CorrMktDown</i>	<i>Mkt_int</i>	<i>Mkt_eq</i>	<i>Mkt_prop</i>	<i>Mkt_sp</i>	<i>Mkt_fx</i>	<i>Mkt_conc</i>	<i>Mkt_ill</i>
<i>Mkt_int</i>	1,00	0,50	0,50	0,50	0,25	0,00	0,00
<i>Mkt_eq</i>	0,50	1,00	0,75	0,75	0,25	0,00	0,00
<i>Mkt_prop</i>	0,50	0,75	1,00	0,50	0,25	0,00	0,00
<i>Mkt_sp</i>	0,50	0,75	0,50	1,00	0,25	0,00	-0,50
<i>Mkt_fx</i>	0,25	0,25	0,25	0,25	1,00	0,00	0,00
<i>Mkt_conc</i>	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00
<i>Mkt_ill</i>	0,00	0,00	0,00	-0,50	0,00	0,00	1,00

<i>CorrMktUp</i>	<i>Mkt_int</i>	<i>Mkt_eq</i>	<i>Mkt_prop</i>	<i>Mkt_sp</i>	<i>Mkt_fx</i>	<i>Mkt_conc</i>	<i>Mkt_ill</i>
<i>Mkt_int</i>	1,00	0,00	0,00	0,00	0,25	0,00	0,00
<i>Mkt_eq</i>	0,00	1,00	0,75	0,75	0,25	0,00	0,00
<i>Mkt_prop</i>	0,00	0,75	1,00	0,50	0,25	0,00	0,00
<i>Mkt_sp</i>	0,00	0,75	0,50	1,00	0,25	0,00	-0,50
<i>Mkt_fx</i>	0,25	0,25	0,25	0,25	1,00	0,00	0,00
<i>Mkt_conc</i>	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00
<i>Mkt_ill</i>	0,00	0,00	0,00	-0,50	0,00	0,00	1,00

Figure 18 Matrice de corrélations entre les sous-modules de risque de marché

### Risque de taux d'intérêt (interest rate risk)

Le risque de taux d'intérêt impacte les passifs et actifs sensibles aux variations de la courbe des taux d'intérêt. Il existe pour tous les actifs dont la valeur est sensible aux variations de la structure de la courbe de taux d'intérêt ou de la volatilité des taux d'intérêts : titres obligataires à taux fixe, flottant ou variable, produits structurés indexés aux taux...

La charge en capital requise est obtenue par le calcul des variations de la NAV après application de deux scénarios de choc instantané sur la courbe des taux : un **scénario haussier** et un **scénario baissier**.

Le chargement en capital au titre du risque de taux d'intérêt découle du type de choc qui requiert le chargement en capital le plus élevé.

A l'aide du document concernant les spécificités techniques du QIS 5, nous pouvons obtenir les courbes des taux du CEIOPS dans le cas des deux chocs<sup>4</sup> :

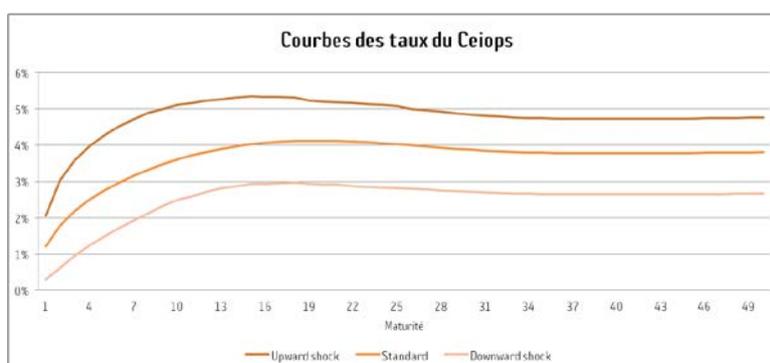


Figure 19 Les courbes des taux du QIS 5 dans le cas standard et pour les deux types de chocs

Ce sous-module de taux prend en compte tous les postes du bilan sensibles au risque de taux de la formule standard, notamment : les obligations, les provisions techniques, les créances sur réassureurs, les créances, les dettes.

### Risque sur actions (equity risk)

Le risque sur actions correspond à la variation du cours des actions dans le cas d'un scénario défavorable. Il résulte du niveau des cours des actions et concerne tous les actifs dont la valeur est sensible aux variations des cours des actions : actions cotées ou non hors participations, produits structurés indexés sur actions, parts de sociétés d'investissement (actions, immobilier avec levier).

<sup>4</sup>Les taux de chaque courbe sont détaillés en annexe 2

Le niveau de choc est défini à la fois par des exceptions (Participations, Engagements de retraite), des catégories (*Global* ou *Autre*) et un ajustement symétrique (de -9% pour le QIS 5), présentés dans le schéma suivant :

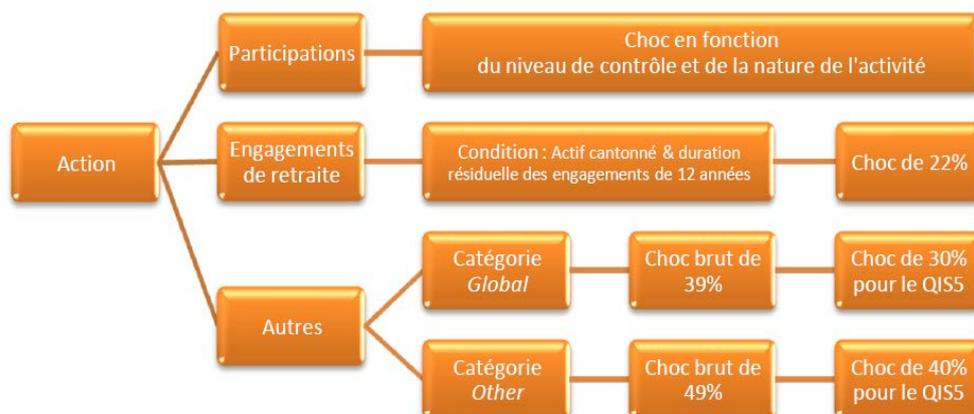


Figure 20 Les différentes catégories d'actions définies dans le QIS 5

La charge en capital requis est obtenue par le calcul de la variation de la NAV après un choc instantané dont le niveau dépend du type d'actions.

Pour les actions dites « globales » définies dans le QIS 5, soit les actions cotées sur un marché réglementé d'un pays de l'EEE (Espace Economique Européen) ou de l'OCDE (Organisation de Coopération et de Développement Economique), le choc à appliquer est une baisse de **30%** de la valeur de marché de ces actifs, comprenant un ajustement symétrique de -9%,

### Risque de spread (spread risk) ou risque de crédit

Le risque de spread de crédit dépend de l'évolution de l'écart entre le taux de rentabilité actuariel d'une obligation et le taux de rentabilité d'un emprunt sans risque de même maturité. Le risque de spread est d'autant plus important que la note de l'émetteur est faible.

Il s'agit de la part de risque issue des instruments financiers et qui est expliqué par la volatilité des spreads de crédit sur la structure de courbe de taux d'intérêt sans risque. Il reflète la variation de valeur due à un mouvement de la courbe de crédit relative à la structure de courbe sans risque.

Il concerne les obligations mais aussi les produits structurés et les dérivés de crédit.

Nous allons détailler le calcul du capital requis pour le risque de spread pour les obligations (« bonds » en anglais). L'exigence de capital pour le risque de spread des obligations est déterminée comme le résultat d'un scénario prédéfini:

$$Mkt_{spread}^{bonds} = \max\{\Delta NAV \mid spread\ shock\ on\ bonds; 0\}$$

Le choc du risque de spread sur les obligations est l'effet immédiat sur la valeur nette des Actifs et Passifs attendue dans le cas d'une baisse instantanée des valeurs des obligations en raison de l'élargissement de leurs spreads de crédit:

$$Mkt_{spread}^{bonds} = \sum_i MV_i \times duration_i \times F^{up}(rating_i)$$

Où :

- $MV_i$  est la valeur de l'exposition au risque de crédit  $i$ ,
- $duration_i$  est la durée de l'exposition au risque de crédit  $i$ ,
- $rating_i$  est la notation externe de l'exposition au risque de crédit  $i$ ,

- $F^{up}(rating_i)$  est une fonction de la classe de notation de l'exposition au risque de crédit qui est calibrée pour délivrer un choc compatible avec la VaR à 99,5% après un élargissement des spreads de crédit.

Pour déterminer le capital requis pour le risque de spread pour les obligations, les facteurs suivants  $F^{up}$  doivent être utilisés:

Par exemple, pour une obligation notée AAA avec une durée de 5 ans, une perte de valeur de 4,5% serait supposée en vertu de l'élargissement du spread. Les facteurs choc de la fonction  $F^{up}$  seront multipliés par la durée modifiée d'une obligation.

	$F^{up}$	Duration Floor	Duration Cap
AAA	0,9%	1	36
AA	1,1%	1	29
A	1,4%	1	23
BBB	2,5%	1	13
BB	4,5%	1	10
B or lower	7,5%	1	8
Unrated	3,0%	1	12

Figure 21 Les facteurs chocs pour le calcul du SCR spread

« Duration Floor » et « Duration Cap » constituent des bornes minimales et maximales à considérer pour les durations.

La durée d'une obligation générant des flux de capital  $F_t$  aux dates  $t$  est donnée par la formule suivante, où  $r$  désigne le taux actuariel de l'obligation :

$$D = \frac{\sum_{t=1}^N \frac{t \times F_t}{(1+r)^t}}{\sum_{t=1}^N \frac{F_t}{(1+r)^t}} \text{ et la durée modifiée est définie par } Dur_{mod} = D / (1 + r).$$

Aucune exigence en capital ne doit être calculée pour ce sous-module pour les obligations d'Etats de l'EEE (Espace Economique Européen), émises dans la monnaie de l'Etat, pour les obligations de certaines organisations internationales et de la BCE (Banque Centrale Européenne) ou couverte par de telles obligations. Il y a toutefois une exigence en capital dès lors que l'émetteur est un autre Etat hors-EEE ou une autre banque centrale qui propose des dettes libellées en monnaie domestique.

Le risque de défaut sur les réassureurs est traité dans le module de risque de contrepartie. De façon générale, tous les risques de défaut liés à des outils de transfert de risque sont à traiter dans le module de risque de défaut plutôt que dans le sous-module de risque spread.

### Risque de prime d'illiquidité (illiquidity premium risk)

Le risque de prime d'illiquidité est lié au risque de variation de la prime d'illiquidité retenue pour l'actualisation des passifs.

Comme les taux d'actualisation utilisés pour le calcul des provisions techniques intègrent une prime d'illiquidité, un risque lié à cette prime est inclus dans QIS5 : il s'agit du risque que la valeur des provisions techniques augmente suite à une baisse de cette prime.

La charge en capital requise est obtenue par le calcul des variations de la NAV après application d'un choc baissier de **65%** sur le niveau de la prime d'illiquidité. Il faut noter que ce choc à la baisse s'applique uniquement à la prime d'illiquidité, elle ne s'applique pas au taux sans risque.

Il résulte du risque d'augmentation de la valeur des provisions techniques due à une diminution de la prime d'illiquidité. Ce module ne s'applique pas aux actifs.

ii. Le risque de souscription Vie

Le risque de Souscription Vie (Life Underwriting Risk) couvre le risque issu de la souscription d'un contrat d'assurance-vie. Il prend en compte les risques couverts ainsi que les processus suivis pour la conduite de cette activité.

Les risques pris en compte dans le module du risque de souscription vie sont les suivants :

- Risque de mortalité
- Risque de longévité
- Risque d'invalidité
- Risque de rachat
- Risque de dépenses
- Risque de révision
- Risque de catastrophe

Les contrats considérés dans notre étude n'étant pas soumis aux risques d'invalidité et de révision, ils ne sont pas à inclure dans le calcul du SCR vie et ne seront donc pas étudiés ici.

Pour chaque risque, l'assureur doit engendrer un choc sur son bilan afin d'en mesurer l'impact. Il en déduit un chargement en capital, égal à la variation d'actif net suite à ce choc :

$$Life_{risk} = \Delta NAV | risk\ shock$$

L'assureur peut également évaluer ce capital en introduisant la capacité d'absorption de pertes des provisions techniques :

$$nLife_{risk} = \Delta NAV | risk\ shock'$$

L'assureur doit mesurer l'impact des sept chocs précédents sur son actif net, et utilise une matrice de corrélations pour agréger ces différents chargements en capitaux :

$$SCR_{life} = \sqrt{\sum_{i*j} CorrLife_{i,j} \times Life_i \times Life_j}$$

Où :

- $CorrLife_{i,j}$  représente la corrélation entre les sous-module de risques  $i$  et  $j$
- $Life_i$  est le capital requis pour le sous-module  $i$

Cette matrice a été définie à partir de l'avis d'experts :

<b>CorrLife</b>	<i>Life<sub>mort</sub></i>	<i>Life<sub>long</sub></i>	<i>Life<sub>dis</sub></i>	<i>Life<sub>lapse</sub></i>	<i>Life<sub>exp</sub></i>	<i>Life<sub>rev</sub></i>	<i>Life<sub>CAT</sub></i>
<i>Life<sub>mort</sub></i>	1,00	-0,25	0,25	0,00	0,25	0,00	0,25
<i>Life<sub>long</sub></i>	-0,25	1,00	0,00	0,25	0,25	0,25	0,00
<i>Life<sub>dis</sub></i>	0,25	0,00	1,00	0,00	0,50	0,00	0,25
<i>Life<sub>lapse</sub></i>	0,00	0,25	0,00	1,00	0,50	0,00	0,25
<i>Life<sub>exp</sub></i>	0,25	0,25	0,50	0,50	1,00	0,50	0,25
<i>Life<sub>rev</sub></i>	0,00	0,25	0,00	0,00	0,50	1,00	0,00
<i>Life<sub>CAT</sub></i>	0,25	0,00	0,25	0,25	0,25	0,00	1,00

Figure 22 Matrice de corrélations entre les sous-modules de risque de souscription Vie

### Risque de mortalité (mortality risk)

Le risque de mortalité correspond à l'incertitude liée à la date de survenance du décès de l'assuré.

L'assureur doit ainsi effectuer un choc, afin de mesurer le risque de perte dû à une augmentation des taux de mortalité. Ce risque concerne tous les contrats garantissant le versement de prestations en cas de décès de l'assuré.

Dans QIS5, le capital requis est calculé comme la variation de l'actif net (NAV) suite à une augmentation permanente et constante de **15%** des taux de mortalité.

### Risque de longévité (longevity risk)

Le risque de longévité provient de l'incertitude sur la longévité des assurés. Le risque de longévité correspond au risque de perte dû à une diminution des taux de mortalité.

Le risque de longévité est plus ou moins l'« inverse » du risque de mortalité. Il s'applique aux contrats pour lesquels une baisse de la mortalité engendrerait une hausse de l'engagement de l'assureur. Les exemples typiques sont les contrats de rente viagère.

Dans QIS5, l'exigence de capital est calculée en supposant une baisse permanente de **20%** du taux de mortalité.

### Risque de rachat (lapse risk)

Le risque de rachat provient de l'incertitude sur les taux de rachat d'un contrat, la résiliation ou la cessation de paiement des primes.

Le chargement en capital correspondant à ce sous-module se calcule comme le maximum de différence de NAV suivant trois chocs :

- Un choc à la hausse de 50% des lois de rachats (dans la limite d'un taux de rachat global à 100%)
- Un choc à la baisse de 50% (dans la limite d'une diminution du taux de rachat global de plus de 20 points)
- Un rachat massif de 30% (selon l'ACP, le marché français n'est pas concerné par le choc non retail<sup>5</sup> de 70%)

$$Life_{lapse} = \max\{Lapse_{down}; Lapse_{up}; Lapse_{mass}\}$$

### Risque de dépenses (expense risk)

Le risque de dépenses correspond au risque de perte dû à une augmentation des frais de gestion des contrats d'assurance. Les frais d'acquisition sur primes futures ne sont pas pris en compte.

La charge en capital correspond à la variation de la NAV suite à une combinaison de deux chocs simultanés :

- une augmentation de **10 %** des dépenses futures par rapport aux anticipations du Best Estimate
- une augmentation de **1 %** par an du taux d'inflation des dépenses par rapport aux anticipations

### Risque de catastrophe (catastrophe risk)

Le risque de catastrophe en vie prend en compte les événements extrêmes ou irréguliers qui ne sont pas suffisamment pris en compte dans les autres sous-modules de souscription vie, par exemple une pandémie.

Le risque CAT en vie est limité aux contrats pour lesquels une hausse de la mortalité engendrerait une hausse des prestations (et donc des provisions techniques).

La charge en capital pour le sous-module catastrophe désigne la variation de la NAV après une hausse absolue de **0,15%** des taux de mortalité des assurés la première année.

<sup>5</sup> Une définition est donnée du « non-retail business » dans le SCR.7.54, dans les spécifications techniques du QIS 5

### iii. Le risque opérationnel

La formule de détermination du risque opérationnel est plutôt simple, et basée sur le volume d'activité. Trois indicateurs sont utilisés : les primes brutes et leur croissance si celle-ci est supérieure à 10%, les provisions techniques brutes et les frais liés aux Unités de Comptes (UC). Dans un premier temps, on applique un pourcentage des primes (et le cas échéant de leur croissance) et des provisions techniques. Le résultat le plus élevé est retenu. A ce résultat est appliqué un plafond de 30% du BSCR, puis est ajouté un pourcentage des frais liés aux contrats en UC.

La formule de calcul du chargement en capital du risque opérationnel dans le QIS 5 est donnée par :

$$SCR_{op} = \min\{30\% \times BSCR; Op\} + 0.25 \times Exp_{ul}$$

Où :

- $Exp_{ul}$  est le montant des dépenses annuelles (brutes de réassurance) durant les 12 derniers mois pour les contrats d'assurance vie où le risque est porté par l'assuré (UC),
- $Op$  est la charge de base du risque opérationnel pour tous les contrats d'assurance vie hors les contrats d'assurance vie où le risque est porté par l'assuré (UC). Tous les calculs sont bruts de réassurance :

$$Op = \max(Op_{premiums}; Op_{provisions})$$

$$Op_{provisions} = 0.45\% \times \max\{0; TP_{life} - TP_{life-ul}\} + 0.03 \times \max\{0; TP_{non-life}\}$$

Où :

- $TP_{life}$  est le total des provisions techniques pour l'activité vie,  $TP_{life-ul}$  concerne les cas où le risque est porté par l'assuré et  $TP_{non-life}$  est le total des provisions techniques pour l'activité non-vie.

$$Op_{premiums} = 0.04 \times (Earn_{life} - Earn_{life-ul}) + 0.03 \times Earn_{non-life} + \max\{0; 0.04 \times (Earn_{life} - 1.1 \times pEarn_{life} - (Earn_{life-ul} - 1.1 \times pEarn_{life-ul}))\} + \max\{0; 0.03 \times Earn_{non-life} - 1.1 \times pEarn_{non-life}\}$$

Où :

- $Earn_{life}$  est le total des primes acquises au cours des 12 derniers mois pour l'activité vie ( $Earn_{life-ul}$  concerne le cas où le risque est porté par l'assuré, pour les contrats en UC),
- $pEarn_{life}$  est le total des primes acquises au cours des 12 mois précédant les 12 derniers mois pour l'activité vie ( $pEarn_{life-ul}$  concerne le cas où le risque est porté par l'assuré, pour les contrats en UC).

### c) *L'ajustement lié à la capacité d'absorption des pertes*

Le calcul de l'ajustement se sépare en deux parties : l'ajustement au titre de la capacité d'absorption des pertes des provisions techniques et des impôts différés.

Cet ajustement reflète la compensation potentielle de pertes inattendues par une diminution des participations aux bénéficiaires ou des impôts futurs. Pour ce qui est des provisions techniques, l'ajustement prend en compte l'effet absorbant des participations aux bénéficiaires futures lorsque l'organisme a la possibilité de les réduire après la survenance d'une perte inattendue.

La capacité d'absorption des pertes par les impôts différés ne sera pas étudiée dans ce mémoire.

La politique de distribution de PB constitue le cœur du principe de l'absorption des pertes futures. Ainsi, en cas de scénario défavorable pour l'assureur, deux cas de figure se présentent : une imputation minimale aux assurés en distribuant « normalement » la PB sans modifier de la politique de PB discrétionnaire ou bien une imputation maximale aux assurés en distribuant la PB à minima, uniquement les engagements contractuels. Dans ce dernier cas, l'assureur est alors fortement exposé aux rachats (conjuncturels).

La formule standard prend en considération la capacité d'absorption des risques des participations aux bénéfiques futures pour les activités d'assurance vie avec PB.

