



Mémoire présenté
pour l'obtention du diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA
et l'admission à l'Institut des Actuaire
le

Par : Philippe SAMUEL

Titre : IFRS 17 : Calcul de l'ajustement pour risque sur les risques courts d'un portefeuille
prévoyance & santé

Confidentialité : ☐ Non ☒ Oui (Durée : ☐ 1 an ☒ 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité ci-dessus

*Membre présent du jury de l'Institut
des Actuaire :*

*Entreprise : AG2R La Mondiale
Nom : Philippe SAMUEL
Signature :*

*Membre présent du Jury du Master
Actuariat de Lyon 1 :*

*Directeur de Mémoire en entreprise :
Nom : Mme. Séverine MOYER
Signature :*

*Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents
actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)*

Secrétariat :

Signature du responsable entreprise

Bibliothèque :

Signature du candidat

Résumé

Ce mémoire a pour objectif de présenter et comparer différentes méthodes de calcul de l'ajustement pour risque dans le cadre de la norme IFRS 17 en santé et sur des risques courts en prévoyance.

Il est intéressant dans un premier temps de caractériser l'incertitude sur les risques non financiers qui doit être captée par l'ajustement pour risque. Puis ensuite, de comparer des méthodes stochastiques telles que celles de Mack, de Bootstrap et de Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo avec d'autres méthodes déjà utilisées dans le cadre de la production des provisions sous Solvabilité 2. En effet la norme n'est pas prescriptive sur les méthodes à appliquer.

Cependant, pour ce faire, un certain nombre d'adaptations sont à effectuer sur les travaux Solvabilité 2. Le Solvency Capital Requirement calculé sous cette dernière norme correspond au montant nécessaire, dans 99.5% des cas, pour subvenir aux pertes potentielles de l'assureur à un horizon de 1 an. Il convient alors d'adapter cette méthode à des quantiles plus faibles et à un horizon correspondant à l'extinction des flux.

Une fois l'ensemble des méthodes présenté, nous les appliquerons à des garanties santé et incapacité, qui sont des risques courts, habituellement provisionnées à l'aide de méthodes utilisant des triangles de prestations. Nous pourrions alors comparer les écarts entre les différentes méthodes sur plusieurs quantiles.

Mots-clés : IFRS 17, Ajustement pour risque, Mack, Bootstrap, RJMCMC, santé non SLT, incertitude.

Abstract

The purpose of this dissertation is to present and compare different methods for calculating the risk adjustment in the context of IFRS 17 for both health care and short risks in pension reserving.

Firstly, it's interesting to characterize the uncertainty around non-financial risks that must be captured through the risk adjustment. Then, to compare stochastic methods such as Mack, Bootstrap and Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo with other methods already used for reserving under Solvency 2. Indeed, the standard is not prescriptive on the methods which are to be applied.

However, to achieved this, adaptations must carried out Solvency 2 works. The Solvency Capital Requirement calculated under this last standard match whith the necessary amount in 99.5 % of cases to meet the potential losses of the insurer over a one year period. This method should therefore be adapted to lower quantiles and to a horizon corresponding to the extinction of flows.

Once all the methods have been presented, we will apply them to health and disability guarantees, which are short risks, usually with reserving methods using claims triangles. Then we can compare the differences between those methods on several quantiles.

Keywords : IFRS 17; Risk adjustment; Mack; Bootstrap; RJMCMC; Non SLT health; uncertainty.

Remerciements

Je tiens d'abord à remercier Matthieu Pérol de m'avoir permis de me lancer sur ce mémoire chez AG2R La Mondiale et à Séverine Moyer pour son accompagnement.

Je remercie également mon tuteur de mémoire Pierre Thérond pour l'encadrement et toute l'aide apportée pour la rédaction de ce mémoire.

Je remercie aussi Charlotte Huther et Alice Mabille pour leur relecture et tous les conseils prodigués.

Merci également à ma mère et ma soeur pour la relecture et leur soutien.

Table des matières

Remerciements	5
Table des matières	7
Introduction	11
1 IFRS 17, une nouvelle norme pour les contrats d'assurance	15
1.1 Introduction à la norme	15
1.1.1 D'IFRS 4 à IFRS 17	16
IFRS 17, une norme pour les assureurs	16
La mise en place de IFRS 17	17
1.1.2 De nouvelles méthodes et définitions	18
Trois méthodes d'évaluation des contrats	18
Le compte de résultat IFRS 17	20
1.2 IFRS 17 et Solvabilité 2	22
1.2.1 La maille de calcul	22
1.2.2 Les provisions techniques	23
1.2.3 La marge pour risque / Ajustement pour risque	25
1.2.4 Synthèse	26
1.3 L'ajustement pour risque	26

1.3.1	Définition de l'ajustement pour risque	26
1.3.2	Encadrement du calcul	27
1.3.3	Impact de l'ajustement pour risque sur le compte de résultat	27
1.4	Enjeux et conclusion	27
2	Calcul de l'ajustement pour Risque	29
2.1	L'ajustement pour risque	29
2.2	Provisionnement et incertitude	30
2.3	Provisionnement et erreur	32
2.4	Identification des contraintes de données	33
2.5	Les mesures de risque	34
2.5.1	Définition	35
2.5.2	La Value at Risk	35
2.5.3	La Tail Value at Risk	36
2.6	Méthodes basées sur Solvabilité 2	36
2.6.1	Rappels sur le SCR Solvabilité 2	36
2.6.2	De Solvabilité 2 à IFRS 17	36
2.6.3	Hypothèse de normalité et lognormalité des provisions	37
	Loi Normale	38
	Loi Lognormale	40
	Utilisation	42
2.6.4	Primes et de réserve	43
	Définition du choc	43
	Recalibrage du choc	45
2.6.5	Méthode du coût en capital	48

2.7	Méthodes de provisionnement	49
2.7.1	Chain Ladder et Mack	49
	Chain Ladder	49
	Modèle de Mack	51
2.7.2	Bootstrap	53
2.7.3	Méthode Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo	55
	Introduction et hypothèses	55
	Déroulé de l'algorithme RJMCMC	58
	Utilisation et conclusion	64
2.8	Conclusion	64
3	Application à un portefeuille santé et prévoyance	67
3.1	Introduction	67
3.2	Évaluation de l'ajustement pour risque en santé	68
3.2.1	Description du portefeuille	68
3.2.2	Méthodes liées à Solvabilité 2	69
	Calcul de la provision	70
	Calcul du SCR	70
	Calcul de l'ajustement pour risque	70
	Premiers constats	71
3.2.3	Méthodes stochastiques	71
	Mack	71
	Bootstrap	72
	<i>Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo</i>	73
	Synthèse des observations	74

3.3	Évaluation de l'ajustement pour risque en prévoyance	76
3.3.1	Description du portefeuille	76
3.3.2	Méthodes liées à Solvabilité 2	78
	Calcul de la provision	78
	Calcul du SCR	78
	Calcul de l'ajustement pour risque	78
	Premiers constats	79
3.3.3	Méthodes stochastiques	80
	Mack	80
	Bootstrap	80
	<i>Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo</i>	81
	Synthèse des observations	82
3.4	Conclusion des travaux de simulation	84
	Conclusion	87
	Bibliographie	89
	Annexes	93
	A Ajustement au titre du risque non financier (paragraphe 37)	95
	B L'algorithme de Métropolis Hastings	97
	C Le ré-échantillonnage de Gibbs	99

Introduction

La norme IFRS 17 est une nouvelle norme comptable, spécifique aux contrats d'assurance, qui entrera en vigueur le 1er janvier 2023, en remplacement de la norme temporaire IFRS 4. Elle est publiée par l'International Accounting Standards Board (IASB). Son objectif principal est de donner de nouvelles méthodes de comptabilisation des contrats d'assurance, communes aux différents acteurs de l'assurance, de manière à permettre la comparaison des résultats de différents assureurs entre eux, mais aussi avec des entités d'autres secteurs d'activités. Elle a également pour objectif la publication d'un ensemble de communications financières. En Europe, les normes IFRS concernent principalement les entreprises cotées ainsi que celles émettant de la dette.

Les préconisations d'IFRS 17 possèdent aussi de nombreux points communs avec d'autres normes, telle IAS 37 qui traite des provisions, mais aussi avec IFRS 15, qui est consacrée aux produits des activités ordinaires tirés de contrats conclus avec des clients et IFRS 9 qui concerne les instruments financiers.

Dans la suite de ce document, pour éviter toute confusion de termes entre Solvabilité 2 et IFRS 17, nous distinguerons la marge pour risque en Solvabilité 2 et l'ajustement pour risque en IFRS 17, ainsi que les provisions *best estimate* en Solvabilité 2 et les provisions à la meilleure estimation en IFRS 17.

De manière générale, en opposition avec Solvabilité 2, IFRS 17 se base majoritairement sur des principes et n'est pas prescriptive, laissant au soin de l'assureur d'élaborer ses propres méthodes sur de nombreux points. La norme demande ainsi le calcul d'un ajustement pour risque reflétant l'incertitude liée aux flux futurs de l'assureur pour ses contrats d'assurance. Cette définition permet en premier lieu de faire un parallèle avec Solvabilité 2, où une marge pour risque est calculée grâce à une méthode de coût en capital. Elle représente le coût, en terme de mobilisation de fonds propres lié au portefeuille, qu'un investisseur demanderait pour son transfert. Mais d'autres méthodes de calcul sont également couramment utilisées dans le cadre des activités d'assurances afin de considérer l'incertitude du provisionnement.

Ce mémoire a pour objectif de définir et caractériser cet ajustement pour risque, et d'étudier différentes méthodes de calcul. Pour effectuer cela, des approches se basant sur les travaux de Solvabilité 2 seront étudiées, ainsi que d'autres basées sur un provisionnement stochastique. L'intérêt d'utiliser des méthodes déjà en place est l'accélération de la production. En effet, dans un contexte où plusieurs normes coexistent et où les contraintes de temps de production sont de plus en plus importantes, une mutualisation des méthodes voire des outils est un gain de temps non négligeable. Cependant, toute utilisation de simplification doit être étudiée et challengée avec des méthodes robustes. Ce mémoire s'intéressera aux garanties santé non similaires à la vie, c'est-

à-dire des garanties non-vie présentes dans le portefeuille d'un assureur en santé et prévoyance. Nous présenterons notamment des résultats sur un portefeuille de santé ainsi qu'un portefeuille d'incapacité.

Il est d'abord important de comprendre la norme IFRS 17 afin de définir le cadre des travaux et de mettre en évidence les enjeux de la norme. En effet, elle impose différentes caractéristiques à l'ajustement pour risque, qu'il est important d'étudier et d'explicitier. Cette provision ne considère pas les risques financiers, elle doit être calculée à un niveau de confiance défini et communiqué par chaque assureur. Aucune méthode n'est prescrite pour le calcul de l'ajustement pour risque en IFRS 17. Les premières versions des textes proposaient différentes approches, mais leur explicitation dans les textes n'a pas été conservée dans la version finale.

Ainsi plusieurs méthodes peuvent être envisagées pour effectuer les calculs. L'ajustement pour risque sera considéré comme un quantile de la distribution de la provision des garanties. Ce mémoire s'intéressera à des méthodes basées sur les travaux existants (Solvabilité 2, dont le SCR correspond aux fonds propres nécessaires pour absorber les pertes potentielles avec une probabilité de 99.5% à un horizon d'un an) ainsi que sur des méthodes stochastiques telles Mack, Bootstrap et le *Reversible Jump Monte Carlo Markov Chain*, afin d'observer des distributions de provisions et d'en déduire leurs différents quantiles. Nous allons comparer des quantiles de distributions empiriques en utilisant plusieurs mesures du risque et des quantiles en faisant des hypothèses de distribution sur les provisions.

Nous nous intéresserons principalement au comportement de l'ajustement pour risque sur des garanties santé et incapacité à différents quantiles. En nous basant sur les travaux solvabilité 2, les calculs se feront principalement au niveau des garanties (Lob Solvabilité 2) et non des contrats. La valeur des provisions à la meilleure estimation pour ces travaux, qui se veulent comme des travaux d'étude préliminaires à IFRS 17, sera considérée comme identique aux provisions *best estimate*.

Le choix de la méthode à appliquer repose sur plusieurs critères. La robustesse du calcul est un élément important, mais sa facilité d'implémentation peu justifier l'utilisation de méthodes plus simples. Ainsi une définition de l'aversion et l'appétit au risque de l'assureur sont des facteurs à définir dans le cadre d'IFRS 17. Si nous arrivons à nous assurer que des méthodes simples, maîtrisées et déjà implémentées dans les outils de modélisation permettent d'obtenir des résultats proches d'autres méthodes plus robustes, mais également plus consommatrices en temps, les premières pourront être retenues. En effet, le gain de vitesse de production des résultats peut justifier l'utilisation de ces simplifications.

Le mémoire se base notamment sur les travaux de Wüthrich & Merz (2008), qui définissent et présentent de nombreuses méthodes de provisionnement pour les garanties non vie. Les travaux de Verrall & Wüthrich (2012) sont également utilisés pour le calcul avec la méthode *Reversible Jump Monte Carlo Markov Chain*.

L'originalité de ce mémoire ne réside pas dans les méthodes de calcul, qui sont de manière générale maîtrisées par les actuaires, si on excepte la méthode de *Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo* qui est plus rarement utilisée par les assureurs et peu présentée dans le cadre des mémoires d'actuariat. L'intérêt réside principalement dans son champ d'application. En effet, les mémoires d'actuariat se sont souvent intéressés à des quantiles extrêmes dont le comportement est spécifique, notamment pour des études liées à Solvabilité 2. Si aujourd'hui le quantile utilisé pour

IFRS 17 n'est pas encore fixé, il sera certainement à un niveau plus bas. Nous nous focaliserons sur des quantiles entre 60 et 80 %. L'ajustement pour risque est un élément nouveau dans le paysage de l'actuariat, pour lequel il n'existe encore aucune position, ni pour le quantile à utiliser, ni sur la méthode à appliquer. Une autre originalité de ce mémoire est l'étude d'approches utilisées dans le cadre de Solvabilité 2 pour effectuer un calcul dans un cadre différent.

Ce mémoire traite de l'incertitude et de l'erreur en général, mais ne détaillera pas le calcul des différentes erreurs inhérentes à l'utilisation des modèles présentés. Il faut en effet distinguer différentes sources d'incertitude. Cette dernière peut se caractériser par une erreur de modèle, une erreur de paramétrage ou par un changement extérieur, comme des changements réglementaires. Le mémoire ne développera pas la diversification des risques permettant une optimisation de l'ajustement pour risque. Ces travaux nécessitent en effet une approche à l'échelle de l'ensemble des portefeuilles de l'entreprise, alors que ce mémoire ne s'intéresse qu'aux cas des risques courts de la prévoyance et de la santé. De la même manière, le traitement de la réassurance ne sera pas évoqué. En effet, la réassurance amène une incertitude supplémentaire sur la capacité du réassureur à ne pas être en situation de défaut de paiement. Pour simplification des calculs, nous considérerons également qu'il n'y a pas d'actualisation des flux. Ce dernier point est peu impactant, les garanties traitées étant rapidement liquidées.

Par souci de confidentialité, si des études ont été effectuées sur l'ensemble du périmètre d'AG2R La Mondiale, les résultats présentés dans ce mémoire se basent sur des sous-portefeuilles de l'entreprise.

Chapitre 1

IFRS 17, une nouvelle norme pour les contrats d'assurance

Dans cette première partie, nous allons présenter les principales caractéristiques de la norme IFRS 17.

Cette norme se consacre à la comptabilisation et à la valorisation des contrats d'assurance en parallèle de l'application de la norme IFRS 9 traitant des instruments financiers. Elle remplace la norme IFRS 4 datant de 2004, cette dernière étant dès le départ considérée comme une norme provisoire. Elle permettait aux sociétés d'assurance d'utiliser les règles comptables nationales, qui rendaient alors difficile l'analyse des données financières et la comparaison des résultats des assureurs à un niveau international.

La norme IFRS 17 définit de nouvelles méthodes de comptabilisation des contrats d'assurance en amenant différents modèles d'évaluation des contrats d'assurance qui s'appliquent selon le type de produit d'assurance. Trois méthodes de valorisation sont proposées par la norme (BBA, PAA et VFA). Elle modifie également la définition de la rentabilité d'un contrat, changeant ainsi les indicateurs financiers et le pilotage de l'assurance.

Cependant, il est possible de capitaliser sur des éléments existants afin de simplifier le passage à la norme IFRS 17. Solvabilité 2 présente notamment de nombreuses similitudes avec IFRS 17.

1.1 Introduction à la norme

Nous allons d'abord présenter la norme IFRS 17. Sa mise en place est liée à l'application d'autres normes et un calendrier d'implémentation de la norme a ainsi été imposé.

1.1.1 D'IFRS 4 à IFRS 17

IFRS 17, une norme pour les assureurs

Les normes IFRS (*International Financial Reporting Standards*) constituent un socle de normes comptables en remplacement des normes IAS (*International Accounting Standards*) qui s'appliquent de manière obligatoire aux sociétés cotées dans plus de 105 pays, dont l'ensemble des membres de l'Union Européenne depuis 2005. Elles sont élaborées par l'IASB (*International Accounting Standards Board*). L'EFRAG (*European Financial Reporting Advisory Group*) est une association à but non lucratif créée en 2011 qui, avec l'aval de la Commission européenne, porte la voix des pays européens.

Les entreprises d'assurance n'avaient pas de norme comptable complète pour traiter les spécificités des contrats d'assurance. En 2004, une norme temporaire, IFRS 4, a été publiée pour ces entreprises. IFRS 4 est une norme appliquant des principes comptables variés, se basant sur les normes existantes. Elle permet notamment aux sociétés d'assurance d'utiliser des règles comptables nationales sur les contrats d'assurance. Ceci a amené à une multitude d'approches comptables, ne permettant pas à un investisseur de comparer différents assureurs à l'aide d'indicateurs financiers communs.

IFRS 17 permet de répondre à ce dernier problème, en imposant des exigences comptables homogènes aux assureurs. Les sociétés d'assurance concernées obligatoirement par cette norme sont celles cotées, ainsi que celles émettant de la dette cotée sur les marchés réglementés, et de manière optionnelles celles présentant des comptes consolidés. Elles doivent alors publier leurs comptes consolidés et leurs annexes en IFRS 17.

La norme IFRS 17 est un maillon d'un ensemble de normes, à savoir :

Norme	Norme précédente	Champs d'application	Description
IFRS 9	IAS 39	Instruments financiers	Régit l'évaluation et la comptabilisation des actifs financiers
IFRS 15	IAS 11 / IAS 18	Produits des activités ordinaires tirés des contrats conclus avec des clients	Encadre la comptabilisation du chiffre d'affaires
IFRS 17	IFRS 4	Contrats d'assurance	Définit la classification, la valorisation et la comptabilisation des produits d'assurance

FIGURE 1.1 – Description des normes IFRS

Les contrats d'assurance sont ainsi classifiés selon les éléments les composant. Les composantes de biens et de services entrent dans le périmètre IFRS 15, les composantes d'assurance dans IFRS 17, et les composantes d'investissement dans IFRS 9 si les investissements sont liés à la composante d'assurance et dans IFRS 17 si les investissements sont liés à la composante d'assurance et dans IFRS 9 s'ils sont distincts. Les contrats d'investissement avec participation aux bénéfices discrétionnaire sont considérés comme des produits d'assurance sous IFRS 17 alors que ceux sans participation aux bénéfices discrétionnaires sont considérés comme des produits

financiers, c'est-à-dire comptabilisés sous IFRS 9. La comptabilisation des contrats d'assurance et d'investissement se schématise donc de la manière suivante :

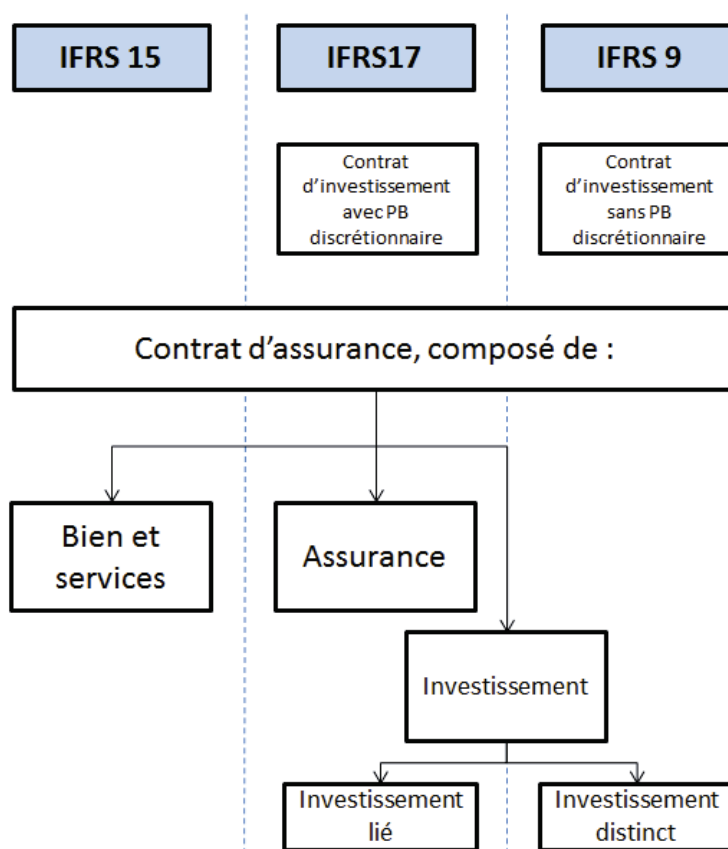


FIGURE 1.2 – Classification des contrats d'assurance selon les différentes normes IFRS

La mise en place de IFRS 17

IFRS 17 remplace comme vu précédemment la norme IFRS 4. Cette mise en œuvre se fait en plusieurs étapes, suite à la publication de la norme IFRS 17 en 2017. Contrairement à la mise en place de Solvabilité 2, les délais d'application sont courts et imposent une implémentation rapide. La norme n'impose pas beaucoup de méthodes et met plutôt en place des principes en laissant à la charge des assureurs les choix d'interprétation, de méthodologie et de mise en œuvre.

L'entrée en vigueur d'IFRS 9 et IFRS 15 est au premier janvier 2018, alors que pour IFRS 17 elle est au premier janvier 2023, suite à un deuxième report d'un an. Pour contourner ce décalage, l'IASB a autorisé les entreprises d'assurance à décaler la date d'entrée en application d'IFRS 9 pour que celle-ci soit synchrone avec celle d'IFRS 17.

Cependant, dès 2022, les assureurs doivent être en capacité d'appliquer la norme sur le bilan d'ouverture au 1er janvier 2022 afin de répondre aux besoins de l'exercice comparatif de 2023.

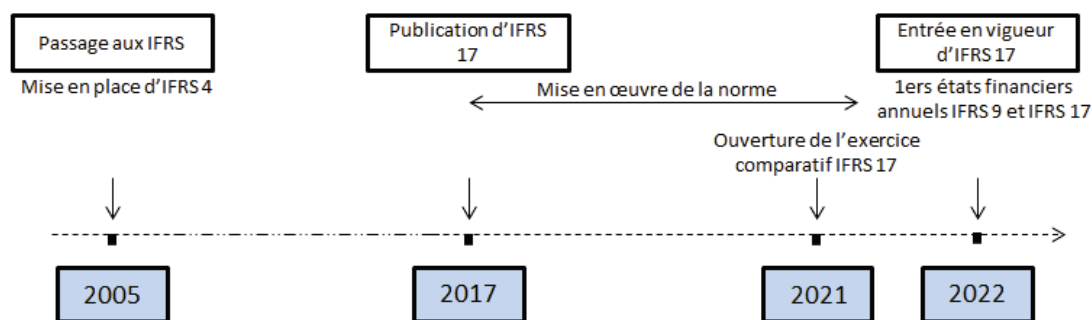


FIGURE 1.3 – Dates clés d'IFRS 2017

Préalablement à ces travaux, des « tirs à blancs » sont conseillés afin de vérifier les processus mis en place et d'effectuer des premières estimations des résultats IFRS 17. Le calcul de la valorisation des contrats est un enjeu important, en effet, la norme propose trois nouvelles méthodes de valorisation des engagements qu'il faut assimiler.

1.1.2 De nouvelles méthodes et définitions

IFRS 17 permet la valorisation des contrats d'assurance grâce à plusieurs méthodes de calcul, que l'on choisit selon les caractéristiques du contrat d'assurance évalué. Ces calculs nous amènent alors à une nouvelle vision des résultats d'assurance.

Trois méthodes d'évaluation des contrats

Lors de la mise en place de la norme IFRS, l'IASB a prévu trois modèles d'évaluation du passif applicables aux contrats d'assurance, selon leur type et leur durée :

Le modèle BBA

Le modèle BBA (*Buidling Block Approach*) constitue le modèle d'évaluation général du passif de l'assurance. Le modèle est divisé en 3 blocs :

- **La meilleure estimation** (*Best Estimate* ou BE) : Elle représente la valeur actualisée de l'estimation moyenne des flux de trésorerie futurs générés par les contrats d'assurance modélisés. La meilleure estimation est actualisée selon un taux sans risque.
- **L'ajustement pour risque** (Risk Adjustment ou RA) : Il représente une provision rémunérant l'incertitude des risques non financiers sur l'estimation des flux de trésorerie futurs.
- **La marge de Service Contractuelle** (*Contractual Service. Margin* ou CSM) : Elle représente les profits futurs des contrats d'assurance. Elle permet une neutralisation à la souscription des profits futurs puis une reprise sur l'ensemble de la période de couverture du contrat afin de reconnaître progressivement les profits des contrats.

La CSM est une nouvelle notion, qui impose la mesure de l'écart temporel entre des flux de trésorerie futurs et la reconnaissance des produits et des charges. Si la CSM est négative (à la maille de projection), cela signifie une perte sur le produit d'assurance. Elle est alors directement reportée au résultat (P&L) par prudence comptable. Sinon, la CSM est reprise sur l'ensemble de la période de couverture du produit d'assurance.

