

**Mémoire présenté devant l'Université Paris Dauphine
pour l'obtention du diplôme du Master Actuariat
et l'admission à l'Institut des Actuares**

le 23 novembre 2011

Par : Lucie MARFOQ

Titre: Evaluation des provisions techniques en réassurance IARD, dans le cadre de solvabilité 2.

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membre présent du jury de l'Institut des Actuares : *Signature :* *Entreprise :*

Nom :

Signature :

Directeur de mémoire en entreprise :

Membres présents du jury du Master Actuariat de Dauphine :

Nom :

Signature :

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Secrétariat :

Signature du responsable entreprise :

Bibliothèque :

Signature du candidat :

Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué à l'élaboration de ce mémoire, par leur soutien, leur aide ou leur présence.

Je remercie Clément MICHAUD, Directeur Financier, et Olivier ZAMORA, Directeur Financier Adjoint, pour m'avoir accepté au sein de la Direction Financière d'AXA GLOBAL P&C.

Je remercie Pascal DURAND, responsable du Département Actuariat Corporatif, qui m'a accueilli et intégré dans son équipe, en m'offrant l'opportunité de travailler sur un sujet aussi intéressant que celui-ci.

Mes remerciements vont également à toute l'équipe de l'Actuariat Corporatif, pour leur accueil, leur présence et leurs conseils.

Je remercie plus particulièrement Fabien Millet, responsable du suivi de mon étude, pour son aide précieuse, son encadrement et sa disponibilité, sans qui cette étude n'aurait pu voir le jour.

Je remercie aussi particulièrement Klimentina IORDANOVA, pour sa disponibilité et son accueil au sein de l'équipe Actuariat Corporatif.

Je tiens également à remercier Frédéric ANDRUSIN, responsable de la comptabilité générale, et Michael MOREUX, gestionnaire de la comptabilité générale, pour leur accueil et leur sympathie.

Je remercie également mon tuteur académique Daniel PIERRE-LOTI-VIAUD, professeur d'actuariat à l'Université Paris-Dauphine et responsable du suivi de mon étude, pour ses conseils et sa disponibilité tout au long de la réalisation de ce mémoire.

Sommaire

SOMMAIRE	4
RESUME	6
ABSTRACT	7
SYNTHESE	8
SYNTHESIS.....	14
INTRODUCTION GENERALE	20
<u>I.CADRE DE L'ETUDE</u>	<u>22</u>
I.1. PRESENTATION DE L'ENTREPRISE AXA GLOBAL P&C.....	23
I.2. LE DEPARTEMENT ACTUARIAT CORPORATIF	23
I.3. PROBLEMATIQUE POSEE	24
<i>I.3.1. Problématiques liées à la Solvabilité.....</i>	<i>24</i>
<i>I.3.2. Objectifs du mémoire.....</i>	<i>27</i>
<i>I.3.3. Enjeux.....</i>	<i>29</i>
<u>II.PRESENTATION DE L'ACTIVITE DE REASSURANCE</u>	<u>30</u>
II.1. DEFINITION ET CARACTERISTIQUES	31
II.2. LES DIFFERENTS TYPES JURIDIQUES DE REASSURANCE.....	33
<i>II.2.1. La réassurance facultative.....</i>	<i>33</i>
<i>II.2.2. La réassurance obligatoire.....</i>	<i>33</i>
<i>II.2.3. La réassurance facultative/obligatoire</i>	<i>33</i>
II.3. LES DIFFERENTES FORMES TECHNIQUES DE REASSURANCE	34
<i>II.3.1. La réassurance proportionnelle</i>	<i>34</i>
<i>II.3.1.1. La Quote-part</i>	<i>34</i>
<i>II.3.1.2. L'excédent de plein</i>	<i>35</i>
<i>II.3.2. La réassurance non proportionnelle.....</i>	<i>36</i>
<i>II.3.2.1. L'excédent de sinistres</i>	<i>37</i>
<i>II.3.2.2. L'excédent de perte annuelle.....</i>	<i>38</i>
II.4. LA RETROCESSION	39
II.5. LA REASSURANCE A L'ECHELLE MONDIALE	40
II.6. LA REASSURANCE AU SEIN D'AXA GLOBAL P&C	41