La notion de participation aux bénéfiques (PB) discrétionnaire future comprend à la fois la PB contractuelle et la partie purement discrétionnaire de la PB. La participation aux bénéfiques a un impact tant dans le calcul des provisions techniques que dans le calcul des sous-modules du SCR. Lors du calcul du Best Estimate, les flux futurs sortants comprennent également l'estimation moyenne de la PB incorporée. Celui-ci comprend donc une partie garantie et une partie conditionnée par les résultats futurs, pouvant donc potentiellement être réduite en cas de choc. Cette partie est appelée FDB (bénéfiques discrétionnaires futurs).

Pour chacun des sous-modules du SCR, deux calculs sont effectués :

- l'un pour lequel on suppose que la PB future reste inchangée après choc par rapport à son estimation dans le Best Estimate de départ, le résultat est qualifié de « brut » ;
- et un autre où la réduction de la PB future est prise en compte en réaction au choc envisagé, le résultat est qualifié de « net » et noté *nSCR*.

L'agrégation respective des SCR bruts et nets conduit à un BSCR brut et un BSCR net (noté *nBSCR*). La différence entre les deux montants correspond à la capacité d'absorption des pertes par les provisions techniques, mais celle-ci est plafonnée par la FDB initiale : la capacité d'absorption totale ne peut pas excéder la PB moyenne prise en compte dans le Best Estimate.

$$AdjFDB = \min(BSCR - nBSCR; FDB)$$

Afin de déterminer une approche à retenir pour la future réglementation de 2013, les sociétés d'assurance ont dû calculer l'ajustement au titre de la capacité d'absorption des pertes des provisions techniques par deux méthodes différentes pour le QIS5 :

- une méthode modulaire où l'ajustement est calculé module par module : chaque sous-module est recalculé en prenant en compte la capacité de la compagnie à modifier sa politique de distribution de la participation aux bénéfiques, puis agrégation de tous les capitaux nets requis, en utilisant la même matrice de corrélation pour les sous modules ;
- une méthode du scénario unique équivalent où un seul scénario est étudié, avec ses impacts sur les PB discrétionnaires futures : dans ce scénario, tous les risques couverts par la formule standard se produisent simultanément mais sont ajustés de manière à reproduire le même niveau de capital réglementaire (retraitement de l'effet de diversification).

La Commission Européenne n'a pas d'avis tranché, mais elle encourage les assureurs à pratiquer les deux approches pour une meilleure comparaison des résultats.

Remarque sur ces deux méthodes :

Pour la méthode modulaire, des simplifications sont possibles pour le calcul du BSCR net. Si une entreprise souhaite simplifier le processus pour un risque qui est dans le champ de l'approche modulaire - en particulier dans les cas où l'effet du risque d'absorption ne devrait pas être important - elle peut supposer que le capital requis pour un sous-module incluant l'effet d'absorption des pertes des provisions techniques est égal au capital requis pour ce même module excluant cet effet d'absorption (c'est à dire qu'elle peut admettre que  $nMkt_{int} = Mkt_{int}$  par exemple).

Pour faciliter la construction de la méthode du scénario équivalent, le CEIOPS fournit un tableur qui détermine l'unique scénario équivalent pour chaque entreprise.

Les Future Discretionary Benefits *FDB* se déduisent comme la différence entre le Best Estimate total et le Best Estimate dit Garanti (BEG) ne prenant en compte que la partie garantie du Best Estimate. Les méthodes d'évaluation de la partie garantie (BEG) et du Best Estimate total sont décrites dans les Orientations Nationales Complémentaires (ONC) du QIS 5.

- Dans notre cas pratique du contrat en Euros, nous avons procédé au calcul de l'ajustement module par module (méthode modulaire). Il est supposé alors qu'en cas de choc au passif (mortalité, longévité, catastrophe), l'assureur continuera à verser la PB discrétionnaire habituelle. Cependant, dans le cas des chocs action, taux d'intérêt, rachat et frais, l'hypothèse est faite qu'il cessera de distribuer la PB discrétionnaire afin de faire supporter au maximum le choc par les assurés. Seule la participation aux bénéfices contractuelle sera donc versée aux assurés.

#### 4. Modélisation de l'Actif

Afin d'être cohérent avec la réforme Solvabilité II, et d'estimer au mieux les risques encourus par une société d'assurance, les différentes variables du modèle seront simulées de manière stochastique. Cette approche permettra de modéliser parfois des situations extrêmes, non prises en compte dans une approche déterministe.

Dans cette partie, les méthodes de simulations des variables qui seront retenues pour la projection de l'activité de l'assureur sont présentées. Dans un premier temps, nous détaillerons la modélisation des taux d'intérêt par le modèle *CIR* et ensuite celle des actions par le modèle de *Black & Scholes*.

##### a) *Modèle de taux*

###### i. Modélisation des taux d'intérêts par le modèle CIR

Le modèle retenu pour modéliser l'évolution des taux d'intérêts est le modèle de Cox Ingersoll et Ross (CIR). Cette méthode a l'avantage d'être simple à mettre en place et dispose de formules analytiques pour exprimer le prix des zéros-coupons et des obligations.

Le modèle de CIR a été développé en 1985.

Il repose sur les hypothèses de base suivantes :

- Il n'existe pas de coûts de transaction,
- Les titres sont parfaitement divisibles,
- Les agents sont rationnels et disposent du même niveau d'information,
- Les marchés sont efficients, ce qui implique l'AOA,
- Les taux d'emprunts et de prêts sont égaux.

L'évolution du taux d'intérêt instantané  $r_t$  est modélisée suivant l'équation différentielle stochastique suivante :

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_1(t)$$

Où :

- $a > 0$  représente la force de retour à la moyenne, c'est-à-dire la vitesse d'ajustement du taux court simulé vers sa moyenne de long terme,
- $b$  est la moyenne sur le long terme du taux instantané,
- $\sigma$  est la volatilité telle que  $\sigma\sqrt{r_t}$  corresponde à l'écart type instantané du taux court,
- $W_1(t)$  est un mouvement brownien standard.

Les variations du taux court sont expliquées par un effet de retour à la moyenne et un effet aléatoire dû au mouvement brownien.

Ce modèle a été choisi car il est simple à mettre en œuvre et présente certains avantages. Sous réserve de respecter la condition  $\sigma^2 < 2ab$ , il ne modélisera jamais des taux négatifs, contrairement au modèle de Vasicek par exemple. Il est basé sur l'hypothèse de retour à la moyenne, qui est vérifiée en pratique, ce qui lui confère un caractère économique. Elle dispose aussi d'expressions analytiques pour les zéro-coupons et les obligations. Le paramétrage de ce modèle est en outre assez simple (voir paragraphe suivant).

Le modèle comporte cependant des inconvénients. Par exemple, les différents paramètres du processus de diffusion sont constants. Le modèle CIR est un modèle à un facteur où le taux court dépend d'une seule source d'incertitude. Il existe des modèles à deux facteurs, comme le modèle de Brennan et Schwartz dans lequel le retour à la moyenne du taux court se fait vers un taux long qui suit également un processus stochastique.

### Discrétisation du processus

La discrétisation de ce processus ne peut se faire que par approximation. Le schéma d'Euler donne ainsi une approximation au premier ordre :

$$\tilde{r}_{t+\delta t} \approx \tilde{r}_t + a(b - \tilde{r}_t)\delta t + \sigma\sqrt{\tilde{r}_t\delta t} \times N^1$$

Où  $\delta t$  est le pas de temps utilisé pour la modélisation et  $N^1$  est une variable aléatoire suivant une loi normale centrée réduite.

Il faut procéder à une récurrence pour obtenir les taux courts instantanés jusqu'à la fin de la projection. Le problème est donc réduit à la simulation d'une loi normale centrée réduite et à la détermination des paramètres  $a, b, \sigma$  et du taux court initial  $r_0$ .

#### ii. Prix des zéro-coupons et taux zéro-coupon

L'un des intérêts du modèle de Cox-Ingersoll-Ross est qu'il admet une formule simplifiée pour calculer le prix des obligations zéro-coupon. En effet, le prix en  $t$  du zéro-coupon de maturité  $T$  sous le modèle CIR est déterminé par la formule suivante :

$$\forall t < T, \quad P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r_t}$$

Où  $\forall t < T$  :

$$A(t, T) = \left( \frac{2\gamma e^{\frac{(\gamma+a+\lambda)(T-t)}{2}}}{(\gamma+a+\lambda)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma} \right)^{\frac{2ab}{\sigma^2}}$$

$$B(t, T) = \frac{2(e^{\gamma(T-t)} - 1)}{(\gamma+a+\lambda)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma}$$

$$\gamma = \sqrt{(a+b)^2 + 2\sigma^2}$$

Le paramètre  $\lambda$  est la prime de risque. La prime de risque mesure l'écart entre la rentabilité attendue d'un actif risqué et le taux d'intérêt sans risque. Elle correspond au prix qu'un individu serait prêt à payer pour prendre un risque. Le modèle étant réalisé en univers risque neutre, la prime de risque est nulle.

Les taux zéro-coupon sont déduits du prix des obligations zéro-coupon par la formule :

$$R(t, T) = -\frac{\text{Ln}(P(t, T))}{T - t}$$

Une obligation zéro-coupon est un titre dont la rémunération est constituée exclusivement par l'écart entre son prix d'émission et son prix de remboursement. Cette obligation ne verse aucun coupon intermédiaire entre sa date d'émission et sa date de remboursement.

### iii. Modélisation des obligations

Le prix des obligations est donné à partir de l'estimation des taux courts, simulés précédemment. En effet, en utilisant la formule obtenue par le modèle de CIR, le prix en  $t$  d'une obligation de nominal  $N$ , de maturité  $T$ , versant des coupons  $C$  aux instants  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n = T$ , est donné par la formule suivante :

$$\text{Prix Obligation}(t, T) = \sum_{\tau=\tau_1}^T C \times P(t, \tau) + N \times P(t, T)$$

### iv. Calibrage du modèle : Estimation des paramètres

Pour estimer les paramètres du modèle, de manière à reproduire le plus fidèlement possible les prix des obligations zéro-coupon du marché  $P(0, t)$ , une calibration à l'aide de la méthode des moindres carrés ordinaires est effectuée. Elle consiste en la recherche des paramètres qui minimisent l'écart quadratique entre les prix du marché et les prix estimés.

Différents organismes publient des taux mais il semble toutefois plus prudent de s'appuyer sur la courbe établie par l'Institut des Actuariers ou la courbe des taux du CEIOPS. Pour rester cohérent avec les taux employés au passif (pour l'actualisation du Best Estimate), nous décidons d'utiliser la courbe des taux fournie par le CEIOPS.

Les paramètres du modèle de Cox-Ross-Ingersoll sont estimés à partir des trois courbes des taux du CEIOPS, le scénario standard se référant à la courbe principale, et les scénarios de baisse et de hausse des taux s'alignant sur les courbes correspondantes.

Les prix du marché sont ceux fournis par la courbe des taux du CEIOPS sans prime d'illiquidité. Elle fournit les taux zéro-coupon actuariels  $R_A(0, t)$  par an sur un horizon de 130 ans, à partir des quels se déduisent les prix des obligations zéro-coupon  $P(0, t)$  :

$$P(0, t) = \frac{1}{(1 + R_A(0, t))^t}$$

Il ne reste plus qu'à déterminer les taux zéro-coupon continus  $R_c(0, t)$  qui se déduisent de la relation suivante :

$$R_c(0, t) = -\frac{\ln(P(0, t))}{t}$$

Le premier paramètre à estimer est le taux instantané à la date 0, noté  $r_0$ . Il se détermine via une interpolation cubique en considérant les 4 premiers points de la courbe des taux zéro-coupon en fonction de la maturité, avec la relation :

$$R_c(0, T) = \alpha T^3 + \beta T^2 + \gamma T + \delta$$

Sous l'hypothèse que la courbe passe par les quatre points  $(T_i, R_c(0, T)_{i \leq 4})$ , les paramètres  $\alpha, \beta, \gamma$  et  $\delta$  peuvent être estimés en résolvant le système à quatre équations et quatre inconnus. Or, comme le taux instantané à la date 0  $r_0 = \lim_{T \rightarrow +\infty} R_c(0, T)$ ,  $r_0$  est égal à  $\delta$ .

La volatilité du taux court instantané  $\sigma$  est fixée arbitrairement en fonction des données historiques, elle est supposée égale à 2%.

L'estimation des paramètres a et b s'obtient par la méthode des moindres carrés soit par la recherche du couple (a,b) qui minimise la distance quadratique D :

$$D = \sum_{i=1}^N (\text{prix marché}_i - \text{prix estimé}_i)^2$$

Avec :

- *prix marché<sub>i</sub>* le prix calculé à partir de la courbe des taux fournie par le CEIOPS (sans prime d'illiquidité)
- *prix estimé<sub>i</sub>* le prix calculé à partir du modèle CIR
- *N* le nombre de dates considérées pour l'ajustement.

En effectuant cette démarche, et en considérant  $N = 40$ , les résultats suivants sont obtenus :

Paramètres du modèle CIR			
Scénario	Baisse des taux	Standard	Hausse des taux
a=	0,6747	0,7278	1,05
b=	0,0288	0,0407	0,0514
r0=	0,07%	0,39%	0,43%
sigma=	2%	2%	2%

Le graphique suivant représente l'ajustement des prix des zéro-coupon simulée par le modèle CIR avec les prix de marché obtenus avec la courbe des taux du Ceiops au 31/12/2009 (dans le scénario standard) :

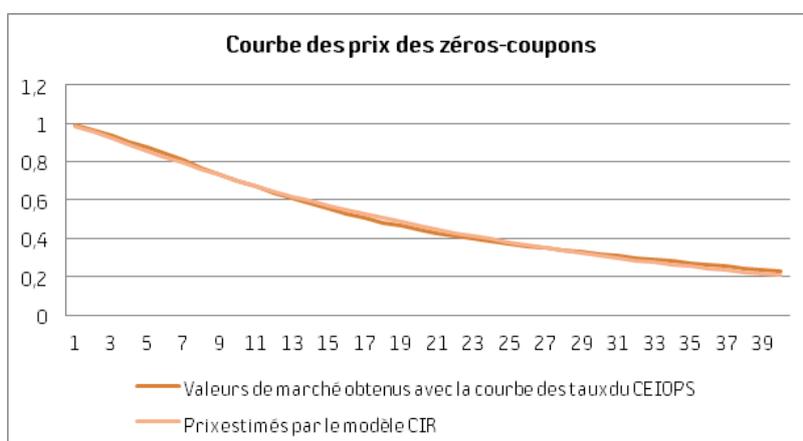


Figure 23 Ajustement de la courbe des prix du marché avec ceux estimés par le modèle CIR

Pour illustrer les simulations, voici l'évolution des taux courts obtenus avec ces paramètres :

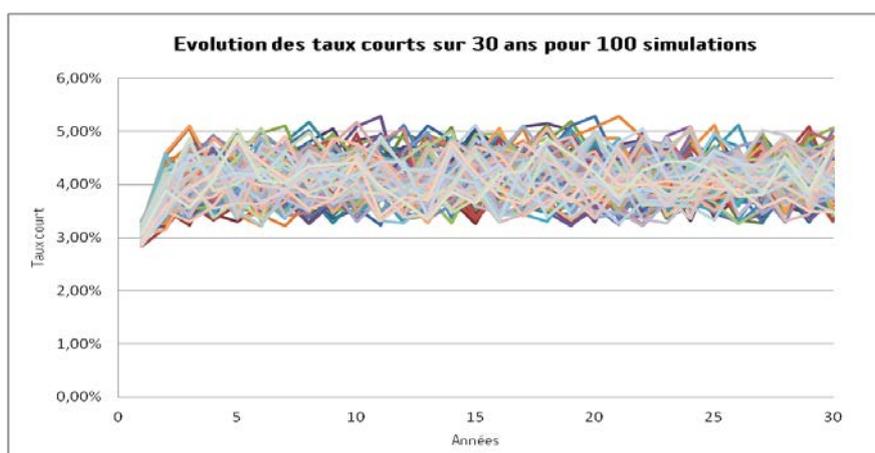


Figure 24 Evolution des taux d'intérêts modélisés par CIR

### b) *Modèle d'actions*

Le cours des actions est simulé par une méthode stochastique. Plusieurs modèles existent pour modéliser l'évolution des actions mais le modèle de référence est celui de Black & Scholes datant de 1973. Ce modèle suppose que le cours de l'action suit un mouvement brownien géométrique, avec une volatilité constante. La formule du modèle de Black et Scholes donne explicitement les prix des actions.

#### i. Modélisation des actions par le modèle de Black & Scholes

Les hypothèses de ce modèle sont les suivantes :

- Le prix de l'actif sous-jacent suit un mouvement brownien avec une volatilité constante
- Il y a Absence d'Opportunités d'Arbitrage (AOA)
- Il est possible d'effectuer des ventes à découvert
- Il n'existe pas de coûts de transaction
- Il existe un taux d'intérêt sans risque, connu à l'avance et constant
- Tous les sous-jacents sont parfaitement divisibles

Selon ce modèle, le prix d'une action évolue selon le processus suivant :

$$\forall t \geq 0, \quad \frac{dS(t)}{S(t)} = \mu dt + \sigma dW_2(t)$$

Avec :

- $S(t)$  le prix de l'action en  $t$ ,
- $\mu$  et  $\sigma$  des constantes représentant respectivement l'espérance de rendement et la volatilité,
- $W_2(t)$  le mouvement brownien standard.

Soit  $S(0)$  le cours initial de l'action, la solution de cette équation différentielle stochastique est donnée par :

$$S(t) = S(0) \times e^{\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W_2(t)\right]}$$

En prenant un pas de temps  $dt$  séparant les instants  $t$  et  $t + 1$ , il existe une relation entre les prix de l'action à ces deux instants :

$$\begin{aligned} \frac{S(t+1)}{S(t)} &= \frac{e^{\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(t+1) + \sigma W_2(t+1)\right]}}{e^{\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W_2(t)\right]}} \\ &= e^{\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt + \sigma(W_2(t+1) - W_2(t))\right]} \end{aligned}$$

Finalement :

$$S(t+1) = S(t) \times e^{\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt + \sigma\sqrt{dt}N^2\right]}$$

Où  $N^2$  représente une loi normale centrée réduite.

Le processus de prix d'une action est log-normal.

Le paramétrage simple est un atout du modèle de Black et Scholes, il sera présenté dans un paragraphe suivant.

Le modèle de Black et Scholes repose sur des hypothèses assez restrictives, notamment la continuité des trajectoires, la volatilité constante et la log-normalité des rendements. L'observation du marché contredit certaines de ces hypothèses. En effet, l'évolution du cours des actions peut présenter des sauts, la volatilité n'est pas constante mais suit comme le cours de l'action, un processus stochastique et l'hypothèse de log-normalité n'est pas forcément vérifiée, notamment en temps de crise. Malgré ces inconvénients, le modèle de Black et Scholes reste largement le plus utilisé sur le marché.

### ii. Prise en compte de la corrélation entre l'évolution des taux et des actions

Afin d'être plus cohérent avec le marché réel il sera introduit, en utilisant la décomposition de Cholesky, une corrélation entre le brownien représentant l'évolution de l'action  $W_2$  et le brownien modélisant les taux courts  $W_1$  : soit  $\rho$  cette corrélation. Par cette méthode, il va être possible de corréler les dynamiques du taux court et du prix des actions.

En simulant deux mouvements browniens indépendants  $B_1$  et  $B_2$ , pour obtenir une corrélation de  $\rho$  entre  $W_1$  et  $W_2$ , il suffit d'établir le système suivant :

$$\begin{cases} dW_1(t) = dB_1(t) \\ dW_2(t) = \rho dB_1(t) + \sqrt{1 - \rho^2} dB_2(t) \end{cases}$$

### iii. Paramétrage du modèle

Le paramétrage modèle de Black et Scholes consiste à calibrer  $\mu$  et  $\sigma$ , mais aussi la corrélation  $\rho$  entre les actions et les taux.

La modélisation des cas pratiques se déroulera en univers risque-neutre, cohérente avec une évaluation *Market-Consistent*.

Il sera donc supposé que les prix des actions évoluent suivant cette dynamique :

$$S(t + 1) = S(t) \times e^{\left[\left(R(t,t+1) - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt + \sigma\sqrt{dt}N\right]}$$

Avec  $R(t, t + 1)$  représentant le taux sans risque modélisé suivant le modèle de CIR.

Les seuls paramètres à estimer sont donc la volatilité  $\sigma$  et la corrélation  $\rho$ .

Pour cela, nous nous intéressons aux données historiques, au cours des années 2000 à 2010, relevées pour l'indice CAC 40. En considérant un pas mensuel, nous obtenons un écart-type annualisé de 17,51% sur l'échantillon référence, soit :

$$\sigma = 17,51\%$$

Concernant  $\rho$  le coefficient de corrélation entre les actions et les taux, nous estimons ce paramètre en utilisant les données historiques du CAC40 et du TME entre les années 2000 et 2010. Il peut être déterminé par l'expression suivante :

$$\rho = \frac{Cov(X, Y)}{\sigma_X \times \sigma_Y}$$

Où  $X$  représente le vecteur des rendements mensuel des actions et  $Y$  le vecteur des taux chaque mois.