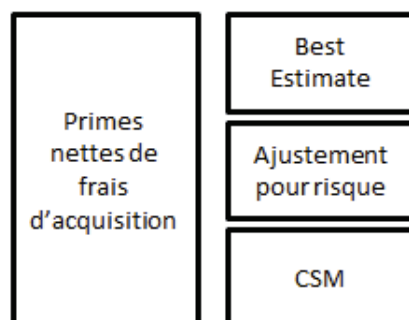


FIGURE 1.4 – Le modèle BBA

Le modèle PAA

Le modèle PAA (*Premium Allocation Approach*) est une simplification du modèle BBA. Elle est autorisée pour la valorisation des contrats d'assurance dont la période de couverture est inférieure à 1 an, telles les assurances auto, les temporaires décès, les contrats de prévoyance d'un an ou les assurances multirisques habitation. De par la durée du contrat, il n'y a pas de calcul de CSM, mais à la place un calcul de prime acquise similaire aux normes françaises. Les contrats en PAA sont donc valorisés, hors CSM, de manière similaire aux contrats en BBA, avec une meilleure estimation et un ajustement pour risque. Toutefois, la norme impose la justification de l'utilisation de ce modèle, en démontrant l'absence d'impact comptable entre celui-ci et le modèle BBA.

Le modèle VFA

Le modèle VFA (*Variable Fee Approach*) est un modèle d'évaluation permettant d'adapter le modèle BBA aux contrats d'assurance consistant en une prestation de gestion d'actif, tels les contrats d'épargne en euro ou UC et la retraite. Il s'agit de contrats directement participatifs, sur lesquels le profit de l'assureur correspond à une marge financière prélevée sur le sous-jacent, à savoir la *Variable Fee*. La rentabilité du contrat est donc soumise à une volatilité liée aux variations du marché.

Ce modèle permet de capter les fluctuations des marchés financiers dans la marge de l'assureur et non dans le compte de résultat comme en BBA. Il correspond particulièrement aux produits d'épargne français.

L'évolution du passif

La période de couverture d'un contrat d'assurance correspond à la période durant laquelle l'assureur s'est engagé à couvrir les éléments assurés. Les contrats sont réévalués à la clôture.

Au moment de la souscription, le contrat n'a pas encore commencé et les 3 blocs précédemment présentés (meilleure estimation, Ajustement pour Risque et CSM) composent une provision pour couverture future (*Liability for Remaining Coverage*, ou LRC).

Une fois le période de couverture commencée, la LRC décroît, et une provision pour sinistres survenus (*Liability for Incurred Claims*, ou LIC) est constituée.

La distinction entre LRC et LIC permet de séparer comptablement l'impact des changements d'hypothèse d'estimation sur les provisions futures (Tables de mortalité et d'expérience, cadences de liquidation) qui sont affectés à la LRC et imputés à la CSM, et les variations sur la LIC qui sont directement affectées au résultat technique.

Cette comptabilisation impose d'effectuer lors du premier bilan d'ouverture (le 1er janvier 2022) la reconstitution d'une CSM comme si la norme IFRS 17 avait été appliquée à chaque contrat depuis sa date de souscription. Plusieurs méthodes sont envisagées, dont le choix est principalement lié à la disponibilité des historiques des contrats.

Le compte de résultat IFRS 17

La norme IFRS 17 met en place un nouveau compte de résultat qui prend en compte les primes acquises, en allouant les primes en proportion de la période de couverture, et les sinistres enregistrés lors de leur survenance. Le revenu se décompose entre des variations de charge de sinistre attendue, de CSM et d'ajustement pour risque.

Le revenu des contrats

Le revenu des contrats d'assurance peut être décomposé en différents éléments :

- Les flux de trésorerie attendus (prestations et frais) ;
- Le relâchement de l'ajustement pour risque ;
- L'amortissement de la CSM.

Les primes sont allouées sur l'ensemble de la période de couverture. A ces dernières sont soustraits les prestations et frais attendus pour en déduire la CSM. L'ajustement pour risque réduit au fur et à mesure de la liquidation des prestations et donc de la réduction des risques, et la CSM baisse avec son amortissement pendant toute la période de couverture.

IFRS 17 ne prend pas en compte dans le revenu des contrats la valeur actuelle de la partie épargne (prime et somme qui seront reversées à l'assuré, que l'évènement assuré arrive ou non).

Les revenus des contrats peuvent donc se décomposer de la manière suivante :

	Flux
+ (a)	Sinistres / Prestations attendus (= prime pure)
+ (b)	Frais attendus
+ (c)	Frais d'acquisitions alloués
+ (d)	Reprise de la RA
+ (e)	Amortissement de la CSM
(1) = (a) + (b) + (c) + (d) + (e)	Revenu des contrats d'assurance

FIGURE 1.5 – Le produit d'assurance

L'option OCI

Dans le cadre d'IFRS 17, les variations du passif liées à l'actualisation doivent être comptabilisées dans le résultat financier et non dans le résultat technique alimentant le résultat opérationnel.

Ce gain ou cette perte généré par la variation de taux peut être également comptabilisé en capitaux propres à la place de la première méthode proposée. Cette comptabilisation est effectuée par le mécanisme des *Other Comprehensive Income* (OCI). Il s'agit d'une méthode optionnelle, issue d'IFRS 9, qui permet de réduire la sensibilité du résultat financier aux variations du marché.

Dans le cas du modèle VFA, l'application de l'option OCI consiste à directement aligner le résultat financier des contrats d'assurance sur les produits financiers du sous-jacent. Le résultat financier des produits calculés en VFA est dans ce cas insensible aux fluctuations des marchés financiers.

Le détail du compte de résultats

Le compte de résultat IFRS 17 se base sur les primes acquises. Les revenus sont issus de la somme des variations de CSM et de RA, et de l'écart d'expérience entre sinistres payés et attendus. Le compte de résultat IFRS 17 est présenté dans la figure 1.6.

La réassurance

Les traités de réassurance sont valorisés de manière similaire aux contrats d'assurance. La méthode d'évaluation et la comptabilisation sont indépendantes des contrats cédés sous-jacents. Les approches BBA et PAA sont possibles, mais pas l'approche VFA (ni pour l'acceptation, ni pour la cession).

La CSM négative liée à la cession (elle représente le coût de la réassurance) n'est pas directement enregistrée en perte, mais est amortie sur la durée de la période de couverture. Par contre, si les contrats sous-jacents sont déficitaires, la norme prévoyait initialement que la perte sur ces contrats soit directement comptabilisée dans le compte de résultat, alors que le résultat de cession positif est comptabilisé au fur et à mesure de la vie du risque. Mais en janvier 2019, le *board* a publié dans son *IASB update* un amendement pour qu'il y ait une exception et que la réassurance puisse absorber directement la perte des contrats onéreux.

(1) = (a) + (b) + (c) + (d) + (e)	Produits d'assurance
+ (a)	Sinistres / Prestations attendus (= prime pure)
+ (b)	Frais attendus
+ (c)	Frais d'acquisitions alloués
+ (d)	Reprise de la RA
+ (e)	Amortissement de la CSM
(2) = - (α) - (β) - (γ) - (δ) - (ε) +/- (ζ)	Charges d'assurance
- (α)	Sinistres / Prestations survenus
- (β)	Frais payés
- (γ)	Reconnaissance des frais d'acquisition
- (δ)	Changements dans l'estimation future des flux de trésorerie non imputée dans la CSM (ni l'OCI)
- (ε)	Perte constatée lors de la comptabilisation du contrat (Contrat onéreux)
+/- (ζ)	Ecart d'expérience
(3) = (1) + (2)	Résultat d'assurance
+ (A)	Produits des placements et variation de juste valeur des actifs
-(B)	Charges financières d'assurance (désactualisation basée sur le taux d'origine et effet du changement de taux sur option)
(4) = (3) + (A) - (B)	Résultat net
+/- (C)	Variation de valeur de marché des placements en OCI
+/- (D)	Sur option, Impact du changement de taux d'actualisation
(5) = (4) +/- (C) +/- (D)	Résultat global

FIGURE 1.6 – Le compte de résultat IFRS 17

1.2 IFRS 17 et Solvabilité 2

Si IFRS 17 est une nouvelle norme, de nombreux aspects sont similaires à ceux déjà mis en place pour Solvabilité 2. Une convergence de certains outils pour une utilisation commune aux deux normes est alors possible. Cette partie détaille les principaux points communs et les divergences entre IFRS 17 et Solvabilité 2 pour le calcul des engagements. Nous allons rapidement constater que si Solvabilité 2 est une norme très prescriptive, la norme IFRS 17 donne quant à elle une grande liberté d'action sur les méthodes employables.

1.2.1 La maille de calcul

Solvabilité 2 est une norme qui s'intéresse aux engagements d'assurance et impose une maille de calcul en fonction de la nature des risques assurés, et non du produit ou du contrat. Un contrat

de prévoyance est par exemple divisé entre ses garanties incapacité, invalidité, décès et rentes.

IFRS 17 s'intéresse par contre à la marge réalisée, ce qui impose une vision par contrat (maille relative au prix de vente le plus fin). En effet, si un contrat présente souvent plusieurs garanties, la rentabilité (et donc la CSM) est calculée sur la somme des garanties du contrat.

La maille passe donc à une agrégation par portefeuille de contrat. Un regroupement de contrats homogènes est possible, mais une distinction doit être maintenue entre les contrats :

- Onéreux (avec une CSM négative), dont la perte future est directement comptabilisée dans le résultat ;
- Non-onéreux (avec une CSM positive), avec une subdivision selon le caractère potentiellement onéreux de chaque contrat :
 - les contrats très bénéficiaires (durablement bénéficiaires, avec une absence de risque de devenir onéreux) ;
 - les contrats bénéficiaires avec un caractère plus incertain (CSM proche de 0 par exemple).

La maille de calcul IFRS 17 doit également maintenir la notion d'année de souscription. Ainsi, pour la valorisation de contrats d'arrêt de travail, en solvabilité 2, l'incapacité de travail et l'invalidité seront considérées séparément, sans distinction d'année de souscription, alors qu'en IFRS 17 le résultat sera regardé au global, par année de souscription.

1.2.2 Les provisions techniques

IFRS 17 et Solvabilité 2 imposent un calcul des provisions techniques en meilleure estimation. Cependant plusieurs éléments les distinguent :

La courbe d'actualisation

Pour Solvabilité 2 la courbe des taux est fournie par l'EIOPA (Autorité européenne des assurances et des pensions professionnelles). Elle est calculée de manière à être risque-neutre, en se basant sur les taux zéro-coupon. Pour IFRS 17, la courbe des taux doit être calculée de manière à être cohérente avec les prix de marché et les caractéristiques des flux de trésorerie. La norme ne prescrit pas de méthode et laisse le choix entre 2 approches :

- La méthode *top-down* qui ajuste les taux de rendement attendus d'un portefeuille d'actifs de référence en prenant en compte des risques tels le risque de crédit ou l'écart de duration, mais en excluant les facteurs liés aux cash-flows des contrats de réassurance ;
- La méthode *bottom-up*, qui se base sur le taux sans risque et l'ajuste pour prendre en compte la prime d'illiquidité.

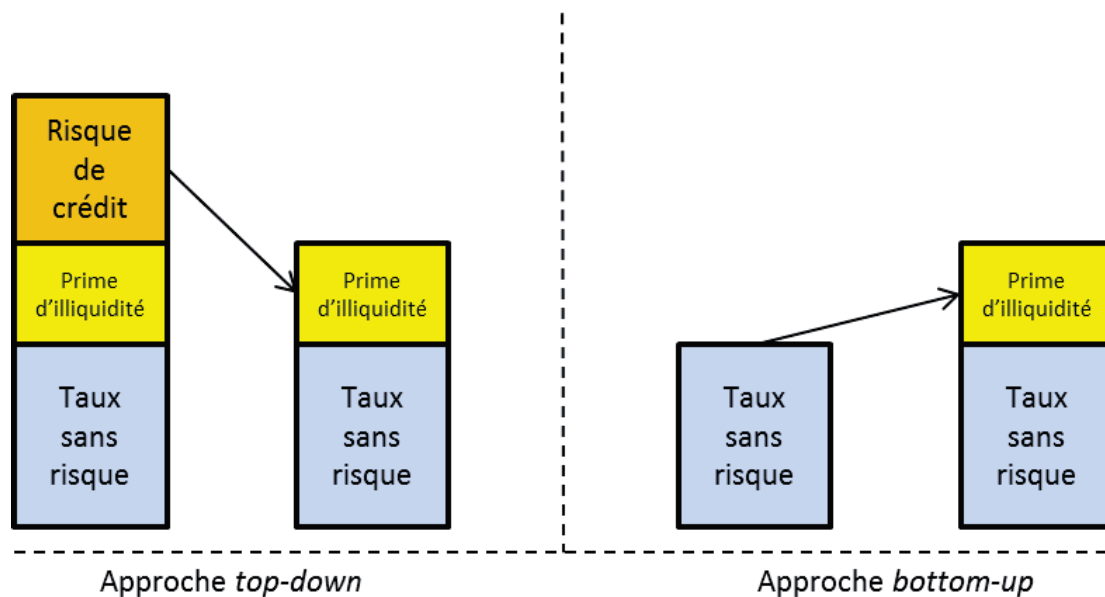


FIGURE 1.7 – Les 2 méthodes d'approche de la courbe de taux IFRS 17

Les Frais

La définition des frais utilisée dans le cadre du calcul de provision est sensiblement différente entre les deux normes. Pour Solvabilité 2 l'ensemble des frais est pris en compte, et est listé par l'article 31 du règlement délégué :

- Les charges administratives ;
- Les frais de gestion des investissements ;
- Les frais de gestion des sinistres ;
- Les frais d'acquisition.

Pour IFRS 17, seuls les frais directement allouables au contrat sont pris en compte, à savoir :

- Les frais d'administration ;
- Les frais de gestion des sinistres ;
- Les frais d'acquisition ;
- Les frais généraux et variables répartis par contrat.

Les autres frais, non attribuables directement à un contrat, n'entrent pas en compte pour le calcul du caractère onéreux d'un contrat.

La frontière des contrats

Sous Solvabilité 2, les contrats sont comptabilisés à leur date d'engagement alors que pour IFRS 17 les contrats sont comptabilisés au démarrage de la garantie ou à la date d'exigibilité du premier paiement du contrat d'assurance, si ces derniers ne sont pas onéreux. S'ils sont onéreux, ils doivent

être pris en compte dès leur connaissance.

1.2.3 La marge pour risque / Ajustement pour risque

Dans la suite du document, marge pour risque désignera la provision Solvabilité 2 et ajustement pour risque la provision IFRS 17.

Sous Solvabilité 2, la marge pour risque représente la rémunération compensatoire demandée par un assureur voulant reprendre les engagements pour couvrir les risques non financiers liés à l'incertitude sur les flux futurs pris en compte dans les provisions Best Estimate. La méthode de calcul de cette provision est une méthode basée sur le coût du capital.

Pour IFRS 17, aucune méthode de calcul de l'ajustement pour risque n'est imposée, mais il est imposé de présenter dans les annexes les quantiles et les méthodes utilisés.

1.2.4 Synthèse

Le tableau ci-dessous synthétise les écarts et les liens entre Solvabilité 2 et IFRS 17 :

	Solvabilité 2	IFRS 17
Champ d'application	Union européenne	International (+105 pays)
Démarche	Démarche prescriptive	Basée sur des principes
Maille de calcul	Groupes homogènes de risques (notion de LoB)	Groupes homogènes de contrats par année de souscription, avec distinction des contrats onéreux ou non
Provisions techniques	Meilleure estimation	
Taux d'actualisation	Courbe EIOPA	Courbe construite en accord avec les prix de marché et les flux de trésorerie. Approche en <i>top-down</i> ou en <i>bottom-up</i>
Frais	Prise en compte de l'ensemble des frais	Prise en compte des frais attribuables directement aux contrats, avec un amortissement des frais d'acquisition
Hypothèses	Basées sur l'expérience de l'assureur sur ses données spécifiques	
Frontière des contrats	Contrats comptabilisés à la date d'engagement	Contrats comptabilisés à la date de démarrage de la garantie
Marge pour risque / Ajustement pour risque	Provision calculée par la méthode du coût du capital	Méthodes de calcul non explicitées, mais nécessité de justifier la méthode choisie et de préciser son quantile
Variables financières	En cohérence avec le marché	

FIGURE 1.8 – Synthèse des liens et écarts entre IFRS 17 et Solvabilité 2

1.3 L'ajustement pour risque

Dans cette section, nous allons détailler la définition de l'ajustement pour risque et son cadre de calcul

1.3.1 Définition de l'ajustement pour risque

La norme IFRS 17 définit l'ajustement pour risque dans son paragraphe 37, de la manière suivante :

L'entité doit ajuster les estimations de la valeur actualisée des flux de trésorerie futurs pour refléter l'indemnité qu'elle exige pour la prise en charge de l'incertitude entourant le montant et

l'échéancier des flux de trésorerie qui est engendrée par le risque non financier.

Cet ajustement pour risque doit être explicite, c'est-à-dire que son estimation doit être séparée des autres estimations. Sa définition est précisée dans les paragraphes B86 à B92 de la norme, qui sont détaillés en annexe A.

1.3.2 Encadrement du calcul

La norme n'impose pas de méthode de calcul. Les textes préliminaires en suggéraient, mais la version finale n'y fait plus référence. Cependant, plusieurs précisions sont faites sur les caractéristiques de la provision :

- Les risques graves et peu fréquents doivent être plus provisionnés que les risques peu graves et fréquents ;
- Pour des risques semblables, un risque long sera plus fortement provisionné qu'un risque court ;
- Le montant sera croissant avec l'augmentation de l'écart type de la distribution ;
- Plus l'estimation a d'inconnues, plus elle doit être importante ;
- L'estimation doit suivre les résultats techniques, et s'adapter dans le sens de l'évolution de l'incertitude.

L'ajustement pour risque doit prendre en compte la diversification des risques, qui atténue l'incertitude, ainsi que l'appétence au risque de l'assureur.

1.3.3 Impact de l'ajustement pour risque sur le compte de résultat

L'ajustement pour risque est libéré pendant toute la période de prestation où des incertitudes demeurent sur les prestations, soit jusqu'à l'extinction des flux. En parallèle la CSM libère du résultat pendant la période de couverture du contrat.

Ainsi, une sur ou sous-estimation de l'ajustement pour risque, ou tout simplement le choix du quantile, ont donc directement un impact sur la CSM calculée, avec un effet de vase communicant entre la CSM et l'ajustement pour risque. Cependant leur liquidation ne se fait pas forcément au même rythme.

La reprise de cet ajustement pour risque est comptabilisée comme un revenu d'assurance, et impacte donc directement le résultat d'assurance.

1.4 Enjeux et conclusion

Les principaux enjeux d'IFRS 17 sont de capitaliser sur l'existant qui a été implémenté pour Solvabilité 2 et de l'adapter aux nouveautés issues d'IFRS 17. La CSM est également une nouveauté nécessitant la récupération de nombreuses données pour son calcul, ainsi que la création d'outils pour son calcul et son suivi.

L'ajustement pour risque implique de nouvelles études et des travaux afin d'appréhender la notion d'intervalle de confiance et la diversification des risques. Dans la suite de ce mémoire, nous allons nous intéresser aux différentes options de calcul de l'ajustement pour risque, en se concentrant sur les risques courts d'un assureur en santé et prévoyance.

Chapitre 2

Calcul de l'ajustement pour Risque

Dans ce chapitre nous allons nous intéresser à la définition de l'ajustement pour risque ainsi qu'aux différentes méthodes de calcul. Les méthodes évoquées concerneront les risques courts, dont le provisionnement est généralement basé sur des triangles.

Nous étudierons d'abord la définition de l'ajustement pour risque, sa compréhension et la gestion de l'incertitude sur les flux futurs.

Puis après une présentation des mesures de risque classiques que sont la VaR et la TVaR, nous nous intéresserons aux méthodes déjà utilisées pour Solvabilité 2, à savoir :

- L'utilisation de la normalité ou lognormalité de la distribution des provisions ;
- Le recalibrage des chocs Solvabilité 2 ;
- Le calcul de la marge de risque par la méthode du coût du capital.

Ensuite, nous présenterons des méthodes stochastiques afin d'étudier la distribution des différentes provisions et d'en déduire leurs quantiles, en utilisant plusieurs mesures de risque. Nous nous focaliserons notamment sur 3 méthodes :

- Mack ;
- Bootstrap ;
- Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo (RJMCMC).

Certaines des méthodes évoquées sont notamment proposées dans le livre *Risk adjustments for insurance contracts under IFRS 17* de l'Association Actuarielle Internationale ou AAI (2018).

2.1 L'ajustement pour risque

Comme présenté dans la partie précédente, l'ajustement pour risque représente l'indemnité nécessaire pour compenser l'incertitude sur les flux futurs liée à des risques non financiers.

Dans le cadre de ce mémoire, nous allons considérer l'ajustement pour risque comme un quantile de la distribution des provisions. La valeur du quantile est spécifique à chaque assureur, et peut être adaptée en fonction des garanties couvertes et de l'appétence au risque. Nous nous intéresserons notamment par la suite à la mesure de risque *Value at Risk* (VaR) qui permet de matérialiser les engagements futurs à un seuil de confiance donné.

L'approche par l'utilisation d'un quantile de risque peut se justifier car nous ne recherchons pas des cas extrêmes en opposition à Solvabilité II, le comportement des provisions y est plus stable.

Cet ajustement pour risque doit refléter l'ensemble des risques non financiers de l'assureur, c'est-à-dire les risques de chaque garantie, mais il faut également prendre en compte l'effet de l'agrégation des risques. Cette agrégation permet par la diversification des risques d'abaisser le montant total de l'ajustement pour risque vu au niveau de l'ensemble des portefeuilles de l'assureur. Cette baisse s'explique par la dépendance entre les différents risques. Ce mémoire ne développant que partiellement les garanties d'un assureur, l'effet de la diversification des risques ne sera pas présenté dans la partie applicative.

Généralement, l'actuaire connaît la notion de diversification des risques par le biais des matrices de corrélation utilisées pour le calcul du SCR. Cependant ces matrices de corrélation ont été conçues spécifiquement pour Solvabilité 2 avec un quantile à 99.5%.

L'agrégation des risques est notamment présentée dans le cadre du mémoire d'actuariat de Decupère (2011), qui développe l'agrégation et les phénomènes de dépendance dans un modèle interne. La dépendance entre les risques peut se matérialiser grâce à la théorie des copules. Cette dernière permet de modéliser la dépendance entre différentes variables aléatoires quelles que soient leurs lois marginales.

Dans la suite du mémoire, l'agrégation ne sera donc pas développée, les travaux portant sur un nombre limité de garanties.

2.2 Provisionnement et incertitude

L'enjeu de ce mémoire est la présentation des méthodes de calcul de l'ajustement pour risque. Pour appréhender ce calcul, il convient d'abord d'explicitier les notions de provisionnement et d'incertitude.

Ce mémoire s'intéresse au provisionnement avec des techniques «non vie» des IBNR (*Incurred But Not Reported*), c'est-à-dire une provision pour les prestations futures liées à des survenances passées. Les IBNR se décomposent en 2 éléments, selon que :

- Le sinistre est survenu et connu (*IBNeR, Incurred But Not Enough Reported*) : le sinistre est connu, mais n'est pas encore totalement payé, des prestations sont attendues dans le futur. L'incertitude porte sur les sommes restant à payer pour un sinistre connu.
- Le sinistre est survenu et non connu (*IBNyR, Incurred But Not Yet Reported*) : le sinistre n'est pas connu de l'assureur et nécessitera des prestations futures. Il doit donc être provisionné.

L'incertitude porte sur la réalisation ou non d'un sinistre, et son montant.

Dans le cadre de ce mémoire, nous n'aurons pas de cas avec des provisions "dossier à dossier" qui correspondent à une provision sur les sinistres connus, dont le provisionnement est effectué sinistre par sinistre. Nous allons donc nous intéresser uniquement aux IBNR. La plupart des méthodes actuarielles utilisées pour le provisionnement ne distinguent pas les IBNyR et les IBNeR, et dans ce cas nous regrouperons ces deux provisions sous l'appellation IBNR.

En reprenant les notations de Wüthrich & Merz (2008), et les travaux d'Arjas (1989), il est possible de transcrire mathématiquement le problème du provisionnement :

Prenons N sinistres et des dates de reporting $T_1, \dots, T_N$ avec $\forall i, T_i \leq T_{i+1}$. En considérant le $i_{\text{ème}}$ sinistre, nous avons $T_i = T_{i,0} \leq T_{i,1} \leq \dots \leq T_{i,j} \leq \dots \leq T_{i,N_i}$, qui représente l'ensemble des périodes où des variations de prestation du sinistre i sont observées. $T_{i,j}$ représente le $j_{\text{ème}}$ moment où il y a une nouvelle estimation, une nouvelle information ou un paiement pour le sinistre i . Ainsi T_{i,N_i} correspond au moment du dernier flux pour le $i_{\text{ème}}$ sinistre. Nous avons $T_{i,N_i+k} = \infty, \forall k \geq 1$, car toutes les informations sont déjà disponibles. A un moment $T_{i,j}$, nous avons :

- $X_{i,j} = 0$, s'il n'y a pas de paiement au moment $T_{i,j}$ pour le sinistre i ;
- $X_{i,j} = \text{prestation}$, s'il y a un paiement au moment $T_{i,j}$ pour le sinistre i ;
- $I_{i,j} = \emptyset$, s'il n'y a pas de nouvelle information au moment $T_{i,j}$ pour le sinistre i ;
- $I_{i,j} = \text{nouvelle information}$, s'il y a une nouvelle information au moment $T_{i,j}$ pour le sinistre i .