III. METHODES DE CALCUL DES PROVISIONS TECHNIQUES	44
III.1. LES PROVISIONS TECHNIQUES EN REASSURANCE NON-VIE	45
III.2. METHODES DE CALCUL DES IBNR	47
<i>III.2.1. Méthodes déterministes</i>	<i>49</i>
<i>III.2.1.1. Chain Ladder</i>	<i>49</i>
<i>III.2.1.2. Expected Loss Ratio (ELR)</i>	<i>51</i>
<i>III.2.1.3. Bornhuetter-Ferguson</i>	<i>52</i>
<i>III.2.1.4. De Vylder</i>	<i>53</i>
<i>III.2.1.5. Lissages</i>	<i>55</i>
<i>III.2.2. Méthodes stochastiques</i>	<i>56</i>
<i>III.2.2.1. Modèle de Mack</i>	<i>57</i>
<i>III.2.2.2. Méthode du Bootstrap</i>	<i>57</i>
I.3. SPECIFICITES LIEES A LA REASSURANCE.....	59
IV. APPLICATION PRATIQUE.....	60
IV.1. PRESENTATION ET ANALYSE DES DONNEES.....	62
<i>IV.1.2. Présentation du portefeuille (brut de rétrocession)</i>	<i>66</i>
<i>IV.1.2.1. Etude historique du portefeuille</i>	<i>66</i>
<i>IV.1.2.1. Cartographie des risques</i>	<i>69</i>
<i>IV.1.3. Segmentation du portefeuille.....</i>	<i>71</i>
<i>IV.1.3.1. Segmentation des branches</i>	<i>72</i>
<i>IV.1.3.1. Segmentation intra-branches.....</i>	<i>79</i>
IV.2. METHODES DE PROVISIONNEMENT DETERMINISTES DES IBNR (ESTIMATION DU BEST ESTIMATE)	84
<i>IV.2.1. Présentation des triangles étudiés</i>	<i>85</i>
<i>IV.2.2. Méthode Chain Ladder</i>	<i>86</i>
<i>IV.2.3. Méthode De Vylder</i>	<i>93</i>
<i>IV.2.4. Tests de validation de la méthode.....</i>	<i>95</i>
IV.3. METHODES DE PROVISIONNEMENT STOCHASTIQUES DES IBNR ..	101
<i>IV.3.1. Application de la méthode Bootstrap</i>	<i>101</i>
<i>IV.3.2. Résultats</i>	<i>104</i>
IV.4. ETUDE SPECIFIQUE LIEE A L'AMIANTE.....	106
IV.5. RESULTATS NETS DES PSAP	111
<i>IV.5.1. Calcul des provisions nettes de rétrocession</i>	<i>111</i>
<i>IV.5.2. Présentation des résultats</i>	<i>113</i>
CONCLUSION GENERALE	116
GLOSSAIRE.....	118
BIBLIOGRAPHIE	122
ANNEXES	125

Résumé

Mots clés : provisionnement déterministe, provisionnement stochastique, provisions techniques, provisions pour sinistres à payer, *IBNR*, solvabilité, *best estimate*, marge de prudence, distribution des provisions, bootstrap, *Value at Risk*, amiante, réassurance non-vie, Solvabilité 2.

L'objet de ce mémoire est de présenter les différentes méthodes qui peuvent être appliquées en pratique au sein d'une société de réassurance non-vie pour estimer les provisions techniques, c'est-à-dire la couverture des engagements portés par la société vis-à-vis de ses assurés.