Nous obtenons :

$$\rho = -0,191$$

Un coefficient négatif signifie que les actions et les taux varient en sens contraire, c'est-à-dire que les prix des actions et des obligations varient dans le même sens. Ce signe est assez logique en temps normal, alors que ce coefficient est plutôt positif en temps de crise.

Le graphique ci-dessous illustre les variations du cours de l'action pour 100 simulations effectuées lors du calcul du Best Estimate, modélisées à l'aide du modèle de Black & Scholes :

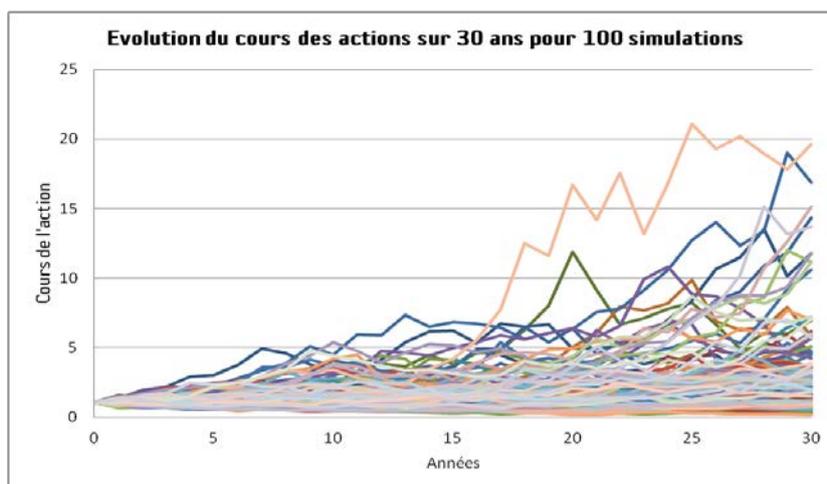


Figure 25 Evolution des actions modélisées par Black & Scholes

iv. Génération de nombres aléatoires

**Simulation de nombres aléatoires uniformes**

L'objectif de cette section est la simulation d'une réalisation d'une variable aléatoire réelle, notée  $U$ , distribuée selon la loi uniforme continue sur l'intervalle  $[0; 1]$ , de densité :

$$f_U(u) = I_{[0;1]}(u)$$

Les nombres aléatoires uniformes obtenus vont permettre de construire des variables aléatoires suivant une loi normale centrée réduite et d'obtenir ensuite des trajectoires pour le cours des actions et les taux d'intérêt.

La méthode utilisée pour les générer sera l'algorithme du « Tore mélangé », qui est un générateur quasi-aléatoire, ayant comme caractéristique d'avoir une vitesse de convergence de bonne qualité. Ce générateur a l'avantage d'être performant tout en étant simple à mettre en place. Il s'agit d'une extension de l'algorithme du Tore qui permet de rendre les valeurs générées indépendantes terme à terme, en les « mélangeant ».

L'algorithme du Tore génère une suite de nombre aléatoires uniformes  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , à partir d'un nombre premier  $p$ , de la manière suivante :

$$U_n = n\sqrt{p} - [n\sqrt{p}]$$

Avec  $[.]$  représentant l'opérateur partie entière.

Le mélange de l'algorithme du Tore intervient comme suit : au lieu d'utiliser le  $n^{ième}$  terme de la suite, lors du  $n^{ième}$  tirage, il convient d'utiliser le  $k^{ième}$  terme, avec  $k$  choisi de manière aléatoire :

$$U_k = U_{\Phi(n)} \text{ avec } \Phi(n) = [\alpha \times N \times \tilde{u} + 1].$$

Les paramètres sont :

- $\alpha \geq 1$  le facteur ayant pour vocation de réduire le nombre de tirages qui donneraient lieu au même indice et ainsi au même nombre aléatoire,
- $N$  le nombre de réalisations de variables aléatoires uniformes désiré (soit nombre de périodes de projection du modèle),
- $\tilde{u}$  la réalisation d'une variable aléatoire de loi uniforme.

Plus  $\alpha$  sera grand et plus la probabilité d'obtenir deux fois le même nombre aléatoire sera faible. La génération de  $\tilde{u}$  peut se faire via n'importe quel générateur congruentiel (par exemple *Rnd* sous Excel).

Les paramètres choisis pour mettre en œuvre l'algorithme sont les suivants :

$$p = 3, 5 \text{ et } 7 \text{ et } \alpha = 10.$$

La littérature sur le sujet estime que dans la pratique  $\alpha$  est suffisant pour assurer que la probabilité de tirer deux fois le même nombre aléatoire est assez faible.

## Simulation de variables aléatoires gaussiennes

Les modèles utilisés pour simuler les actions et les taux reposent sur la simulation de mouvements browniens.

### Rappel sur le mouvement brownien

Un mouvement brownien standard  $\{W_t, t \geq 0\}$  est un processus stochastique adapté construit sur un espace probabilisé filtré  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, P)$ .

Il vérifie les propriétés suivantes :

- $\forall \omega \in \Omega, W_0 = 0$  ;
- $\forall 0 \leq t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_k$ , les variables aléatoires  $W_{t_1} - W_{t_0}, W_{t_2} - W_{t_1}, \dots, W_{t_k} - W_{t_{k-1}}$  sont indépendantes ;
- $\forall s, t \geq 0$  tels que  $s \leq t$ , la variable aléatoire  $W_t - W_s$  suit une loi normale centrée réduite de variance  $t - s$  ;
- $\forall \omega \in \Omega$ , la trajectoire  $t \rightarrow W_t(\omega)$  est continue.

Simuler une trajectoire de mouvement brownien revient donc à simuler des variables gaussiennes indépendantes et identiquement distribuées.

A partir des variables aléatoires de loi uniforme obtenues par l'algorithme du Tore mélangé, il est possible d'obtenir des variables aléatoires de loi normale centrée réduite en appliquant l'inverse de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

### Rappel sur la méthode par inversion de la fonction de répartition

Si  $U$  est une variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle  $[0; 1]$ , et si  $F$  désigne la fonction de répartition d'une loi normale centrée réduite, alors  $F^{-1}(U)$  suit une loi normale centrée réduite.

Démonstration : soient  $U$  une variable aléatoire qui suit une loi  $U[0; 1]$  et  $F$  la fonction de répartition d'une loi normale  $N(0,1)$ . Soit  $V = F^{-1}(U)$ , alors pour tout réel  $t$

$$IP(V \leq t) = IP(F^{-1}(U) \leq t) = IP(U \leq F(t)) = F(t).$$

## IV. APPLICATIONS ET RESULTATS

---

Pour chacun des trois produits d'assurance vie étudiés (Euro, UC et Euro Diversifié), nous avons construit un modèle sous VBA (Visual Basic Application), permettant le calcul du Best Estimate, de la Marge de Risque, du capital réglementaire et d'une projection du compte de résultat. Ces modèles nous ont ensuite permis de mettre en place des indices de rentabilité et des méthodes de tarification. Nous étudions ainsi les évolutions suivant les référentiels (Solvabilité I contre Solvabilité II) pour :

- la rentabilité, à travers la VIF ;
- et la tarification, suivant deux méthodes : méthode du TRI et méthode VPNCC.

La méthode VPNCC ne sera appliquée qu'au produit Euro. Nous évaluons aussi la sensibilité du tarif et de la rentabilité pour le produit Euro à certains paramètres (TMG et part des actions en portefeuille).

Ce dernier chapitre du mémoire comporte quatre grandes parties, dont les trois premières correspondent aux trois produits d'assurance vie étudiés (Euro, UC et Euro Diversifié). Elles présentent tout d'abord les modèles puis les résultats obtenus en termes de capital réglementaire, rentabilité et tarification. La quatrième partie propose une étude des conséquences attendues sur le marché de l'assurance après Solvabilité II, en analysant les résultats obtenus pour les trois produits, et en décrivant les leviers possibles pour les assureurs afin d'adapter leur offre produit au nouveau cadre prudentiel.

### A. Contrat mono-support Euros

Nous allons mettre en application dans cette partie la théorie développée jusqu'ici. Nous décidons de nous placer à fin 2009 pour effectuer les simulations. En effet, le QIS 5 a eu lieu à cette date et les paramètres, telle que la courbe des taux sans risque du CEIOPS, étaient calibrées pour cette période (au 31/12/2009).

Nous avons vu dans la partie II.A.2. de ce mémoire, que les assureurs étudient la rentabilité des produits sur deux phases d'évolution : à la conception et en cours de vie du produit. Pour étudier la phase de montée en puissance, il est nécessaire de disposer de nombreuses informations spécifiques, notamment sur les coûts supplémentaires pour l'assureur liés à la mise en production du produit. Autant d'éléments qu'il est difficile à obtenir, et qui en plus ne sont pas propres à Solvabilité II. Nous étudierons donc la tarification au cours de vie du produit. Nous nous plaçons ainsi en « régime de croisière » d'un portefeuille d'anciens contrats, l'objectif étant d'étudier la rentabilité et la tarification en phase de vie du produit pour étudier le caractère rentable du produit sur le long terme.

#### 1. Présentation du modèle

Comme vu précédemment, le calcul du Best Estimate pour un contrat d'épargne en euros nécessite la modélisation des interactions entre l'actif et le passif.

Grâce aux modélisations stochastiques des taux et des cours des actifs risqués, un grand nombre de simulations différentes les unes des autres vont être obtenues, permettant la représentation de tous les états possibles de la nature. A chaque simulation vont donc correspondre une séquence spécifiques d'évolution des actifs en portefeuille. En fonction de ces réalisations, l'assureur sera amené à prendre des décisions concernant l'actif et le taux servi. En parallèle, l'impact sur les taux de rachat sera également à prendre en compte.

### a) Hypothèses générales et déroulement du modèle

Le contrat étudié est un contrat d'épargne fictif d'assurance vie en euros standard. Le contrat prend fin en cas de rachat total ou de décès de l'assuré.

#### i. Hypothèses sur l'actif

Le portefeuille d'actif est constitué d'actions et d'obligations : des obligations d'Etat et des obligations d'entreprise, dites *Corporate*. L'allocation est répartie de la façon suivante : 10% en actions et 90% en obligations.

Les actions sont supposées être achetées au cours des 8 dernières années. Il est supposé que le montant des plus values latentes initiales sur les actions est de 10%.

Nous avons choisi une répartition équilibrée entre les Obligations d'Etat et *Corporate*.

Les obligations sont de maturité 20 ans, achetées au cours des 19 dernières années. Les obligations d'Etat dégagent un coupon égal au TME à leur date d'achat. Ce rendement est majoré d'un spread pour les obligations *Corporate*. Lorsqu'une obligation arrive à échéance, le capital est réinvesti dans une obligation de mêmes caractéristiques, en fonction du taux du marché à ce moment-là. Le spread est supposé constant sur toute la durée de projection à un niveau de 0,7%.

Pour le choix de la valeur du spread, nous nous sommes référés au spread moyen d'obligations de type bancaire de rating AAA ou AA au 31/12/2009.<sup>6</sup>

Le Taux Moyen des Emprunts d'Etat (TME) est utilisé dans la modélisation comme référence pour le taux servi ; il est considéré égal au taux des OAT 10 ans.

Le montant des fonds propres est une hypothèse du modèle, il est fixé à 150% du montant de l'EMS à  $t=0$ . Les fonds propres ont la même allocation que le fonds Euro : 10% en actions et 90% en obligations.

#### ii. Hypothèses contractuelles

La simulation s'intéresse à un ensemble d'assurés d'âge moyen 50 ans.

Le montant de la Provision Mathématique (PM) et de la Provision pour Participation aux Bénéfices (PPB) existantes en début de simulation sont des hypothèses du modèle, et ont été calibrés en fonction des données d'un portefeuille d'assurance vie en Euro existant. Nous supposons que la dotation de la PPB a eu lieu en date  $t=0$ .

Le contrat comprend deux principaux paramètres : un taux minimum garanti *TMG* et un taux de participation aux bénéfices financiers *PB<sub>contractuel</sub>*. Ces deux termes sont indispensables afin de calculer la revalorisation qui sera offerte aux assurés chaque année. Le taux minimum garanti est viager et vaut 60% du TME initial net de chargement de gestion.

Les décès et les rachats sont supposés avoir lieu en moyenne en milieu d'exercice. Cependant, les prestations versées n'ont lieu qu'en fin d'année, et sont entre ces deux instants revalorisées au taux servi l'année précédente.

La modélisation ne prend pas en compte d'éventuelles primes futures.

---

<sup>6</sup> Données fournies par des opérateurs de marché de la Société Générale

Le taux de chargement  $tx_{chgt}$  défini dans le contrat constitue également une hypothèse du modèle. Il correspond au taux de frais qui sera appliqué à l'encours et permet de relier le taux servi net  $tauxservi_{net}$  et le taux servi brut  $tauxservi_{brut}$  de frais sur encours par la relation :

$$(1 + tauxservi_{brut}) \times (1 - tx_{chgt}) = 1 + tauxservi_{net}$$

Le taux de chargement et de frais réel par rapport à la PM ont été pris sur un contrat d'assurance vie d'un assureur français sur l'exercice 2010.

### iii. Déroulement du modèle

Le modèle implémenté sous VBA est composé de deux boucles principales, une boucle sur le nombre de simulations et une boucle sur le nombre d'années de projection.

Le nombre d'années de simulations est un paramètre du modèle. La simulation est réalisée sur 30 ans, après avoir vérifié au préalable que la différence entre les provisions calculées avec cet horizon et celles calculées jusqu'à extinction totale du portefeuille est négligeable, comme le demande les spécifications techniques du QIS5.

Au début de chaque simulation, le modèle enregistre les variations du marché obligataire et du marché actions sur les N années de projection, suivant les modèles stochastiques mis en place.

Le schéma simplifié de simulation sur une année peut être représenté de la manière suivante :

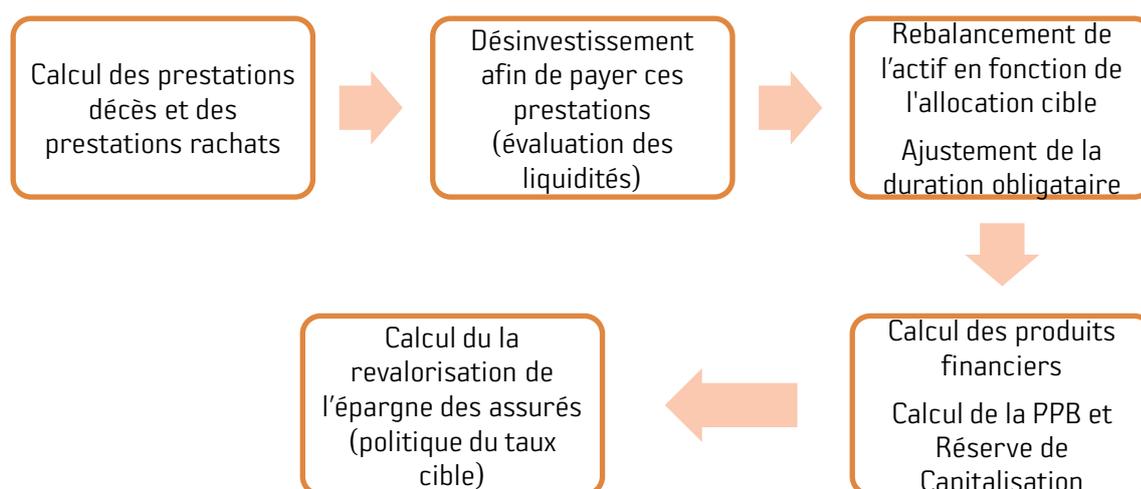


Figure 26 Déroulement du modèle pour le produit Euro

### Les désinvestissements réalisés pour verser les prestations

Chaque année  $t$ , l'assureur doit faire face aux flux à verser concernant les rachats et les décès. Pour ce faire, l'assureur va désinvestir en actions et obligations le montant nécessaire à ce paiement, selon la règle FiFo (First in First out). La valeur de marché des actifs cédés étant la plupart du temps différente de leur valeur comptable, l'assureur réalise alors une plus ou moins value qui entre en compte dans le calcul des produits financiers.

Dans le cas où les actifs ne suffiraient pas à payer ces prestations (par exemple en fin de simulation si les conditions de marché ont été défavorables), l'assureur devra utiliser ses fonds propres pour pouvoir respecter ses engagements.

## L'ajustement de la duration du portefeuille obligataire

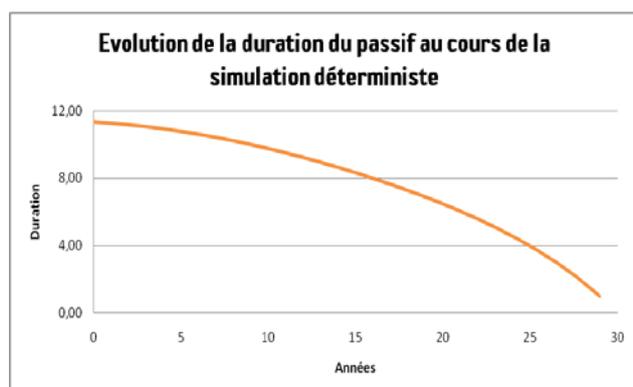
### Rappel sur la duration Actif/Passif

Rappelons que si la duration du passif est supérieure à celle de l'actif, l'assureur ne se protège pas vis-à-vis du risque de réinvestissement (risque de baisse des taux), c'est-à-dire qu'en cas de baisse des taux, au moment de réinvestir, l'assureur constatera qu'il ne peut plus trouver des taux aussi avantageux qu'initialement (il devra réinvestir dans des obligations lui rapportant des coupons plus faibles). Et inversement, si la duration du passif est inférieure à celle de l'actif, l'assureur ne se protège pas vis-à-vis du risque de liquidation (risque de hausse des taux), c'est-à-dire qu'en cas de hausse des taux, au moment de vendre, l'assureur réalisera des moins values sur ses obligations. Le meilleur moyen de se prémunir contre le risque de taux est de faire coïncider les durations actif et passif.

Nous avons décidé de prendre en compte cet ajustement de la duration dans notre modélisation. Pour contrôler la duration du portefeuille obligataire et donc ajuster la duration Actif/Passif, nous supposons que l'assureur cherche en fin d'année à faire en sorte que cette duration se rapproche de la duration du passif, calculée selon un scénario déterministe.

Pour cela, un scénario déterministe est projeté sur le même horizon de temps que pour le portefeuille en question, avec les mêmes hypothèses contractuelles. L'actualisation des flux futurs est réalisée avec la courbe des taux sans risque du CEIOPS.

Nous obtenons alors les valeurs de la duration du passif pour chaque année future projetée, restituées dans le graphique ci-dessous :



Ainsi, à chaque fin d'année, le modèle s'intéresse à la duration moyenne des obligations présentes en portefeuille. Si la duration du portefeuille obligataire est inférieure à la duration de son passif, l'assureur va vendre ses obligations les plus anciennes pour en acheter de nouvelles, ceci jusqu'à obtenir au moins la duration désirée.

### Réserve de Capitalisation

Il s'agit d'une provision technique destinée à lisser les résultats financiers des placements obligataires à taux fixes en cas de variation de taux. L'article R331- 3 du Code des Assurances définit d'ailleurs cette provision comme « une réserve destinée à parer à la dépréciation des valeurs comprises dans l'actif de l'entreprise et à la diminution de leur revenu ». Les plus-values réalisées en cas de cession d'obligations sont dotées à cette provision. Si des moins-values sont réalisées une année, l'assureur prélèvera le montant correspondant sur cette provision. L'article A333-3 du Code des Assurance précise ainsi que « lors de la vente ou de la conversion d'une obligation, l'opération est appliquée au titre le plus ancien du portefeuille ». De plus, « lorsque le prix de vente est supérieur à la valeur actuelle, l'excédent est versé à la réserve de capitalisation ; lorsqu'il est inférieur à la valeur actuelle, la différence est prélevée sur la réserve de capitalisation, dans la limite du montant de celle-ci ».

Lors du désinvestissement, du re-balancement ou lors de la gestion du portefeuille pour contrôler la maturité moyenne des obligations, la réserve de capitalisation est utilisée.

Les autres étapes du déroulement du modèle sont détaillées dans la suite.

#### iv. Les flux du Best Estimate

Le calcul du Best Estimate s'effectue en *run-off*, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de nouvelle souscription pendant la simulation. De plus, l'absence de réassurance est supposée sur le portefeuille étudié, et enfin, le choix de négliger les impôts est fait.

La dernière année, l'épargne accumulée est supposée intégralement rachetée par les assurés, et le solde de la PPB présente à cette date est incorporé à ces rachats. De plus, la part des plus-values latentes réalisées du fait des rachats à la fin de la simulation et qui revient aux assurés doit aussi être intégrée.

Les flux sont actualisés au taux d'actualisation sans risque fourni par la courbe des taux du CEIOPS, incorporant une prime d'illiquidité de 75%.