Si $T_{i,j} = \infty$, nous avons $X_{i,j} = 0$ et $I_{i,j} = \emptyset$

Les paiements cumulés se notent alors :

$$C_i(t) = \sum_{j \in \{k; T_{i,k} \leq t\}} X_{i,j}$$

avec, $C_i(t) = 0$ si $t < T_i$

Le montant de prestation à l'ultime pour le sinistre i se note donc :

$$C_i(\infty) = C_i(T_{i,N_i}) = \sum_{j=0}^{\infty} X_{i,j}$$

La somme totale des prestations futures d'un sinistre i à un instant t que l'on écrit $R_i(t)$ se note alors :

$$R_i(t) = C_i(\infty) - C_i(t) = \sum_{j \in \{k; T_{i,k} > t\}} X_{i,j}$$

Nous noterons alors le montant des prestations cumulées et le montant des futures prestations pour les N sinistres à l'instant t respectivement :

$$C(t) = \sum_{i=1}^N C_i(t) \text{ et } R(t) = \sum_{i=1}^N R_i(t)$$

Ces éléments permettent de poser la base du problème de prédiction des prestations futures et de leur provisionnement. Notons la tribu :

$$\mathcal{F}_t^N = \sigma(\{(T_{i,j}, I_{i,j}, X_{i,j}); 1 \leq i \leq N, j \neq 0, T_{i,j} \leq t\})$$

Il s'agit de l'ensemble des informations disponibles à un instant t liées aux N sinistres. Les autres informations exogènes sont notées $\mathcal{E}_t$ à l'instant t avec $\mathcal{E}_s \subseteq \mathcal{E}_t$ avec $t \geq s$. Ces informations peuvent correspondre par exemple à l'inflation ou à des modifications de législation. L'ensemble des informations disponibles se note alors :

$$\mathcal{F}_t = \sigma(\mathcal{F}_t^N \otimes \mathcal{E}_t)$$

Le nombre de sinistres reportés se note :

$$N_t = \sum_{i=1}^N 1_{\{T_i \leq t\}}$$

Il est possible de dissocier les montants de prestations futures entre les sinistres survenus et connus à l'instant t (IBNeR) et ceux survenus mais non connus à l'instant t (IBNyR) :

$$R_t = \sum_{i=1}^N R_i(t) 1_{\{T_i \leq t\}} + \sum_{i=1}^N R_i(t) 1_{\{T_i > t\}}$$

Les provisions des sinistres survenus et connus et les provisions des sinistres survenus et non connus se notent respectivement R_t^{IBNER} et R_t^{IBNYR} :

2.3 Provisionnement et erreur

Nous allons étudier différentes variables permettant le calcul d'une provision et ses caractéristiques. Dans un contexte où les flux futurs sont incertains, un des enjeux est de comprendre et maîtriser l'erreur d'estimation.

Merz et Wütrich (2008) ont notamment approximé l'erreur de prédiction comme la racine carrée de l'addition de l'erreur de mesure et de l'erreur de paramètre.

Plusieurs types d'erreurs ont été présentées par Wang et al. (2015). Elles peuvent avoir de nombreuses sources :

- **L'erreur opérationnelle** : Les données utilisées ou un élément de la chaîne de production peuvent comprendre des erreurs (oubli de périmètre, non actualisation de bases, erreur d'importation des données, non mise à jour des données).
- **L'erreur de prédiction des paramètres** : Les paramètres estimés dépendent d'informations externes. Or ces dernières ne sont pas forcément prises en compte et maîtrisées pour la prédiction des paramètres. L'avis d'expert sur l'estimation des paramètres peut être faussé.
- **L'utilisation d'un modèle inapproprié** : Le modèle utilisé peut ne pas être adapté aux risques sous-jacents. De plus, chaque modèle génère une erreur de prédiction qui lui est propre. Ces erreurs sont notamment développées dans le mémoire de Aucoin (2018) qui caractérise précisément l'erreur pour de nombreux modèles de provisionnement.
- **L'erreur d'échantillonnage** : La quantité de données utilisées influe sur la qualité des résultats. L'erreur d'échantillonnage diminue avec l'augmentation de la taille des données. Notamment lors de l'utilisation, comme dans la suite du mémoire, de méthodes de simulations stochastiques, un nombre de simulations suffisant doit être effectué afin de stabiliser les résultats.

La définition d'un cadre de gestion des risques d'erreurs est alors nécessaire afin de pouvoir évaluer les risques et mieux les maîtriser. Ainsi, plusieurs points peuvent être étudiés :

- **La gouvernance** : Une gouvernance des modèles doit s'appliquer, afin de définir une politique, une documentation et un processus s'assurant de la maîtrise du modèle et de son utilisation.
- **L'appétit au risque** : Chaque assureur doit définir son appétit au risque, qui représente son niveau d'acceptabilité des risques.
- **Le plan de contrôle** : Un ensemble de contrôle doit être défini, afin de s'assurer du bon fonctionnement et de la fiabilité du modèle.
- **La cartographie** : L'ensemble des processus de production doit être identifié, ainsi que les liens entre chaque étape de calcul.

2.4 Identification des contraintes de données

Dans le cas de risques santé similaires à la non vie en assurance collective, les données utilisées pour l'ensemble des méthodes de provisionnement sont des séries temporelles étudiées sous forme de triangle. Avant d'étudier différentes méthodes de provisionnement, plusieurs questions sont à se

poser sur les données utilisées. En effet, les méthodes de provisionnement employées sont choisies selon les caractéristiques des données disponibles. Il convient alors de s'interroger sur le portefeuille à provisionner et ses caractéristiques :

- **Quelles sont les données disponibles ?** Le provisionnement se base traditionnellement sur l'historique des prestations sur le portefeuille que l'assureur veut provisionner. S'il s'agit d'un nouveau produit, l'utilisation de données similaires (un portefeuille aux mêmes caractéristiques, ou un benchmark de marché) peut être nécessaire. Mais des volumes de prime, des ratios de sinistre sur prime, des nombres de contrats ou de sinistres, ainsi que des coûts moyens peuvent être utilisés.
- **S'agit-il d'une distribution unique ou composée ?** Les données peuvent posséder une distribution unique, ou avoir une distribution composée. Dans ce deuxième cas, qui correspond plus à des garanties IARD que prévoyance ou santé, les données peuvent être séparées en distinguant différents niveaux de sévérité (les sinistres graves par exemple en IARD qui sont séparés des sinistres de montant plus faible).
- **Les données ont-elles une saisonnalité ?** Les données peuvent présenter une saisonnalité ou une tendance, qui peuvent provenir de facteurs exogènes telle l'inflation.
- **Les données sont-elles corrélées avec d'autres ?** L'évolution des données peut dépendre d'autres produits ou de données externes (taux d'intérêt, évolution du marché boursier).
- **Les données sont-elles tronquées ou censurées ?** Les données peuvent être incomplètes, à cause du manque des données les plus anciennes (troncature «à gauche»), ou par la non actualisation des données les plus récentes (censure «à droite»).
- **Quelles est la périodicité des données ?** Les données peuvent être mensuelles, trimestrielles ou annuelles.
- **Y a-t-il des informations notables sur les données historiques ?** Les données peuvent comporter des valeurs aberrantes à retraiter et ajuster. Sur un portefeuille IARD, il peut par exemple s'agir d'un événement climatique exceptionnel. Il peut aussi s'agir d'un retard de versement des prestations ou d'une amélioration notable des temps de traitement des dossiers de sinistre.

Suite à la mise en exergue des caractéristiques du portefeuille étudié, et l'éventuel retraitement des données, la méthode de provisionnement peut être sélectionnée. Les paragraphes suivants s'intéressent aux différentes méthodes de provisionnement des données pour les triangles de prestations. Pour les introduire, il faut cependant d'abord définir la notion de mesure du risque.

2.5 Les mesures de risque

Une mesure de risque permet à l'assureur de calculer le montant d'une provision technique à comptabiliser afin de respecter ses engagements futurs avec un seuil de confiance défini.

Nous allons dans le cadre de ce mémoire nous intéresser à deux mesures de risque courantes :

- La VaR : *Value at Risk*
- La TVaR : *Tail Value at Risk*

Pour être définies comme telles, les mesures de risque doivent posséder certaines propriétés, que nous allons présenter dans la suite de ce document.

2.5.1 Définition

Une mesure de risque ρ est une application qui vérifie plusieurs propriétés, si on note G l'ensemble des risques et X et Y les pertes qui appartiennent à G :

- La transitivité : $\rho(X + \delta) = \rho(X) + \delta$ avec $\delta \in \mathbb{R}$
- La monotonie : $\rho(X) \leq \rho(Y)$ et $X \leq Y$

De plus la mesure est dite cohérente si elle vérifie les propriétés suivantes :

- Positivité homogène : $\forall \delta \geq 0$, $\rho(\delta \times X) = \delta \times \rho(X)$
- Sous-additivité : $\forall X, Y$, on a $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$

2.5.2 La Value at Risk

La *Value at Risk* (VaR) dépend de 3 paramètres :

- Une distribution X . Dans le cadre de ce mémoire nous nous intéresserons principalement aux lois normales et lognormales, ou alors à des distributions empiriques ;
- Un seuil α , qui correspond au niveau de confiance (ou quantile) choisi ;
- Un horizon temporel de la mesure. Cette notion est importante, car plus l'horizon de temps est lointain, plus les risques sont forts.

Nous notons alors $VaR(X, \alpha)$, avec $\alpha \in [0, 1]$ le quantile à un horizon de temps T :

$$VaR(X, \alpha) = \inf\{x, P(X \leq x) \geq \alpha\} = F_X^{-1}(\alpha)$$

Elle permet de calculer le montant de prestations futures attendu maximal lié à un portefeuille à un niveau de confiance et à un horizon temporel donnés. Dans le cadre de Solvabilité 2 par exemple, le Capital de Solvabilité Requis (SCR dans la suite du document) représente le besoin en capital nécessaire pour faire face aux risques dans 99.5% des cas à un horizon de un an, il s'agit donc d'une VaR notée $VAR(X, 0.995)$ à un horizon d'un an.

La mesure est cohérente vis-à-vis du risque si ce dernier a une distribution normale, sinon la propriété de sous additivité ne serait pas vérifiée.

Dans le cadre de notre étude, ce n'est pas l'horizon à un an comme dans Solvabilité 2 qui nous intéresse, mais un horizon qui correspond plutôt à l'extinction des flux. Selon la méthode employée,

nous calculerons directement une VaR avec un horizon égal à l'extinction des flux, ou alors nous chercherons à utiliser une VaR à 1 an et supposerons la normalité ou lognormalité de la distribution de la provision pour en déduire une VaR à l'ultime.

2.5.3 La Tail Value at Risk

La TVaR d'une distribution X définie à un seuil α se note $TVaR(X, \alpha)$, avec $\alpha \in [0, 1]$ le quantile, et correspond à la moyenne des VaR de niveau supérieur à α .

$$\begin{aligned} TVaR(X, \alpha) &= \frac{1}{1-\alpha} \int_{\alpha}^1 VaR(X, t) dt \\ &= \frac{1}{1-\alpha} \left(E[X] - \int_0^1 VaR(X, t) dt \right) \\ &= VaR(X, \alpha) + \frac{1}{1-\alpha} E[(X - VaR(X, \alpha))] \end{aligned}$$

Cette mesure de risque est cohérente. De la même manière que pour la VaR, elle est calculée sur un horizon de temps donné, la forme de la queue de distribution a par contre, contrairement à la VaR, un fort impact sur les résultats.

2.6 Méthodes basées sur Solvabilité 2

Dans cette partie, nous détaillerons rapidement certains points de Solvabilité 2, pour nous intéresser aux différentes possibilités d'adaptation pour IFRS 17 des calculs utilisés dans le cadre Solvabilité 2.

2.6.1 Rappels sur le SCR Solvabilité 2

Dans le cadre de Solvabilité 2, le SCR correspond à un montant qui doit être couvert par les fonds propres, faute de quoi un plan de redressement sera mis en place par le superviseur.

Son calcul est basé sur la théorie de la *Value at Risk* (VaR) et est encadré par la directive Solvabilité 2. En formule standard, les chocs de l'actif et du passif ont été calibrés de manière que, après agrégation et diversification des chocs, le montant de SCR correspond à une VaR un an à 99.5%.

2.6.2 De Solvabilité 2 à IFRS 17

IFRS 17 exige le calcul d'un ajustement pour risque à un quantile choisi par l'entreprise selon son appétence au risque. Une première idée de méthode de calcul consiste à effectuer un calcul similaire à celui du SCR.

L'ensemble des chocs effectués en formule standard sous Solvabilité 2 n'intervient pas dans le calcul de l'ajustement pour risque, en effet celui-ci ne doit couvrir que les chocs non-financiers. Les chocs concernés sont ceux relatifs aux risques de souscription et de défaut. Les chocs retenus sont identifiés dans le cadre de nos portefeuilles sont ceux identifiés dans la figure 2.1.

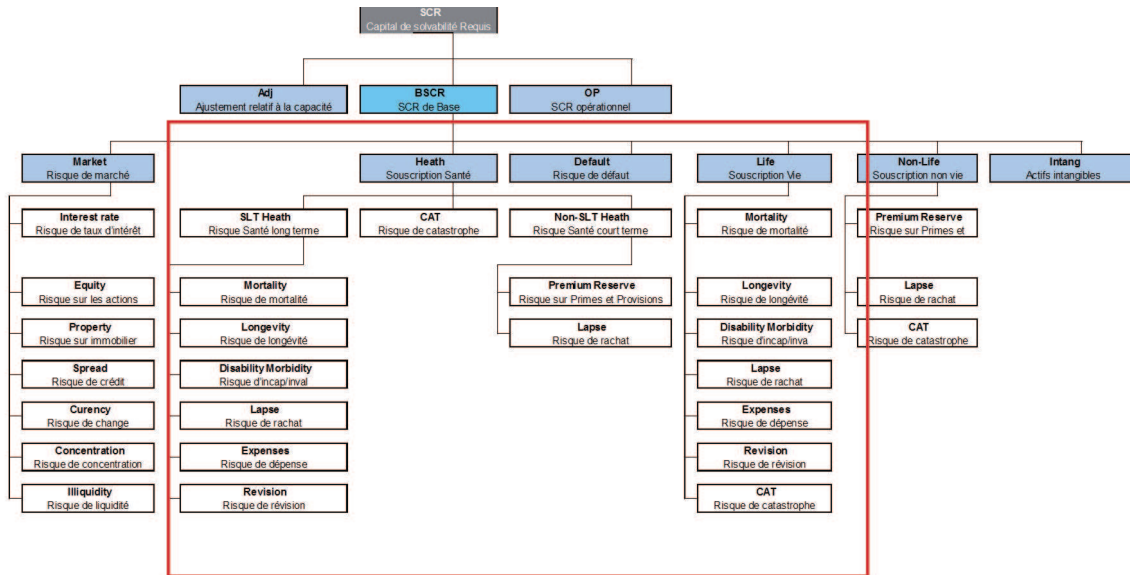


FIGURE 2.1 – Périmètre des chocs concernés par l'ajustement pour risque

Nous allons tout particulièrement nous intéresser au choc relatif aux risques de primes et de réserve qui concerne en général les risques courts, notamment dans le cas de l'étude la santé et l'incapacité.

2.6.3 Hypothèse de normalité et lognormalité des provisions

Une première idée d'adaptation du calcul Solvabilité 2 consiste à considérer la normalité ou lognormalité des provisions. En effet, en connaissant le montant de la meilleure estimation de la provision et son quantile à 99,5%, il est possible d'en déduire le paramètre σ de la loi suivie par la provision et donc d'obtenir n'importe quel autre quantile.

Le SCR correspond à un quantile à 99,5% de la provision au *best estimate*, soit une $Var(BE, 99, 5\%)$ à horizon d'un an. Nous allons adapter cette formule pour passer d'un horizon d'un an à un horizon T correspondant à la durée de liquidation du portefeuille. En effet, l'ajustement pour risque doit couvrir les risques non financiers jusqu'à l'extinction du portefeuille.

Nous allons effectuer le calcul dans le cas d'une loi normale ainsi que dans le cas d'une loi lognormale. Pour rappel, ces lois sont définies de la manière suivante :

Loi Normale

La loi normale est une loi de probabilité continue qui dépend de 2 paramètres :

- μ : son espérance, un nombre réel ;
- σ : son écart type, un nombre réel positif.

Sa densité se présente de la manière suivante (avec plusieurs exemples de lois normales) :

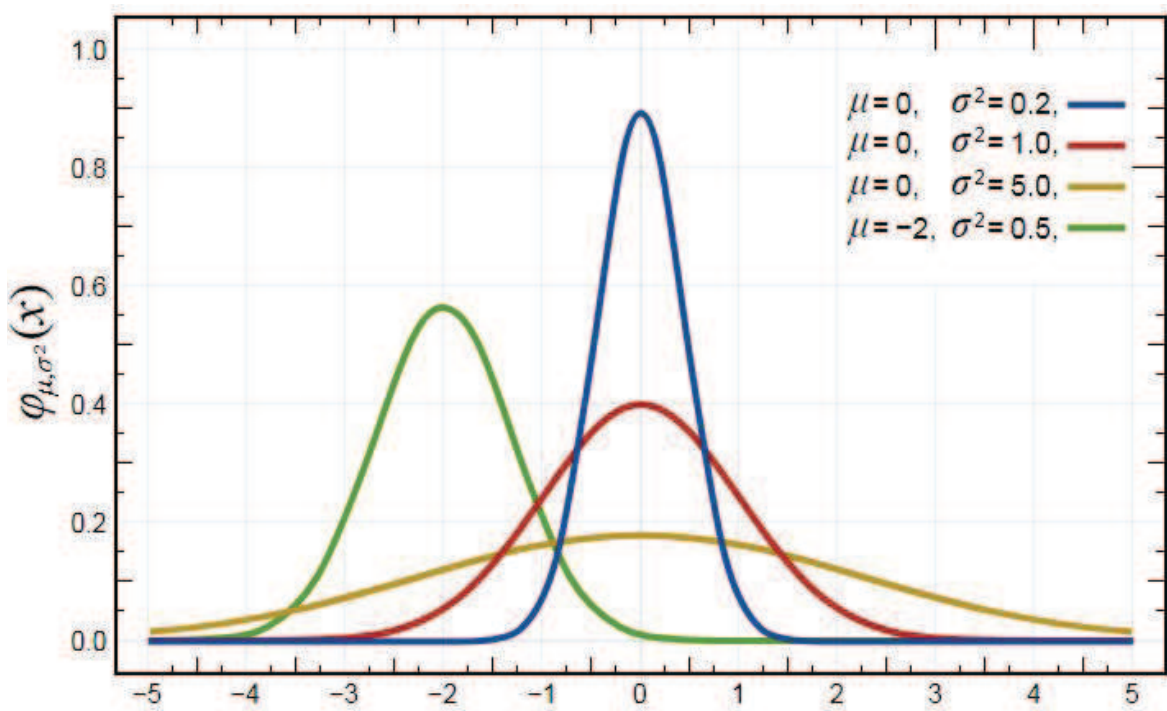


FIGURE 2.2 – Densité loi normale

Nous pouvons observer que la loi est symétrique autour de μ .

La variable X suivant une loi normale d'espérance μ et d'écart type σ est notée :

$$X \hookrightarrow \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$$

Si le comportement d'une provision *best estimate* notée X , dont nous connaissons le SCR associé, décrit une loi normale d'espérance μ et d'écart type σ , nous avons :

- $\mu = BE = E(X)$
 - Le quantile à 99.5% : $F_X^{-1}(99.5\%) = BE + SCR$ avec F_X la fonction de répartition
- Or, on a :

$$P(X < x) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$

d'où :

$$\frac{(BE + SCR) - \mu}{\sigma} = F_{\mathcal{N}(0,1)}^{-1}(99.5\%)$$

On a donc :

$$\sigma = \frac{SCR}{F_{\mathcal{N}(0,1)}^{-1}(99.5\%)}$$

L'ajustement pour risque au quantile α se note alors :

$$RA_{\alpha\%} = F_X^{-1}(\alpha\%) - E(X) = F_X^{-1}(\alpha\%) - BE$$

avec

$$X \hookrightarrow \mathcal{N}(E(X), \frac{SCR}{F_{\mathcal{N}(0,1)}^{-1}(99.5\%)})$$

Cependant nous sommes sur un horizon à un an qui ne correspond pas à IFRS 17. Si nous passons à un horizon à l'ultime, où T correspond à la duration du portefeuille, nous avons plusieurs options :

— Méthode 1 : Lois marginales

Nous faisons l'hypothèse que le BE correspond à une variable X telle que :

$$X = \sum_{i=1}^T X_i$$

avec

$$X_i \hookrightarrow \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$$

Nous supposons les X_i indépendants.

On a alors, grâce aux propriétés d'additivité de la loi normale :

$$\begin{aligned} \text{— } \mu &= BE = E(X) = T \times \mu_1 \\ \text{— } \sigma &= \sqrt{T} \times \sigma_1 \end{aligned}$$

$$\text{En effet : } \sigma^2 = \sum_{i=1}^T \sigma_1^2 = T \times \sigma_1^2$$

$$\Leftrightarrow \sigma = \sqrt{T} \times \sigma_1 = \sqrt{T} \times \frac{SCR}{F_{\mathcal{N}(0,1)}^{-1}(99.5\%)}$$

L'ajustement pour risque au quantile α se note donc, en utilisant la formule vue précédemment :

$$RA_{\alpha\%} = F_X^{-1}(\alpha\%) - T \times BE$$

avec

$$X \hookrightarrow \mathcal{N}(E(X), \sqrt{T} \times \frac{SCR}{F_{\mathcal{N}(0,1)}^{-1}(99.5\%)})$$

Deux autre méthodes sont présentées après la loi lognormale, car communes aux deux lois.

Loi Lognormale

De la même manière, nous allons observer la distribution d'une provision *best estimate* selon une loi lognormale. La loi de la variable aléatoire X est dit lognormale de paramètre μ et σ^2 si la variable Y , définie telle que $Y = \ln(X)$, suit une loi normale d'espérance μ et de variance σ^2 . Sa densité se présente de la manière suivante :

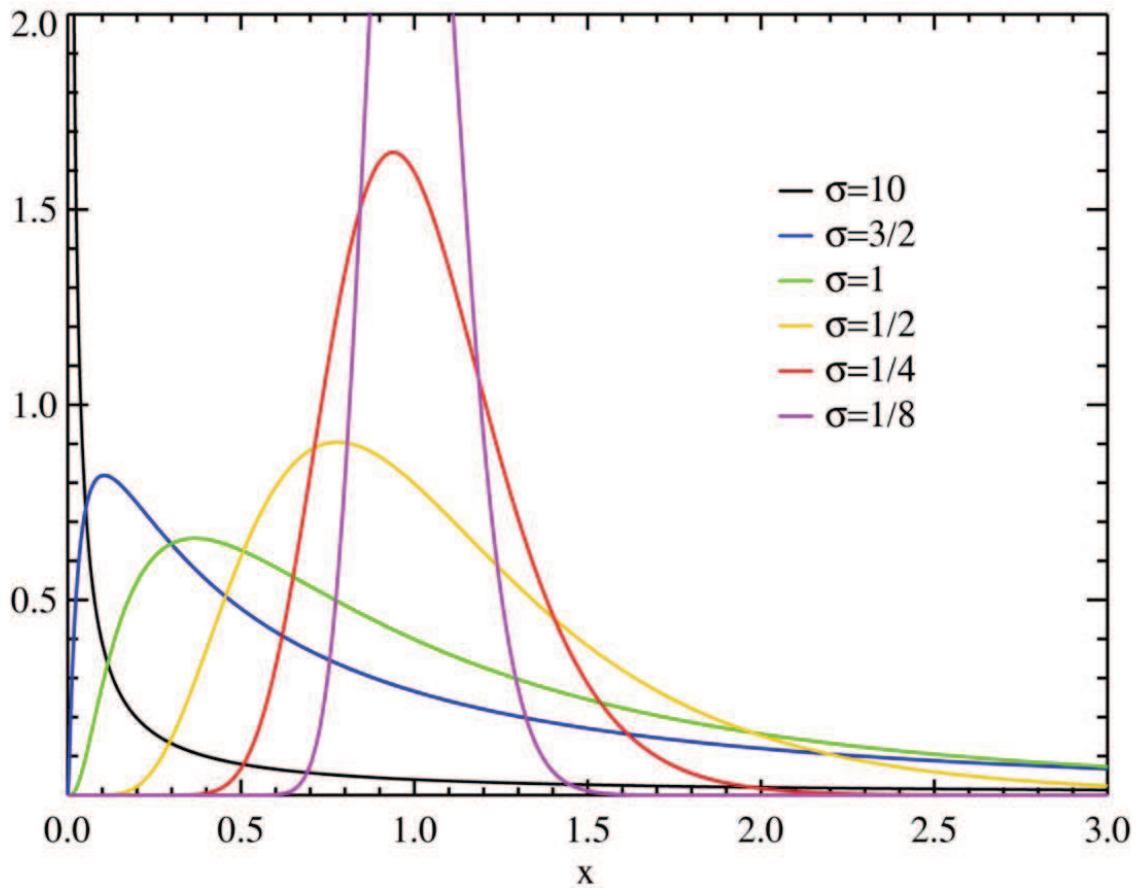


FIGURE 2.3 – Densité loi lognormale

La variable X suivant une loi lognormale d'espérance μ et d'écart type σ est notée :

$$X \hookrightarrow \text{Log} - \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$$

C'est à dire qu'il existe $Y = \ln(X)$ tel que :

$$Y \hookrightarrow \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$$

Si le comportement de la provision au *best estimate*, qu'on note X , dont nous connaissons le SCR associé, décrit une loi lognormale de paramètres μ et σ^2 , nous avons $Y = \ln(X)$ qui suit une loi normale.

Or, à partir de :

$$P(Y < y) = P\left(\frac{Y - \mu}{\sigma} < \frac{y - \mu}{\sigma}\right)$$

nous pouvons obtenir :

$$\frac{\ln(BE + SCR) - \mu}{\sigma} = F_{\mathcal{N}(0,1)}^{-1}(99.5\%)$$

On a donc :

$$\sigma = \frac{\ln(BE + SCR) - \mu}{F_{\mathcal{N}(0,1)}^{-1}(99.5\%)}$$

L'ajustement pour risque au quantile α se note :

$$RA_{\alpha\%} = F_X^{-1}(\alpha\%) - BE$$

Cependant comme pour la loi normale, nous sommes sur un horizon à un an qui ne correspond pas à IFRS 17. Si nous passons à un horizon à l'ultime, où T correspond à la duration du portefeuille, nous avons plusieurs options :

— Méthode 1 : Loïs marginales

Nous faisons l'hypothèse que le BE correspond à une variable X telle que :

$$X = \sum_{i=1}^T X_i$$

avec

$$X_i \hookrightarrow LN(\mu_1, \sigma_1^2)$$

Nous supposons les X_i indépendants.