Dans le cadre de la nouvelle réglementation Solvabilité 2, qui entrera en vigueur dès le 1er janvier 2013, de nouvelles normes de solvabilité seront appliquées pour le secteur de l'assurance, visant à harmoniser les pratiques prudentielles en Europe. En particulier, l'un des enjeux essentiels concerne les règles et méthodes d'estimation des provisions techniques, intégrant un montant "*best estimate*" (montant espéré, attendu selon une approche de calcul déterministe) des provisions techniques, et une marge de risque (MVM, *Market Value Margin*). Ce mémoire s'intéresse d'une part aux méthodes d'estimation de la provision technique dite *best estimate* (hors effet d'actualisation), et d'autre part à l'estimation d'une marge de prudence complémentaire prenant en compte la volatilité existante des provisions estimées. Cette marge de prudence, différente de la MVM, est par la suite intégrée au capital économique disponible (AFR, *Available Financial Resources*) de la société pour une protection plus prudente.

Dans ce contexte, le calcul des différents éléments constituant les provisions techniques nécessite la mise en place de techniques actuarielles nouvelles, plus prudentes, permettant de prendre en compte, au-delà du simple calcul de l'espérance (approche déterministe), l'incertitude liée au risque concerné. Cette approche nécessite des méthodes de calcul stochastiques, permettant d'évaluer la volatilité des provisions et ainsi de pouvoir intégrer une marge de sécurité.

Les provisions techniques présentées dans ce mémoire répondent aux spécificités liées à la réassurance, et au risque de type non-vie. L'essentiel du sujet concerne donc l'estimation des provisions pour sinistres à payer (PSAP), selon une approche déterministe puis stochastique.

Le portefeuille de réassurance sur lequel porte l'étude de ce mémoire comprend diverses branches de risque non-vie (responsabilité civile générale, automobile, assurance de personne, dommages aux biens, etc.) et de nombreuses années de souscription allant de 1965 à 1998, le portefeuille étant actuellement en arrêt de souscription (*run-off*). Il s'agit donc de couvrir, grâce aux provisions techniques, la liquidation complète du portefeuille dans le temps.

Divers types de risques sont étudiés à travers ce portefeuille et notamment le risque amiante, qui nécessite des méthodes de provisionnement spécifiques.

Abstract

Key words : deterministic reserving, stochastic reserving, technical reserves, outstanding claims reserves, IBNR, solvency, best estimate, global safety margin, distribution of reserves, bootstrap, Value at Risk, asbestos, non-life reinsurance, Solvency 2.

This thesis aims at addressing the different methods which are applied in reinsurance industry in order to estimate the required technical reserves meaning the coverage of commitments made by the company towards the insured party.

According to the new regulation Solvency 2, which will be effective as from January the 1st 2013, new norms of solvency will be applied for the insurance sector, in order to harmonize prudential practices in Europe. One of the main stakes concerns the rules and methods of estimation of technical reserves, including a best estimate value (the expected amount calculated through a deterministic approach) and a market value margin (MVM). This thesis focuses on the one hand the methods of estimating the best estimate technical reserve (excluding discount effect), and also to the estimation of additional prudence margin taking into account the volatility of estimated reserve. This prudence margin, different from the MVM, aims to be incorporated into the available financial resources (AFR) of the company for more careful protection.

As it is, new actuarial calculating methods are required to calculate all technical provisions. In addition to the simple mathematical expectation (deterministic approach), these new calculating methods take into account the uncertainty linked to the taken risk through stochastic calculations. This enables to evaluate provisions volatility and thus incorporate an additional caution.

The technical provisions addressed on this paper are typically related to reinsurance industry and to the specific non life risk. Consequently, the main topic concerns the estimation of the outstanding claims reserves, according to a deterministic approach and then a stochastic one.

Many types of non-life insurance risk are studied on this paper: third party liability, motor, health or property insurance for example. I picked for my survey a reinsurance portfolio to analyze all these risks for a subscription period from 1965 to 1998. This portfolio is currently in run-off. Thus, the main issue is to assess the relevant coverage level for a full settlement of the portfolio through technical provisions estimation. As mentioned above, many types of risk are analyzed and particularly the asbestos risk which required special methods of reserving.