Les flux entrant en jeu dans le calcul du Best Estimate peuvent se diviser en deux grandes catégories :

- les prestations, c'est-à-dire les décès et les rachats (structurels ou conjoncturels),
- et les frais de l'assureur.

#### Les décès

La mortalité n'étant pas un élément essentiel du modèle (les sorties pour cause de décès étant minimales) il sera considéré que les assurés meurent suivant les tables de mortalité. Les taux annuel de mortalité sont définis par la table de mortalité TH00-02.

Les prestations décès sont la somme des provisions mathématiques des contrats pour lesquels l'assuré est décédé sur l'exercice.

#### Les rachats

Un taux de rachat structurel  $taux_{rachat\ structurel}$  est choisi au début de la simulation.

Pour calculer les rachats conjoncturels, les recommandations fournies dans le QIS 5 par l'ACP sont suivies. Le taux de rachat conjoncturel  $taux_{rachat\ conjoncturel}(j)$  calculé est une fonction des taux de l'année précédente, en l'occurrence le taux servi net par l'assureur l'année précédente qui sera comparé au Taux Moyen des Emprunts d'Etat de cette même année antérieure.

Le taux de rachat total de l'année  $j$  est alors défini de la façon suivante :

$$taux_{rachat\ total}(j) = \min\{1, \max(0, taux_{rachat\ structurel} + taux_{rachat\ conjoncturel}(j))\}$$

Les prestations liées aux rachats sont définies selon la formule suivante :

$$\begin{aligned} Prestations_{rachats}(j) &= (PM_{ouverture\ totale}(j) \times (1 - tx_{chgt}) - Prestations_{décès}(j)) \\ &\times taux_{rachat\ total}(j) \end{aligned}$$

Dans l'expression précédente,  $PM_{ouverture\ totale}(j)$  désigne la somme sur tous les assurés vivants en début d'année  $j$  des provisions mathématiques au 01/01/ $j$ , et  $Prestations_{décès}(j)$  indique le montant des prestations payées par l'assureur au cours de l'année  $j$  pour tenir ses engagements vis-à-vis des assurés décédés au cours de cet exercice.

Le versement s'effectuant en fin d'année alors que l'éventuel décès (ou rachat) est supposé survenir en milieu d'exercice, le montant des prestations est revalorisé sur une demi-année au taux servi par l'assureur l'année précédente, autrement dit, pour être pris en compte dans les flux du Best Estimate, le montant des prestations est multiplié par  $(1 + taux_{servi}(j - 1))^{1/2}$ .

### Les frais réels

Un taux de frais réel  $taux_{frais\ réel}$  est choisi au début de la simulation. Il permet de calculer les frais réels de l'assureur chaque année  $j$  :

$$Frais_{réels}(j) = taux_{frais\ réel} \times PM_{ouverture\ totale}(j)$$

### *b) Les interactions Actif/Passif*

Dans cette partie, nous allons nous intéresser à la modélisation des interactions Actif/Passif. En effet, l'évolution des actifs, la politique d'attribution de la participation aux bénéficiaires et donc la revalorisation des contrats ont un impact sur le passif de l'assureur à travers l'augmentation des provisions techniques et le comportement de rachat.

Nous allons expliquer comment le modèle fonctionne pour calculer les montants qui seront affectés aux provisions des assurés ou ceux affectés à la Provision pour Participation aux Bénéficiaires (PPB).

### Le rebalancement de l'Actif

L'allocation de l'Actif est définie par une allocation cible en actions et en obligations (10% actions, 90% obligations). Cette allocation cible est suivie tout au long de la projection. Chaque fin d'année, l'assureur vérifie que cette allocation est respectée en valeur de marché. Si ce n'est pas le cas, il procède à des investissements et désinvestissements entre les actifs du fonds pour se rapprocher de cette allocation cible.

Pour cela, le modèle calcule la valeur de marché des obligations et des actions présentes en portefeuille en fin d'année (31/12/N). La valeur de marché totale du portefeuille en fin d'année N est la somme des valeurs de marché des obligations et des actions détenues à la fin de l'année N :

$$VM\ totale_{31/12}(t) = VM\ obligations_{31/12}(t) + VM\ actions_{31/12}(t)$$

Si la part d'obligations en valeur de marché du portefeuille est supérieure à l'allocation cible, l'assureur désinvestit en obligations pour investir en actions.

Inversement, si la part d'obligation en valeur de marché est inférieure à l'allocation cible, l'assureur désinvestit en actions pour investir en obligations.

Le désinvestissement est réalisé d'après la règle FIFO : sort en premier ce qui est rentré le plus tôt.

### Les produits financiers

A l'inventaire de l'année  $j$ , le montant des produits financiers obtenus au cours de l'exercice en question est calculé :

$$\begin{aligned} \text{Produits financiers}(j) &= coupons_{tombés}(j) + AmortissementSD(j) + PMV_{désinvestissement}(j) \\ &+ PMV_{rebalancement}(j) + \min(RC(j); 0) - difference \end{aligned}$$

Où :

- $coupons_{tombés}(j)$  est la somme des coupons perçus au cours de l'année  $j$ ,
- $AmortissementSD(j)$  est l'amortissement de l'année au titre de la surcote-décote,
- $PMV_{désinvestissement}(j)$  est le montant des plus ou moins values constatées sur la vente d'actions lors du désinvestissement effectué afin de payer les prestations,
- $PMV_{rebalancement}(j)$  est le montant des plus ou moins values réalisées sur la vente d'actions lors du re-balancement annuel,
- $RC(j)$  est la valeur de la réserve de capitalisation à la fin de l'année  $j$ .
- $difference$  est le montant de la revalorisation des prestations sur la demi-année (cela vient diminuer les produits financiers).

La réserve de capitalisation n'est prise en compte dans le calcul des produits financiers que dans le cas où elle est négative. Si tel est le cas, la perte vient impacter les produits financiers, et la valeur de la réserve de capitalisation est alors remise à 0 pour le début de l'année suivante,

Le taux de rendement de l'actif pour l'exercice  $j$  se calcule par le rapport des produits financiers de l'année  $j$  sur la valeur nette comptable des actifs présents en portefeuille en fin d'année  $j$  :

$$TRA(j) = \frac{Produits_{fi}(j)}{Valeur\_Comptable\_Actions(j) + Valeur\_Comptable\_Obligations(j)}$$

Le *taux servi contractuel* est tel que :

$$taux_{servi\ contractuel}(j) = Max \{ TPB_{contractuel} \times TRA(j) + PB(j - 8), TMG \}$$

Où  $PB(j - 8)$  est la participation aux bénéfices restante qui a été dotée il y a 8 ans en PPB, et que l'assureur a l'obligation de verser à l'assuré (ramenée sous forme de taux).

L'assureur est ainsi dans l'obligation de verser au moins le Taux Minimum Garanti (TMG).

Pour rappel, l'assureur a le choix entre verser directement le montant de participation aux bénéfices contractuelle ou la conserver pendant 8 ans maximum en provision pour participation aux bénéfices (PPB).

### La revalorisation cible

Le *taux servi cible* est le taux que l'assureur va chercher à servir pour une année donnée. Il souhaite proposer un taux comparable au taux offert par la concurrence afin d'éviter une vague de rachats importante l'année qui suit.

Le taux attendu proposé par l'ACP pour modéliser les rachats conjoncturels dans le QIS 5 est le Taux Moyen des Emprunts d'Etat (TME). Ainsi, il apparaît pertinent de considérer que le taux servi cible net de l'assureur chaque année est le TME de cette même année.

Le taux servi cible brut est donc défini comme suit :

$$(1 + Taux_{servi\ cible}(j)) \times (1 - tx_{chgt}) = 1 + TME(j)$$

D'où :

$$Taux_{servi\ cible}(j) = \frac{(1 + TME(j))}{(1 - tx_{chgt})} - 1$$

Cette formule met bien en évidence le fait que l'assureur cherchera à servir un taux net égal au TME.

### Le taux servi réel et la politique de Participation aux Bénéfices (PB)

Pour calculer le *taux servi réel*, le modèle part du principe que l'assureur s'attache à minimiser les rachats, et pour cela il va piloter son taux servi cible.

Ainsi, si une année le taux servi contractuel est faible, l'assureur va servir une participation aux bénéfices discrétionnaire afin de majorer le taux servi.

L'assureur a ainsi la faculté de jouer à deux niveaux :

- La Provision pour Participation aux Bénéfices : s'il dispose d'une PPB non nulle, l'assureur réalise des reprises sur PPB dans le but de majorer le taux servi et d'atteindre le taux servi cible ;
- Si la PPB est nulle, ou bien insuffisante pour atteindre le taux servi cible, l'assureur réalisera des plus-values supplémentaires ou encore des abandons de marges : l'assureur fera augmenter les produits financiers servis en diminuant sa propre marge financière (PB discrétionnaire).

Avant de pouvoir piloter pleinement sa participation aux bénéfices discrétionnaire, l'assureur doit respecter le délai maximum de huit ans, pour distribuer la PPB. Il ne peut en effet pas remettre en  $PPB(j)$ , une partie de la  $PPB(j - 8)$ .

Il est à noter que cette politique de taux servi constitue une des grandes difficultés posées par le calcul du Best Estimate. Il est en effet difficile d'anticiper à long terme la politique de l'assureur ; ce dernier doit d'ailleurs être en mesure de justifier les hypothèses retenues pour le calcul du Best Estimate.

Cela se traduit par deux situations :

- Si  $Taux\ servi\ contractuel(j) \geq Taux\ servi\ cible(j)$ , alors deux cas de figure se présentent :
  - Si  $PPB(j - 8) > PM_{avantPB}(j) \times taux\ servi\ cible(j)$ , alors l'assureur verse la  $PPB(j - 8)$  et dote la  $PPB(j)$  de la PB contractuelle de l'année  $j$  ;
  - Sinon,  $Taux\ servi\ réel(j) = Taux\ servi\ cible(j)$  et la différence restante est mise dans la  $PPB(j)$ .
  
- Si  $Taux\ servi\ contractuel(j) < Taux\ servi\ cible(j)$ , alors le modèle prend en compte plusieurs cas possibles :
  - L'assureur peut faire une reprise sur PPB afin d'augmenter son taux servi jusqu'au taux cible ;
  - Si, après cette reprise, il ne peut toujours pas servir le taux cible, l'assureur va réaliser des plus values supplémentaires sur les actions (si possibles) ;
  - Si ces deux étapes s'avèrent insuffisantes, l'assureur peut réduire sa marge sur les produits financiers qui est pour le moment de  $(1 - TPB_{contractuel}) \times ProduitsFinanciers(j)$ . Le taux de produits financiers que l'assureur est prêt à mettre à disposition pour servir le taux cible est une hypothèse de la modélisation ;
  - Si cela est encore insuffisant, l'assureur verse un taux inférieur au taux cible et se prépare donc à une vague de rachats conjoncturels possible l'année suivante. S'il n'a pas assez pour verser le taux minimum garanti, il utilisera ses fonds propres.

### Les provisions mathématiques

La provision mathématique de clôture finale  $PM_{cloture}$  est calculée d'après l'expression suivante :

$$PM_{cloture}(j) = \frac{(PM_{ouverture}(j) \times (1 - tx_{chgt}) - Prestations_{décès}(j) - Prestations_{rachats}(j)) \times (1 + taux_{servi\ réel}(j))}{1 + taux_{servi\ réel}(j)}$$

Avec  $taux_{servi\ réel}(j)$  le taux servi par l'assureur aux assurés brut de frais sur encours.

### La marge financière

Le montant de produits financiers restants avec la rémunération des contrats compose la marge financière. L'assureur peut se définir une marge financière cible. Cependant comme énoncé précédemment, cette marge pourra être sacrifiée au profit de la revalorisation de l'épargne des assurés. Ainsi, la marge financière de l'assureur, autrement son solde financier, vaudra au maximum  $(1 - TPB_{contractuel}) \times ProduitsFinanciers(j)$ .

## 2. Résultats

Il est tout d'abord présenté les résultats en termes de Best Estimate, Marge de Risque et capital réglementaire pour le produit Euro. Ensuite, nous décrivons et analysons les résultats sur la rentabilité avec la VIF et sur la tarification, avec :

- la méthode du TRI, en déterministe. Nous étudions ensuite la distribution des TRI en stochastique.
- La méthode VPNC - Valeur du Portefeuille Nette du Coût du Capital - en stochastique selon deux approches (pour estimer les SCR futurs).

Enfin nous évaluons aussi la sensibilité du tarif et de la rentabilité pour le produit Euro à certains paramètres (TMG et part des actions en portefeuille).

### a) Best Estimate, Marge de Risque et capital réglementaire

Le Best Estimate (BE), au terme de 1000 simulations, est égal à **49 516 €**.

#### i. Convergence du BE et intervalle de confiance

Pour déterminer le nombre de simulations nécessaire pour obtenir une bonne approximation du BE, il faut s'intéresser à la convergence des approximations en fonction du nombre de simulations. En illustration, voici le schéma de convergence du BE pour 1000 simulations :

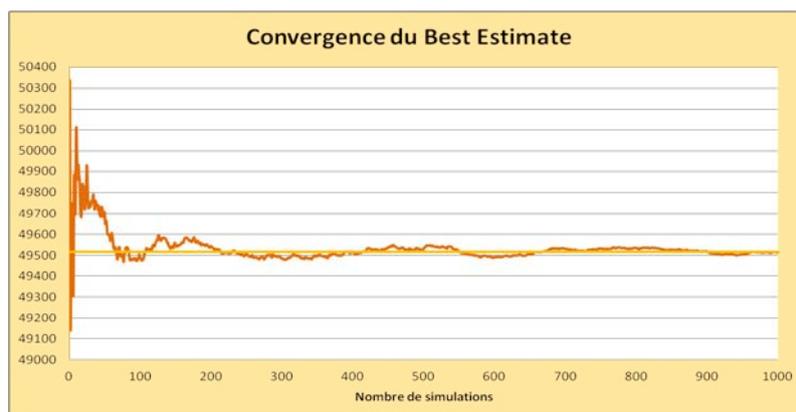


Figure 28 Représentation de la convergence du Best Estimate sur 1000 simulations

Graphiquement, il semblerait que 1000 simulations suffisent pour obtenir une valeur fiable. L'intuition graphique n'étant pas suffisante, la méthode du bootstrap est utilisée pour déterminer un intervalle de confiance pour la valeur du BE obtenue.

#### Rappel sur la méthode Bootstrap

La méthode du Bootstrap est une méthode de ré-échantillonnage. Un échantillon bootstrap de taille  $N$  est obtenu en effectuant  $N$  tirages avec remise à partir de l'échantillon initial  $(BE_1, \dots, BE_N)$  composé des  $N$  BE simulés.

Pour déterminer l'intervalle de confiance, il faut calculer la moyenne de chaque échantillon et déterminer ensuite les quantiles à 5% et 95% de la distribution des moyennes des échantillons bootstrap. Ces quantiles correspondent aux bornes de l'intervalle de confiance à 90% (le BE appartient à cet intervalle avec une probabilité de 90%).

Pour que la méthode de l'intervalle de confiance par Bootstrap soit fiable il faut que :

- la distribution d'échantillonnage du paramètre étudié soit approximativement normale ;
- l'estimateur obtenu soit non biaisé ;
- le nombre de ré-échantillonnage effectués soit suffisant.

Afin de satisfaire la troisième condition, 1000 tirages Bootstrap sont effectués. La première condition est « visuellement » vérifiée en observant la distribution des moyennes des 1000 échantillons bootstrap :

Figure 29 Représentation de la distribution des moyennes du Best Estimate

Les tests statistiques de Shapiro-Wilk et d'Agostino<sup>7</sup> le confirment (utilisation du logiciel Tanagra) :

Attribute	Mu ; Sigma	Shapiro-Wilk (p-value)	d'Agostino (p-value)
Bootstrap	49496,3550 ; 39,0158	0,998580 (0,6079)	$1,4694^2 + 0,8904^2 = 2,9519$ (0,2286)

Par rapport à un niveau de signification de 5% ( $\alpha = 5\%$ ), les deux tests conduisent à l'acceptation de l'hypothèse de normalité. Notre échantillon est donc compatible avec une distribution théorique normale.

L'intervalle de confiance au niveau 90% évalué par Bootstrap est le suivant :

$$IC(BE, 90\%) = [49\ 434; 49\ 558]$$

Nous constatons que le Best Estimate obtenu appartient bien à cet intervalle de confiance, puisqu'il vaut **49 516**.

<sup>7</sup> Ces deux tests statistiques sont rappelés en annexe 4

ii. Calcul du capital réglementaire

Pour calculer le SCR nous avons procédé, comme expliqué dans la troisième partie de ce mémoire, par module de risque. Les risques étudiés sont les risques de marché, de souscription vie et le risque opérationnel.

**Risque de marché**

Dans cette étude, les risques de marché sont les risques sur les actions, les taux d'intérêt, le spread et la prime d'illiquidité.

Les chocs de risque de marché impactent à la fois le passif et l'actif. En effet, les chocs actions et taux, s'ils diminuent ou augmentent la valeur des actifs en date initiale, ils ont également un impact sur les engagements futurs de l'assureur, notamment par l'intermédiaire des participations aux bénéfices.

Nous mesurons l'impact des chocs sur l'actif net et nous obtenons le tableau suivant:

		Valeur de Marché initiale				
Scénario	Best Estimate	Actions	Obligations	$\Delta NAV$	Capital requis	
Standard	49 516	6 035	49 914			
Choc Action	48 641	4 225	49 914	936	$MKT_{eq} = 936$	
Choc de taux	Hausse	48 526	6 035	49 899	-975	$MKT_{int} = 1113$
	Baisse	50 852	6 035	50 137	1113	
Choc prime d'illiquidité	50 087	6 035	49 914	571	$MKT_{ill} = 571$	

Le SCR Spread est calculé de manière différente :

$$MKT_{spread} = MV \times F^{up}(AA) \times Dur_{mod} = 23607 \times 0,9\% \times 8,33 = 1770$$

Où :

- $MV$  est le montant investi en obligation *Corporate* à  $t=0$ ,
- $F^{up}(AA)$  est la fonction de la classe de notation AAA donnée dans le QIS 5,
- $Dur_{mod}$  est obtenu de la façon suivante :

$$Dur_{mod} = \frac{\text{Duration du portefeuille d'obligations}}{1 + \text{taux actuariel}} = \frac{8,63}{1 + 3,59\%} = 8,33$$

Nous avons choisi de considérer pour notre étude un portefeuille d'obligation *Corporate* de rating moyen AAA. La fonction de cette classe de notation vaut 0,9%.

Les chargements calculés sont ensuite agrégés selon les matrices de corrélation UP et DOWN pour obtenir le SCR marché :

$$SCR_{mkt} = \text{Max}\{SCR_{mkt up}; SCR_{mkt down}\} = \text{Max}\{2410; 3172\} = 3172$$

**Risque de souscription vie**

Dans cette étude, les risques de souscription vie sont les risques de mortalité, de longévité, de catastrophe, de rachat et de dépense.

Contrairement aux chocs du risque de marché, les chocs du risque de souscription vie n'affectent que le passif.

Nous mesurons l'impact de ces cinq chocs précédents sur l'actif net et nous obtenons :

		Valeur de Marché initiale				
Scénario	Best Estimate	Actions	Obligations	NAV	Capital requis	
Standard	49 516	6 035	49 914			
Choc Rachat	Hausse	50 138	6 035	49 914	623	$Life_{lapse} = 623$
	Baisse	48 859	6 035	49 914	-657	
	Massif	49 933	6 035	49 914	418	
Choc Mortalité	49 628	6 035	49 914	113	$Life_{mort} = 113$	
Choc Longévité	49 462	6 035	49 914	-54	$Life_{long} = 0$	
Choc Catastrophe	49 594	6 035	49 914	79	$Life_{CAT} = 79$	
Choc Frais	49 719	6 035	49 914	203	$Life_{exp} = 203$	

Nous utilisons la matrice de corrélations Vie données dans le QIS 5 pour agréger ces différents chargements en capitaux et obtenir le SCR souscription vie :

$$SCR_{life} = 789$$

### BSCR

Il ne reste plus qu'à agréger les deux modules Vie et Marché pour obtenir le BSCR, l'actif n'étant pas composé d'actifs intangibles :

$$\begin{aligned}
 BSCR &= \sqrt{\sum_{i \neq j} CorrSCR_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j} \\
 &= \sqrt{SCR_{mkt}^2 + SCR_{life}^2 + 2 \times 0.25 \times SCR_{mkt} \times SCR_{life}} = 3455
 \end{aligned}$$

### Risque Opérationnel

Le SCR opérationnel ne dépend dans notre cas que des provisions mathématiques initiales. Il se calcule pour cette étude via la formule suivante :

$$SCR_{op} = \min\{30\% \times BSCR; Op\} = \min\{30\% \times 3455; 225\} = 225$$

Où

$$\begin{aligned}
 Op &= Op_{provisions} = 0.45\% \times \max\{0; TP_{life} - TP_{life-ul}\} = 0.45\% \times \max\{0; PM_{initiale} - 0\} \\
 &= 0.45\% \times \max\{0; 50000 - 0\} = 225
 \end{aligned}$$

### Les Ajustements

Comme nous avons précisé précédemment (cf. paragraphe sur les ajustements dans la partie III), nous avons procédé au calcul de l'ajustement lié à la capacité d'absorption des pertes, module par module (méthode modulaire). Il est supposé qu'en cas de choc au passif (mortalité, longévité, catastrophe), l'assureur continuera à verser la PB discrétionnaire habituelle (l'effet du risque d'absorption n'étant pas important, il est possible de supposer que le capital requis pour ces sous-modules incluant l'effet d'absorption des pertes des provisions techniques est égale à celui excluant cet effet d'absorption).