On a :

$$\begin{aligned} — \mu &= \ln \left(T \times \exp \left(\mu_1 + \frac{\sigma_1^2}{2} \right) \right) - \frac{1}{2} \times \ln \left(1 + \frac{1}{T} \times \frac{\exp(\sigma_1^2) - 1}{2} \right) \\ — \sigma &= \sqrt{\ln \left(1 + \frac{1}{T} \times (\exp(\sigma_1^2) - 1) \right)} \end{aligned}$$

L'ajustement pour risque au quantile α se note donc :

$$RA_{\alpha\%} = F_X^{-1}(\alpha\%) - T \times BE$$

Les deux méthodes qui suivent sont communes, qu'on soit sur une loi normale ou lognormale :

— Méthode 2 : Approche simplifiée

Nous considérons que l'ajustement pour risque à l'ultime est égal à l'ajustement pour risque à 1 an multiplié par la racine de la durée :

$$RA_{\alpha\%}^{ultime} = \sqrt{T} \times RA_{\alpha\%}^1$$

— Méthode 3 : Approche par projection

L'ajustement pour risque à l'ultime peut être estimé comme une projection de l'ajustement pour risque à un an qui suit un facteur de développement, comme par exemple la provision *best estimate*. Dans ce cas, on note :

$$RA_{\alpha\%}^{ultime} = \sum_{i=1}^T \frac{RA_{\alpha\%}^1 \times \frac{BE_i}{BE_0}}{(1 + r_i)^i}$$

La méthode 3 a pour avantage de ne pas faire d'hypothèses sur l'indépendance des variables qui n'est pas toujours justifiée. Elle est également facile à appliquer.

Les deux premières méthodes donnent des hypothèses proches. L'utilisation de la racine de la durée est une hypothèse simplificatrice fiable sur les risques courts. Ces méthodes ont pour inconvénient de ne pas tenir compte des taux d'actualisation. La méthode 1 nécessite la justification de l'hypothèse de normalité ou lognormalité de la provision, et de l'équivalence de l'utilisation d'une somme de X_i jusqu'à l'ultime ou sur la durée.

Utilisation

L'utilisation d'une distribution normale ou lognormale pour caractériser une provision et son SCR associé peut être généralisée au SCR d'une entité d'assurance. L'ajustement pour risque calculé

doit alors être réparti par portefeuille. Dans ce cas, nous parlerons d'une approche *Top-down*. Une clé de répartition doit être définie pour répartir l'ajustement pour risque au niveau du contrat. Il peut par exemple s'agir directement d'une répartition en fonction des provisions sous-jacentes ou des montants des chocs SCR avant agrégation.

Le calcul de l'ajustement pour risque peut être également effectué par portefeuille ou contrat, puis consolidé au niveau de l'entité. Nous parlerons alors d'approche *Bottom-up*. Dans ce cas, il conviendra d'étudier la diversification des portefeuilles lors de l'agrégation des ajustements pour risque de la même manière que les sous modules et modules de risque sont agrégés pour calculer le SCR.

2.6.4 Primes et de réserve

Une autre possibilité de calcul de l'ajustement pour risque peut consister à recalibrer directement les chocs Solvabilité 2. Dans le cadre des travaux du mémoire, nous allons nous focaliser sur le choc de primes et de réserve. En effet, les risques financiers captés par les chocs de marché étant ignorés pour le calcul de l'ajustement pour risque, le choc de primes et de réserve est un des chocs ayant la plus forte contribution au SCR pour les entités étudiées dans le cadre du mémoire.

Définition du choc

Le choc de primes et de réserve présenté dans la suite de ce paragraphe correspond au sous-module « risque de primes et de réserve en santé non SLT (non similaire à la vie) » du sous-module « risque de souscription en santé non SLT ». L'Exigence de capital $SCR_{(NSLT,pr)}$ pour ce choc correspond au calcul suivant :

$$SCR_{(NSLT,pr)} = 3 \times \sigma_{NSLT} \times V_{NSLT}$$

Où :

- σ_{NSLT} représente l'écart type du risque de primes et de réserve santé non-SLT ;
- V_{NSLT} représente la mesure de volume du risque de primes et de réserve santé non-SLT, c'est à dire la provision en *best estimate*.

La mesure de volume pour le risque de primes et de réserve en santé non-SLT est égale à la somme des volumes pour risque de primes et de réserve pour les segments visés à l'annexe XIV du règlement délégué 2015/35 détaillant Solvabilité 2, à savoir :

- assurance frais médicaux et réassurance proportionnelle y afférente ;
- assurance protection du revenu et réassurance proportionnelle y afférente ;
- assurance indemnisation des travailleurs et réassurance proportionnelle y afférente ;
- réassurance santé non proportionnelle.

Le volume pour un segment S est égal à

$$V_S = (V_{(prem,S)} + V_{(res,S)}) \times (0,75 + 0,25 \times DIV_S)$$

Avec :

- $V_{(prem,S)}$ la mesure de volume pour risque de primes du segment S. Dans le cas de l'étude, cette mesure sera considérée comme nulle, le calcul concernant seulement le stock. Le risque de primes concerne des contrats futurs dont la période de couverture n'a pas encore commencé lors d'un calcul au 31/12. Nous sommes dans un cas sans provision pour prime non acquise ;
- $V_{(res,S)}$ la mesure de volume pour risque de réserve du segment S ;
- DIV_s le facteur de diversification du segment S. Ce facteur sera égal à 1 dans l'ensemble de l'étude, n'ayant qu'un seul pays concerné par le calcul.

Nous avons donc :

$$V_S = V_{(res,S)}$$

Et nous obtenons alors :

$$V_{NSLT} = \sum V_S = \sum V_{(res,S)}$$

La mesure de volume pour risque de réserve pour un segment donné est égale à la meilleure estimation de la provision pour sinistre à payer pour ce segment, après déduction des montants recouvrables au titre des contrats de réassurance.

L'écart type du risque de primes et de réserve se calcule de la manière suivante :

$$\sigma_{NSLT} = \frac{1}{V_{NSLT}} \times \sqrt{\sum_{s,t} CorrHS_{(s,t)} \times \sigma_s \times V_s \times \sigma_t \times V_t}$$

Avec :

- V_{NSLT} : la mesure de volume de primes et de réserve ;
- $\sum_{s,t}$: la somme de toutes les combinaisons (s,t) des segments ;
- $CorrHS_{(s,t)}$: le coefficient de corrélation pour risque de primes et de réserve des segments s et t définis dans les annexes du règlement délégué ;
- σ_k : l'écart type du segment k pour le risque de primes et de réserve ;
- V_k : la mesure de volume pour le risque de primes et de réserve du segment k.

Pour un segment k donné, l'écart type du risque de primes et de réserve est le suivant :

$$\sigma_k = \frac{\sqrt{\sigma_{(prem,s)}^2 \times V_{(prem,s)}^2 + \sigma_{(prem,s)} \times V_{(prem,s)} \times \sigma_{(prem,s)} \times V_{(res,s)} + \sigma_{(res,s)}^2 \times V_{(res,s)}^2}}{V_{res,s} + V_{prem,s}}$$

Avec les mêmes notations que précédemment pour les volumes et :

- $\sigma_{(res,s)}$: l'écart type du risque de réserves sur le segment s ;
- $\sigma_{(prem,s)}$: l'écart type du risque de primes sur le segment s.

En considérant que les volumes de prime sont nuls, nous obtenons :

$$\sigma_{NSLT} = \frac{1}{\sum_k V_k} \times \sqrt{\sum_{s,t} CorrHS_{(s,t)} \times \sigma_s \times V_s \times \sigma_t \times V_t}$$

Avec,

- $V_k = V_{(res,s)}$
- $\sigma_s = \frac{\sqrt{\sigma_{(res,s)}^2 \times V_{(res,s)}^2}}{V_{(res,s)}}$

On a donc, avec la fonction σ_{NSLT} définie précédemment :

$$\begin{aligned} SCR_{(NSLT,pr)} &= 3 \times \sigma_{NSLT} \times V_{NSLT} \\ &= 3 \times \left(\frac{1}{\sum_k V_{NSLT}} \times \sqrt{\sum_{s,t} CorrHS_{(s,t)} \times \sigma_s \times V_s \times \sigma_t \times V_t} \right) \times \sum_S V_{(res,S)} \end{aligned}$$

Recalibrage du choc

$3 \times \sigma_{NSLT}$ est une approximation fixée depuis le Quantitative Impact Study 3 (QIS 3) de la manière suivante :

$$SCR_{(NSLT,pr)} = \rho(\sigma_{NSLT}) \times V_{NSLT}$$

Où $\rho(\sigma_{NSLT})$ est une fonction de l'écart type σ_{NSLT} . Elle est définie en supposant que les risques suivent une loi log-normale :

$$\rho(\sigma_{NSLT}) = \frac{\exp(N_{0.995} \times \sqrt{\log(\sigma_{NSLT}^2 + 1)})}{\sqrt{\sigma_{NSLT}^2 + 1}} - 1$$

Avec,

- σ_{NSLT} l'écart type résultant de la combinaison de l'écart type des risques de primes et de réserve ;
- $N_{0.995}$ le quantile à 99.5% d'une loi normale centrée réduite.

Nous pouvons expliquer la formule de $\rho(\sigma_{NSLT})$ en se basant sur le mémoire d'actuariat Michaud (2012) de la manière suivante : soit X une variable aléatoire représentant le ratio défini par la

variation des provisions *best estimate* additionnée aux coûts de l'année à venir, le tout rapporté aux primes de l'année. Nous supposons que X suit une loi lognormale et notons donc la variable $Y = \log(X)$, qui suit alors par définition une loi normale :

$$X \hookrightarrow \text{Log} - \mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2) \text{ et } Y \hookrightarrow \text{Log} - \mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2)$$

Nous avons donc par définition d'une loi lognormale :

$$\begin{cases} \mu_Y &= \log(\mu_X) - \frac{1}{2} \times \log\left(1 + \frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2}\right) \\ \sigma_Y^2 &= \log\left(1 + \frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2}\right) \end{cases}$$

On a par définition de la VaR :

$$P(X < VaR_{99.5\%}(X)) = 0.995$$

$$\iff P(\log(X) < \log(VaR_{99.5\%}(X))) = 0.995$$

car $\log$ est une fonction strictement croissante.

$$\iff P\left(\frac{Y - \mu_Y}{\sigma_Y} < \frac{\log(VaR_{99.5\%}(X)) - \mu_Y}{\sigma_Y}\right) = 0.995$$

où $\frac{Y - \mu_Y}{\sigma_Y}$ suit une loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0, 1)$ d'où :

$$\frac{\log(VaR_{99.5\%}(X)) - \mu_Y}{\sigma_Y} = VaR_{99.5\%}(\mathcal{N}(0, 1))$$

$$\iff VaR_{99.5\%}(X) = \exp[(VaR_{99.5\%}(\mathcal{N}(0, 1)) \times \sigma_Y + \mu_Y]$$

avec $\mathcal{N}(0, 1)$ une loi normale centrée réduite

$$\iff VaR_{99.5\%}(X) = \exp(N_{99.5\%} \times \sigma_Y) \times \exp(\mu_Y)$$

avec $N_{99.5\%}$ le quantile à 99.5% d'une loi normale centrée réduite

$$\iff VaR_{99.5\%}(X) = \exp\left(N_{99.5\%} \times \sqrt{\log\left(1 + \frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2}\right)}\right) \times \exp\left(\log(\mu_X) - \frac{1}{2} \times \log\left(1 + \frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2}\right)\right)$$

Sachant que le quantile à 99.5% d'une loi normale centrée réduite est de 2.5758, il est possible de comparer $\rho(\sigma_{NSLT})$ et $3 \times \sigma_{NSLT}$ à différents σ donnés :

σ	$3 \times \sigma$	$\rho(\sigma)$	Valeur du proxy	Valeur réelle
1.0%	0.03	0.0260	3	2.60
2.0%	0.06	0.0527	3	2.63
3.0%	0.09	0.0798	3	2.66
4.0%	0.12	0.1076	3	2.69
5.0%	0.15	0.1359	3	2.72
6.0%	0.18	0.1649	3	2.75
7.0%	0.21	0.1944	3	2.78
8.0%	0.24	0.2245	3	2.81
9.0%	0.27	0.2552	3	2.84
10.0%	0.3	0.2866	3	2.87
11.0%	0.33	0.3185	3	2.90
12.0%	0.36	0.3510	3	2.92
13.0%	0.39	0.3841	3	2.95
14.0%	0.42	0.4179	3	2.98
15.0%	0.45	0.4522	3	3.01

FIGURE 2.4 – Proxy de calcul primes et de réserve

La valeur réelle correspond, à un σ donné, à la valeur du coefficient de multiplication qui devrait remplacer le proxy égal à 3 utilisé par la formule standard, pour obtenir le résultat réel du SCR.

Nous pouvons constater, que sauf pour un σ égal à 15%, la multiplication du volume par le proxy est un majorant de la formule réelle. Le proxy correspond à un calcul avec un σ entre 14% et 15%. Sachant que les σ utilisés sont en pratique plus faibles, il s'agit d'un proxy prudent, car majorant le calcul avec la formule complète $\rho(\sigma_{NSLT})$ dans tous les cas où σ est inférieur à 15%.

Recalibrer le risque à un autre quantile consiste alors à changer le quantile dans cette fonction :

$$SCR_{(NSLT,pr)} = \left(\frac{\exp(N_{0.995} \times \sqrt{\log(\sigma_{NSLT}^2 + 1)})}{\sqrt{\sigma_{NSLT}^2 + 1}} - 1 \right) \times V_{NSLT}$$

On a donc, avec la fonction ρ et le σ_{NSLT} définis précédemment :

$$\begin{aligned} SCR_{(NSLT,pr)} &= \rho(\sigma_{NSLT}) \times V_{NSLT} \\ &= \rho \left(\frac{1}{\sum_k V_{NSLT}} \times \sqrt{\sum_{s,t} CorrHS_{(s,t)} \times \sigma_s \times V_s \times \sigma_t \times V_t} \right) \times \sum_S V_{(res,S)} \end{aligned}$$

A partir de cette formule il sera possible dans la partie applicative de ce mémoire de calculer les valeurs de différents quantiles sur des garanties concernées par le choc de primes et de réserve.

Notons que le SCR calculé correspond à une VaR à 1 an. Il est donc nécessaire de passer à une VaR à l'ultime, avec les méthodes vues lors de la présentation des lois normales et log-normales.

2.6.5 Méthode du coût en capital

En s'inspirant des méthodes de Solvabilité 2, il est également possible d'utiliser le coût en capital. La formule de la marge de risque se note de la manière suivante :

$$RM = CoC \times \sum_{t \geq 0} \mathbb{E}^{\mathbb{Q} \otimes \mathbb{P}^a} \left[\frac{SCR(t)}{(1 + r_{t+1})^{t+1}} \right]$$

avec :

- CoC : le coût de capital, qui est de 6%
- $SCR(t)$: le SCR de l'année t sur les risques de souscription vie, non-vie et santé et le risque de défaut de réassurance, calculé au quantile à 99.5%
- r_{t+1} : le taux d'intérêt sans risque en $t + 1$
- $\mathbb{Q}$: la probabilité risque neutre
- $\mathbb{P}$: la probabilité historique

Le coût du capital est centré sur la notion de nécessité pour une entreprise de détenir un certain montant de capital pour supporter les risques inconnus mais provisionnables. Il se base sur la valeur du retour sur investissement demandé par un actionnaire pour compenser l'immobilisation du capital nécessaire.

Son principal avantage, par rapport aux autres méthodes présentées dans le cadre de ce mémoire, est de refléter l'évolution du passif de l'assureur, et de se liquider proportionnellement à l'évolution du passif.

Le calcul de l'ajustement pour risque peut donc revenir à une méthode similaire :

$$RA = \sum_{t=0}^n \frac{r_t \times C_t}{(1 + d_t)^t}$$

avec

- r_t : le coût du capital pour la période t
- C_t : le montant de capital à immobiliser à la fin de la période t, qu'il faut estimer
- d_t : le taux d'actualisation en t

Cette méthode soulève un certain nombre de questions. En effet, il est difficile de choisir un taux de coût du capital et d'indiquer le quantile auquel correspond l'ajustement pour risque calculé. De plus la méthode nécessite un calcul avec un recalibrage des chocs. Cette méthode correspond plutôt

à une approche au niveau de l'entité, de type *top-down*.

Les résultats sont particulièrement sensibles aux données en entrée, car de nombreuses hypothèses sont prises pour le choix du taux. Cette méthode ne sera pas appliquée dans le cadre de ce mémoire de part sa complexité.

2.7 Méthodes de provisionnement

Il est également possible de s'intéresser à l'ajustement pour risque en observant la distribution des engagements de l'assureur. Pour cela nous pouvons utiliser des méthodes stochastiques afin de générer des distributions de charges futures et d'en observer les quantiles. Nous allons ainsi nous intéresser à plusieurs méthodes :

- Mack
- Bootstrap
- Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo

Les méthodes de Mack et de Bootstrap ont fait l'objet de nombreuses études. Nous nous permettrons alors de les présenter rapidement, dans un souci de concision du mémoire. Le lecteur pourra se référer à l'ouvrage de référence sur le provisionnement *Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance* de Wüthrich & Merz (2008)

2.7.1 Chain Ladder et Mack

Pour présenter la méthode stochastique de Mack, puis plus tard notre application du Bootstrap aux triangles de prestations, il est d'abord nécessaire de présenter la méthode déterministe de Chain Ladder sur laquelle elles s'appuient et d'introduire les notations.

Chain Ladder

La méthode de Chain Ladder est une méthode couramment utilisée par les assureurs. Elle s'applique sur des triangles de paiements cumulés, selon l'année de survenance et l'année de règlement. Cette méthode nécessite un certain historique de manière à ce qu'à minima les prestations de l'année la plus ancienne soient considérées comme intégralement payées. Cette méthode est donc destinée principalement aux risques courts.

Nous allons noter $C_{i,k}$ la somme des prestations ayant une année de survenance i et un délai de règlement de k années ou moins. Ces prestations se représentent alors sous forme de « triangle » :

		Année de développement (j)					
		1	2	...	k	...	n
Année de survenance (i)	1	C _{1,1}	C _{1,2}	...	C _{1,k}	...	C _{1,n}
	2	C _{2,1}	C _{2,2}	...	C _{2,k}	...	C _{2,n}
	...	...	...	...	...	...	...
	k	C _{k,1}	C _{k,2}	...	C _{k,k}	...	C _{k,n}
	...	...	...	...	...	...	...
	n-1	C _{n-1,1}	C _{n-1,2}	...	...	...	C _{n-1,n}
n	n	C _{n,1}	C _{n,2}	...	...	...	C _{n,n}

FIGURE 2.5 – Triangle de prestations cumulées

La diagonale de ce tableau représente pour chaque année de survenance le montant des prestations payées depuis l'année de survenance de la ligne. L'intérêt de la méthode est de déduire à partir de ces $C_{i,j}$ connus (si $i \leq n$, $j \leq n$ et $i+j \leq n+1$) les $C_{i,j}$ tels que $i+j > n+1$.

Pour cela, la méthode prend pour hypothèse que les ratios $\frac{C_{i,j}}{C_{i,j+1}}$ sont indépendants de i , et donc qu'on a l'égalité suivante :

$$\frac{C_{1,j+1}}{C_{1,j}} = \frac{C_{2,j+1}}{C_{2,j}} = \dots = \frac{C_{n-j,j+1}}{C_{n-j,j}}$$

Mais cette hypothèse est très forte, et en général ces ratios sont proches mais pas identiques. L'utilisation de la moyenne est donc plus fiable. On note alors ce coefficient $\hat{f}_j$:

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}}$$

Le montant estimé de $\hat{C}_{i,j}$ avec $i+j > n+1$ (montants futurs) se note donc :

$$\hat{C}_{i,j} = C_{i,n+1-i} \times \hat{f}_{n+1-i} \times \dots \times \hat{f}_{j-1}$$

La charge ultime se note donc :

$$\hat{C}_{i,n} = C_{i,n+1-i} \times \hat{f}_{n+1-i} \times \dots \times \hat{f}_{n-1}$$

Les provisions pour l'année i se notent donc :

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n+1-i}$$

Maintenant que la méthode de Chain Ladder est présentée, il est possible de s'intéresser à la méthode de Mack.

Modèle de Mack

Le modèle de Mack est la version stochastique de Chain Ladder. Le montant de provisions estimé est identique. Cependant, il permet également de donner une estimation de l'erreur de prédiction des provisions. En choisissant une distribution paramétrique à deux paramètres, se basant sur Chain Ladder, il sera possible d'obtenir des quantiles de la provision calculée.

Le modèle se base sur trois hypothèses. Les deux premières sont les mêmes que pour Chain Ladder :

$$(H1) \quad \text{Il existe } f_j \text{ tel que } E(C_{i,j+1} \mid C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = C_{i,j} \times f_j \text{ pour } 0 \leq i \leq n, 0 \leq j \leq n-i$$

$$(H2) \quad \text{Les années d'origines sont indépendantes : } C_{i,1}, \dots, C_{i,j} \text{ et } C_{k,1}, \dots, C_{k,n} \text{ sont indépendants } \forall i \neq k$$

$$(H3) \quad \text{Il existe } \sigma_j \text{ tel que } Var(C_{i,j+1} \mid C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = \sigma_j^2, \text{ avec } 0 \leq i \leq n, 0 \leq j \leq n-i$$

Notons D l'ensemble des variables observables, c'est-à-dire la partie supérieure du triangle avec :

$$D = \{C_{i,j} \mid i + j < n + 1\}$$

En considérant les hypothèses précédentes on a :

$$E(C_{i,n+1} \mid D) = C_{i,n} \times f_{n-i} \times \dots \times f_n$$

Dans ce modèle, les facteurs (f_j) correspondent aux coefficients de développement de Chain Ladder présentés précédemment $(\hat{f}_j)$. Ces derniers sont sans biais et non corrélés.

L'estimateur sans biais de (σ_j^2) est :

$$\begin{cases} \hat{\sigma}_j^2 &= \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j} \left(\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j} \hat{f}_j} \right)^2 & \text{avec } 0 \leq i \leq n-2 \\ \hat{\sigma}_{n-1}^2 &= \min \left(\frac{\hat{\sigma}_{n-2}^4}{\hat{\sigma}_{n-3}^2}, \min(\hat{\sigma}_{n-3}^2, \hat{\sigma}_{n-2}^2) \right) \end{cases}$$

Si on considère l'estimateur précédent nous pouvons alors calculer l'écart quadratique moyen (MSEP, *Mean Squared Error of Prediction*) :

$$\widehat{MSEP}(\widehat{R}_i) = \mathbb{E} \left(\left(\widehat{R}_i - R_i \right)^2 \mid D \right) = \hat{C}_{i,n}^2 \sum_{j=n-i}^{n-1} \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{f}_j} \left(\frac{1}{\hat{C}_{i,j}} + \frac{1}{\sum_{k=1}^{n-j} C_{i,k}} \right)$$

Pour $i = 1 \dots, n$, avec $\hat{C}_{i,j} = C_{i,n+1} \times \hat{f}_{n+1} \times \dots \times \hat{f}_{n+1}$ et $\hat{C}_{i,n-i} = C_{i,n+i}$

On a donc comme estimation de la provision totale :

$$\widehat{MSEP}(\widehat{R}_i) = \sum_{j=1}^n \left\{ \widehat{MSEP}(\widehat{R}_i) + \hat{C}_{i,n} \left(\sum_{k=n+i}^n \hat{C}_{k,n} \right) \sum_{j=n-i}^{n-1} \frac{2\sigma_j^2}{\hat{f}_j \sum_{l=n-i}^{n-j} C_{i,l}} \right\}$$

Si on suppose que la distribution des R_i est une loi normale $R_i \hookrightarrow N(\hat{R}_i, \widehat{MSEP}(\widehat{R}_i))$

Nous pouvons alors noter, pour un seuil de risque α , l'intervalle de confiance suivant :

$$[\bar{x} - q_\alpha \sigma ; \bar{x} + q_\alpha \sigma]$$

Avec :

- q_α le quantile d'ordre α de la loi normale standard $N(0, 1)$;
- $\bar{x}$ la moyenne empirique de l'échantillon ;
- σ l'écart type empirique de l'échantillon.

Nous pouvons donc en déduire la valeur de la distribution à chaque quantile.

Une autre hypothèse est de considérer une distribution log-normale $R_i \hookrightarrow \text{Log} - \mathcal{N}(\mu_i, \mu_i^2)$.

Avec :

- comme espérance : $\exp^{\mu_i + \frac{\sigma_i^2}{2}} = \hat{R}_i$
- comme variance : $\exp^{2\mu_i + \sigma_i^2} (\exp^{\sigma_i^2} - 1) = \widehat{MSEP}(\widehat{R}_i)$

Nous avons donc :

$$\mu_i = \ln \left(\hat{R}_i - \frac{\sigma_i^2}{2} \right)$$

et

$$\sigma_i^2 = \ln \left(1 + \left(\frac{\widehat{MSEP}(\widehat{R}_i)}{\hat{R}_i} \right) \right)$$

L'intervalle de confiance est donc :

$$\left[\exp^{(\mu_i - q_\alpha \sigma)} ; \exp^{(\mu_i + q_\alpha \sigma)} \right]$$

On peut alors déduire les quantiles de la distribution de la provision.

Cette méthode est particulièrement simple à appliquer, mais les données doivent respecter les trois hypothèses présentées. La méthode dépend de la qualité des données et est sensible aux évènements exceptionnels, ce qui peut alors amener à des résultats aberrants.

Ainsi une idée consiste à utiliser une autre méthode non paramétrique, qui sera plus robuste, comme la méthode Bootstrap.

2.7.2 Bootstrap

Le Bootstrap est une méthode de rééchantillonnage définie vers la fin des années 70. Il permet de résoudre les problèmes causés par un manque de données. Notamment, lorsque la distribution des données n'est pas connue, il permet d'obtenir une distribution empirique. A partir des observations, il effectue un rééchantillonnage par un tirage aléatoire avec remise. Nous pouvons ainsi produire un nombre important d'observations. Les travaux de England & Verrall (1999) ont permis d'appliquer cette méthode pour le provisionnement.

Le bootstrap se définit de la manière suivante :

Soit X un ensemble de n observations, avec $X = \{ X_1, \dots, X_n \}$, X_i les observations. On considère la fonction de répartition empirique F_n :

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n 1_{[X_k \leq x]}$$

Nous effectuons, conditionnellement à F_n , n tirages équiprobables dans X avec remise. Nous notons alors $\{ X_1^*, \dots, X_n^* \}$ le nouvel échantillon.

Nous notons donc la statistique bootstrappée T_1^*

Pour effectuer le bootstrap, il faut répéter M fois cette dernière étape afin de générer M échantillons $X_1^*, \dots, X_n^*$. Nous avons donc M valeurs $T_1^*, \dots, T_M^*$.

Deux hypothèses doivent être vérifiées pour effectuer le bootstrap : l'identique distribution et l'indépendance des données bootstrappées.

L'hypothèse de l'indépendance entre les prestations n'est pas vérifiée. Nous allons donc résoudre ce problème en effectuant le bootstrap non pas sur les observations mais sur les résidus calculés à partir des observations. Nous noterons dans la suite $r_{i,j}$ les résidus de Pearson que nous allons définir.

Nous utiliserons dans la suite les notations suivantes :

- $(C_{i,j})_{1 \leq j \leq n+1}$ les triangles des montants cumulés,
- $(D_{i,j})_{1 \leq j \leq n+1}$ les triangles des montants non cumulés,
- $(f_i)_{1 \leq j \leq n+1}$ les coefficients de passage d'une colonne à l'autre dans le triangle des montants cumulés,

Dans un premier temps, nous allons calculer les coefficients de développement et la provision correspondante avec la méthode de Chain Ladder présentée précédemment, en respectant les hypothèses (H1) et (H2).

Une fois ces coefficients calculés et en utilisant les valeur de la diagonale du triangle, nous reconstituons le triangle supérieur par une récursion arrière, c'est-à-dire, que pour chaque valeur

de la diagonale, $C_{i,n+1-i}$ est divisée par le coefficient de Chain Ladder f_i correspondant, puis f_{i-1} et ainsi de suite.

Ensuite, nous calculons les incréments $(\hat{m}_{i,j})_{i+j \leq n+1}$ à partir du triangle précédent. Puis nous calculons les résidus de Pearson. C'est ces résidus qui seront rééchantillonnés, et non pas les montants.

Le résidu de Pearson pour une année d'origine i et un délai de règlement j se note :

$$R_{ij} = \frac{y_{i,j} - \hat{m}_{i,j}}{\sqrt{VAR(\hat{m}_{i,j})}}$$

Avec :

- $y_{i,j}$ la valeur de l'observation ;
- $\hat{m}_{i,j}$ la valeur prévue par le modèle, grâce à la récursion arrière ;
- $VAR(\hat{m}_{i,j})$ la dispersion, dans le modèle de Poisson qui est égale à $\hat{\mu}_{i,j}$.

Le modèle de Poisson est généralement utilisé, car, comme démontré par Renshaw & Verrall (1998), les valeurs prévues par ce modèle correspondent à celles données par Chain Ladder. Nous avons donc :

$$R_{i,j} = \frac{D_{i,j} - \hat{m}_{i,j}}{\sqrt{\hat{m}_{i,j}}}$$

Les résidus sont ajustés afin de corriger le biais de l'estimation du Bootstrap. L'ajustement permet de comparer l'erreur théorique et l'erreur de prediction du Bootstrap. Les résidus de Pearson ajustés s'écrivent alors :

$$R_{i,j}^{adj} = \sqrt{\frac{N}{N-p}} R_{i,j}$$

Avec :

- N le nombre de données, qui est égal à $n \frac{n+1}{2}$;
- p , le nombre de paramètres, qui est égal à $2n - 1$.

La moyenne de ces résidus est nulle selon les travaux de Dunn & Smyth (1996). Cet ajustement augmente la variance des résidus, sans modifier leur moyenne.

Une fois les résidus ajustés, nous calculons le paramètre d'échelle Φ :

$$\Phi = \frac{\sum_{i+j \leq n+1} (R_{i,j})^2}{N-p}$$

Ce paramètre permet de prendre en compte l'erreur de modélisation, en simulant les prestations futures comme un modèle de Poisson sur-dispersé de moyenne $\hat{m}_{i,j}$ et de variance $\Phi \hat{m}_{i,j}$.

A partir de ces informations, le Bootstrap consiste en une boucle itérative rééchantillonnant les résidus de Pearson, puis grâce à Chain Ladder, en un calcul de la charge ultime. Les étapes sont les suivantes :

- Etape préliminaire : Calcul des résidus de Pearson ajustés avec la méthode présentée précédemment ;
- Etape 1 : Rééchantillonnage des résidus de Pearson ajustés ;
- Etape 2 : Construction du triangle des incréments avec les données tirées aléatoirement identifiées par un « * » :

$$D_{i,j}^* = \hat{m}_{i,j} + r_{i,j}^* \sqrt{\hat{m}_{i,j}}$$

- Etape 3 : Reconstruction d'un pseudo-triangle de prestations cumulées ;
- Etape 4 : Utilisation de Chain Ladder pour calculer les coefficients du pseudo-triangle ;
- Etape 5 : Calcul du triangle « inférieur », c'est-à-dire les prestations futures cumulées, ainsi que du triangles des futurs incréments $\hat{m}_{i,j}$;
- Etape 6 : Prise en compte de la volatilité des prestations en procédant à un tirage aléatoire des éléments du triangle « inférieur » des incréments selon le modèle Over dispersed Poisson chain-ladder de moyenne $\hat{m}_{i,j}$ et de variance $\Phi \times \hat{m}_{i,j}$;
- Etape 7 : Calcul des coûts ultimes en sommant les prestations et déduction de la provision ;
- Etape 8 : Stockage du montant de la provision, puis retour à l'étape 1.

Ces étapes sont effectuées un nombre important de fois (sur autant de triangles rééchantillonnés). Nous obtenons une distribution empirique de résultats, qui nous permet alors d'en calculer la moyenne et les quantiles. Un nombre important de simulations est nécessaire afin d'obtenir une stabilité des résultats.

Nous pouvons ensuite calculer la VaR et la TVaR de la provision à partir de cette distribution, ainsi que son écart type.

Le Bootstrap permet d'obtenir des résultats différents de la méthode de Mack. Cependant, il s'appuie toujours sur Chain Ladder. Il est alors intéressant d'étudier d'autres techniques plus récentes s'affranchissant de cette dernière.

2.7.3 Méthode Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo

Introduction et hypothèses

La méthode Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo (RJMCMC) est une méthode de provisionnement qui se distingue des méthodes présentées précédemment par l'utilisation d'un triangle de montants incrémentaux, contrairement aux méthodes basées sur Chain Ladder qui utilisent un triangle de montants cumulés.

Son application a été présentée par un article de Verrall & Wüthrich (2012) et développée dans le mémoire d'actuariat de Gremillet (2013) qui propose de nombreuses variations et améliorations

de la méthode.

Un premier avantage de cette méthode est la possibilité d'utiliser des triangles de prestations dont les données dans la période supérieure gauche (années de survénance et années de comptabilisation les plus anciennes) sont dégradées ou absentes. C'est un phénomène courant dans un contexte d'assurance avec de multiples fusions et des systèmes de données qui ont migré.

La méthode permet de calculer pour chaque année de survénance le montant de prestations futures en obtenant la distribution des provisions pour chaque année de survénance.

Chaque année de survénance (ligne) possède des paramètres spécifiques μ_i et chaque année de développement (colonne) a un paramètre γ_j . Le triangle est noté :

$$D_i = \{X_{ij}; i + j \leq I, 0 \leq i \leq I, 0 \leq j \leq I\}$$

Nous supposons que :

- Les montants sont indépendants
- Les incréments suivent une loi de Poisson sur-dispersée avec comme paramètre $\left(\frac{X_{ij}}{\phi} | v\right) \hookrightarrow Poi\left(\frac{\mu_i \gamma_j}{\phi}\right)$

ϕ représente le paramètre de dispersion de la loi de Poisson sur-dispersée.

Nous avons donc :

$$E[X_{ij}] = \mu_i \gamma_j$$

et

$$Var[X_{ij}] = \phi \mu_i \gamma_j$$

L'ensemble des paramètres permettant le calcul du triangle inférieur sont dans le vecteur v suivant :

$$v = \{\mu_0, \dots, \mu_I, \gamma_0, \dots, \gamma_I, \phi\}$$

L'estimation des paramètres présentés ci-dessous sera décrite dans la partie suivante qui détaillera l'algorithme.

Pour les lignes, les paramètres μ_i sont supposés mutuellement indépendants et distribués identiquement selon une loi gamma de paramètre :

$$\mu_i \hookrightarrow \Gamma\left(S, \frac{S}{m_i}\right)$$

où S et m_i sont les paramètres de la loi gamma.

Nous supposons également, pour les colonnes, qu'il existe deux modèles pour estimer les paramètres γ_i :

- Les paramètres suivent une loi Gamma jusqu'à un indice de troncature k :

$$\forall j \in \{0, \dots, k-1\}, \gamma_j \hookrightarrow \left(\nu, \frac{\nu}{c_j} \right)$$

ν et c_j sont supposés être des paramètres positifs.

- A partir de l'indice de troncature k , nous considérons que les paramètres suivent une décroissance exponentielle :

$$\forall j \in \{k, \dots, I\}, \gamma_j = \exp(\alpha - j\beta)$$

α et β sont les paramètres à estimer pour modéliser la queue de distribution des γ_i .

Nous supposons que α et β suivent chacun une loi normale :

$$\alpha \hookrightarrow N(a, \sigma^2)$$

et

$$\beta \hookrightarrow N(b, \tau^2)$$

σ et τ sont supposés des paramètres positifs et a et b sont supposés des paramètres réels.

Suite à ces hypothèses, il est possible de remplacer le vecteur $v = \{\mu_0, \dots, \mu_I, \gamma_0, \dots, \gamma_I, \phi\}$ présenté précédemment par le vecteur $\theta_k = \{\alpha, \beta, \mu_0, \dots, \mu_I, \gamma_0, \dots, \gamma_{k-1}, \phi\}$

En utilisant la définition d'une probabilité conditionnelle, puis le théorème de Bayes, nous pouvons alors présenter la densité jointe des prestations (X_{ij}) avec les vecteurs θ_k :

$$f_k \left((X_{ij})_{i,j \in \{0, \dots, I\}^2}, \theta_k \right) = f_k \left((X_{ij})_{i,j \in \{0, \dots, I\}^2} | \theta_k \right) p_k(\theta_k)$$

$$f_k \left((X_{ij})_{i,j \in \{0, \dots, I\}^2}, \theta_k \right) \propto \prod_{i,j \in \{0, \dots, I\}^2} \exp \left(-\frac{\mu_i \gamma_i}{\phi} \right) \frac{\left(\frac{\mu_i \gamma_i}{\phi} \right)^{\frac{X_{ij}}{\phi}}}{\left(\frac{X_{ij}}{\phi} \right)!}$$

$$\times \prod_{i=0}^I \mu_i^{s-1} \exp -\frac{s\mu_i}{m_i}$$

$$\times \prod_{j=0}^{k-1} \gamma_j^{\nu-1} \exp -\frac{\nu\gamma_j}{c_j}$$

$$\times \exp -\frac{1}{2\sigma^2} (\alpha - a)^2$$

$$\times \exp -\frac{1}{2\tau^2} (\beta - b)^2$$

Avec :

— $\propto$ signifiant la proportionnalité ;

$$— f_k \left((X_{ij})_{i,j \in \{0, \dots, I\}^2} | \theta_k \right) = \prod_{i,j \in \{0, \dots, I\}^2} \exp \left(-\frac{\mu_i \gamma_j}{\phi} \right) \frac{\left(\frac{\mu_i \gamma_j}{\phi} \right)^{\frac{X_{ij}}{\phi}}}{\left(\frac{X_{ij}}{\phi} \right)!}$$

— La densité a priori des μ_i qui suivent la loi $\Gamma \left(S, \frac{S}{m_i} \right)$

$$\prod_{i=0}^I \mu_i^{s-1} \exp -\frac{s\mu_i}{m_i}$$

— La densité a priori des γ_j qui suivent la loi $\Gamma \left(\nu, \frac{\nu}{c_j} \right)$

$$\prod_{j=0}^{k-1} \gamma_j^{\nu-1} \exp -\frac{\nu\gamma_j}{c_j}$$

— La densité a priori des α qui suivent la loi $N \left(a, \sigma^2 \right)$

$$\exp -\frac{1}{2\sigma^2} (\alpha - a)^2$$

— La densité a priori des β qui suivent la loi $N \left(b, \tau^2 \right)$

$$\exp -\frac{1}{2\tau^2} (\beta - b)^2$$

Suite à la définition des paramètres, nous allons nous intéresser à l'algorithme présenté par Verall et Wüthrich (2012) en détaillant ses étapes.

Déroulé de l'algorithme RJMCMC

Dans un premier temps, nous allons estimer les paramètres des lignes μ_i et des colonnes γ_i par la méthode du maximum de vraisemblance. Ces paramètres sont ensuite normalisés, pour assimiler

les colonnes à des cadences de développement et les lignes à des montants de prestation ultimes, de manière que la somme des paramètres des colonnes et celle des paramètres de ligne soient chacune égales à 1.

Cette convention n'a pas d'impact sur les calculs, mais permet une simplification de leur compréhension.

Avec la méthode du maximum de vraisemblance et les estimateurs calculés précédemment, nous pouvons en déduire les paramètres m_i et c_j . Ces paramètres entrent dans la formule de calcul des distributions des paramètres de ligne et de colonne μ_i et γ_j présentés précédemment. Les paramètres s et v représentent l'incertitude a priori des estimateurs des paramètres :

— De ligne :

$$\mu_i \hookrightarrow \Gamma\left(s, \frac{s}{m_i}\right), \forall i \in \{0, \dots, I\}$$

— De colonne

$$\gamma_j \hookrightarrow \Gamma\left(v, \frac{v}{m_i}\right), \forall i \in \{0, \dots, k-1\}$$

s et v doivent être choisis de manière à représenter au mieux l'incertitude des estimations a priori.

Ces premiers éléments constituent l'initialisation de l'algorithme de Verall et Wüthrich qui se décompose pour la suite en 4 étapes. Supposons que nous avons calculé l'ensemble des paramètres à l'état t , nous allons calculer avec l'algorithme les paramètres à l'état $t+1$. Cet algorithme se base sur une chaîne de Markov.

Etape 1 : Choix d'un nouvel indice de troncature k^*

A partir de l'indice de troncature précédent $k^{(t)}$, nous devons calculer le nouvel indice de troncature k^* . Pour cela, notons la distribution de probabilité discrète suivante :

Nous avons, $\forall k^{(t)} \in \{2, \dots, I-1\}$:

$$q(k^* = k^{(t)} - 1 | k^{(t)}) = q(k^* = k^{(t)} + 1 | k^{(t)}) = q(k^* = k^{(t)} | k^{(t)}) = \frac{1}{3}$$

si $k^{(t)} = 1$, on a :

$$q(k^* = 1 | k^{(t)} = 1) = \frac{2}{3} \text{ et } q(k^* = 2 | k^{(t)} = 1) = \frac{1}{3}$$

si $k^{(t)} = I$, on a :

$$q(k^* = I | k^{(t)} = I) = \frac{2}{3} \text{ et } q(k^* = I - 1 | k^{(t)} = I) = \frac{1}{3}$$

Il est ainsi possible de passer d'un modèle à l'autre. Le vecteur de paramètres peut donc avoir

sa dimension qui augmente ou qui reste à la même taille. L'initialisation de l'indice de troncature n'a pas d'impact sur les valeurs possibles, en effet l'algorithme va essayer toutes les valeurs d'indice de troncature possibles au fil des récurrences.

Etape 2.A : Si $k^* = k^{(t)}$, mise à jour des paramètres

Si nous avons $k^* = k^{(t)}$, nous avons alors $k^{(t+1)} = k^{(t)}$. Il n'y a pas de saut de dimension. Nous utilisons l'échantillonnage par blocs de Metropolis Hastings pour mettre à jour les différents paramètres ainsi que l'échantillonnage de Gibbs.

L'échantillonnage de Métropolis Hastings (1970) est une méthode de Monte Carlo par chaîne de Markov qui permet d'obtenir la création d'un échantillon aléatoire à partir d'une distribution dont l'échantillonnage direct est difficile. Le détail de cet algorithme est dans l'annexe B.

L'échantillonnage de Gibbs est également une méthode de Monte Carlo par chaîne de Markov qui permet d'obtenir un échantillon aléatoire ayant la même distribution. Cette méthode «découpe» la distribution en plusieurs probabilités conditionnelles. Elle est également détaillée dans l'annexe C.

Ces algorithmes ont pour particularité d'avoir leurs premières périodes calculées qui sont aberrantes, ils nécessitent d'ignorer les premiers calculs qui correspondent à une période dite de *burn-in*. Il faut alors utiliser seulement les échantillons générés après cette période.

D'abord les paramètres de lignes ($\mu_0^t, \dots, \mu_I^t$) sont calculés grâce à l'échantillonnage de Gibbs. Ces paramètres sont indépendants et suivent une loi gamma :

$$\mu_i^{(t+1)} \hookrightarrow \Gamma \left(s_i^{post}, \left(\frac{s}{m_i} \right)_i^{post} \right)$$

avec $s_i^{post} = s_i + \frac{1}{\phi} \sum_{j=0}^{I-i} X_{ij}$ et $\left(\frac{s}{m_i} \right)_i^{post} = \frac{s}{m_i} + \frac{1}{\phi} \sum_{j=0}^{I-1} \gamma_j^{(t)}$. Ces paramètres $\mu_i^{(t+1)}$ font intervenir les paramètres de colonnes $\gamma_j^{(t)}$ qui n'ont pas encore été mis à jour.

De la même manière, nous mettons à jour le vecteur des paramètres de colonne ($\gamma_0^t, \dots, \gamma_I^{t-1}$) avec la méthode d'échantillonnage de Gibbs. Ces paramètres ont les mêmes caractéristiques que ceux des lignes :

$$\gamma_j^{(t+1)} \hookrightarrow \Gamma \left(v_j^{post}, \left(\frac{v}{c_j} \right)_j^{post} \right)$$

$$\text{avec } v_j^{post} = v_j + \frac{1}{\phi} \sum_{i=0}^{I-j} X_{ij} \text{ et } \left(\frac{v}{c_j} \right)_j^{post} = \frac{v}{c_j} + \frac{1}{\phi} \sum_{i=0}^{I-j} \mu_i^{(t+1)}$$

Ces paramètres γ_j font intervenir les paramètres de lignes $\mu_i^{(t+1)}$ qui ont été mis à jour précédemment.

Enfin les paramètres (α^t, β^t) sont mis à jour grâce à la méthode d'échantillonnage de Metropolis Hastings.

La mise à jour est calculée grâce à la génération aléatoire d'une distribution gaussienne bi-variée :

$$(\alpha^*, \beta^*) \hookrightarrow \mathcal{N} \left(\begin{pmatrix} \alpha^{(t)} \\ \beta^{(t)} \end{pmatrix}, \Sigma \right)$$

où Σ correspond à la matrice de variance-covariance. Si nous considérons α et β comme indépendants par simplification, nous avons :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} VAR_{\alpha} & 0 \\ 0 & VAR_{\beta} \end{pmatrix}$$

Une probabilité d'acceptation est calculée, en utilisant la formule générale de Green (1995) :

$$\alpha(t \rightarrow *) = \min \left(1, \frac{f(\alpha^*, \beta^*) \times q((\alpha^{(t)}, \beta^{(t)}) | (\alpha^*, \beta^*))}{f(\alpha^{(t)}, \beta^{(t)}) \times q((\alpha^*, \beta^*) | (\alpha^{(t)}, \beta^{(t)}))} \right)$$

Quand on définit une probabilité d'acceptation α , il faut calculer si la valeur est refusée ou acceptée. On effectue un tirage aléatoire sur une loi uniforme sur $[0, 1]$. Nous notons x la réalisation du tirage :

- si $x \leq \alpha$: la valeur est acceptée (notons que la probabilité est égale à α) ;
- si $x > \alpha$: la valeur est refusée (notons que la probabilité est égale à $1 - \alpha$).

Comme démontré par Gremillet (2013), nous avons l'égalité

$$q((\alpha^*, \beta^*) | (\alpha^{(t)}, \beta^{(t)})) = q((\alpha^{(t)}, \beta^{(t)}) | (\alpha^*, \beta^*))$$

Nous pouvons donc noter :

$$\alpha(t \rightarrow *) = \min \left(1, \frac{f(\alpha^*, \beta^*)}{f(\alpha^{(t)}, \beta^{(t)})} \right)$$

Nous pouvons alors calculer la densité de f qui est proportionnelle à :

$$f(\alpha, \beta) \propto \prod_{j=k^{(t)}}^I \left[e^{-\exp(\alpha - j\beta) \sum_{i=0}^{I-j} \frac{\mu_i^{(t+1)}}{\phi}} (\exp(\alpha - j\beta))^{\sum_{i=0}^{I-j} \frac{X_{ij}}{\phi}} \right]$$

$$\times \exp \left(-\frac{1}{2\sigma^2} (\alpha - a)^2 \right) \times \exp \left(-\frac{1}{2\tau^2} (\beta - b)^2 \right)$$

Ensuite, il y a deux possibilités :

— Les valeurs calculées sont acceptées :

$$\left(\alpha^{(t+1)}, \beta^{(t+1)} \right) = f \left(\alpha^*, \beta^* \right)$$

— Les valeurs calculées sont rejetées :

$$\left(\alpha^{(t+1)}, \beta^{(t+1)} \right) = f \left(\alpha^{(t)}, \beta^{(t)} \right)$$

Suite à ces trois calculs, l'ensemble des paramètres a été mis à jour :

$$\theta^{(t+1)} = \left(k^{(t+1)}, \theta_{k^{(t+1)}}^{(t+1)} \right) = \left(k^{(t+1)}, \left(\alpha^{(t+1)}, \beta^{(t+1)}, \mu_0^{(t+1)}, \dots, \mu_I^{(t+1)}, \gamma_0^{(t+1)}, \dots, \gamma_{k^{(t+1)}-1}^{(t+1)} \right) \right)$$

Etape 2.B : Si $k^* \neq k^{(t)}$

Si au contraire de l'étape 2.A, nous avons $k^* \neq k^{(t)}$, nous sommes dans un cas où la dimension du vecteur change, avec le paramètre de colonne qui change. Le paramètre de colonne $\gamma_{k^{(t)}}^{(t)}$ passe soit de la partie droite de l'indice de troncature (une décroissance exponentielle) à la partie gauche (une loi Gamma), ou inversement, de la partie gauche (une loi Gamma) à la partie droite (une décroissance exponentielle).

Nous avons donc $k^* = k^{(t)} \pm 1$

Etape 2.B.1 : Si $k^{(t)} < I$ et $k^* = k^{(t)} + 1$

Dans ce cas, le paramètre de colonne $\gamma_{k^{(t)}}^{(t)}$ passe de la partie de droite de l'indice de troncature à la partie de gauche, qui est une loi Gamma. Contrairement à l'étape 2.A, les autres paramètres ne sont pas mis à jour et le paramètre de colonne se note :

$$\gamma_{k^{(t)}}^* \hookrightarrow \Gamma \left(v^*, \frac{v^*}{\exp(\alpha^{(t)} - k^{(t)}\beta^{(t)})} \right)$$

La probabilité d'acceptation se note alors :

$$\alpha(t \rightarrow *) = \min \left(1, \frac{\left(\frac{v}{c_{k^{(t)}}} \right)^v \frac{\Gamma(v)}{\Gamma(v^*)} \left(\gamma_{k^{(t)}}^* \right)^{v-1} e^{-\frac{v}{c_{k^{(t)}}} \gamma_{k^{(t)}}^*}}{\left(\frac{v^*}{\gamma_{k^{(t)}}^{(t)}} \right)^{v^*} \frac{\Gamma(v^*)}{\Gamma(v)} \left(\gamma_{k^{(t)}}^* \right)^{v^*-1} e^{-\frac{v^*}{\gamma_{k^{(t)}}^{(t)}} \gamma_{k^{(t)}}^*}} \prod_{i=0}^{I-k^*} \left[\frac{e^{-\frac{\mu_i^{(t)} \gamma_{k^{(t)}}^*}{\phi}} \left(\gamma_{k^{(t)}}^* \right)^{\frac{X_{ik^{(t)}}}{\phi}}}{e^{-\frac{\mu_i^{(t)} \gamma_{k^{(t)}}^{(t)}}{\phi}} \left(\gamma_{k^{(t)}}^{(t)} \right)^{\frac{X_i}{\phi}}} \right] \right)$$

Si la valeur du paramètre de colonne $\gamma_{k^{(t)}}^*$ est acceptée, nous avons :

$$\gamma_{k^{(t)}}^{(t+1)} = \gamma_{k^{(t)}}^*$$

Si la valeur est rejetée, nous conservons la valeur de l'état précédent dans la chaîne de Markov :

$$\gamma_{k^{(t)}}^{(t+1)} = \gamma_{k^{(t)}}^{(t)}$$

Etape 2.B.2 : Si $k^{(t)} > 2$ et $k^{(t)} = k^{(t)} - 1$

Dans ce cas, le paramètre de colonne $\gamma_{k^{(t)}}^{(t)}$ passe de la partie de gauche de l'indice de troncature à la partie de droite, qui est une décroissance exponentielle. Comme dans le cas précédent, les autres paramètres ne sont pas mis à jour et le paramètre de colonne se note :

$$\gamma_{k^{(*)}}^* = \exp(\alpha^{(t)} - k \times \beta^{(t)})$$

La probabilité d'acceptation se note alors :

$$\alpha(t \rightarrow *) = \min \left(1, \frac{\frac{\left(\frac{v}{c_{k^{(t)}}}\right)^v}{\Gamma(v)} \left(\gamma_{k^{(t)}}^*\right)^{v-1} e^{-\frac{v}{c_{k^{(t)}}} \gamma_{k^{(t)}}^*}}{\frac{\left(\frac{v}{c_{k^*}}\right)^{v^*}}{\Gamma(v)} \left(\gamma_{k^*}^{(t)}\right)^{v-1} e^{-\frac{v^*}{c_{k^*}} \gamma_{k^*}^{(t)}}}} \prod_{i=0}^{I-k^*} \left[\frac{e^{-\frac{\mu_i^{(t)} \gamma_{k^*}^*}{\phi}} \left(\gamma_{k^*}^*\right)^{\frac{X_{ik^*}}{\phi}}}{e^{-\frac{\mu_i^{(t)} \gamma_{k^*}^{(t)}}{\phi}} \left(\gamma_{k^*}^{(t)}\right)^{\frac{X_{ik^*}}{\phi}}} \right] \right)$$

Si la valeur du paramètre de colonne $\gamma_{k^{(t)}}^*$ est acceptée, nous avons :

$$\gamma_{k^{(t)}}^{(t+1)} = \gamma_{k^{(t)}}^*$$

Si la valeur est rejetée, nous conservons la valeur de l'état précédent dans la chaîne de Markov :

$$\gamma_{k^{(t)}}^{(t+1)} = \gamma_{k^{(t)}}^{(t)}$$

Etape 3

Suite à l'exécution des étapes précédentes, le nouveau vecteur de paramètre se note :

$$\theta^{(t+1)} = \left(k^{(t+1)}, \theta_{k^{(t+1)}}^{(t+1)} \right)$$

La provision déduite est stockée et l'algorithme revient à la première étape.