Cependant, dans le cas des chocs action, taux d'intérêt, rachat et frais, l'hypothèse est faite qu'il cessera de distribuer la PB discrétionnaire afin de faire supporter au maximum le choc par les assurés. Seule la participation aux bénéfices contractuelle sera donc versée aux assurés.

Pour les chocs action, taux, rachat et frais, nous obtenons un chargement en capital après ajustement pour capacité d'absorption de pertes, par réduction des bénéfices futurs discrétionnaires. A partir de ces résultats, et après agrégation des SCR marché et vie nets incluant l'effet d'absorption, nous obtenons le BSCR net :  $nBSCR = 2649$ . Les ajustements sont alors égaux à :

$$Adj = BSCR - nBSCR = 3455 - 2649 = 805$$

Nous remarquons que le SCR marché est le plus impacté par cet effet d'absorption des pertes, notamment avec le choc action.

### Le SCR final

Le SCR final se détermine de la façon suivante :

$$SCR = BSCR - Adj + SCR_{op} = 3455 - 805 + 225 = 2874$$

Comparons maintenant le SCR, l'exigence en capital sous Solvabilité II, avec l'EMS, l'exigence de marge de solvabilité sous Solvabilité I. Cette dernière est obtenue en calculant 4% des provisions mathématiques nettes de réassurance.

SCR	2 874
EMS	2 000

Nous obtenons donc un ratio SCR/PM suivant :

$$SCR = 5,7\% \times PM_{initiale}$$

### La marge de risque

Nous avons calculé la marge de risque suivant la simplification de niveau 3 donnée dans le QIS 5 (cf. paragraphe III. B. 2.) :

$$MR = 6\% \times \sum_{t \geq 0} \frac{SCR_{RU}(t)}{(1+r_{t+1})^{t+1}} \quad \text{où} \quad SCR_{RU}(t) = \frac{SCR_{RU}(0)}{BE_{net}(0)} \times BE_{net}(t)$$

Et :

- $SCR_{RU}(0) = SCR_{opérationnel} + SCR_{life} = 225 + 789 = 1014$
- $r_{t+1}$  est de taux de maturité t+1 provenant de la courbe des taux du Ceiops sans prime d'illiquidité.

Pour obtenir les  $BE_{net}(t)$ , nous procédons de la manière suivante :

$$BE_{net}(t) = \frac{BE_{net}(0)}{PM_{net}(0)} \times PM_{net}(t)$$

Où  $PM_{net}(0) = 50000$  et  $BE_{net}(0) = 49516$

Nous obtenons alors :

Marge de risque	699
-----------------	-----

### Le bilan prudentiel

Nous constatons une baisse de près de -30% du ratio de solvabilité entre Solvabilité I et Solvabilité II.

Solvabilité I			
Actif	55 460		
PM	50 000		
PPB et RC	2 460	excédent + capital	ratio
EMS	2 000	3 000	150%

Solvabilité II			
Actif (en valeur de marché)	55 949		
BE	49 516		
Marge de risque	699	excédent + capital	ratio
SCR	2 874	3 030	105%

Ce résultat illustre le coût important lié à la garantie en capital à tout moment. Celle-ci donne lieu à un risque de marché très élevé, qui constitue la composante dominante du besoin en capital réglementaire sous Solvabilité II pour le produit épargne en euros.

Face à ce constat, l'assureur ne dispose pas tellement de levier pour optimiser ses fonds propres sans dénaturer l'intérêt du produit pour les assurés. En effet, la réduction de l'allocation actions, qui a un impact significatif sur le capital immobilisé (cf. paragraphe suivant), réduit en contrepartie fortement l'espérance de rendement long terme et donc la rémunération des assurés.

### iii. Sensibilités du SCR

Nous allons maintenant étudier la sensibilité du SCR à différents paramètres que nous considérons comme les plus influents : le TMG et la part d'actions dans le portefeuille.

#### Impact de la part des actions dans le portefeuille

Part Action	0%	10% (scénario central)	20%
Ratio SCR / PM	4,8%	5,7%	7,1%

Nous constatons une forte sensibilité du SCR à la part en actions dans le portefeuille, avec une hausse significative suite à une augmentation de la part Action de 10% à 20%.

Nous mettons ici en avant le coût important des actions en capital Solvabilité II.

#### Impact du TMG

TMG net	0%	2,22% (scénario central)
Ratio SCR / PM	4,5%	5,7%

Dans le produit épargne Euro, la garantie de taux minimum garanti est très coûteuse en fonds propres. Suite à une baisse de cette garantie en capital (baisse du TMG), nous remarquons que le SCR diminue. En effet, l'engagement de l'assureur envers l'assuré est moindre et l'assureur dispose d'une plus grande souplesse dans les rendements servis chaque année.

## b) Etude de rentabilité et de tarification

### i. Rentabilité sous Solvabilité I et Solvabilité II

L'analyse de la rentabilité entre les référentiels Solvabilité I et Solvabilité II est étudiée à travers la VIF (Value In Force). Cette mesure est intéressante dans le cadre de ce mémoire car la VIF capture aujourd'hui la richesse future générée pour l'assureur, à partir des contrats en cours au sein du portefeuille. Elle représente la rentabilité réelle de l'activité, c'est-à-dire la marge réelle nette d'impôts diminuée des coûts nécessaires à l'exercice de l'activité (cf. paragraphe sur la VIF II.B.1).

Nous décidons de considérer des hypothèses cohérentes et conformes avec la valorisation sous Solvabilité II pour notre étude de rentabilité. Ainsi :

- pour estimer les résultats futurs, nous considérerons les hypothèses « *Best Estimate* » ;
- pour l'actualisation, nous prenons comme courbe de **taux d'actualisation** la **courbe des taux donnée par l'EIOPA** (sans prime d'illiquidité) par maturité ;
- De plus, pour le calcul du CoC, le critère retenu est celui utilisé dans le QIS 5 pour le calcul de la marge de risque, soit un taux du coût du capital de **6%**

Le CoC (coût du capital) est calculé avec un capital Solvabilité I (EMS) et un capital Solvabilité II (SCR). Nous projetons les SCR futurs en considérant un ratio SCR/PM constant dans le temps. Ainsi, le SCR est figé à 5,7% des PM chaque année de projection (SCR central obtenu à t=0).

La VIF est calculée en stochastique, c'est-à-dire :

- pour chaque date t future, le résultat technique et le capital réglementaire sont calculés,
- à la fin de la dernière année, nous calculons le PVFP et le CoC correspondants,
- au bout des 1000 simulations, nous prenons la moyenne des 1000 PVFP et des 1000 CoC pour obtenir la VIF stochastique.

$$VIF_{stochastique} = PVFP_{stochastique} - CoC_{stochastique}$$

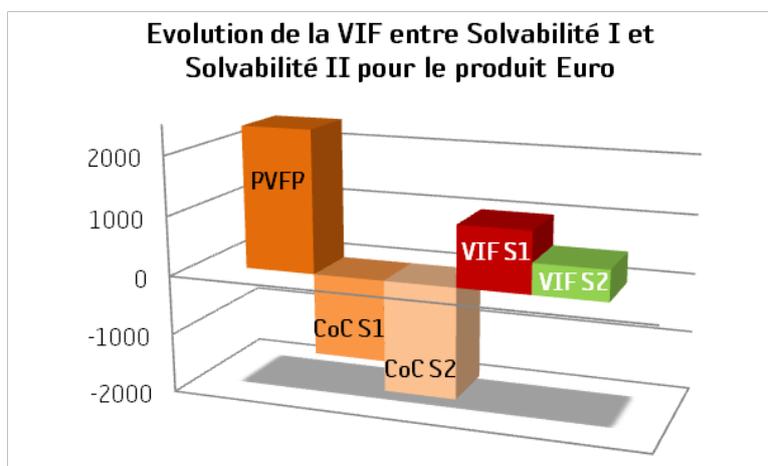
$$VIF_{stochastique} = \frac{1}{j} \sum_{i=1}^j \sum_{t=1}^T \left( \frac{RTB_{t,i} \times (1 - IS)}{(1 + r_t)^t} - 6\% \times \frac{CR_{t-1,i}}{(1 + r_t)^t} \right)$$

Nous obtenons les montants suivants, à t=0 :

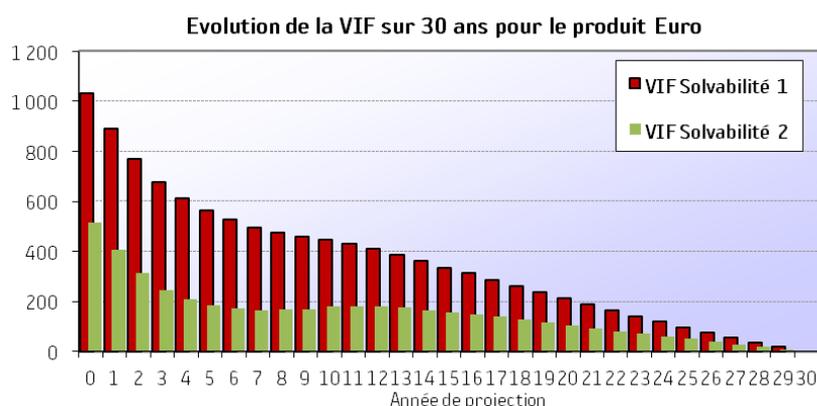
PVFP	2 404
CoC Solvabilité I	1 372
CoC Solvabilité II	1 886
VIF Solvabilité I	1 032
VIF Solvabilité II	517

Nous constatons une baisse de la VIF de près de -50% entre Solvabilité I et Solvabilité II.

Le graphique suivant représente l'évolution de la VIF suivant les référentiels Solvabilité I (S1) et Solvabilité II (S2) :



Nous représentons maintenant l'évolution de la VIF sur toute la durée de projection (30 ans) suivant les deux référentiels :



Etant en hypothèse de *run-off*, c'est-à-dire sans affaires nouvelles, la réduction progressive des engagements de l'assureur conduit à des profits futurs qui diminuent dans le temps et par conséquent une VIF qui tend vers 0 au bout des 30 années de projection.

Maintenant, nous nous intéressons au rapport **VIF sur Capital Réglementaire** (EMS sous Solvabilité I et SCR sous Solvabilité II). Dans notre cas pratique, ce rapport évolue de **52%** sous Solvabilité I à **19%** sous Solvabilité II, traduisant le fait que pour un montant immobilisé supérieur, la valeur du portefeuille décroît et que la rentabilité du produit est dégradée.

Etudions maintenant la sensibilité de la VIF :

	Scénario central	TMG 0%	Part Action nulle	Part Action 20%
PVFP	2 404	2 496	1 887	2 461
CoC Solvabilité I	1 372	1 325	1 435	1 389
CoC Solvabilité II	1 886	1 494	1 711	2430
VIF Solvabilité I	1 032	1 170	452	1 072
VIF Solvabilité II	517	1 001	176	30
Evolution entre S1 et S2	- 50%	- 15%	- 60%	- 97%

Certaines caractéristiques du produit (TMG) ou d'allocation des actifs (part Action) ont un impact significatif sur le niveau d'évolution de la rentabilité entre les référentiels. Cependant, la tendance reste la même, nous constatons une baisse de la rentabilité.

Le capital réglementaire à immobiliser sous Solvabilité II avec un TMG de 0% étant moins important (un ratio de 4,5% pour le SCR, au lieu de 5,7% dans le scénario central), le CoC est plus faible et ainsi la VIF diminue moins significativement que dans le scénario central entre Solvabilité I et Solvabilité II.

La réduction de l'allocation en actions, qui a un impact significatif sur le capital à immobiliser (un ratio du SCR à 4,7% des PM), réduit en contrepartie fortement le niveau de rentabilité pour l'assureur (les profits futurs sont plus faibles) : la VIF diminue de plus de moitié par rapport au scénario central.

Une augmentation de la part action entraîne une telle hausse du SCR (7,1% des PM) avec pour conséquent un coût du capital très fort, la rentabilité sous Solvabilité II se voit lourdement impactée.

ii. Méthode du TRI en déterministe

Nous rappelons que la méthode du TRI (cf. partie II.C.1) consiste à trouver le taux d'actualisation qui résout :

$$\sum_{t=1}^T \frac{\text{Flux Actionnaire}(t)}{(1 + \text{TRI})^t} - \text{CR}(0) = 0$$

Avec,

$$\text{Flux Actionnaire}(t) = \text{RTB}(t) \times (1 - \text{IS}) + \text{CR}(t - 1) \times \text{TRA}(t) + \text{CR}(t - 1) - \text{CR}(t)$$

$\text{RTB}(t)$  est le résultat technique brut de l'année  $t$ ,  $\text{CR}(t)$  est le montant du capital réglementaire en fin d'année  $t$ , correspondant à l'EMS sous Solvabilité I et au SCR sous Solvabilité II, et  $\text{TRA}(t)$  est le taux de rendement des actifs de l'année  $t$ .

Nous projetons les SCR futurs en considérant un ratio SCR/PM constant dans le temps. Ainsi, le SCR est figé à 5,7% des PM chaque année de projection (SCR central obtenu à  $t=0$ ).

La méthode consiste à déterminer de manière itérative le niveau de chargement permettant d'atteindre un TRI cible. Nous considérons un TRI objectif de 15%. Nous calculons le TRI en fonction du niveau de chargement (variant de 0.40% à 2.50%) et du niveau de capital (Solvabilité I, S1 / Solvabilité II, S2).

Nous obtenons le graphique suivant :

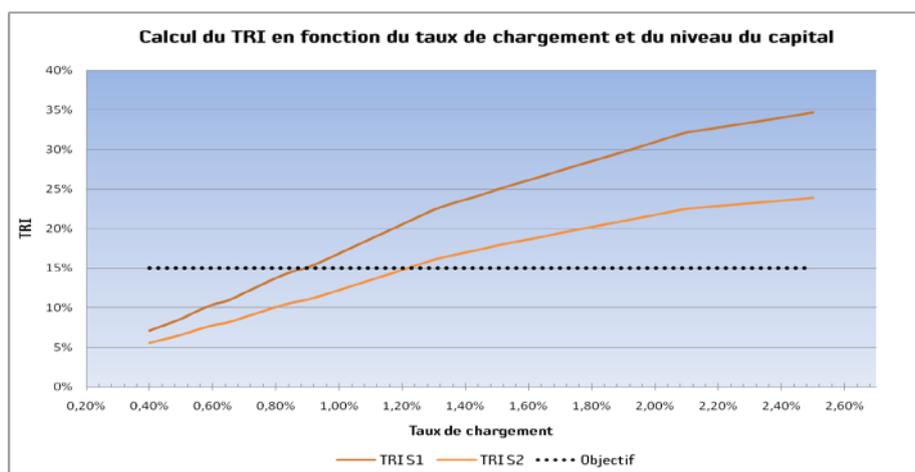


Figure 32 Evolution du TRI sous Solvabilité I et Solvabilité II pour le produit Euro

En se fixant un niveau de rentabilité à atteindre autour de 15% (TRI objectif), le taux de chargement à prélever se situe entre

- 0,80% et 0,90% sous Solvabilité I,
- 1,10% et 1,20% sous Solvabilité II.

Nous constatons donc une hausse de l'ordre de 0.20% à 0.30% entre Solvabilité I et Solvabilité II pour le produit épargne en euros.

iii. Méthode du TRI en stochastique : étude de la distribution

Lors du calcul du Best Estimate, à chaque simulation (1000), nous calculons le TRI de l'opération : TRI Solvabilité I (S1) et TRI Solvabilité II (S2), suivant le niveau du capital réglementaire considéré.

Au terme des 1000 simulations, nous obtenons une distribution du TRI :

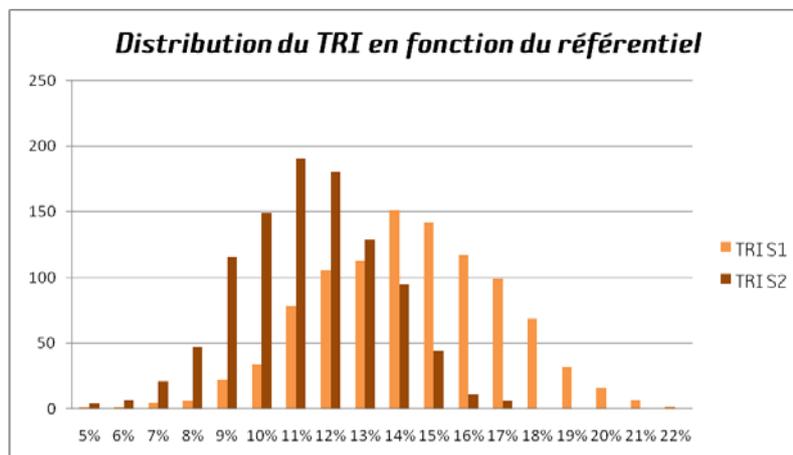


Figure 33 Représentation de la distribution du TRI sous Solvabilité I (S1) et Solvabilité II (S2)

Les statistiques descriptives de ces deux échantillons sont les suivantes :

	TRI S1	TRI S2
moyenne	14%	11%
écart-type	0,03	0,02
Skewness	-0,078	-0,080
Kurtosis	-0,176	-0,068
médiane	14%	11%

Remarque : Pour calculer les TRI sous Solvabilité II, nous avons considéré un ratio SCR/PM constant dans le temps et à chaque simulation pour estimer les SCR futurs. Cette approximation néglige les effets de la volatilité du SCR, et l'écart-type de l'échantillon est soumis à cette approximation.

Les histogrammes peuvent donner une idée des distributions : TRI S1 et TRI S2 sont symétriques. Les indicateurs numériques confirment l'impression visuelle : pour les deux distributions, la moyenne est assez proche de la médiane. Autres indicateurs intéressants, les valeurs du coefficient d'asymétrie (Skewness) et du coefficient d'aplatissement (Kurtosis), proches de zéro dans les deux cas. A partir de ces observations, l'adéquation à la loi normale paraît plausible. Nous allons donc tester l'ajustement à une loi normale. Un autre indicateur nous conforte dans cette idée, nous constatons que le rapport entre l'écart absolu moyen (MAD) et l'écart type (STDDEV) est proche de 4/5, ce qui est caractéristique de la loi normale :

MAD/STDDEV	0,806	0,800
------------	-------	-------

Bien que très instructive, cette première évaluation reste purement empirique. Pour la confirmer ou l'infirmar, nous utilisons des tests statistiques<sup>8</sup> d'adéquation à la loi normale :

- le test de SHAPIRO WILK, qui teste l'hypothèse nulle selon laquelle un échantillon est issu d'une population normalement distribuée ;
- le test de D'AGOSTINO, qui calcule la statistique de test à partir des indicateurs d'asymétrie et d'aplatissement, elle suit une loi du CHI-2 à deux degrés de liberté.

Le logiciel Tanagra nous fournit les résultats suivant sur ces deux tests :

Attribute	Mu ; Sigma	Shapiro-Wilk (p-value)	d'Agostino (p-value)
TRI S1	0,1429 ; 0,0268	0,998237 (0,3966)	$-1,0074^2 + -1,1854^2 = 2,4199$ (0,2982)
TRI S2	0,1126 ; 0,0207	0,998606 (0,6249)	$-1,0405^2 + -0,3842^2 = 1,2303$ (0,5406)

Par rapport à un niveau de signification de 5% ( $\alpha = 5\%$ ), les deux tests conduisent à l'acceptation de l'hypothèse de normalité. Nos deux échantillons sont donc compatibles avec une distribution théorique normale.