Utilisation et conclusion

Une étude du *burn-in* et du nombre de simulations à effectuer est nécessaire. Elle peut se faire en suivant l'évolution de la variable de troncature k au fil des simulations.

Selon Verall (2012) et Gremillet (2013), les études convergent vers 500 000 simulations pour avoir une forte convergence des résultats.

Gremillet (2013) propose différentes améliorations du modèle qui ne seront pas détaillées dans ce mémoire. Elle s'intéresse notamment à l'exclusion de certaines données aberrantes des triangles ainsi qu'à la gestion des valeurs négatives qui ne sont pas compatibles avec l'utilisation du modèle de Poisson sur-dispersée.

Elle propose également l'utilisation de différentes fonctions pour la queue de distribution qui est présentée comme une fonction exponentielle dans la partie précédente. Cette dernière est la fonction proposée par Verall et Wüthrich (2012). Elle propose notamment la fonction puissance, la fonction puissance inverse et la fonction Weibull.

Dans le cadre de solvabilité 2, une approche de la volatilité à 1 an est également proposée. Mais cette dernière n'est pas utile pour IFRS 17, pour laquelle nous avons besoin d'une volatilité à l'ultime.

Gremillet (2013) observe sur un ensemble de triangles de fortes similarités entre les calculs des réserves avec les méthodes du Bootstrap, de Chain Ladder et du RJMCMC.

Cette méthode permet ainsi de calculer une provision en se distinguant des méthodes plus classiques par l'utilisation de triangles non cumulés, contrairement aux méthodes basées sur Chain Ladder. Différentes améliorations sont également proposées pour contourner les contraintes liées à la loi de Poisson sur-dispersée.

2.8 Conclusion

Nous pouvons ainsi distinguer deux options de calcul de l'ajustement pour risque.

- **Les méthodes basées sur Solvabilité 2 :** Dans un contexte de production de calculs dans des délais réduits, l'utilisation de méthodes connues et la mutualisation des outils pour les différentes normes sont des arguments forts en faveur des premières solutions de calcul proposées. Les principales hypothèses derrière ces méthodes sont la normalité / log-normalité des provisions, ainsi que les solutions proposées pour le passage d'une VaR à 1 an à une VaR à un horizon à l'ultime.
- **Les méthodes basées sur un provisionnement Stochastiques :** Ces méthodes nécessitent un investissement plus important. Cependant, elles permettent de s'affranchir de certaines hypothèses, comme le changement d'horizon vu pour Solvabilité 2 . Le bootstrap permet également de ne pas avoir d'hypothèse de distribution des provisions. RJMCMC permet

quant à elle de s'éloigner des autres méthodes qui se basent sur Chain Ladder et ses contraintes en utilisant un triangle de montants incrémentaux.

Chapitre 3

Application à un portefeuille santé et prévoyance

Dans cette dernière partie, nous allons appliquer les méthodes présentées précédemment à plusieurs portefeuilles. Nous allons étudier dans un premier temps un portefeuille santé, puis une garantie prévoyance, à savoir l'incapacité.

Ces deux garanties ont été choisies pour leur comportement différent. Les flux santé s'écoulent rapidement, nous étudierons une provision calculée sur un triangle de 6 années. L'incapacité a quant à elle une liquidation plus lente et ses IBNR seront calculés sur un triangle de 10 années.

Les calculs pour les méthodes de Mack et Bootstrap ont été effectués sur des maquettes Excel créées dans le cadre de ce mémoire, et ont également été réalisés sur $R^{\dagger}$, pour validation des outils de calcul créés, et plus spécifiquement dans le cas de la méthode Bootstrap, où le langage R est bien plus rapide à exécuter qu'une itération sous Excel. Pour la méthode *Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo*, l'outil WINBUGS[‡] a été utilisé. Cet outil est consacré aux études statistiques pour l'analyse bayésienne avec les méthodes de Monte Carlo en chaîne de Markov.

3.1 Introduction

Les calculs seront effectués en plusieurs étapes. Dans un premier temps pour chaque garantie, le triangle sera étudié, conformément aux questions évoquées dans le paragraphe 2.4.

Une fois les contraintes des triangles identifiées, les différentes méthodes de calcul pourront être choisies et appliquées.

L'enjeu de cette étude est de comparer les valeurs d'ajustement pour risque produites pour les

[†]. R est un logiciel et un langage de programmation destiné aux statistiques, disponible sur <https://www.r-project.org/>

[‡]. Logiciel de calcul statistique, disponible sur <https://www.mrc-bsu.cam.ac.uk/software/bugs/the-bugs-project-winbugs/>

différentes méthodes. Cette comparaison sera effectuée pour différents quantiles, entre le quantile à 60% et le quantile à 90% avec un pas de 5%. Pour comparaison avec Solvabilité 2, le quantile à 99.5% est également calculé.

3.2 Évaluation de l'ajustement pour risque en santé

Cette partie présente les résultats de différentes méthodes de calcul de l'ajustement pour risque sur un portefeuille santé. Ces méthodes se décomposent principalement en deux types :

- Les méthodes liées à Solvabilité 2 ;
- Les méthodes stochastiques

3.2.1 Description du portefeuille

Le portefeuille santé utilisé dans le cadre de ces travaux est un portefeuille anonymisé. Le triangle des prestations cumulées se présente sous la forme suivante :

Année de déroulement	1	2	3	4	5	6
Survénance N-5	150 234 014	230 840 669	231 324 901	231 357 191	231 358 256	231 358 296
Survénance N-4	157 009 242	237 664 495	238 216 943	238 239 147	238 239 169	
Survénance N-3	155 330 510	235 778 106	236 446 491	236 511 602		
Survénance N-2	155 805 618	234 777 100	235 306 360			
Survénance N-1	158 349 263	239 564 272				
Survénance N	156 762 896					

FIGURE 3.1 – Triangle des prestations cumulées santé

Il est également pertinent d'étudier les coefficients de passage d'une année de déroulement à l'autre :

année de déroulement	1	2	3	4	5	6
Survénance N-5	1.537	1.002	1.000	1.000	1.000	
Survénance N-4	1.514	1.002	1.000	1.000		
Survénance N-3	1.518	1.003	1.000			
Survénance N-2	1.507	1.002				
Survénance N-1	1.513					
Survénance N						

FIGURE 3.2 – Coefficients de passage d'une année de déroulement à l'autre sur le portefeuille santé

Avant d'appliquer des méthodes de calcul de l'ajustement pour risque vues précédemment, nous allons nous intéresser aux données.

Nous avons 6 années d'historique de données, avec une périodicité annuelle. Ces données ne sont pas tronquées ou censurées. D'avis d'expert, six années sont suffisantes pour le provisionnement de la santé. En effet, nous observons une liquidation principalement sur les deux premières années de développement, et de manière plus marginale sur la troisième année. Dans le cadre de calculs annuels, et dans un soucis d'optimisation des temps de de calcul, un pas de calcul mensuel n'est pas nécessaire.

Le portefeuille étudié n'est pas composé de données provenant de plusieurs sources (changement de gestion connu). La liquidation des prestations est rapide et nous n'observons pas de saisonnalité ou de tendance sur ces données.

Les données et les coefficients de passages sont stables d'une année de survénance à l'autre, comme nous pouvons observer dans le tableau suivant. Nous pouvons prendre pour hypothèse que la distribution est unique. De plus, nous ne connaissons pas de corrélation des prestations avec d'autres données.

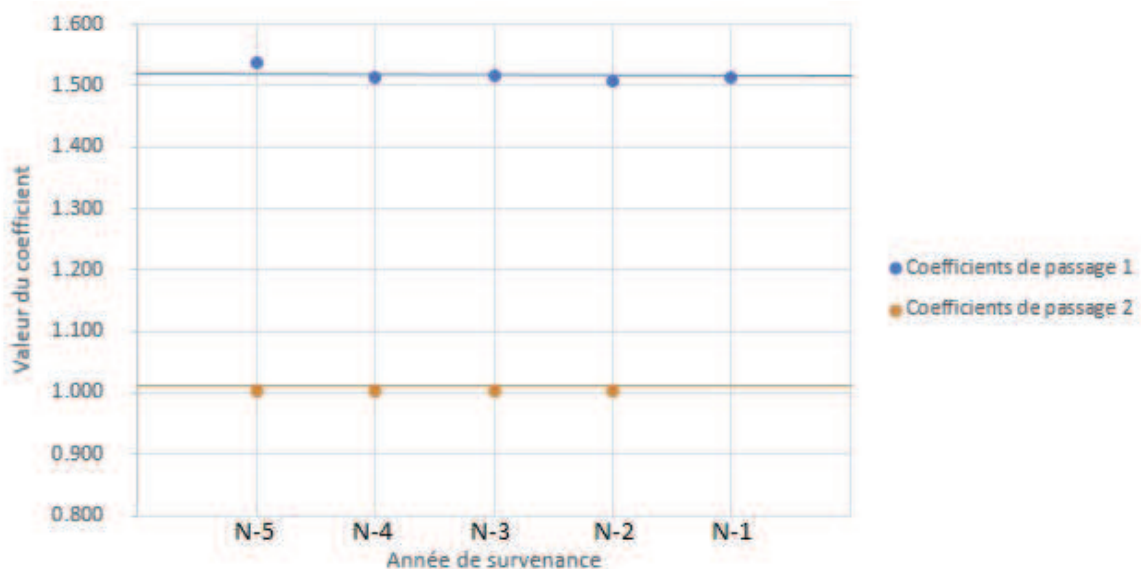


FIGURE 3.3 – Graphique des coefficients de passage des deux premières années de déroulement

Nous allons donc pouvoir appliquer à ces données l'ensemble des méthodes étudiées précédemment.

3.2.2 Méthodes liées à Solvabilité 2

Pour les travaux de Solvabilité 2, la méthode de provisionnement classique en santé est Chain Ladder.

Nous allons considérer qu'il n'y a pas de frais pour la simplification du calcul. La provision *best estimate* est ainsi uniquement composée de prestations.

Calcul de la provision

Grâce à la méthode de Chain Ladder, sans retraitement, nous calculons une provision de 82 371 802 € et nous pouvons compléter le triangle :

année de déroulement	1	2	3	4	5	6
Survénance N-5	150 234 014	230 840 669	231 324 901	231 357 191	231 358 256	231 358 296
Survénance N-4	157 009 242	237 664 495	238 216 943	238 239 147	238 239 169	238 239 210
Survénance N-3	155 330 510	235 778 106	236 446 491	236 511 602	236 512 150	236 512 191
Survénance N-2	155 805 618	234 777 100	235 306 360	235 346 225	235 346 770	235 346 810
Survénance N-1	158 349 263	239 564 272	240 134 272	240 174 955	240 175 511	240 175 552
Survénance N	156 762 896	237 875 368	238 441 349	238 481 745	238 482 297	238 482 338

FIGURE 3.4 – Triangle des prestations cumulées santé complété

La duration des flux est très faible, elle est égale à 1.01. En effet, la plus grande partie des flux est liquidée lors de la première et la deuxième année de développement. La santé se caractérise par un remboursement rapide des prestations.

Calcul du SCR

En utilisant les formules de calcul du SCR de primes et réserve présentées précédemment, pour une provision santé de 82 371 802 €, le SCR calculé est de 12 355 770. Le paramètre σ utilisé est de 5 %. Pour rappel, la formule de calcul du SCR est :

$$3 \times \sigma \times Volume$$

Calcul de l'ajustement pour risque

En utilisant les méthodes vues précédemment, nous pouvons calculer l'ajustement pour risque à différents quantiles en adaptant la formule du calcul du risque de primes et de réserve aux différents quantiles. L'impact de la duration est négligeable, la duration étant égale à 1.01. Le choix de la méthode de passage d'une VaR à horizon de 1 an à un horizon à l'ultime a un impact négligeable.

	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	99.5%
BE (chain Ladder)	82 371 802	82 371 802	82 371 802	82 371 802	82 371 802	82 371 802	82 371 802	82 371 802
RA (P&R S2)	949 090	1 502 763	2 090 183	2 728 652	3 445 089	4 286 137	5 362 204	11 244 567
RA / BE	1.2%	1.8%	2.5%	3.3%	4.2%	5.2%	6.5%	13.7%

FIGURE 3.5 – Ajustement pour risque en santé avec Solvabilité 2 en formule standard

Nous pouvons d'abord noter que le quantile à 99.5% est légèrement inférieur au SCR calculé avec Solvabilité 2 (11 197 686 contre 12 355 770, soit une provision 9% plus faible). En effet, la formule originelle sous Solvabilité est prudente, comme démontré dans le deuxième chapitre.

Si on excepte le quantile à 99.5%, l'ajustement pour risque par rapport à la provision *best estimate* est plutôt faible.

Premiers constats

Les travaux basés sur Solvabilité 2 sont rapides et simples à effectuer. L'ensemble du processus de calcul est déjà existant et l'adaptation des outils est minime.

Le passage d'une VaR à un an à une VaR à l'ultime a un impact négligeable pour ce risque dont la duration est faible.

Les hypothèses employées sont fortes. Pour étudier la pertinence des résultats calculés, il convient donc de comparer ces résultats avec d'autres méthodes stochastiques.

3.2.3 Méthodes stochastiques

Nous allons appliquer les méthodes présentées précédemment :

- Mack
- Bootstrap
- *Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo*

Mack

Nous allons appliquer la méthode de Mack aux données de santé de notre portefeuille santé. Une hypothèse de normalité et une hypothèse de lognormalité sont prises pour les provisions :

	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	99.5%
BE (chain Ladder)	82 371 802	82 371 802	82 371 802	82 371 802	82 371 802	82 371 802	82 371 802	82 371 802
Mack LogNormal	82 838 045	83 093 769	83 364 118	83 656 854	83 984 039	84 367 028	84 851 399	85 574 429
RA	466 243	721 967	992 316	1 285 052	1 612 237	1 995 226	2 479 597	3 202 627
évolution par rapport BE	1%	1%	1%	2%	2%	2%	3%	4%
Mack Normal	82 859 263	83 113 190	83 380 792	83 669 576	83 991 150	84 365 985	84 837 612	85 536 635
RA	487 461	741 388	1 008 989	1 297 773	1 619 348	1 994 183	2 465 810	3 164 833
évolution par rapport BE	1%	1%	1%	2%	2%	2%	3%	4%

FIGURE 3.6 – Ajustement pour risque en santé avec la méthode de Mack

Nous observons que les ajustements pour risque sont faibles et évoluent peu si on les compare à la valeur de la provision *best estimate*.

Bootstrap

Le calcul Bootstrap a été effectué 50 000 fois sous R pour obtenir une stabilité des résultats. Le quantile à 50% est de 82 340 338 €, soit un montant proche de la provision calculée par Chain Ladder. Nous présentons dans la figure 3.7 la distribution des provisions calculées.

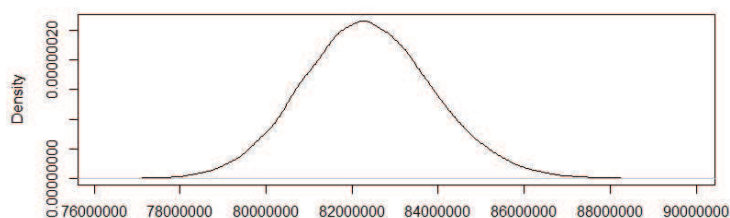


FIGURE 3.7 – Densité des provisions santé avec un calcul Bootstrap

Il est possible grâce à R de tracer la fonction de distribution empirique cumulative obtenue grâce au Bootstrap et de trouver une loi normale ou lognormale qui s'en approche. Nous pouvons ainsi trouver une loi lognormale (en rouge) qui s'en approche fortement :

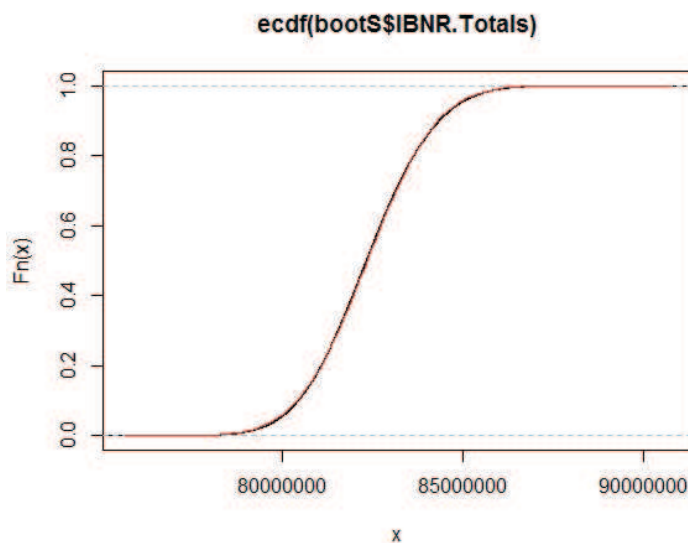


FIGURE 3.8 – Distribution empirique cumulative en santé avec un calcul Bootstrap et loi lognormale

De la même manière, il est possible d'avoir une loi normale avec une distribution proche de la distribution empirique.

Nous allons dans un premier temps calculer la VaR de la provision pour les différents quantiles :

	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	99.5%
BE (Bootstrap)	82 340 338	82 340 338	82 340 338	82 340 338	82 340 338	82 340 338	82 340 338	82 340 338
Bootstrap VaR	82 726 135	82 927 804	83 142 542	83 373 633	83 642 633	83 949 163	84 355 489	86 527 686
RA	385 797	587 466	802 204	1 033 295	1 302 295	1 608 825	2 015 151	4 187 348
RA / BE	0.5%	0.7%	1.0%	1.3%	1.6%	2.0%	2.4%	5.1%

FIGURE 3.9 – Ajustement pour risque en santé avec la méthode du Bootstrap et la VaR

Hors quantile à 99.5%, les montants d'ajustement pour risque évoluent lentement. En queue de distribution la réserve augmente rapidement.

Pour comparaison nous calculons l'ajustement pour risque avec la TVaR :

	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	99.5%
BE (Bootstrap)	82 340 338	82 340 338	82 340 338	82 340 338	82 340 338	82 340 338	82 340 338	82 340 338
Bootstrap TVaR	83 856 913	84 004 027	84 165 438	84 346 906	84 557 696	84 813 510	85 148 458	87 041 461
RA	1 516 575	1 663 689	1 825 100	2 006 568	2 217 358	2 473 172	2 808 120	4 701 123
RA / BE	1.8%	2.0%	2.2%	2.4%	2.7%	3.0%	3.4%	5.7%

FIGURE 3.10 – Ajustement pour risque en santé avec la méthode du Bootstrap et la TVaR

Les quantiles avec la TVaR sont systématiquement plus forts qu'avec la VaR. Cet écart est logique en prenant en compte la définition même de ces mesures. La TVaR donne beaucoup de poids à la queue de distribution. On observe cependant que l'écart entre les mesures de risque décroît avec l'augmentation du quantile.

Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo

Pour finir, nous utilisons la méthode *Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo*. Nous effectuons 100 000 simulations sur Winbugs et excluons les éléments liés à la période de *burn-in*. Ce nombre de simulations suffit pour obtenir une convergence des résultats. La provision *best estimate* obtenue est de 84 187 726 €, soit une hausse de 2% de la provision par rapport à Chain Ladder. Nous obtenons la distribution des provisions présentée en figure 3.11.

Nous obtenons comme VaR et TVaR aux différents quantiles :

	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	99.5%
BE (RJMCMC)	84 187 726	84 187 726	84 187 726	84 187 726	84 187 726	84 187 726	84 187 726	84 187 726
RJMCMC VaR	84 631 221	84 879 863	85 144 551	85 427 009	85 749 766	86 111 187	86 576 893	89 049 342
RA	443 494	692 137	956 825	1 239 283	1 562 039	1 923 461	2 389 167	4 861 616
RA / BE	0.5%	0.8%	1.1%	1.5%	1.9%	2.3%	2.8%	5.8%
RJMCMC TVaR	85 980 761	86 156 304	86 347 552	86 560 359	86 804 644	87 097 852	87 483 100	89 670 463
RA	1 793 035	1 968 578	2 159 826	2 372 633	2 616 918	2 910 126	3 295 373	5 482 736
RA / BE	2.1%	2.3%	2.6%	2.8%	3.1%	3.5%	3.9%	6.5%

FIGURE 3.12 – Ajustement pour risque en santé avec la méthode RJMCMC

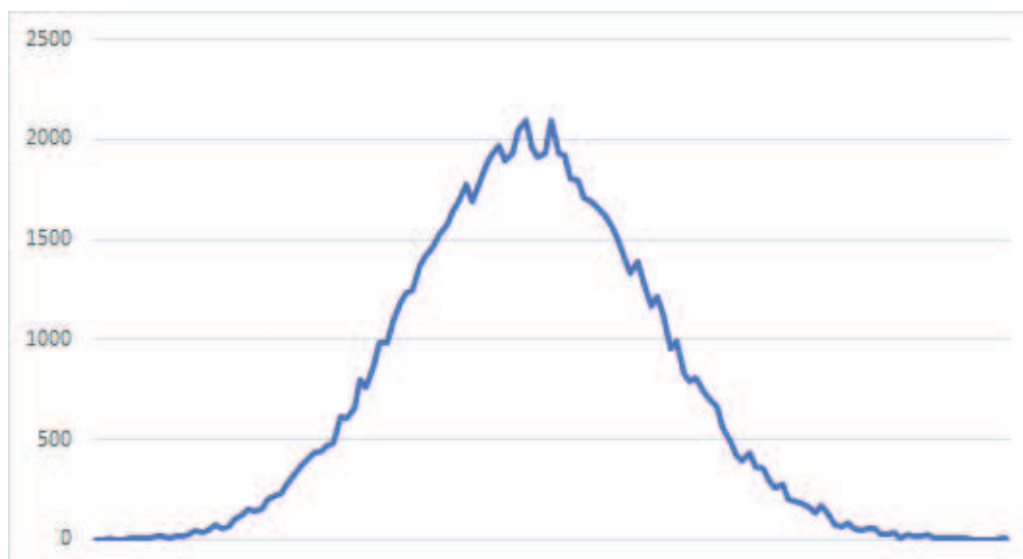


FIGURE 3.11 – Densité des provisions santé avec un calcul RJMCMC

La provision à la meilleure estimation affichée correspond à la moyenne des provisions calculées avec la méthode RJMCMC.

Les résultats avec la VaR sont proches de ceux obtenus avec la méthode de Mack. Sur les quantiles les plus petits, la TVaR donne des résultats bien plus forts.

Synthèse des observations

Nous obtenons donc les ajustements pour risque suivants :

	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	99.5%
RA Mack LogNormal	466 243	721 967	992 316	1 285 052	1 612 237	1 995 226	2 479 597	3 202 627
RA / BE Chain Ladder	0.6%	0.9%	1.2%	1.6%	2.0%	2.4%	3.0%	3.9%
RA Mack Normal	487 461	741 388	1 008 989	1 297 773	1 619 348	1 994 183	2 465 810	3 164 833
RA / BE Chain Ladder	0.6%	0.9%	1.2%	1.6%	2.0%	2.4%	3.0%	3.8%
RA (P&R S2)	949 090	1 502 763	2 090 183	2 728 652	3 445 089	4 286 137	5 362 204	11 244 567
RA / BE Chain Ladder	1.2%	1.8%	2.5%	3.3%	4.2%	5.2%	6.5%	13.7%
RA Bootstrap VaR	385 797	587 466	802 204	1 033 295	1 302 295	1 608 825	2 015 151	4 187 348
RA / BE Bootstrap	0.5%	0.7%	1.0%	1.3%	1.6%	2.0%	2.4%	5.1%
RA Bootstrap TVaR	1 516 575	1 663 689	1 825 100	2 006 568	2 217 358	2 473 172	2 808 120	4 701 123
RA / BE Bootstrap	1.8%	2.0%	2.2%	2.4%	2.7%	3.0%	3.4%	5.7%
RA RJMCMC VaR	443 494	692 137	956 825	1 239 283	1 562 039	1 923 461	2 389 167	4 861 616
RA / BE RJMCMC	0.5%	0.8%	1.1%	1.5%	1.9%	2.3%	2.8%	5.8%
RA RJMCMC TVaR	1 793 035	1 968 578	2 159 826	2 372 633	2 616 918	2 910 126	3 295 373	5 482 736
RA / BE RJMCMC	2.1%	2.3%	2.6%	2.8%	3.1%	3.5%	3.9%	6.5%

FIGURE 3.13 – Synthèse des ajustements pour risque en incapacité

Le quantile à 99.5% ne concerne pas IFRS 17, mais nous pouvons constater qu'excepté pour la méthode basée sur Solvabilité 2, les résultats sont regroupés entre 4 et 7% de la provision.