Pour une confirmation, traçons la droite d'Henry pour la série TRI S1 :

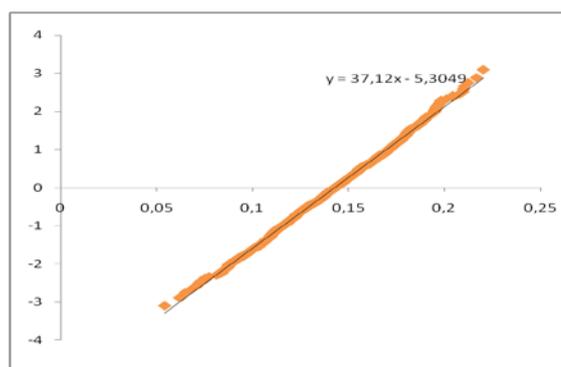


Figure 34 Représentation de la droite d'Henry pour la série des TRI sous Solvabilité I

<sup>8</sup> Les tests suivants sont rappelés en annexe 4

iv. Méthode VPNCC - Valeur du Portefeuille Nette du Coût du Capital

Nous rappelons que l'objectif de cette méthode de déterminer le taux de chargement annulant la valeur du portefeuille nette du coût du capital (cf partie II.C.2) :

$$\text{Valeur du portefeuille} - \text{Coût du capital} = 0$$

La valeur du portefeuille correspond à la valeur actuelle probable des profits futurs, distribuables aux actionnaires, où le taux d'actualisation correspond au taux attendu par ces derniers, représentant le coût réel du capital. La valeur du portefeuille est donc calculée à partir des résultats techniques ( $RTB_t$ ) nets d'impôts ( $1 - IS$ ) et est actualisée à un taux représentant le taux attendu par les actionnaires  $\tau_{actualisation} = 15\%$  (en référence au TRI).

Le coût du capital est calculé avec un taux de 6%, et l'actualisation se fait avec la courbe des taux de l'EIOPA  $r_t$  sans prime d'illiquidité (en référence au calcul de la marge de risque dans le QIS 5).

$$\sum_{t=1}^T \frac{RTB_t \times (1 - IS)}{(1 + \tau_{actualisation})^t} - \sum_{t=1}^T 6\% \times \frac{CR_{t-1}}{(1 + r_t)^t} = 0$$

$CR_{t-1}$  est le capital réglementaire en fin d'année t-1 : EMS sous Solvabilité I et SCR sous Solvabilité II.

Pour projeter les SCR futurs, nous considérons les deux approches présentées dans le paragraphe II.A.2.b. de ce mémoire :

- méthode basée sur un ratio SCR / PM constant,
- méthode s'appuyant sur des abaques, pour prendre en compte la volatilité du SCR dans le tarif.

Dans les deux approches, l'application de la méthode VPNCC est la même :

- A chaque simulation, nous calculons la valeur du portefeuille moins le coût du capital. Au terme de toutes les simulations, nous obtenons un échantillon de taille 1000.
- Nous réalisons une dichotomie sur le taux de chargement, jusqu'à obtenir celui permettant d'annuler la « valeur du portefeuille nette le coût du capital » en moyenne sur les 1000 simulations.

**Méthode VPNCC basée sur un ratio SCR/PM constant**

Pour estimer les SCR futurs, nous conservons le ratio SCR/PM central calculé en date t=0, à toute date dans toutes les trajectoires (1000) :

$$SCR(t) = 5,7\% \times PM(t).$$

Après la dichotomie sur le niveau de prélèvement, et au bout de 1000 simulations, le niveau de taux de chargement annulant la valeur du portefeuille nette du coût du capital en moyenne est :

- **0,88%** avec un coût du capital Solvabilité I
- **1,18%** avec un coût du capital Solvabilité II

En déterministe, soit un unique scénario central basé sur un rendement moyen, nous obtenons les taux de chargement suivant :

- **0,68%** avec un coût du capital Solvabilité I
- **0,96%** avec un coût du capital Solvabilité II

Les contrats d'épargne en Euro prévoient un certain nombre d'options et garanties financières (TMG, PB, rachats) induisant un coût supplémentaire pour l'assureur. Leur évaluation ne peut se faire que par des méthodes stochastiques, car elles permettent de reproduire l'ensemble des aléas qui régissent les évolutions du portefeuille et ainsi capturer ce coût supplémentaire lié à la présence de telles options et garanties.

Ainsi, il est possible de « mesurer » dans le tarif le coût des options et garanties du contrat Euro, en comparant le niveau de tarification d'équilibre obtenu en stochastique et celui obtenu en déterministe. La différence entre les deux résultats peut représenter ce coût des options, schématisé dans le graphique suivant :

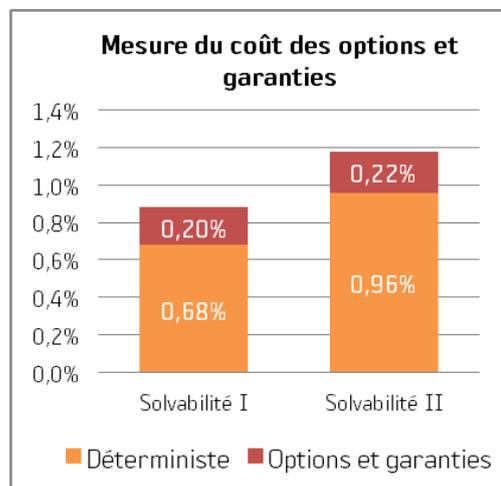


Figure 35 Evolution de la tarification par la méthode VPNC avec ratio SCR constant en déterministe et en stochastique

Etudions maintenant la sensibilité de la tarification, en fonction de la stratégie de l'assureur. Rappelons que dans la situation centrale, le TMG est à 2,2% net et la part en actions à 10%.

Pour un TMG à 0%, le taux de chargement obtenu par cette méthode est **0,75%** sous Solvabilité I et **0,85%** sous Solvabilité II.

Pour une part action à 20%, nous obtenons **0,90%** sous Solvabilité I et **1,32%** sous Solvabilité II.

Le graphique suivant est un récapitulatif des niveaux de taux de chargement obtenus suivant le référentiel Solvabilité I et Solvabilité II, en fonction de l'allocation de l'assureur et du niveau du taux minimum garanti :

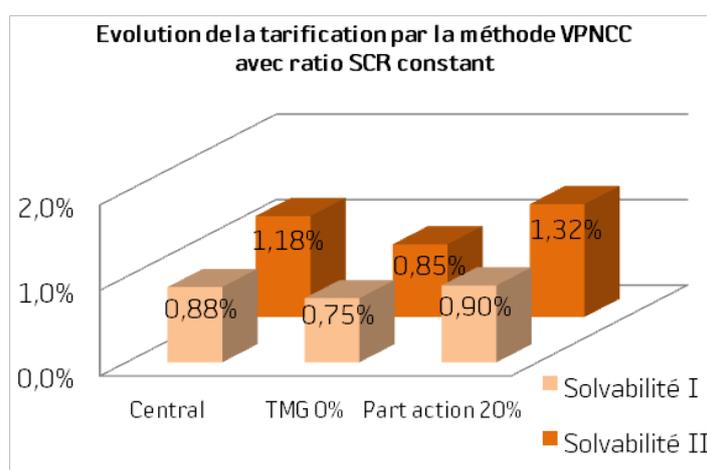


Figure 36 Evolution de la tarification en fonction du référentiel et de la stratégie de l'assureur

Nous pouvons remarquer l'accroissement mesurable de la sensibilité du tarif dans le référentiel Solvabilité II, par rapport à Solvabilité I, suivant la stratégie de l'assureur.

Maintenant, tentons d'intégrer la volatilité dans la détermination du tarif d'équilibre.

### Méthode VPNCC s'appuyant sur des abaques

Nous allons appliquer la méthode de tarification VPNCC en projetant les SCR futurs à l'aide d'abaques.

Comme expliqué dans le paragraphe II.A.2.b de ce mémoire, cette approche d'approximation des SCR futurs consiste à étudier les sources possibles de volatilité du capital réglementaire sous Solvabilité II, puis d'estimer à partir d'abaques l'évolution du ratio SCR / PM.

Il est tout d'abord nécessaire de rechercher les facteurs liés à la situation économique influençant le SCR. Dans notre cas pratique, la situation économique initiale du portefeuille est la suivante :

- 10% de plus-values sur les actions,
- L'écart entre le taux du marché et le taux du portefeuille obligataire est de -2%

Ces deux éléments sont jugés de manière a priori comme influents sur le niveau du SCR. Ils sont liés à l'exposition au risque action et à la sensibilité au risque de taux. Il est nécessaire de faire varier ces facteurs de volatilité pour déterminer les abaques.

Remarque : dans notre cas pratique, le portefeuille du fond Euro étant constitué d'obligations historiques, le taux moyen du portefeuille obligataire en 0 est supérieur à celui du marché, l'écart est de -2%.

La méthode consistera à faire varier ces paramètres de la situation économique initiale pour construire un abaque. Nous construirons un seul abaque dans cette étude.

La méthode se déroule en plusieurs étapes :

- Nous faisons varier le niveau de plus ou moins-values latentes actions (noté  $niveau_{PMVL}$ ), et l'écart entre le taux du marché et le taux moyen du portefeuille obligataire (noté  $ecart$ ). Pour étalonner ces variations, et prendre en compte toutes les situations possibles lors du déroulement du modèle, nous avons observé les valeurs prises par ces variables sur 1000 simulations lors du calcul du Best Estimate.

Nous construisons ainsi la matrice suivante :

Ecart / Niveau <sub>PMVL</sub>	-30%	-10%	10%	20%	40%
-3%					
-2,5%					
-2%					
-1%					
0%					

- Puis pour chaque situation économique représentée dans cette matrice, nous calculons les SCR en 0. Chaque point de l'abaque nécessite le déroulement du modèle pour tous les sous-modules de risques (marché et vie) et le calcul des ajustements pour obtenir le SCR final. Notons que la construction de cet abaque a nécessité  $5 \times 5 = 25$  calculs de SCR complet.

Le graphique page suivante représente les ratios SCR/PM obtenus pour cet abaque, en fonction des facteurs de volatilité considérés.

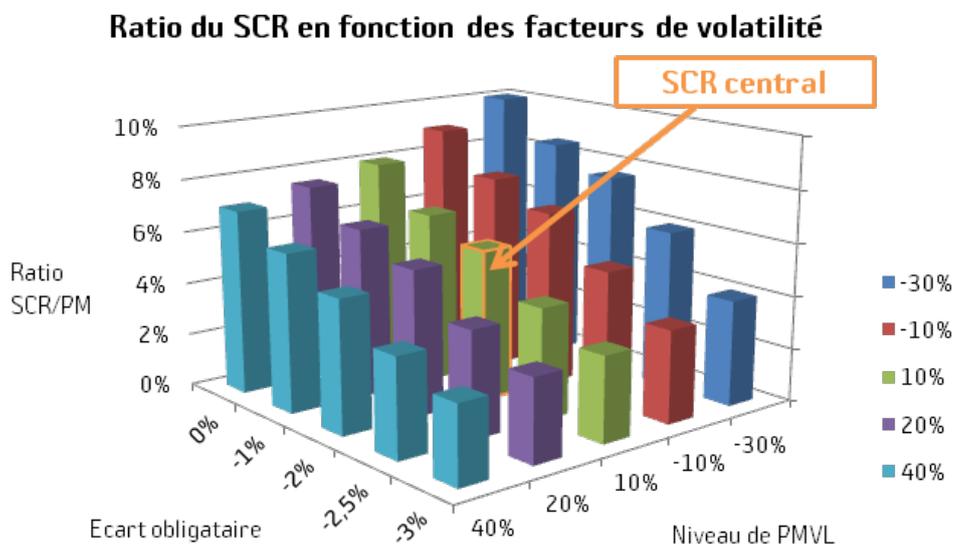


Figure 37 Représentation des ratios SCR/PM en fonction des facteurs de volatilité

Nous remarquons que les SCR augmentent fortement lorsque le taux moyen du portefeuille obligataire se rapproche des taux du marché, et lorsque le portefeuille est en moins-value. En effet, lorsque le taux du portefeuille obligataire est proche du taux du marché, l'assureur sera en difficulté pour servir à ses assurés des taux concurrentiels. Ses assurés sont susceptibles de quitter le portefeuille au profit d'un concurrent, il est donc fortement soumis au risque de rachats (conjoncturels).

- Ensuite nous pouvons lancer les simulations pour la méthode VPNC : à chaque nœud (c'est-à-dire à chaque année  $j$  et pour chacune des simulations  $i$ ), nous calculons  $niveau_{PMVL}$  et  $ecart$ . En fonction des valeurs atteintes par ces facteurs, nous réalisons une interpolation dans la matrice initiale pour calculer le ratio du SCR à retenir, noté  $tauxSCR(j, i)$  :

$$SCR(j, i) = tauxSCR(j, i) \times PM(j, i)$$

- Puis nous réalisons une dichotomie sur le niveau de prélèvement pour trouver celui annulant la valeur du portefeuille nette du coût du capital Solvabilité II en moyenne sur les 1000 simulations.

L'application de la méthode VPNC s'appuyant sur cet abaque pour estimer les SCR futurs sous Solvabilité II aboutit à un taux de chargement à l'équilibre de **1,43%**.

Rappelons que nous avons trouvé **0,88%** sous Solvabilité I et **1,18%** sous Solvabilité II avec l'approche par ratio SCR/PM constant.

Nous pouvons ainsi mesurer l'impact de la volatilité du SCR sur le tarif, en comparant les résultats obtenus avec un ratio constant et ceux obtenus avec abaques.

En effet, la volatilité du SCR ne pouvant pas être capturée en estimant les SCR futurs avec l'approche du ratio constant, l'écart avec le tarif d'équilibre obtenu en les estimant à l'aide d'abaques peut représenter le coût de la volatilité du SCR.

Ainsi, l'écart entre 1,43% et 1,18% mesure le coût de la volatilité du SCR pour le produit Euro :

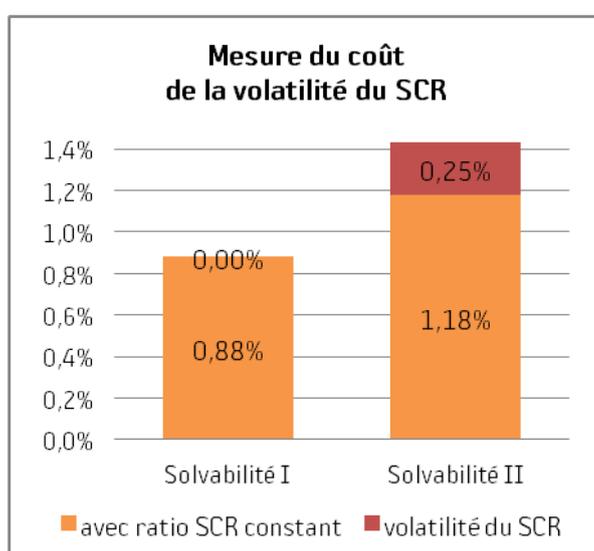


Figure 38 Mesure du coût de la volatilité du SCR pour le produit Euro

## B. Contrat mono-support UC

Sous Solvabilité I, l'engagement en termes d'immobilisation de fonds propres pour un contrat d'épargne en UC est relativement attractif vis-à-vis de l'Euro pour l'assureur puisque limité à 1% des provisions mathématiques.

Sous Solvabilité II, cette forte disparité est susceptible d'être modifiée. A première vue, le résultat n'est pas évident puisque si d'un côté pour un contrat simple sans garantie financière, l'assuré supporte le risque d'investissement, l'assureur ne dispose pas de la possibilité d'ajuster des pertes suite à un choc défavorable par la réduction de prestations discrétionnaires. Dans ces circonstances, il est légitime d'analyser la manière avec laquelle se déforme l'arbitrage entre épargne en Euro et épargne en UC avec le passage de Solvabilité II.

### 1. Présentation du modèle

Dans un produit 100% Euros, les simulations stochastiques permettent de mesurer la valeur temps des options et garanties financières (les rachats, le taux minimum garanti et la participation aux bénéfices). Or, dans un produit 100% UC sans garantie financière, de telles options n'existent pas. De plus, il n'y a pas d'interaction entre l'actif et le passif, comme dans le produit en Euros. Il n'est donc pas nécessaire d'effectuer des simulations stochastiques. Nous avons donc construit le modèle en déterministe, s'appuyant sur un unique scénario central basé sur un rendement moyen.

Le contrat étudié est un contrat d'épargne fictif d'assurance vie en UC standard, sans couverture financière supplémentaire pour l'assuré. Le contrat prend fin en cas de rachat total ou de décès de l'assuré.

Rappelons que dans ce type de contrat, l'assureur s'engage sur un nombre d'unités de compte sans s'engager sur leur valeur. L'assureur ne supporte donc pas le risque financier lié à l'évolution de la valeur des UC, il est porté par l'assuré. Ainsi, à tout moment, la provision mathématique vaut :

$$PM(t) = \text{nombre d'UC}(t) \times \text{valeur de l'UC}(t)$$

Le calcul de ce Best Estimate s'effectue en run-off, l'absence de réassurance est supposée sur le portefeuille étudié, et enfin, le choix de négliger les impôts est fait. L'actualisation des flux du BE se fait par la courbe des taux du CEIOPS, incorporant une prime d'illiquidité de **50%**, qui est la prime d'illiquidité propre au type d'assurance Epargne en UC. Les flux entrant en jeu dans le calcul du Best Estimate pour le contrat en UC sont les mêmes que ceux présentés pour le contrat en euros (voir plus haut).

Le fond d'investissement est une OPCVM rapportant un rendement moyen égal au paramètre  $b$  du modèle de CIR, représentant la moyenne sur le long terme du taux d'intérêt instantané.

b (moyenne taux instantané)	4,07%
-----------------------------	-------

La simulation s'intéresse à un ensemble d'assurés d'âge moyen 40 ans.

Le montant de la PM est une hypothèse du modèle. Nous prendrons le même montant que pour le produit euros. De plus, la modélisation ne prend pas en compte d'éventuelles primes futures.

Nous ne modéliserons pas les rachats conjoncturels.

## 2. Résultats

Dans notre étude du produit UC, nous nous intéressons uniquement à l'évolution du capital réglementaire sous Solvabilité II par rapport à Solvabilité I. Nous ne détaillerons donc ici les montants obtenus pour chaque module de risque.

### a) Capital réglementaire

Les modules de risque à calculer sont les modules Action, Taux, prime d'illiquidité pour le SCR Marché et les modules Rachat, Frais, Mortalité, Longévité, Catastrophe pour le SCR Vie.

Dans notre exemple de contrat d'épargne en UC, l'exigence en capital sous Solvabilité I (EMS) vaut :

$$1\% \times PM(0) = 500$$

Nous obtenons sous Solvabilité II un montant  $SCR = 1549$ , soit un SCR représentant 3,1% des PM initiales :

$$SCR = 3,1\% \times PM(0), \text{ au lieu de } 1\% \text{ sous Solvabilité I.}$$

Le ratio de couverture passe ainsi de 150% à 48% entre Solvabilité I et Solvabilité II. Cela conduit à une baisse de l'ordre de -67% du ratio de couverture pour le produit UC.

Bien que le risque d'investissement soit supporté par l'assuré, l'assureur supporte principalement un risque lié aux frais : au titre d'une évolution potentiellement défavorable de ces frais, mais également en cas de diminution des chargements perçus (baisse des marchés actions par exemple) comparativement aux frais.

Autrement dit, l'assureur supporte des risques associés au rétrécissement de sa marge sur épargne. En effet, dans le cas des contrats en UC, le résultat technique dépend uniquement de la marge technique (Solde de Souscription - Coût pour l'assureur), il n'y a pas de marge financière. Tous les profils futurs dépendent uniquement des frais et des chargements. En conséquence, l'assureur est exposé principalement à la perte de valeur des actifs (risque action) ainsi que les risques de rachat et de dépenses.

### b) Etudes de rentabilité et de tarification

#### i. Rentabilité sous Solvabilité I et Solvabilité II

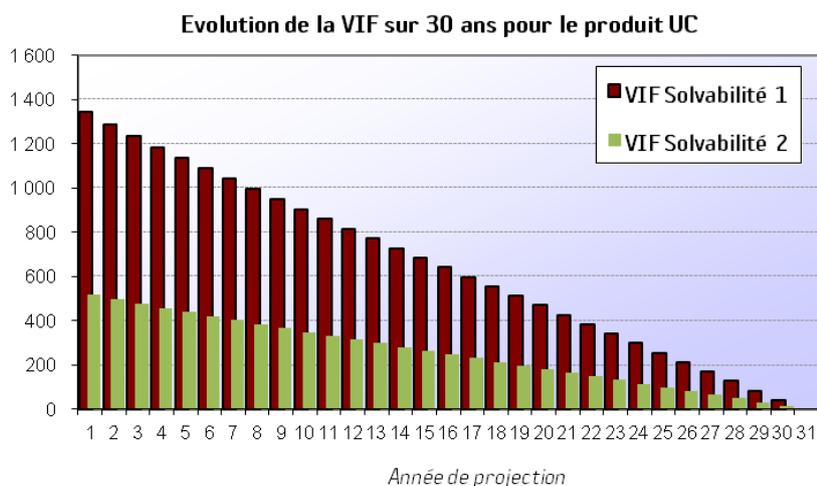
L'étude de la rentabilité s'effectue à travers la VIF, de la même manière que pour le contrat Euro (voir plus haut).