Afin de faciliter la visualisation des écarts, nous allons représenter les ajustements pour risque à chaque quantile, pour chaque méthode, sous la forme d'un graphique :

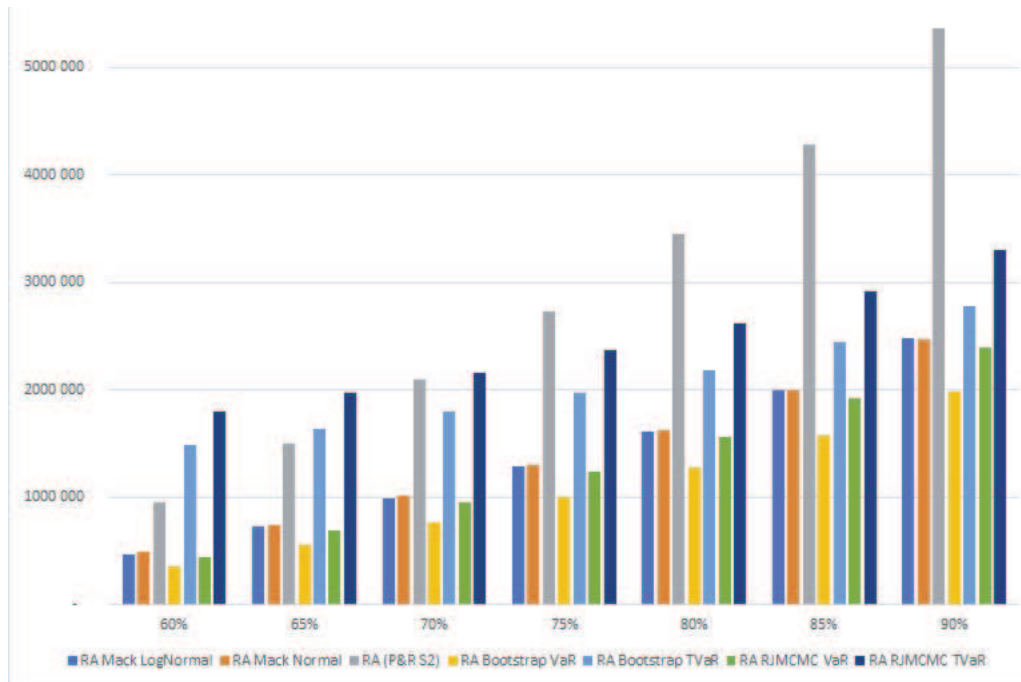


FIGURE 3.14 – Représentation graphique des ajustements pour risque en santé

Sur les quantiles autres que 99.5%, les méthodes basées sur Solvabilité 2 et sur le Bootstrap et RJMCMC en TVaR sont celles qui donnent l'ajustement pour risque le plus fort. Ce constat est logique, Solvabilité 2 impose des paramètres ($\sigma = 5\%$ en santé) qui sont prudeniels par rapport à la volatilité constatée du portefeuille et la mesure de risque TVaR amène par sa définition un résultat plus important que la VaR.

Avec les autres méthodes, les résultats sont proches. Au quantile à 70%, l'écart entre l'ajustement pour risque le plus faible et le plus fort est de 5%. Si nous rapportons ces variations au montant de la provision best estimate, cet écart est négligeable.

Ces écarts faibles s'expliquent notamment par le fait que la santé est une garantie qui est liquidée rapidement. La provision best estimate correspond principalement (99%) à la survenance la plus récente. L'enjeu du calcul correspond donc juste au calcul des prestations versées en $N+1$ pour les sinistres de survenance N . L'incertitude est plus faible que sur des garanties où la liquidation des sinistres est plus lente.

Les hypothèses de normalité ou de lognormalité des provisions sont crédibles et confirmées par la comparaison de la distribution empirique des données avec la méthode Bootstrap et de celle d'une loi normale et lognormale.

3.3 Évaluation de l'ajustement pour risque en prévoyance

Cette partie est consacrée à l'étude d'un portefeuille d'incapacité. Dans le cadre de Solvabilité 2 et des calculs de provisions sociales, les calculs s'effectuent à partir d'un triangle de prestations.

Comme pour la santé, nous allons d'abord étudier le triangle, puis utiliser différentes méthodes présentées dans le cadre de ce mémoire pour calculer un ajustement pour risque :

- les méthodes liées à Solvabilité 2 ;
- les méthodes stochastiques.

3.3.1 Description du portefeuille

Le triangle utilisé pour le provisionnement est un triangle de prestations. Il se présente de la manière suivante :

Année de déroulement	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Survénance N-9	31 596 174	93 141 296	119 496 168	128 507 862	129 933 852	130 449 334	130 525 785	130 540 787	130 596 011	130 627 475
Survénance N-8	33 326 945	100 089 127	127 434 461	136 634 441	137 909 125	138 331 982	138 468 277	138 646 533	138 710 511	
Survénance N-7	36 756 803	106 651 225	135 740 720	145 077 049	146 380 808	147 023 702	147 131 261	147 223 981		
Survénance N-6	33 644 439	104 830 813	134 147 578	143 156 731	144 599 508	145 423 179	146 182 446			
Survénance N-5	36 102 884	111 534 125	143 573 553	154 158 986	156 064 679	156 736 319				
Survénance N-4	40 038 274	123 009 145	156 691 113	167 782 758	169 333 447					
Survénance N-3	41 566 952	124 985 937	158 630 855	168 982 228						
Survénance N-2	41 950 949	122 967 678	156 864 516							
Survénance N-1	41 066 260	124 725 813								
Survénance N	41 194 678									

FIGURE 3.15 – Triangle des prestations cumulées incapacité

Il est également pertinent d'étudier les coefficients de passage d'une année de déroulement à l'autre :

Année de déroulement	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Survénance N-9	1.95	0.43	0.34	0.16	0.36	0.15	0.20	3.68	0.57	
Survénance N-8	2.00	0.41	0.34	0.14	0.33	0.32	1.31	0.36		
Survénance N-7	1.90	0.42	0.32	0.14	0.49	0.17	0.86			
Survénance N-6	2.12	0.41	0.31	0.16	0.57	0.92				
Survénance N-5	2.09	0.42	0.33	0.18	0.35					
Survénance N-4	2.07	0.41	0.33	0.14						
Survénance N-3	2.01	0.40	0.31							
Survénance N-2	1.93	0.42								
Survénance N-1	2.04									
Survénance N										

FIGURE 3.16 – Coefficients de passage d'une année de déroulement à l'autre sur le portefeuille incapacité

Comme expliqué précédemment, avant tout calcul, un ensemble de points sur les données est étudié :

Dix années d'historique de prestations sont disponibles à une périodicité annuelle. Ces données

ne sont ni tronquées ni censurées. D'avis d'expert, cette quantité d'informations est suffisante pour le provisionnement de l'incapacité.

Le portefeuille étudié n'est pas composé de données provenant de plusieurs sources (changement de gestion). Nous observons dans la figure 3.17 une relation linéaire d'une année de développement à l'autre. Nous pouvons constater une stabilité des coefficients de passage d'une année à la suivante dans la figure 3.18. Nous observons 2 coefficients de passage aberrants, leur impact est cependant minime et ne nécessite pas de retraitement.

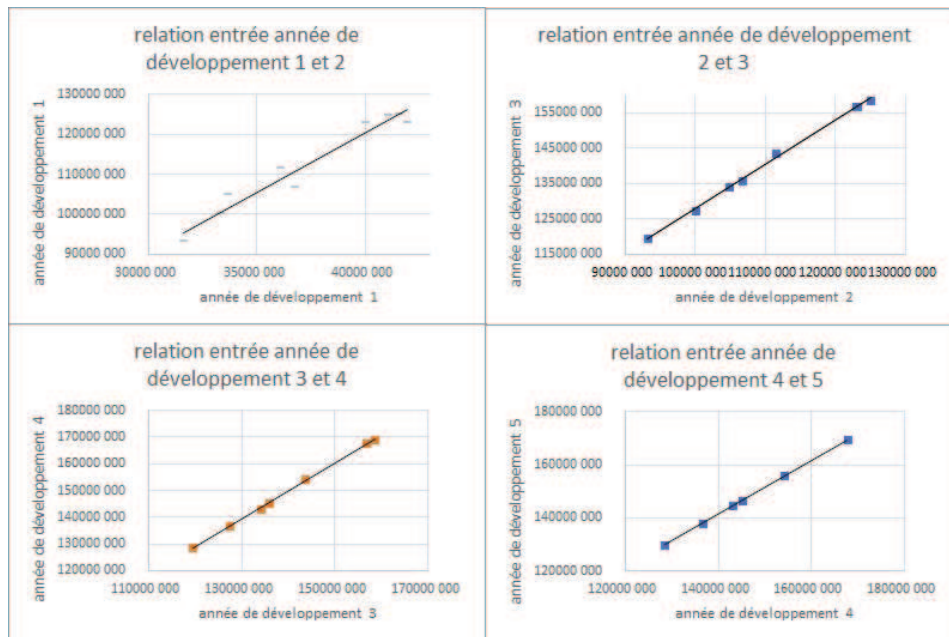


FIGURE 3.17 – Relation entre les années de développement en incapacité

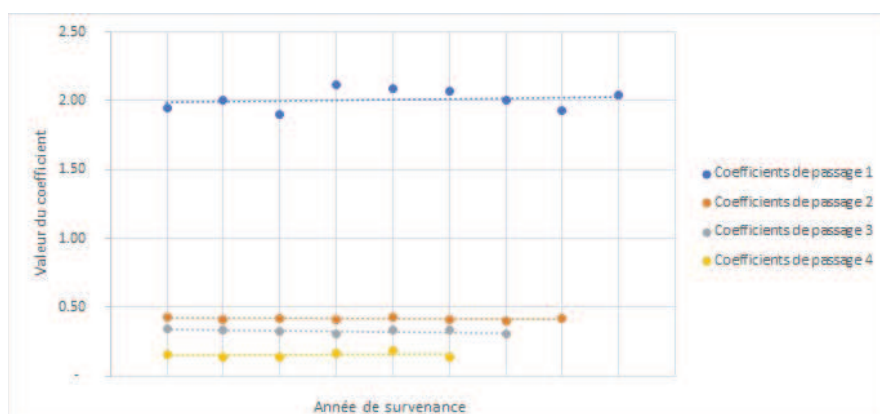


FIGURE 3.18 – Graphique des coefficients de passage des premières années de déroulement

Nous allons donc pouvoir appliquer à ces données l'ensemble des méthodes étudiées précédemment.

3.3.2 Méthodes liées à Solvabilité 2

Dans le cadre de Solvabilité 2, le calcul de la provision *best estimate* est réalisé en utilisant la méthode de Chain Ladder.

Nous allons ignorer les frais pour simplification du calcul. Normalement, des frais de gestion des sinistres sont ajoutés à la provision *best estimate* des prestations.

Calcul de la provision

Le calcul de la provision par Chain Ladder nous permet de compléter le triangle avec les prestations futures :

Année de déroulement	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Survénance N-9	31 596 174	93 141 296	119 496 168	128 507 862	129 933 852	130 449 334	130 525 785	130 540 787	130 596 011	130 627 475
Survénance N-8	33 326 945	100 089 127	127 434 461	136 634 441	137 909 125	138 331 982	138 468 277	138 646 533	138 710 511	138 743 931
Survénance N-7	36 756 803	106 651 225	135 740 720	145 077 049	146 380 808	147 023 702	147 131 261	147 223 981	147 289 174	147 324 661
Survénance N-6	33 644 439	104 830 813	134 147 578	143 156 731	144 599 508	145 423 179	146 182 446	146 282 908	146 347 685	146 382 945
Survénance N-5	36 102 884	111 534 125	143 573 553	154 158 986	156 064 679	156 736 319	157 037 815	157 145 738	157 215 325	157 253 203
Survénance N-4	40 038 274	123 009 145	156 691 113	167 782 758	169 333 447	170 062 179	170 389 309	170 506 407	170 581 911	170 623 010
Survénance N-3	41 566 952	124 985 937	158 630 855	168 982 228	170 701 088	171 435 706	171 765 477	171 883 521	171 959 635	172 001 065
Survénance N-2	41 950 949	122 967 678	156 864 516	167 890 947	169 598 707	170 328 581	170 656 223	170 773 504	170 849 126	170 890 289
Survénance N-1	41 066 260	124 725 813	159 220 406	170 412 439	172 145 847	172 886 682	173 219 245	173 338 288	173 415 045	173 456 827
Survénance N	41 194 678	124 048 156	158 355 334	169 486 559	171 210 549	171 947 359	172 278 115	172 396 512	172 472 852	172 514 407

FIGURE 3.19 – Triangle des prestations cumulées incapacité complété

La provision calculée sans retraitement est de 199 236 398 €. Nous pouvons également calculer la duration des flux de ce portefeuille, en prenant pour exemple une courbe des taux nulle. Dans ce cas, la duration est de 1.48.

Calcul du SCR

En utilisant les formules précédentes, nous avons tous les éléments permettant le calcul de l'ajustement pour risque.

Avec un volume de 199.2 M€, et un σ standard fixé par la norme à 14%, le SCR calculé obtenu est de 83 255 641 €.

Calcul de l'ajustement pour risque

Avec la méthode présentée précédemment, il est alors possible de calculer l'ajustement pour risque à différents quantiles, en utilisant la provision *best estimate*, la duration des flux, le paramètre σ et les quantiles d'une loi normale.

	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	99.5%
BE (chain Ladder)	199 236 399	199 236 399	199 236 399	199 236 399	199 236 399	199 236 399	199 236 399	199 236 399
RA (P&R S2)	6 290 190	10 912 033	15 875 335	21 340 140	27 559 828	34 980 247	44 662 998	101 428 075
RA / BE	3.2%	5.5%	8.0%	10.7%	13.8%	17.6%	22.4%	50.9%

FIGURE 3.20 – Ajustement pour risque en incapacité avec Solvabilité 2 en formule standard

Nous pouvons observer que, malgré l'ajout de la duration, les quantiles étudiés sont bien inférieurs au quantile à 99.5%. L'ajustement pour risque est beaucoup plus fort en proportion du *best estimate* car le paramètre σ est 3 fois plus fort que dans le cas de la santé.

Ces calculs utilisent les paramètres σ standards qui sont largement prudents. La directive Solvabilité 2 permet cependant aux assureurs de calculer des paramètres σ spécifiques, grâce aux USP (*Undertaking Specific Parameters*). Le paramètre σ peut être calculé de manière spécifique au portefeuille étudié. Ce calcul exige le suivi d'une procédure d'approbation, afin de justifier les résultats, de leur qualité, ainsi que celle des données en amont.

Dans le cadre du mémoire, nous utiliserons un USP à 1.85%, qui correspond à une valeur calculée dans un mémoire traitant de l'USP chez AG2R La Mondiale par Seddiki (2017) avec la méthode de Merz et Wüthrich. La volatilité en incapacité pour la formule standard est de 14%. Elle est ainsi, dans ce cas, fortement prudente. En effectuant la même démarche avec l'USP, nous obtenons donc les résultats suivants :

	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	99.5%
BE (chain Ladder)	199 236 399	199 236 399	199 236 399	199 236 399	199 236 399	199 236 399	199 236 399	199 236 399
RA (P&R S2 avec USP)	1 098 269	1 694 360	2 324 091	3 005 441	3 766 187	4 654 185	5 782 474	11 801 792
RA / BE	0.6%	0.9%	1.2%	1.5%	1.9%	2.3%	2.9%	5.9%

FIGURE 3.21 – Ajustement pour risque en incapacité avec Solvabilité 2 en formule standard avec USP

Dans ce cas, l'ajustement pour risque est bien plus faible qu'avec les paramètres standards. La baisse va de 83% pour le quantile à 60%, jusqu'à 88% pour le quantile à 99.5%. L'ajustement pour risque correspond mieux au portefeuille étudié, car la volatilité correspond au portefeuille.

Premiers constats

L'utilisation des travaux Solvabilité 2 permet un calcul facile et rapide de l'ajustement pour risque. Il faut toutefois noter que sans le recours aux USP, les résultats peuvent être particulièrement prudents.

L'utilisation de la racine carrée de la duration sur des risques courts n'a finalement pas beaucoup d'influence sur le résultat final.

Cependant, ces méthodes se basent sur plusieurs hypothèses fortes, notamment sur le recours à une règle de passage d'une VaR à 1 an à une VaR à l'ultime. Les méthodes appliquées dans les

prochains paragraphes permettront d'apprécier l'impact de ces hypothèses sur les résultats.

3.3.3 Méthodes stochastiques

Nous allons appliquer les méthodes présentées précédemment :

- Mack
- Bootstrap
- *Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo*

Mack

En appliquant la méthode de Mack au triangle non retraité et en prenant une fois une hypothèse de normalité, et l'autre fois une hypothèse de lognormalité des provisions, nous obtenons la figure 3.22

	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	99.5%
BE (chain Ladder)	199 236 399	199 236 399	199 236 399	199 236 399	199 236 399	199 236 399	199 236 399	199 236 399
Mack LogNormal	200 411 398	201 057 354	201 740 346	202 480 006	203 306 843	204 274 886	205 499 456	212 088 217
RA	1 175 000	1 820 955	2 503 947	3 243 607	4 070 445	5 038 488	6 263 058	12 851 818
RA / BE	0.6%	0.9%	1.3%	1.6%	2.0%	2.5%	3.1%	6.5%
Mack Normal	200 467 358	201 108 589	201 784 349	202 513 601	203 325 657	204 272 208	205 463 185	211 751 805
RA	1 230 960	1 872 190	2 547 950	3 277 202	4 089 258	5 035 809	6 226 786	12 515 406
RA / BE	0.6%	0.9%	1.3%	1.6%	2.1%	2.5%	3.1%	6.3%

FIGURE 3.22 – Ajustement pour risque en incapacité avec la méthode de Mack

Les écarts entre les quantiles d'une loi normale et lognormale sont faibles. L'hypothèse de normalité donne un ajustement pour risque sensiblement plus important jusqu'au quantile à 85%, puis la tendance s'inverse, avec un écart entre les deux méthodes qui reste faible. Seul le quantile à 99.5% marque un écart, qui se justifie par la queue de distribution qui est longue.

Bootstrap

Le calcul Bootstrap a été effectué 50 000 fois sous R. La moyenne est de 199 240 516 €, soit un montant proche de la provision calculée par Chain Ladder.

Nous obtenons la répartition suivante des provisions :

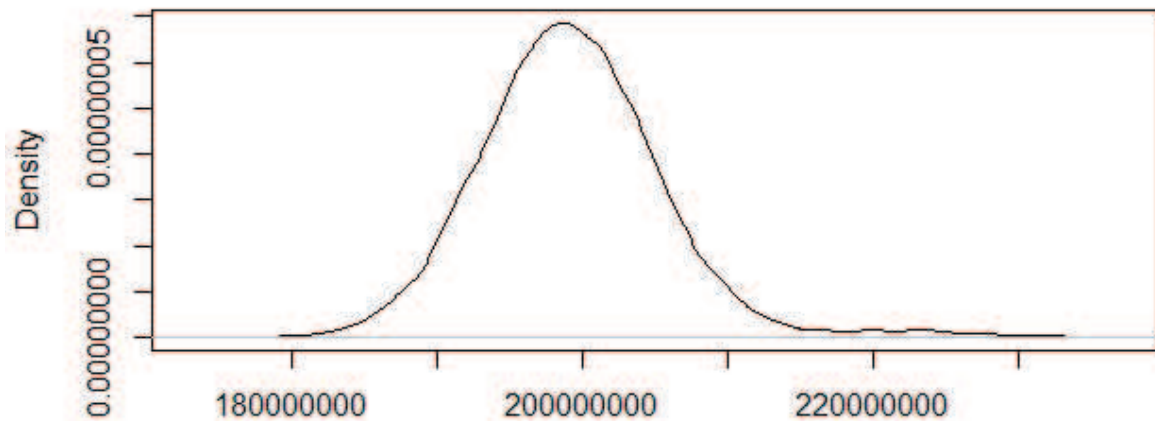


FIGURE 3.23 – Densité des provisions incapacité avec un calcul Bootstrap

Nous allons dans un premier temps calculer la VaR de la provision pour les différents quantiles :

	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	99.5%
BE (Bootstrap)	199 240 516	199 240 516	199 240 516	199 240 516	199 240 516	199 240 516	199 240 516	199 240 516
Bootstrap VaR	200 388 304	201 178 803	201 996 499	202 917 925	203 935 131	205 151 741	206 792 464	224 819 772
RA	1 147 788	1 938 287	2 755 983	3 677 409	4 694 615	5 911 225	7 551 948	25 579 256
RA / BE	0.6%	1.0%	1.4%	1.8%	2.4%	3.0%	3.8%	12.8%

FIGURE 3.24 – Ajustement pour risque en incapacité avec la méthode du Bootstrap et la VaR

Hors quantile à 99.5%, les montants d'ajustement pour risque évoluent lentement.

Pour comparaison nous calculons l'ajustement avec la TVaR :

	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	99.5%
BE (Bootstrap)	199 240 516	199 240 516	199 240 516	199 240 516	199 240 516	199 240 516	199 240 516	199 240 516
Bootstrap TVaR	205 273 041	205 915 486	206 648 976	207 481 179	208 498 287	209 832 133	211 782 787	227 757 822
RA	6 032 525	6 674 970	7 408 460	8 240 663	9 257 771	10 591 617	12 542 271	28 517 306
RA / BE	3.0%	3.4%	3.7%	4.1%	4.6%	5.3%	6.3%	14.3%

FIGURE 3.25 – Ajustement pour risque en incapacité avec la méthode du Bootstrap et la TVaR

Logiquement, par définition de la TVaR, les résultats obtenus sont supérieurs à ceux de la VaR, mais plus le quantile est important, plus faible est l'écart entre les deux méthodes de mesure.

Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo

Pour finir, nous utilisons la méthode *Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo*. Nous effectuons 100 000 simulations sur Winbugs et excluons les éléments liés à la période de *burn-in*. La

provision *best estimate* obtenue est de 206 164 864 €, soit une provision 3.5% plus forte qu'avec Chain Ladder. Il en résulte la distribution suivante :

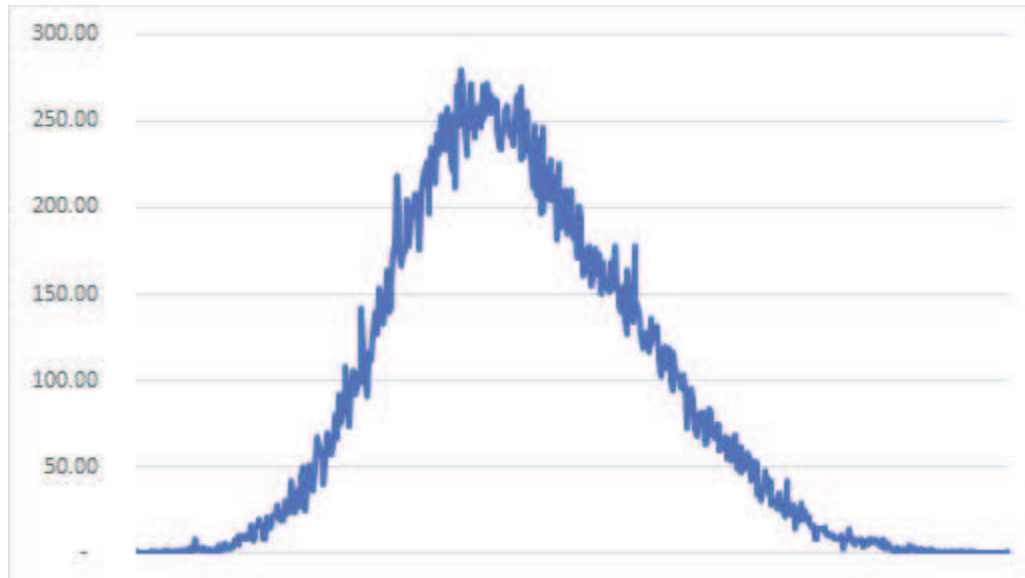


FIGURE 3.26 – Densité des provisions incapacité avec un calcul RJMCMC

Nous obtenons comme VaR aux différents quantiles :

	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	99.5%
BE (RJMCMC)	206 164 864	206 164 864	206 164 864	206 164 864	206 164 864	206 164 864	206 164 864	206 164 864
RJMCMC VaR	208 146 512	209 229 254	210 439 187	211 794 192	213 270 742	214 975 568	217 053 408	227 718 800
RA	1 981 648	3 064 390	4 274 323	5 629 328	7 105 878	8 810 704	10 888 544	21 553 936
RA / BE	1.0%	1.5%	2.1%	2.7%	3.4%	4.3%	5.3%	10.5%
RJMCMC TVaR	214 269 081	215 067 528	215 941 148	216 910 484	218 005 996	219 307 517	220 979 651	229 889 303
RA	8 104 217	8 902 664	9 776 284	10 745 620	11 841 132	13 142 653	14 814 787	23 724 439
RA / BE	3.9%	4.3%	4.7%	5.2%	5.7%	6.4%	7.2%	11.5%

FIGURE 3.27 – Ajustement pour risque en incapacité avec la méthode RJMCMC

La provision calculée est supérieure à celle de la méthode de Chain Ladder, mais l'écart relatif entre les quantiles et les montants centraux est stable. L'ajustement pour risque calculé avec la VaR est ainsi proche de celui calculé avec les autres méthodes. Le résultat en TVaR est logiquement plus fort, mais l'écart se réduit quand le quantile augmente.

Synthèse des observations

Nous obtenons donc les ajustements pour risque suivants :

	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	99.5%
RA Mack LogNormal	1 175 000	1 820 955	2 503 947	3 243 607	4 070 445	5 038 488	6 263 058	12 851 818
RA / BE Chain Ladder	0.6%	0.9%	1.3%	1.6%	2.0%	2.5%	3.1%	6.5%
RA Mack Normal	1 230 960	1 872 190	2 547 950	3 277 202	4 089 258	5 035 809	6 226 786	12 515 406
RA / BE Chain Ladder	0.6%	0.9%	1.3%	1.6%	2.1%	2.5%	3.1%	6.3%
RA (P&R S2)	6 290 190	10 912 033	15 875 335	21 340 140	27 559 828	34 980 247	44 662 998	101 428 075
RA / BE Chain Ladder	3.2%	5.5%	8.0%	10.7%	13.8%	17.6%	22.4%	50.9%
RA (P&R S2 avec USP)	1 098 269	1 694 360	2 324 091	3 005 441	3 766 187	4 654 185	5 782 474	11 801 792
RA / BE Chain Ladder	0.6%	0.9%	1.2%	1.5%	1.9%	2.3%	2.9%	5.9%
RA Bootstrap VaR	1 147 788	1 938 287	2 755 983	3 677 409	4 694 615	5 911 225	7 551 948	25 579 256
RA / BE Bootstrap	0.6%	1.0%	1.4%	1.8%	2.4%	3.0%	3.8%	12.8%
RA Bootstrap TVaR	6 032 525	6 674 970	7 408 460	8 240 663	9 257 771	10 591 617	12 542 271	28 517 306
RA / BE Bootstrap	3.0%	3.4%	3.7%	4.1%	4.6%	5.3%	6.3%	14.3%
RA RJMCMC VaR	1 981 648	3 064 390	4 274 323	5 629 328	7 105 878	8 810 704	10 888 544	21 553 936
RA / BE RJMCMC	1.0%	1.5%	2.1%	2.7%	3.4%	4.3%	5.3%	10.5%
RA RJMCMC TVaR	8 104 217	8 902 664	9 776 284	10 745 620	11 841 132	13 142 653	14 814 787	23 724 439
RA / BE RJMCMC	3.9%	4.3%	4.7%	5.2%	5.7%	6.4%	7.2%	11.5%

FIGURE 3.28 – Synthèse des ajustements pour risque en incapacité

De par son importance, le quantile à 99.5% n'est pas pertinent pour les travaux IFRS 17. Nous observons des variations plus importantes sur ce quantile, car il s'agit de la queue de distribution. Aussi, nous allons principalement nous intéresser aux quantiles entre 65 et 80%. Nous pouvons alors représenter les ajustements pour risque à chaque quantile pour chaque méthode sous la forme d'un graphique.