Le SCR est figé à 3% des PM chaque année de projection (nous supposons un ratio SCR / PM constant dans le temps pour projeter les SCR futurs). Nous obtenons les montants suivant, à  $t=0$  :

PVFP	1 757
CoC Solvabilité I	412
CoC Solvabilité II	1 237
VIF Solvabilité I	1 345
VIF Solvabilité II	520

Nous constatons une baisse de la VIF de près de -60% entre Solvabilité I et Solvabilité II.

Nous représentons maintenant l'évolution de la VIF dans le temps (sur 30 ans) suivant les deux référentiels :



Etant en hypothèse de *run-off*, c'est-à-dire sans affaires nouvelles, la réduction progressive des engagements de l'assureur conduit à des profits futurs qui diminuent dans le temps et par conséquent une VIF qui tend vers 0 au bout des 30 années de projection. De plus, étant dans le cadre d'un scénario central déterministe, la diminution de la VIF est ici linéaire.

ii. Méthode du TRI en déterministe

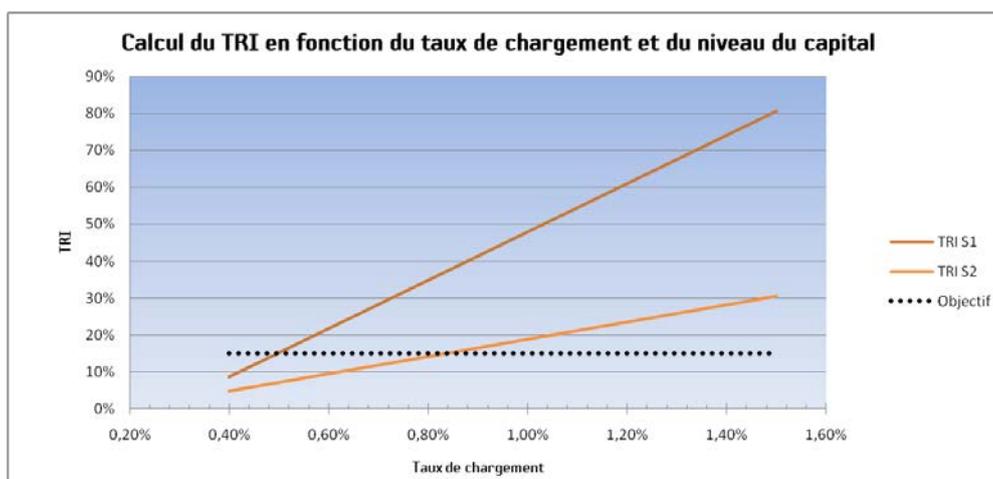


Figure 40 Evolution du TRI sous Solvabilité I et Solvabilité II pour le produit UC

En se fixant un niveau de rentabilité à atteindre autour de 15% (TRI objectif), le taux de chargement à prélever se situe entre

- 0,45% et 0,55% sous Solvabilité I,
- 0,80% et 0,90% sous Solvabilité II.

Nous constatons donc une hausse de l'ordre de 0,30% à 0,40% entre Solvabilité I et Solvabilité II.

## C. Contrat Euro Diversifié

### 1. Présentation du modèle

Le contrat étudié est un contrat Euro Diversifié standard, avec garantie de 100% de la prime nette dans 25 ans. Le contrat prend fin en cas de rachat total ou de décès de l'assuré.

Les hypothèses du modèle :

- Allocation correspondante à l'engagement, le passif est accolé à l'actif
- PM investie dans un zéro-coupon de maturité la durée de l'engagement
- PTD investie en action de rendement moyen le taux sans risque

Comme vu précédemment, les simulations stochastiques sont indispensables pour modéliser un produit en euro car elles permettent de mesurer la valeur temps des options et garanties financières. Or, dans un produit Euro Diversifié, comme pour l'UC, de telles options n'existent pas. De plus, vu les hypothèses retenues, il n'y a pas d'interaction entre l'actif et le passif. Il n'est donc pas nécessaire d'effectuer des simulations stochastiques. Nous avons donc construit le modèle en déterministe, s'appuyant sur un unique scénario central basé sur un rendement moyen (comme pour la modélisation du contrat UC).

Les hypothèses pour le calcul du BE sont les mêmes que pour le contrat en UC (voir plus haut).

La simulation s'intéresse à un ensemble d'assurés d'âge moyen 40 ans à la souscription.

La modélisation ne prend pas en compte d'éventuelles primes futures. Nous ne modéliserons pas les rachats conjoncturels.

Ce contrat comporte une période de 8 ans sans possibilité de rachat pour l'assuré.

La prime nette vaut  $1000 \times (1 - 5\%) = 950$ , et correspond à la garantie en capital au terme.

### 2. Résultats

Dans notre étude du produit Euro Diversifié (comme pour l'UC), nous nous intéressons uniquement à l'évolution du capital réglementaire sous Solvabilité II par rapport à Solvabilité I. Nous ne détaillerons donc ici les montants obtenus pour chaque module de risque.

#### a) *Capital réglementaire*

Les montants en date  $t=0$  sont les suivants

$$PM(0) = 3\,796\,383\text{€} \text{ et } PTD(0) = 5\,703\,617\text{€}$$

La PM est égale à l'investissement de la garantie au terme dans un zéro-coupon et la différence entre le capital investi et la PM va en PTD.

L'exigence en capital sous Solvabilité I vaut donc :

$$EMS = 1\% \times PTD(0) + 4\% \times PM(0) = 208\,891\text{€}$$

Nous obtenons sous Solvabilité II un montant  $SCR = 156\,669\text{€}$ , soit une baisse de près de **-25%** par rapport à l'exigence sous Solvabilité I.

Le ratio de couverture passe ainsi de 150% à 200% entre Solvabilité I et Solvabilité II. Cela conduit à une hausse de l'ordre de 33% du ratio de couverture pour le produit Euro Diversifié.

Le Contrat Euro Diversifié comporte une garantie au terme peu coûteuse en fonds propres, contrairement au contrat Euro classique. Il y a un transfert de la volatilité des marchés financiers aux assurés et une amélioration des rendements versés à ces derniers.

**b) Etudes de rentabilité et de tarification**

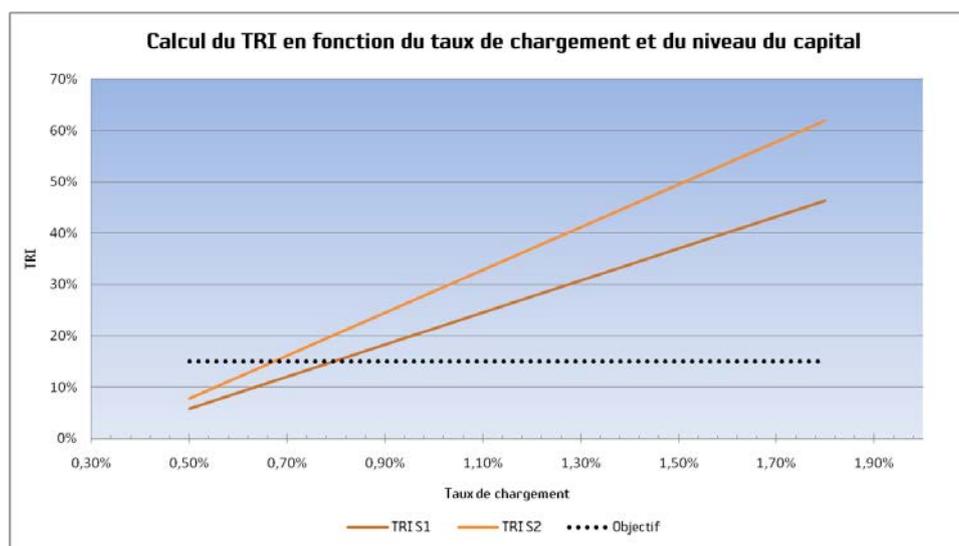
*i. Rentabilité sous Solvabilité I et Solvabilité II*

L'étude de la rentabilité s'effectue à travers la VIF, de la même manière que pour le contrat Euro (voir plus haut). Le SCR est figé chaque année de projection (soit une baisse de 25% par rapport à l'EMS chaque année t future). Nous obtenons les montants suivant, à t=0 :

PVFP	1 369 039
CoC Solvabilité I	255 511
CoC Solvabilité II	191 849
VIF Solvabilité I	1 113 529
VIF Solvabilité II	1 177 190

Nous constatons une augmentation de la VIF de près de 6% entre Solvabilité I et Solvabilité II.

*ii. Méthode du TRI en déterministe*



**Figure 41 Evolution du TRI sous Solvabilité I et Solvabilité II pour le produit Euro Diversifié**

En se fixant un niveau de rentabilité à atteindre autour de 15% (TRI objectif), le taux de chargement à prélever se situe entre :

- 0,80% et 0,85% sous Solvabilité I,
- 0,65 % et 0,70% sous Solvabilité II.

Nous constatons donc une baisse de l'ordre de -0,10% à -0,20% entre Solvabilité I et Solvabilité II.

### D. Les conséquences attendues sur le marché de l'assurance

Suite aux résultats obtenus dans nos cas pratiques, et à certaines analyses faites sur l'état actuel du marché, nous allons tenter d'anticiper les évolutions probables de l'offre produit sur le marché de l'assurance avec l'arrivée de Solvabilité II.

- ✚ Tout d'abord, nous analysons les résultats obtenus pour le produit Euro selon la méthode de tarification considérée.

Dans notre étude, nous avons appliqué deux méthodes de tarification pour le produit Euro : méthode du TRI et méthode VPNCC. Ces deux méthodes permettent de déterminer des tarifs d'équilibre suivant des critères différents :

- Méthode du TRI : dans une vision « actionnaire », elle consiste à trouver les niveaux de chargement permettant au moins de couvrir la rémunération des actionnaires sur toute la période de leur investissement ;
- Méthode VPNCC : elle consiste à déterminer le niveau de prélèvement permettant au moins de couvrir le coût du capital à immobiliser sur toute la durée des engagements de l'assureur. Nous sommes ici dans une vision « engagement de l'assureur envers les actionnaires ».

L'utilisation de deux méthodes permet de confronter les résultats. Selon les deux méthodes, les niveaux de tarification d'équilibre restent proches, ce qui permet de nous rassurer sur la cohérence des résultats obtenus. De plus, il faut remarquer que la méthode du TRI est appliquée en déterministe tandis que la VPNCC est en stochastique.

Récapitulons les niveaux de tarif d'équilibre obtenus suivant le référentiel et en fonction de la méthode de tarification considérée:

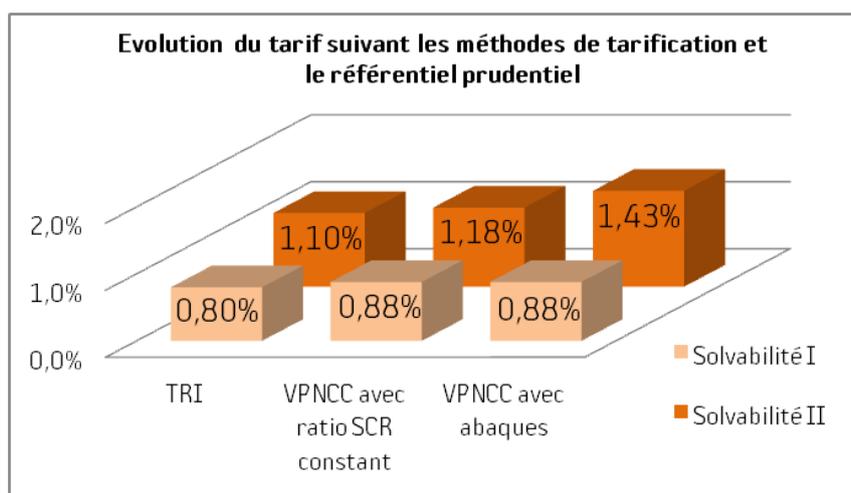


Figure 42 Evolution du tarif d'équilibre pour le produit Euro en fonction des méthodes et du référentiel

Parmi ces résultats, celui qui doit être retenu est bien le niveau de chargement de 1,43%, qui prend le mieux en compte l'impact de la volatilité du capital réglementaire sous Solvabilité II.

- ✚ Puis, nous analysons l'évolution de la tarification pour les trois produits d'assurance vie : Euro, UC et Euro Diversifié.

Pour cela, nous réalisons une étude comparative entre :

- les niveaux de tarification d'équilibre obtenus sur les trois produits dans nos cas pratiques,
- et les taux moyen<sup>9</sup> observés actuellement sur le marché pour ces trois types de contrats.

Taux de chargement selon le référentiel	Euro	UC	Euro-Diversifié
Taux de chargement à l'équilibre sous Solvabilité I	0,88 %	0,45 %	0,80 %
Taux de chargement à l'équilibre sous Solvabilité II	1,43 %	0,80 %	0,65 %
Taux de chargement moyen du marché	0,60% - 0,80%	1,00 %	1,00 %

### Euro

La rentabilité du produit d'épargne en Euro est lourdement impactée sous Solvabilité II. D'après notre étude, pour conserver un même niveau de rentabilité que sous Solvabilité I et prendre en compte la volatilité du SCR, il faudrait mettre en place un taux de chargement de 1,43% sous Solvabilité II, comparé à 0,88% sous Solvabilité I. Mais au regard des taux servis actuellement sur le marché, une évolution tarifaire d'une telle ampleur n'est pas envisageable, car trop pénalisante pour les rendements. Les conséquences sur la commercialisation du produit seraient réellement néfastes.

Face à ces constats, nous pouvons envisager un risque de retournement de la rentabilité pour les produits d'épargne en Euro, potentiellement pénalisant pour les assureurs.

Ces résultats sont liés à la garantie en capital à tout moment, qui se révèle coûteuse sous Solvabilité II. L'assureur ne dispose pas tellement de levier pour optimiser ses fonds propres sans dénaturer l'intérêt du produit pour les assurés. En effet, la réduction de l'allocation actions, qui a un impact significatif sur le capital immobilisé, réduit en contrepartie fortement l'espérance de rendement long terme et donc la rémunération des assurés.

### UC

La rentabilité du produit d'épargne en UC est aussi lourdement impactée. D'après notre étude, pour conserver un même niveau de rentabilité sur les deux référentiels, il faudrait mettre en place un taux de chargement de 0,80% sous Solvabilité II comparé à 0,45% sous Solvabilité I. Les taux actuellement sur le marché pour ce type de contrat se situent néanmoins aux alentours de 1%.

De ce fait, bien qu'une baisse du niveau de rentabilité risque d'être observée sur ces types de contrats, ils conserveront cependant toujours des niveaux de rentabilité confortables.

### Euro Diversifié

A l'inverse, la rentabilité du produit Euro Diversifié s'améliore sous Solvabilité II. L'attractivité du produit pourrait être renforcée à la fois pour les assureurs et pour les assurés.

D'après notre étude, l'assureur pourrait être en mesure de réduire la tarification dans le but de rendre le produit plus attractif, tout en conservant le même niveau de rentabilité.

<sup>9</sup> source : Optimind

Le contrat Euro Diversifié comporte une garantie au terme peu coûteuse en capital réglementaire, contrairement au contrat Euro classique. Il y a un transfert de la volatilité court terme des marchés financiers aux assurés et une amélioration des rendements versés à ces derniers, tout en conservant une garantie en capital pertinente dans un objectif de financement de la retraite.

- ✚ Enfin, nous exposons des leviers que les assureurs peuvent mettre en place afin d'adapter leur offre produit au futur environnement prudentiel.

### Ajustement des tarifs

Pour conserver le même niveau de rentabilité sous Solvabilité I et Solvabilité II, les assureurs vont devoir ajuster leurs tarifs à la hausse.

En effet, dans la situation où Solvabilité II conduit à une augmentation des niveaux de capital à immobiliser, les assureurs auront certainement recours à des augmentations de tarif afin de faire porter sur les assurés, au moins en partie, le coût de la réforme et limiter ses impacts sur leur rentabilité.

Mais cette mise en place pourrait réduire l'attractivité des contrats, et avoir des conséquences néfastes au niveau commercial. La réforme Solvabilité II pourrait ainsi amener les assureurs à réviser leur politique concurrentielle.

Une question essentielle se pose pour les assureurs aujourd'hui : à partir de quand faut-il intégrer dans le design et le tarif des produits le nouveau référentiel réglementaire ?

- Trop tôt, c'est prendre le risque de perdre des parts de marché,
- Mais trop tard, c'est risquer de fragiliser à moyen et long terme la solvabilité et la rentabilité de la compagnie.

### Evolution de l'offre produit dans les années à venir

Une autre option pour les assureurs consiste à renouveler en profondeur leur offre produit en réorientant la collecte des assurés vers des produits plus adaptés à l'environnement prudentiel Solvabilité II.

Cela consiste à faire évoluer les produits vers des offres moins coûteuses en fonds propres. Notre étude montre que l'Euro Diversifié répond à ces critères. Cette tendance, à l'opposé des autres produits d'épargne, pourrait conduire les assureurs à réorienter leur politique de développement produit.

Le fonds en euros reste (et restera) un produit d'épargne incontournable mais l'arrivée de Solvabilité II pourrait permettre de relancer le produit Euro Diversifié. Si la tendance évoquée précédemment se confirme, les assureurs auront tout intérêt à inciter son développement et mettre en place des campagnes visant à faire connaître ce produit, encore relativement méconnu. De plus, l'Euro Diversifié apparaît comme un bon produit retraite, sujet d'actualité qui attirera les nombreux épargnants.

Une autre solution consiste à modifier les garanties contractuelles. Les assureurs ont la possibilité de faire évoluer les garanties dans les produits, et se diriger vers celles moins génératrices de fonds propres, comme un TMG nul pour le produit épargne Euro par exemple.

Mais ces évolutions peuvent réduire fortement l'attractivité des contrats, et les conséquences au niveau commercial pourraient se révéler importantes.

### **Autres alternatives à court terme : allocation stratégique**

La date du 1<sup>er</sup> janvier 2013 approche et la transformation du marché n'aboutira sans doute pas d'ici l'entrée en vigueur de la réforme. Les assureurs ont donc aussi l'option de chercher à optimiser leur allocation stratégique au nouvel environnement prudentiel. En effet, sur les contrats d'épargne, le risque de marché représente une part majoritaire du capital réglementaire.

Il est possible d'identifier trois canaux principaux d'optimisation des capitaux réglementaires :

- une couverture plus importante,
- une allocation favorisant les actifs moins risqués,
- une plus grande diversification.

La première opportunité consiste en une couverture plus importante de l'actif via un recours plus systématique aux options et produits structurés. La protection à la baisse offerte par ces produits financiers aura un impact direct sur le niveau de capital requis.

Le recours à des actifs moins risqués constitue une autre alternative. Comme montré dans cette étude, elle permet de diminuer significativement le capital réglementaire à immobiliser et elle est très souvent évoquée par les assureurs.

Le coût important des actions sous Solvabilité II conduit à une baisse de la part action dans les portefeuilles des assureurs sur le marché français. Selon les résultats du deuxième baromètre annuel Optimind/OpinionWay sur Solvabilité II (septembre 2011), 90% des acteurs (contre 69% en 2010) estiment que Solvabilité II entraînera un désengagement des marchés actions pour limiter les impacts sur la rentabilité de l'activité Epargne et Retraite.

Cependant, cette alternative comporte toutefois des impacts non négligeables. La réduction de la part action dans les allocations stratégiques conduit à une baisse des rendements espérés des contrats.

Une dernière opportunité se situe au niveau de la diversification : celle-ci est en effet prise en compte dans Solvabilité II tant à l'actif qu'au passif des bilans. Ainsi, en diversifiant fortement ses actifs d'investissement, un assureur peut générer des économies substantielles de capital réglementaire.

Aucune de ces solutions prises indépendamment des autres n'est acceptable sur le long terme pour une compagnie d'assurance. Les assureurs vont devoir adapter leur offre produit en effectuant un arbitrage entre ces différents leviers pour optimiser leur activité au nouvel environnement prudentiel.

Les assureurs vont devoir mettre en œuvre une politique de suivi mieux formalisée des risques et rentabilités, relatifs aux produits et garanties.

## Conclusion

---

La directive Solvabilité II, qui entrera en vigueur le 1<sup>er</sup> janvier 2013, impose aux assureurs une nouvelle approche des risques, tous les risques propres à la compagnie devant être pris en compte, tant du point de vue quantitatif que qualitatif. La réforme Solvabilité II sollicite donc les assureurs sur la mise en place de nouveaux processus, et sur l'étude des impacts sur leur activité. Les assureurs vont devoir construire des stratégies en ajustant leurs axes de décision, notamment sur la rentabilité des produits, la tarification des contrats, et le pilotage de leur activité.

L'étude de ce mémoire met en évidence que la mise en place de Solvabilité II soulève non seulement la problématique d'une hausse éventuelle du capital réglementaire, mais aussi celle de la volatilité des fonds propres, qui constitue une nouveauté par rapport à Solvabilité I. Cette volatilité du capital réglementaire représente un risque important pour l'assureur, dont il est nécessaire d'en mesurer les impacts sur son activité. Une méthode d'approximation pour évaluer les capitaux réglementaires futurs, s'appuyant sur des abaques, permet d'intégrer la volatilité du SCR dans les processus de tarification, et ainsi améliorer la pertinence des résultats.

Pour limiter l'impact d'une éventuelle hausse du capital réglementaire, et surtout de sa volatilité, les assureurs peuvent adapter leur politique en termes de souscription, de couverture financière, de tarification ou même de rendement versé aux assurés. Cependant, certaines stratégies conduiraient à une réduction de l'attractivité des contrats, avec des conséquences néfastes au niveau commercial. La réforme Solvabilité II pourrait ainsi amener les assureurs à réviser leur politique concurrentielle. Solvabilité II oriente le marché vers une rationalisation des garanties, des tarifs et des niveaux de rentabilité attendus.

L'étude réalisée dans ce mémoire sur le produit épargne Euro montre qu'une importante hausse de la tarification sera nécessaire sous Solvabilité II, pour conserver le même niveau de rentabilité que sous Solvabilité I. Par conséquent, avec l'avènement du nouveau référentiel, ce marché pourrait s'attendre à un retournement de la rentabilité, potentiellement pénalisant pour les assureurs. Néanmoins, l'étude des sensibilités à certains paramètres de stratégie de l'assureur, montre l'accroissement de la sensibilité du tarif dans le référentiel Solvabilité II, notamment aux caractéristiques du produit (taux minimum garanti) et à l'allocation d'actifs.

L'impact est également fort pour le produit d'épargne en Unités de Compte, mais les niveaux de rentabilité restent cependant toujours confortables en considérant les niveaux de tarification actuellement sur le marché. Par conséquent, la rentabilité risque d'être impactée mais ce contrat resterait profitable pour l'assureur.

De ce fait, les assureurs ne peuvent plus compter uniquement sur leurs produits traditionnels et doivent se positionner rapidement sur une nouvelle offre produit. Les assureurs leader du marché de demain seront en effet ceux qui sauront s'adapter aux nouvelles données conjoncturelles, en faisant évoluer leurs produits et leurs processus pour séduire les assurés en attente de performance et de sécurité. Le contrat d'épargne Euro Diversifié répond à ces critères. Et l'étude de ce mémoire montre que l'assureur pourrait être en mesure de réduire la tarification de ces contrats, tout en conservant le même niveau de rentabilité que sous Solvabilité I, dans le but de booster le développement de ce produit. L'attractivité du produit Euro Diversifié pourrait être renforcée, à la fois pour les assureurs et pour les assurés.

Les assureurs vont devoir faire face à de nombreux chantiers pour adapter leur offre produit au futur régime prudentiel, tout en sachant profiter des opportunités offertes par Solvabilité II par rapport à Solvabilité I.

Une perspective de développement pour cette étude serait d'étendre la gamme de produits, en étudiant l'impact de Solvabilité II sur des produits de prévoyance ou les *variables annuités* par exemple. Une autre évolution serait de prendre en compte d'autres facteurs de volatilité pour l'estimation des SCR futurs à l'aide des abaques. Par exemple, il serait intéressant de considérer comme facteur de volatilité la qualité en termes de rating des titres obligataires du portefeuille d'actifs, ou encore la qualité de l'adossé actif/passif pour couvrir la sensibilité de l'entité au risque de taux.

## Bibliographie

---

### Publications et ouvrages

EUROPEAN COMMISSION (juillet 2010) *QIS 5 Technical Specifications*

ACP (août 2010) *Orientations Nationales Complémentaires aux Spécifications Techniques (QIS5)*

ACP (mars 2011) *Analyses et synthèses : principaux enseignements de la cinquième étude quantitative d'impact (QIS5)*

CEIOPS (octobre 2009) *Final CEIOPS' Advice for Level 2 : Calculation of the Risk Margin*

Code des Assurance (2011)

Ricco Rakotomalala- Université Lumière Lyon 2 (2008) *Tests de normalité - Techniques empiriques et tests statistiques*

### Supports de cours (Dauphine 2010-2011)

Chaumel, F. - *Théorie de l'assurance vie*

Serra. A. - *Gestion Actif Passif*

Henon S. - *Modèle de Taux,*

Béhar T. et Bernay A. - *Retraite et prévoyance*

Iguzquiza E. - *Gestion globale des risques VaR*

### Sites Internet

FFSA : <http://www.ffsa.fr>

EIOPA : <https://eiopa.europa.eu/>

QIS 5 : <http://www.qis5.fr/>

Argus de l'Assurance : <http://www.argusdelassurance.com>

Institut des Actuaire : <http://www.institutdesactuaire.com>

<http://www.ressources-actuarielles.net>

Yahoo Finance : <http://fr.finance.yahoo.com/>

### Mémoires d'actuariat

Lecreux D. (2010) *Le capital réglementaire issu de la formule standard : étude des dernières nouveautés issues du QIS 5*

Roujas M. (2011) *Tarification et étude de rentabilité d'un produit Variable Annuities*

Golliard G. (2009) *La réforme Solvabilité II en Epargne : Best Estimate et capital réglementaire*

Rio / Kruger *Mesure de la valeur d'un portefeuille d'Assurance Vie Epargne en euro et impact des facteurs y contribuant*

Dubois A. / Mollet S. (2008) *Pilotage de la Participation aux Bénéfices sur la durée de vie d'un produit*

### Publications et documents internes Optimind

La notion de Valeur en Assurance Vie (2010) *Formation Optimind - Caritat*  
 Workshop QIS 5 Vie et Prévoyance (2010) *Formation Optimind - Caritat*

Régime d'Épargne (2009) *Présentation IMA - Optimind*

Épargne Individuelle / Solvabilité II (2011) *Dossier Technique Optimind*

Risque de Marché / Engagement en Assurance Vie / Marge de risques (2010) *Note Technique Optimind*

Solvabilité II - Enquête annuelle 2010 (novembre 2010) *Optimind/Dii*

Baromètre Solvabilité II 2011 (septembre 2011) *Optimind/OpinionWay*

Pistes d'adaptation de la tarification sous Solvabilité 2 en assurance vie - CNP Assurance (Novembre 2010) *7ème réunion annuelle Dii - Réforme Prudentiel Solvabilité II*

### Conférences

Solvabilité II - Passez de la stratégie à la mise en œuvre opérationnelle (mai 2011) *6<sup>ème</sup> conférence annuelle organisée par l'Argus de l'Assurance*

Solvency II et Marketing de l'offre produit (juin 2011) *Conférence LAB - Laboratoire Assurance Banque*

## Annexes

### ANNEXE 1 : Courbes des taux fournies par le Ceiops dans le QIS 5

Maturité (en année)	Courbe des taux du Ceiops (31 décembre 2009)			
	avec prime d'illiquidité			
	0%	50%	75%	100%
1	1,210%	1,475%	1,608%	1,740%
2	1,786%	2,051%	2,184%	2,316%
3	2,193%	2,458%	2,591%	2,723%
4	2,506%	2,771%	2,903%	3,036%
5	2,757%	3,022%	3,154%	3,287%
6	2,970%	3,235%	3,368%	3,500%
7	3,158%	3,423%	3,555%	3,688%
8	3,325%	3,590%	3,722%	3,855%
9	3,473%	3,738%	3,871%	4,003%
10	3,605%	3,870%	4,003%	4,135%
11	3,721%	3,986%	4,118%	4,251%
12	3,821%	4,086%	4,218%	4,351%
13	3,904%	4,169%	4,302%	4,434%
14	3,973%	4,238%	4,371%	4,503%
15	4,028%	4,293%	4,425%	4,558%
16	4,069%	4,281%	4,387%	4,493%
17	4,098%	4,257%	4,336%	4,416%
18	4,115%	4,221%	4,274%	4,327%
19	4,123%	4,176%	4,202%	4,229%
20	4,121%	4,121%	4,121%	4,121%
21	4,112%	4,112%	4,112%	4,112%
22	4,097%	4,097%	4,097%	4,097%
23	4,077%	4,077%	4,077%	4,077%
24	4,053%	4,053%	4,053%	4,053%
25	4,026%	4,026%	4,026%	4,026%
26	3,997%	3,997%	3,997%	3,997%
27	3,967%	3,967%	3,967%	3,967%
28	3,936%	3,936%	3,936%	3,936%
29	3,905%	3,905%	3,905%	3,905%
30	3,875%	3,875%	3,875%	3,875%
31	3,849%	3,849%	3,849%	3,849%
32	3,828%	3,828%	3,828%	3,828%
33	3,812%	3,812%	3,812%	3,812%
34	3,800%	3,800%	3,800%	3,800%
35	3,790%	3,790%	3,790%	3,790%
36	3,783%	3,783%	3,783%	3,783%
37	3,779%	3,779%	3,779%	3,779%
38	3,776%	3,776%	3,776%	3,776%
39	3,774%	3,774%	3,774%	3,774%
40	3,774%	3,774%	3,774%	3,774%

## ANNEXE 2 : Chocs sur la courbe des taux dans le QIS 5

Maturité (en année)	Courbe des taux du Ceiops choquées				
	Taux Upward	Upward shock	Taux Standard	Downward shock	Taux Downward
1	2,057%	70%	1,210%	-75%	0,303%
2	3,037%	70%	1,786%	-65%	0,625%
3	3,597%	64%	2,193%	-56%	0,965%
4	3,984%	59%	2,506%	-50%	1,253%
5	4,273%	55%	2,757%	-46%	1,489%
6	4,514%	52%	2,970%	-42%	1,723%
7	4,705%	49%	3,158%	-39%	1,926%
8	4,887%	47%	3,325%	-36%	2,128%
9	5,002%	44%	3,473%	-33%	2,327%
10	5,120%	42%	3,605%	-31%	2,488%
11	5,172%	39%	3,721%	-30%	2,605%
12	5,234%	37%	3,821%	-29%	2,713%
13	5,271%	35%	3,904%	-28%	2,811%
14	5,324%	34%	3,973%	-28%	2,861%
15	5,357%	33%	4,028%	-27%	2,940%
16	5,330%	31%	4,069%	-28%	2,929%
17	5,327%	30%	4,098%	-28%	2,950%
18	5,308%	29%	4,115%	-28%	2,963%
19	5,236%	27%	4,123%	-29%	2,927%
20	5,193%	26%	4,121%	-29%	2,926%
21	5,182%	26%	4,112%	-29%	2,920%
22	5,162%	26%	4,097%	-30%	2,868%
23	5,137%	26%	4,077%	-30%	2,854%
24	5,106%	26%	4,053%	-30%	2,837%
25	5,073%	26%	4,026%	-30%	2,818%
26	4,996%	25%	3,997%	-30%	2,798%
27	4,959%	25%	3,967%	-30%	2,777%
28	4,920%	25%	3,936%	-30%	2,755%
29	4,882%	25%	3,905%	-30%	2,734%
30	4,843%	25%	3,875%	-30%	2,712%
31	4,811%	25%	3,849%	-30%	2,694%
32	4,785%	25%	3,828%	-30%	2,680%
33	4,765%	25%	3,812%	-30%	2,668%
34	4,749%	25%	3,800%	-30%	2,660%
35	4,738%	25%	3,790%	-30%	2,653%
36	4,729%	25%	3,783%	-30%	2,648%
37	4,723%	25%	3,779%	-30%	2,645%
38	4,720%	25%	3,776%	-30%	2,643%
39	4,718%	25%	3,774%	-30%	2,642%
40	4,718%	25%	3,774%	-30%	2,642%
41	4,719%	25%	3,775%	-30%	2,643%
42	4,721%	25%	3,777%	-30%	2,644%
43	4,724%	25%	3,779%	-30%	2,646%
44	4,728%	25%	3,783%	-30%	2,648%
45	4,733%	25%	3,786%	-30%	2,650%
46	4,738%	25%	3,790%	-30%	2,653%
47	4,743%	25%	3,794%	-30%	2,656%
48	4,749%	25%	3,799%	-30%	2,659%
49	4,754%	25%	3,803%	-30%	2,662%
50	4,760%	25%	3,808%	-30%	2,666%

### ANNEXE 3 : Les Articles cités du Code des Assurances

#### Article A 335-1

Les tarifs pratiqués par les entreprises d'assurance sur la vie et de capitalisation comprennent la rémunération de l'entreprise et sont établis d'après les éléments suivants :

1° Un taux d'intérêt technique fixé dans les conditions prévues à l'article A. 132-1.

2° Une des tables suivantes :

a) tables établies sur la base de données publiées par l'Institut national de la statistique et des études économiques, et homologuées par arrêté du ministre de l'Économie et des Finances ;

b) tables établies par l'entreprise d'assurance et certifiées par un actuaire indépendant de cette entreprise, agréé à cet effet par l'une des associations d'actuaire reconnues par la Commission de contrôle des assurances, des mutuelles et des institutions de prévoyance. [...]

#### Article A 132-1

Les tarifs pratiqués par les entreprises pratiquant des opérations mentionnées au 1° de l'article L 310-1 doivent être établis d'après un taux au plus égal à 75 % du taux moyen des emprunts de l'État français calculé sur une base semestrielle sans pouvoir dépasser, au-delà de huit ans, le plus bas des deux taux suivants : 3,5 % ou 60 % du taux moyen indiqué ci-dessus.

Pour les contrats à primes périodiques ou à capital variable, quelle que soit leur durée, ce taux ne peut excéder le plus bas des deux taux suivants : 3,5 % ou 60 % du taux moyen indiqué ci-dessus. [...]

Les règles définies au présent article sont à appliquer en fonction des taux en vigueur au moment de la souscription et ne sont pas applicables aux opérations de prévoyance collective visées au chapitre Ier du titre IV du livre IV du Code des assurances. [...]

#### Article A 132-2

Les entreprises pratiquant des opérations mentionnées au 1° de l'article L 310-1 peuvent, dans les conditions fixées à l'article A 132-3, garantir dans leurs contrats un montant total d'intérêts techniques et de participations bénéficiaires qui, rapporté aux provisions mathématiques, ne sera pas inférieur à un taux minimum garanti.

#### Article A 132-3

1° Le taux minimum visé à l'article A 132-2 peut être fixé annuellement pour l'année suivante. Il ne peut excéder alors 85 % de la moyenne des taux de rendement des actifs de l'entreprise calculés pour les deux derniers exercices.

2° Ce taux minimum garanti peut également varier annuellement en fonction d'une référence fournie par un marché réglementé et en fonctionnement régulier de valeurs mobilières ou de titres admis en représentation des engagements réglementés des entreprises d'assurance.

[...] La commercialisation d'un contrat assorti d'une telle garantie de taux n'est possible que si la moyenne des taux de rendement des actifs de l'entreprise calculés pour les deux derniers exercices est au moins égale aux quatre tiers du taux minimum qu'elle propose de garantir la première année. [...]

#### ANNEXE 4 : Rappel sur les tests de SHAPIRO WILK et d'AGOSTINO

Le test de SHAPIRO WILK teste l'hypothèse nulle selon laquelle un échantillon  $X_1, \dots, X_n$  est issu d'une population normalement distribuée. Ce test est basé sur la statistique  $W$  :

$$W = \frac{(\sum_{i=1}^n a_i x_{(i)})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Où

- $x_{(i)}$  est le  $i^{\text{ème}}$  plus petit nombre dans l'échantillon (appelé « ordre statistique »),  $\bar{x}$  est la moyenne de l'échantillon,
- $a_i$  sont des constantes générées à partir des "valeurs attendues" de l'ordre statistique d'un échantillon indépendant et identiquement distribué suivant une loi normale, et de la matrice de variance-covariance de cet ordre statistique.

Plus  $W$  est élevé, plus la compatibilité avec la loi normale est crédible. Ce test peut être interprété avec une droite de Henry. Si  $p - \text{value} < \alpha$  choisi, alors l'hypothèse nulle est rejetée, sinon nous ne pouvons pas rejeter l'hypothèse nulle selon laquelle les données sont issues d'une population normalement distribuée.

Le test d'AGOSTINO, connu également sous l'appellation test  $K^2$  (K-squared) de D'Agostino- Pearson, est basé sur les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement. Lorsque ces deux indicateurs diffèrent simultanément de la valeur de référence 0, nous pouvons conclure que la distribution empirique n'est pas compatible avec la loi normale. Les formules sont relativement complexes, mais le fil directeur est de centrer et réduire les deux coefficients (asymétrie et aplatissement) de manière à obtenir des valeurs  $z_1$  et  $z_2$  distribuées asymptotiquement selon une loi normale  $N(0; 1)$ . La transformation intègre des corrections supplémentaires de manière à rendre l'approximation normale plus efficace. La statistique du test est la combinaison  $K^2 = z_1^2 + z_2^2$ . Elle suit asymptotiquement une loi du  $\chi^2$  à 2 degrés de libertés. L'incompatibilité de la distribution évaluée avec la loi normale est d'autant plus marquée que la statistique  $K^2$  prend une valeur élevée. Pour un risque  $\alpha$ , la région critique du test s'écrit :  $K^2 > \chi_{1-\alpha}^2(2)$ . Pour  $\alpha = 5\%$ , le seuil critique est  $\chi_{1-\alpha}^2(2) = 5.99$ .

## Table des Illustrations

Figure 1 Les trois piliers de la réforme Solvabilité II.....	23
Figure 2 Les quatre niveaux du processus Lamfalussy.....	25
Figure 3 Les étapes de rédaction du projet Solvabilité II.....	26
Figure 4 Le calendrier de la réforme Solvabilité II.....	27
Figure 5 Le bilan économique sous Solvabilité II.....	29
Figure 6 La prime d'illiquidité à appliquer par type de contrats.....	30
Figure 7 Les courbes des taux dans le QIS 5 en fonction de la prime d'illiquidité.....	31
Figure 8 Structure générale du SCR dans la formule standard selon le QIS5.....	34
Figure 9 La distribution empirique des résultats.....	36
Figure 10 Les trois niveaux de qualité pour les fonds propres sous Solvabilité II.....	37
Figure 11 Représentation de la NBC et de la PVFP.....	55
Figure 12 Avantages et inconvénients des méthodes de tarification.....	64
Figure 13 Représentation de l'Actif et du Passif pour le contrat Euro classique.....	69
Figure 14 Représentation de l'Actif et du Passif pour le contrat Euro Diversifié.....	69
Figure 15 Le schéma de modélisation du Best Estimate.....	71
Figure 16 La courbe des taux de rachat conjoncturel dans le QIS 5.....	75
Figure 17 Matrice de corrélations entre les modules de risque dans le QIS 5.....	78
Figure 18 Matrice de corrélations entre les sous-modules de risque de marché.....	81
Figure 19 Les courbes des taux du QIS 5 dans le cas standard et pour les deux types de chocs.....	81
Figure 20 Les différentes catégories d'actions définies dans le QIS 5.....	82
Figure 21 Les facteurs chocs pour le calcul du SCR spread.....	83
Figure 22 Matrice de corrélations entre les sous-modules de risque de souscription Vie.....	84
Figure 23 Ajustement de la courbe des prix du marché avec ceux estimés par le modèle CIR.....	92
Figure 24 Evolution des taux d'intérêts modélisés par CIR.....	93
Figure 25 Evolution des actions modélisées par Black & Scholes.....	95
Figure 26 Déroulement du modèle pour le produit Euro.....	100
Figure 27 Evolution de la durée du passif.....	101
Figure 28 Représentation de la convergence du Best Estimate sur 1000 simulations.....	106
Figure 29 Représentation de la distribution des moyennes du Best Estimate.....	107
Figure 30 Evolution de la VIF entre Solvabilité I et Solvabilité II pour le produit Euro.....	113
Figure 31 Evolution de la VIF sur 30 ans pour le produit Euro.....	113
Figure 32 Evolution du TRI sous Solvabilité I et Solvabilité II pour le produit Euro.....	115
Figure 33 Représentation de la distribution du TRI sous Solvabilité I (S1) et Solvabilité II (S2).....	116
Figure 34 Représentation de la droite d'Henry pour la série des TRI sous Solvabilité I.....	117
Figure 36 Evolution de la tarification en fonction du référentiel et de la stratégie de l'assureur.....	119
Figure 35 Evolution de la tarification par la méthode VPNC avec ratio SCR constant en déterministe et en stochastique.....	119
Figure 37 Représentation des ratios SCR/PM en fonction des facteurs de volatilité.....	121
Figure 38 Mesure du coût de la volatilité du SCR pour le produit Euro.....	122
Figure 39 Evolution de la VIF sur 30 ans pour le produit UC.....	125
Figure 40 Evolution du TRI sous Solvabilité I et Solvabilité II pour le produit UC.....	125
Figure 41 Evolution du TRI sous Solvabilité I et Solvabilité II pour le produit Euro Diversifié.....	127
Figure 42 Evolution du tarif d'équilibre pour le produit Euro en fonction des méthodes et du référentiel.....	128