Par l'utilisation d'un paramètre standard très prudentiel, la méthode de calcul utilisant le calcul du risque de primes et de réserve est le calcul le plus pessimiste sur l'ajustement pour risque. Cette vision est logique, le paramètre σ est égal à 14%, un paramètre bien plus fort que celui correspondant au portefeuille étudié.

Les méthodes les plus pessimistes sont ensuite le Bootstrap et le RJMCMC avec la TVaR. Ces solutions amènent un ajustement pour risque plus important par définition même de la mesure de risque.

Ensuite les méthodes d'ajustement pour risque utilisant Mack (avec une loi normale et une loi lognormale), Solvabilité 2 avec un USP et celles se basant sur la méthode Bootstrap et sur la méthode RJMCMC avec la VaR amènent des résultats proches. Les résultats Bootstrap et Mack se basant sur Chain Ladder sont particulièrement proches. La méthode RJMCMC, qui s'affranchit des contraintes de Chain Ladder, donne un résultat sensiblement plus fort.

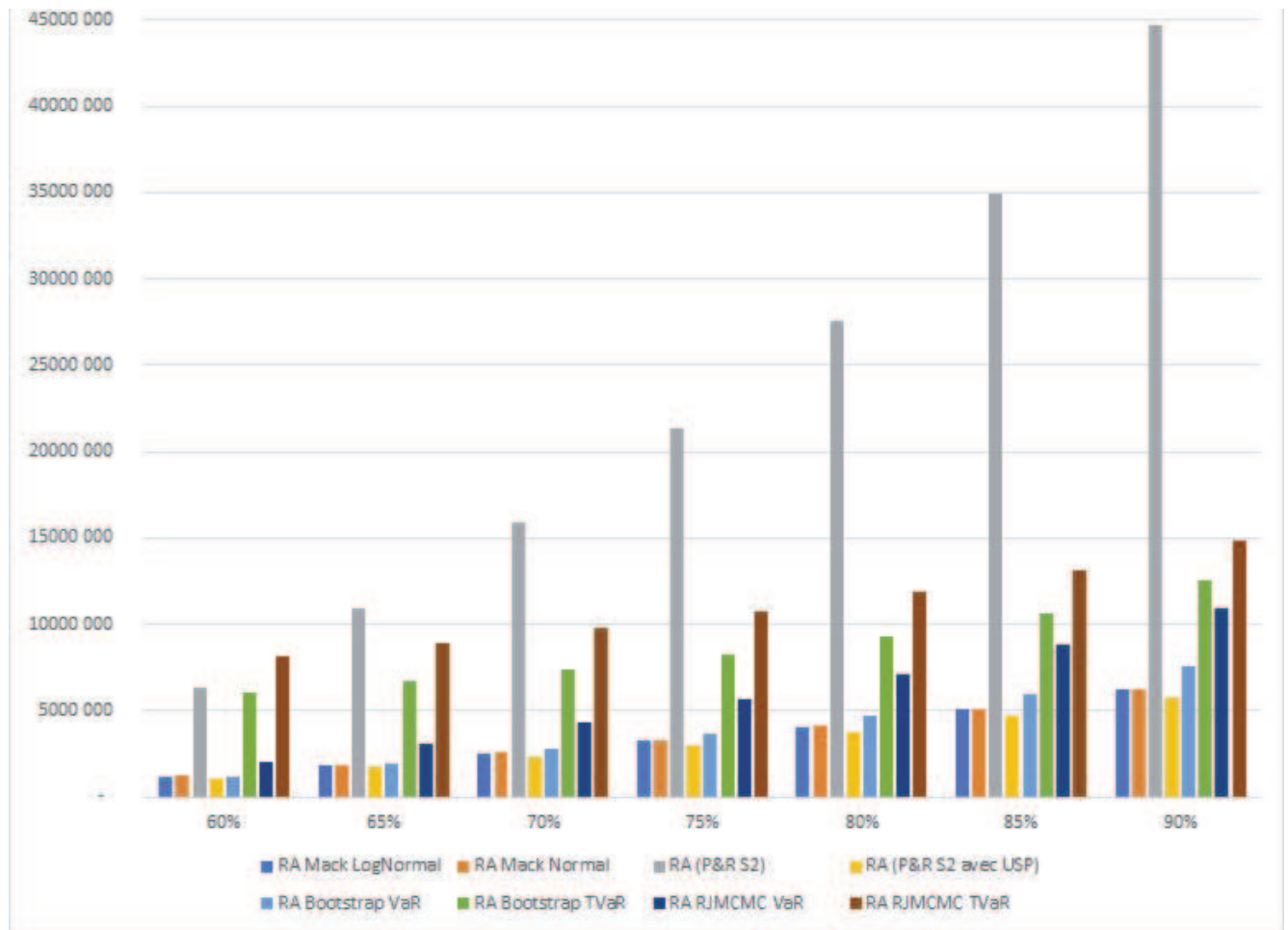


FIGURE 3.29 – Représentation graphique des ajustements pour risque en incapacité

En conclusion, si on excepte les 2 méthodes amenant les résultats les plus forts, les résultats sont relativement proches. Surtout si on compare les écarts d'ajustement pour risque avec le montant de la provision best estimate calculée.

Sur le portefeuille incapacité, ces résultats amènent à avoir une certaine confiance envers les résultats calculés avec la méthode la plus simple à mettre en place, à savoir la méthode basée sur Solvabilité 2 utilisant les USP.

3.4 Conclusion des travaux de simulation

Nous avons donc pu comparer différentes méthodes de calcul de l'ajustement pour risque sur deux garanties qui sont la santé et l'incapacité.

De manière générale, à un quantile donné (hors quantile à 99.5%), les résultats sont proches les

uns des autres. Cela s'explique de plusieurs manières :

- Les garanties qui sont étudiées sont des garanties dont les prestations sont vites liquidées ;
- Les méthodes, hors RJMCMC se basent sur Chain Ladder, et prennent des hypothèses de normalité et lognormalité des provisions ;
- Nous n'étudions pas la queue de distribution, mais des quantiles plus faibles qui sont moins volatiles ;
- Le volume de prestation est tel que l'évolution des prestations est stable, et la volatilité des prestations faible. Or, plus la volatilité est faible, plus l'incertitude l'est également.

Si on considère la méthode RJMCMC, qui ne se base pas sur Chain Ladder et celles se basant dessus, les résultats sont proches les uns des autres. Seuls les résultats avec les méthodes Solvabilité 2 sans USP et avec la TVaR donnent des résultats plus importants. Ceci s'explique par le caractère prudentiel de Solvabilité 2 et la formule de calcul de la TVaR.

Travaillant sur des garanties rapidement liquidées, nous pouvons considérer que la liquidation de l'ajustement pour risque se fait de manière proportionnelle aux provisions à la meilleure estimation.

Conclusion

La nouvelle norme comptable IFRS 17 s'appliquant aux contrats d'assurances introduit de nombreuses notions. Cependant, contrairement à Solvabilité 2, elle se veut peu prescriptive sur les méthodes de calcul à utiliser. L'ajustement pour risque est une provision calculée pour chaque contrat qui doit prendre en compte l'incertitude sur les flux futurs non liée aux risques financiers. Il est alors intéressant d'étudier des méthodes de calcul communes à d'autres travaux déjà effectués et de les comparer à des méthodes de calcul classiques et robustes utilisées par les actuaires.

Nous avons ainsi pu comparer des méthodes se basant sur Solvabilité 2 avec d'autres méthodes stochastiques. Nous pouvons notamment diviser ces dernières en deux catégories : celles basées sur Chain Ladder, à savoir Mack et Bootstrap et celle qui utilise un triangle de prestations non cumulées, à savoir la méthode de *Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo* qui s'affranchit des hypothèses lourdes de Chain Ladder.

Le calcul de l'ajustement pour risque a été effectué sur des garanties santé et incapacité. La santé étant un risque se liquidant très rapidement, et l'incapacité un risque un peu plus long. Sur l'incapacité nous avons pu utiliser les travaux sur l'USP effectués dans le cadre de Solvabilité 2 afin d'utiliser une formule de calcul de SCR plus proche de la réalité des portefeuilles et moins prudentielle que celle fournie par la formule standard.

La norme demande l'explicitation du quantile relatif à l'ajustement pour risque dans sa communication financière. Contrairement aux travaux effectués habituellement sur Solvabilité 2, nous ne nous sommes ainsi pas intéressés à un quantile à 99.5%, mais à des quantiles plus faibles, entre 60 et 80%, qui correspondent à l'appétence au risque de la compagnie d'assurance. De même, au lieu d'une Var à un horizon à un an, nous utilisons pour la norme IFRS 17 un horizon qui correspond à l'extinction des flux et donc de l'incertitude.

Les écarts de résultat que nous avons pu observer entre la plupart des méthodes sont petits. Une adaptation du processus de calcul du SCR peut donc amener des résultats satisfaisants par rapport à des processus stochastiques plus robustes, mais chronophages, à mettre en place. Ces faibles écarts se justifient de différentes manières :

- Les quantiles étudiés sont bas et les résultats sont donc moins dispersés. Le comportement est moins volatile que sur les queues de distribution ;
- Les méthodes de Mack et Bootstrap se basent sur Chain Ladder ;
- Des hypothèses de normalité et de lognormalité des provisions sont prises pour la plupart

des méthodes ;

- Les garanties ont des prestations qui sont rapidement liquidées.

Ces faibles écarts sont d'autant plus à relativiser qu'il convient de comparer le poids de l'ajustement pour risque avec la provision à la meilleure estimation. Dans les exemples étudiés, l'ajustement pour risque est bien plus faible que la meilleure estimation s'y rapportant. Cependant une forte surestimation de l'ajustement pour risque peut entraîner l'identification d'un nombre de contrats onéreux plus important, ce qui implique une perte immédiatement intégrée au compte de résultat.

Il faut, dans un cadre général de travail, s'assurer que les triangles étudiés sont stables, et identifier si des risques nouveaux, qui n'ont pas influé sur l'historique des prestations, peuvent générer une incertitude. Ainsi, un simple calcul de l'ajustement pour risque n'est pas suffisant, une étude des risques dans leur ensemble est nécessaire. Le travail de l'actuaire est nécessaire pour identifier les sources de risques potentiels.

Pour compléter ces travaux, il convient d'effectuer un calcul de l'erreur inhérente à chaque type de modèle. Le mémoire d'actuariat Aucoin (2018) se focalise notamment sur ces aspects. Ensuite, des calculs semblables sont nécessaires sur les autres garanties qui sont provisionnées comme des risques longs, telles l'invalidité, les rentes de conjoint et d'éducation ou encore la dépendance. Les propositions de méthodes basées sur Solvabilité 2 pour les risques courts sont également applicables aux risques longs. A partir des SCR déjà calculés sous Solvabilité 2 et en faisant des hypothèses de normalité ou lognormalité des provisions, il est possible de déduire, pour toute garantie, un ajustement pour risque. Il faudra également étudier le passage de la VaR à un an à une VaR à l'ultime lorsque la duration est plus importante que pour les garanties étudiées dans ce mémoire. De plus, en formule standard, les chocs sont souvent très prudents, et l'ajustement pour risque calculé ainsi le serait aussi. Une solution est de recalibrer chaque choc, comme nous avons pu le faire pour le choc de prime et réserve. Ces travaux sont souvent déjà effectués, pour les principaux chocs, dans le cadre d'études ou de l'ORSA.

Une fois un ajustement pour risque calculé pour chaque garantie, il est alors possible de calculer le bénéfice de la diversification des risques grâce à leur corrélation comme c'est déjà effectué pour les travaux de SCR sous Solvabilité 2, où les différents chocs sont agrégés grâce à des matrices de corrélation. Le mémoire d'actuariat Decupère (2011) présente notamment plusieurs méthodes d'agrégation des risques. La liquidation de l'ajustement pour risque peut se faire de manière proportionnelle à la liquidation de la provision sous-jacente.

Ainsi, l'ajustement pour risque entre dans un ensemble de processus avec IFRS 17, qui s'inscrit en parallèle de Solvabilité 2. La mise en place de cette nouvelle norme amène l'actuaire à faire de nombreux choix qui dépendent pour beaucoup du contexte de l'assureur, des moyens disponibles et de son appétence au risque. Mais surtout, elle nécessite une meilleure compréhension et un avis critique sur les méthodes utilisées. En effet, les choix méthodologiques étant effectués par l'actuaire, ce dernier doit être en mesure d'analyser les résultats et de justifier des méthodes employées, là où il n'avait souvent qu'à utiliser des formules fermées en Solvabilité 2. Ces travaux permettent alors de prendre du recul par rapports aux différentes normes, de mieux connaître son portefeuille, et d'améliorer la maîtrise de ses travaux.

Bibliographie

- AAI (2018), *RISK adjustments for insurance contracts under IFRS 17*, Association Actuarielle internationale.
- Arjas, E. (1989), ‘The claims reserving problem in non-life insurance : Some structural ideas’, *ASTIN Bulletin* **19**.
- Aucoin, T. (2018), Nature et calcul de l’ajustement pour risque dans un environnement incertain, Master’s thesis.
- CEIOPS (2007), ‘Qis3 technical specifications part i : Instructions’, <https://eiopa.europa.eu>.
- Decupère, S. (2011), Agrégation des risques et allocation de capital sous solvabilité ii, Master’s thesis.
- Dunn, P. & Smyth, G. K. (1996), ‘Randomized quantile residuals’, *Journal of Computational and Graphical Statistics*, **5**.
- England & Verrall (1999), ‘Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving’, *Insurance : Mathematics and Economics* **25**, 281–293.
- Green, P. (1995), ‘Reversible jump markov chain monte carlo computation and bayesian model determination.’, *BIOMETRIKA* **82**(4), 711 – 732.
- Gremillet, M. (2013), Provisionnement non-vie : La méthode reversible jump markov chain monte carlo, Master’s thesis.
- Michaud, C. (2012), La mesure du risque de provisionnement à horizon 1 an en assurance non-vie, Master’s thesis.
- Renshaw, A. & Verrall, R. (1998), ‘A stochastic model underlying the chain-ladder technique’, *British Actuarial Journal* **4**, 903–923.
- RÈGLEMENT DÉLÉGUÉ (UE) 2015/35 DE LA COMMISSION du 10 octobre 2014 (2014).
- Seddiki, N. (2017), Evaluation du caractère adéquat des provisions techniques sur un portefeuille de garanties arrêt de travail en normes sociales et en environnement solvabilité 2, Master’s thesis.
- Site de d’information sur IFRS (n.d.), <http://www.focusifrs.com>.
- Site de l’IFRS (n.d.), <https://www.ifrs.org/>.
- Verrall, R. J. & Wüthrich, M. V. (2012), ‘Reversible jump markov chain monte carlo method for parameter reduction in claims reserving’, *North American Actuarial Journal* **16**(2), 240–259.

- Wang, Stricker & Strommen (2015), ‘Model validation for insurance enterprise risk and capital models’, *CAS,CIA,SOA Joint Risk Management Section* .
- Wüthrich, M. V. & Merz, M. (2006), *Stochastic Claims Reserving Methods in Non-Life Insurance*.
- Wüthrich, M. V. & Merz, M. (2008), *Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance*, Wiley Finance.

Table des figures

1.1	Description des normes IFRS	16
1.2	Classification des contrats d'assurance selon les différentes normes IFRS	17
1.3	Dates clés d'IFRS 2017	18
1.4	Le modèle BBA	19
1.5	Le produit d'assurance	21
1.6	Le compte de résultat IFRS 17	22
1.7	Les 2 méthodes d'approche de la courbe de taux IFRS 17	24
1.8	Synthèse des liens et écarts entre IFRS 17 et Solvabilité 2	26
2.1	Périmètre des chocs concernés par l'ajustement pour risque	37
2.2	Densité loi normale	38
2.3	Densité loi lognormale	40
2.4	Proxy de calcul primes et de réserve	47
2.5	Triangle de prestations cumulées	50
3.1	Triangle des prestations cumulées santé	68
3.2	Coefficients de passage d'une année de déroulement à l'autre sur le portefeuille santé	68
3.3	Graphique des coefficients de passage des deux premières années de déroulement	69
3.4	Triangle des prestations cumulées santé complété	70
3.5	Ajustement pour risque en santé avec Solvabilité 2 en formule standard	70

3.6	Ajustement pour risque en santé avec la méthode de Mack	71
3.7	Densité des provisions santé avec un calcul Bootstrap	72
3.8	Distribution empirique cumulative en santé avec un calcul Bootstrap et loi lognormale	72
3.9	Ajustement pour risque en santé avec la méthode du Bootstrap et la VaR	73
3.10	Ajustement pour risque en santé avec la méthode du Bootstrap et la TVaR	73
3.12	Ajustement pour risque en santé avec la méthode RJMCMC	73
3.11	Densité des provisions santé avec un calcul RJMCMC	74
3.13	Synthèse des ajustements pour risque en incapacité	74
3.14	Représentation graphique des ajustements pour risque en santé	75
3.15	Triangle des prestations cumulées incapacité	76
3.16	Coefficients de passage d'une année de déroulement à l'autre sur le portefeuille incapacité	76
3.17	Relation entre les années de développement en incapacité	77
3.18	Graphique des coefficients de passage des premières années de déroulement	77
3.19	Triangle des prestations cumulées incapacité complété	78
3.20	Ajustement pour risque en incapacité avec Solvabilité 2 en formule standard	79
3.21	Ajustement pour risque en incapacité avec Solvabilité 2 en formule standard avec USP	79
3.22	Ajustement pour risque en incapacité avec la méthode de Mack	80
3.23	Densité des provisions incapacité avec un calcul Bootstrap	81
3.24	Ajustement pour risque en incapacité avec la méthode du Bootstrap et la VaR	81
3.25	Ajustement pour risque en incapacité avec la méthode du Bootstrap et la TVaR	81
3.26	Densité des provisions incapacité avec un calcul RJMCMC	82
3.27	Ajustement pour risque en incapacité avec la méthode RJMCMC	82
3.28	Synthèse des ajustements pour risque en incapacité	83
3.29	Représentation graphique des ajustements pour risque en incapacité	84

Annexes

Annexe A

Ajustement au titre du risque non financier (paragraphe 37)

- **B86** : L'ajustement au titre du risque non financier se rapporte au risque qui découle des contrats d'assurance, autre que le risque financier. Ce dernier est pris en compte dans les estimations de flux de trésorerie futurs ou dans le taux d'actualisation utilisé pour ajuster les flux de trésorerie. Les risques sur lesquels porte l'ajustement au titre du risque non financier sont le risque d'assurance et les autres risques non financiers, tels que le risque de déchéance et le risque de charges (voir paragraphe B14).
- **B87** L'ajustement au titre du risque non financier découlant des contrats d'assurance correspond à l'indemnité qu'exigerait l'entité pour qu'il lui soit indifférent de choisir l'une ou l'autre des options suivantes :
 - (a) l'acquittement d'un passif qui est associé à un éventail de résultats possibles découlant du risque non financier ;
 - (b) l'acquittement d'un passif qui générera des flux de trésorerie fixes dont l'espérance mathématique de la valeur actualisée est la même que celle des contrats d'assurance.
- Par exemple, l'ajustement au titre du risque non financier correspond à l'indemnité qu'exigerait l'entité pour qu'il lui soit indifférent d'acquitter un passif dont le montant a — en raison du risque non financier — une probabilité de 50 % d'être de 90 UM et une probabilité de 50 % d'être de 110 UM ou d'acquitter un passif dont le montant est fixé à 100 UM. Ainsi, l'ajustement au titre du risque non financier fournit aux utilisateurs d'états financiers des informations sur la somme demandée par l'entité pour la prise en charge de l'incertitude entourant le montant et l'échéancier des flux de trésorerie qui est engendrée par le risque non financier.
- **B88** Étant donné que l'ajustement au titre du risque non financier correspond à l'indemnité qu'exigerait l'entité pour prendre en charge le risque non financier découlant de l'incertitude entourant le montant et l'échéancier des flux de trésorerie, cet ajustement reflète également ce qui suit :
 - (a) le niveau de l'avantage de diversification que l'entité inclut dans la détermination de cette indemnité ;
 - (b) les résultats favorables comme défavorables, d'une manière qui rend compte du degré d'aversion au risque de l'entité.
- **B89** L'ajustement au titre du risque non financier vise à évaluer l'effet de l'incertitude, autre que celle relative au risque financier, qui entoure les flux de trésorerie découlant

de contrats d'assurance. Il doit donc refléter tous les risques non financiers découlant de contrats d'assurance, mais ne pas tenir compte des autres risques, tels que le risque général d'exploitation.

- **B90** L'ajustement au titre du risque non financier doit être inclus dans l'évaluation de manière explicite, car il est conceptuellement distinct des estimations de flux de trésorerie futurs et des taux d'actualisation appliqués à ces flux de trésorerie. L'entité doit veiller à ne pas le comptabiliser en double ; par exemple, il ne doit pas être en outre inclus de manière implicite dans la détermination des estimations de flux de trésorerie futurs ou des taux d'actualisation. Les taux d'actualisation qui sont présentés en application du paragraphe 120 ne doivent donc inclure aucun ajustement implicite au titre du risque non financier.
- **B91** IFRS 17 n'impose pas de méthode d'estimation particulière pour la détermination de l'ajustement au titre du risque non financier. Toutefois, pour que cet ajustement reflète l'indemnité que l'entité exigerait pour la prise en charge du risque non financier, il doit présenter les caractéristiques suivantes :
 - (a) il sera d'un montant plus élevé si les risques sont peu fréquents, mais graves que s'ils sont fréquents, mais peu graves ;
 - (b) pour des risques similaires, il sera d'un montant plus élevé si les contrats sont de longue durée que s'ils sont de courte durée ;
 - (c) il sera d'un montant plus élevé si la distribution de probabilité des risques est large que si elle est étroite ;
 - (d) il sera d'un montant d'autant plus élevé que l'estimation à jour et la tendance qu'elle présente comportent de nombreuses inconnues ;
 - (e) il sera d'un montant d'autant moins élevé que les résultats techniques récents réduisent l'incertitude entourant le montant et l'échéancier des flux de trésorerie, et vice-versa.
- **B92** L'entité doit faire appel au jugement pour déterminer la méthode d'estimation qu'il convient d'utiliser pour établir l'ajustement au titre du risque non financier. Ce faisant, l'entité doit notamment privilégier une méthode qui fournit des informations concises et instructives, de façon à ce que les utilisateurs d'états financiers puissent comparer sa performance à celle d'autres entités. Selon le paragraphe 119, si l'entité applique une méthode autre que celle des niveaux de confiance pour déterminer l'ajustement au titre du risque non financier, elle doit indiquer la méthode appliquée et le niveau de confiance auquel équivaut le résultat de l'application de cette technique.

Annexe B

L'algorithme de Métropolis Hastings

Cet algorithme est une chaîne de Markov Monte Carlo qui permet d'obtenir un échantillon aléatoire à partir de données dont l'échantillonnage direct est compliqué.

Notons f la densité de la loi cible et $q(y|x)$ la loi de proposition qui permet de proposer une nouvelle valeur à partir de la valeur à l'état précédent de la chaîne de Markov. Cet nouvelle valeur est acceptée ou rejetée. Cette algorithme ne nécessite pas la connaissance de la loi f à une constante multiplicative près.

L'algorithme se déroule de la manière suivante à chaque pas t :

- **étape 1** : initialisation de l'algorithme avec la valeur $x^{(t)}$
- **étape 2** : proposition d'une nouvelle valeur y à partir de la valeur de $x^{(t)}$ et de la densité de proposition $q(y|x^{(t)})$
- **étape 3** : Calcul de la probabilité d'acceptation

$$\alpha(t \rightarrow *) = \min \left(1, \frac{f(y) \times q(x^{(t)}|y)}{f(x^{(t)}) \times q(y|x^{(t)})} \right)$$

- **étape 4** :

Si la valeur est acceptée on obtient : $x^{(t+1)} = y$ sinon $x^{(t+1)} = x^{(t)}$

Puis on retourne à l'étape 2.

L'algorithme est documenté et commenté avec plus de précisions dans le mémoire Gremillet (2013)

Annexe C

Le ré-échantillonnage de Gibbs

Le ré-échantillonnage de Gibbs est une méthode Markov Chain Monte Carlo qui permet d'obtenir des échantillons aléatoires à partir d'une distribution aléatoire.

Il effectue le rafraichissement de certains paramètres conditionnellement aux autres paramètres.

Soit X un vecteur initial dont on souhaite obtenir plusieurs échantillon pour en déduire la distribution, X_{-k} le vecteur X sans sa $k^{ième}$ valeur et X^t le $t^{ième}$ échantillon :

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

$$X_{-k} = \{x_1, x_2, \dots, x_{k-1}, x_{k+1}, \dots, x_n\}$$

$$X^{(t)} = \{x_1^{(t)}, x_2^{(t)}, \dots, x_n^{(t)}\}$$

L'algorithme se présente de la manière suivante :

— **étape 1** : initialisation de l'algorithme avec la valeur X :

$$X^{(0)} = \{x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}\}$$

— **étape 2** : chaque élément de $X^{(t)}$ est rafraîchi en utilisant les probabilités conditionnelles :

$$x_k^{t+1} \sim p(x_k^{t+1} | x_1^{t+1}, \dots, x_{k-1}^{t+1}, x_{k+1}^{t+1}, \dots, x_n^{t+1})$$

Nous obtenons ainsi :

$$X^{(t+1)} = \{x_1^{(t+1)}, x_2^{(t+1)}, \dots, x_n^{(t+1)}\}$$

— **étape 3** : l'étape 2 est répétée jusqu'à obtenir le nombre d'échantillons désiré.

.

Ainsi les valeurs du vecteur sont mises à jour une par une, à partir des autres valeurs déjà ré-échantillonnées.

L'algorithme permet d'approximer la densité jointe de toutes les variables.

L'algorithme est également documenté et commenté avec plus de précisions dans le mémoire Gremillet (2013)