Synthèse

Mots clés : provisionnement déterministe, provisionnement stochastique, provisions techniques, provisions pour sinistres à payer, *IBNR*, solvabilité, *best estimate*, marge de prudence, distribution des provisions, bootstrap, *Value at Risk*, amiante, réassurance non-vie, Solvabilité 2.

Ce mémoire a pour principal objectif de comprendre les mécanismes de provisionnement en réassurance non-vie. Il porte sur l'étude des différentes méthodes actuarielles d'évaluation des provisions techniques et présente une application pratique à un portefeuille de réassurance non-vie en *run-off* (arrêt de souscription). L'essentiel du sujet concerne donc l'estimation des provisions pour sinistres à payer (PSAP), selon une approche déterministe puis stochastique, via l'estimation du *best estimate* et d'une marge de risque (GSM, *Global Safety Margin*).

L'activité d'assurance, par sa nature, se développe dans un univers incertain, conséquence de l'inversion du cycle de production. En effet, le coût de revient des prestations garanties n'est connu qu'après la prime perçue, ce qui contraint les assureurs à se baser sur une estimation du coût de leur activité, estimation qui doit être la plus proche possible de la réalité future, afin de rester solvable. L'actuaire, dont l'un des rôles fondamentaux est d'estimer les risques que porte une assurance, doit pour cela projeter ces risques inconnus dans le futur et en déduire l'avenir le plus probable, grâce à des techniques mathématiques lui permettant de maîtriser au mieux le hasard, ou à défaut, de contrôler les conséquences du hasard.

A ce titre, toute entreprise d'assurance ou de réassurance doit calculer des provisions techniques chaque fin d'année au moment de l'arrêté des comptes, pour couvrir les risques qu'elle porte vis-à-vis des contrats souscrits, et lui permettre de faire face à ses engagements à savoir l'indemnisation complète des garanties souscrites. L'enjeu de ce provisionnement est double :

- il est primordial d'avoir un niveau de provisions suffisant pour pouvoir faire face aux engagements pris envers les assurés, ce qui relève à la fois d'une approche comptable prudentielle mais aussi des exigences réglementées par la loi ;
- à l'inverse, un niveau de provisions trop élevé génère une baisse de résultat pour l'entreprise, d'où une baisse d'impôts. A ce titre, de nombreux contrôles sont régulièrement effectués pour réguler cet enjeu fiscal.

Par ailleurs, la nouvelle Directive Européenne Solvabilité 2, adoptée par la Commission Européenne en 2009, et qui entrera en vigueur le 1^{er} janvier 2013, définit de nouvelles normes européennes de solvabilité pour le secteur de l'assurance, visant à garantir la solvabilité des sociétés d'assurances. En particulier, l'un des enjeux essentiels concerne les règles et méthodes d'estimation des provisions techniques. Le nouveau cadre réglementaire impose en particulier à toutes les sociétés d'assurance et de réassurance de :

- constituer des provisions techniques adéquates et coordonner les méthodologies de calcul ; le projet de directive indique notamment que la valeur des provisions techniques sera égale à la somme du *best estimate* et d'une marge de risque (MVM, *Market Value Margin*), en prenant en compte l'effet d'actualisation.
- disposer d'un montant de capital économique obligatoire relatif aux provisions techniques, appelé capital de solvabilité requis (SCR, *Solvency Capital Requirement*).

Ces nouvelles réglementations soulignent l'importance d'une bonne évaluation des provisions techniques et nécessitent des méthodes actuarielles efficaces. Dans le cadre de cette étude, nous nous intéressons au montant *best estimate* des provisions techniques, sans prise en compte de la MVM ni de l'effet d'actualisation. En complément, et par mesure de prudence, nous nous intéressons aussi à l'estimation de la volatilité de ces provisions techniques, à travers l'estimation d'une marge de prudence supplémentaire, appelée GSM (*Global Safety Margin*), à inclure dans le capital économique disponible de la société (AFR, *Available Financial Resources*). A ce titre, différents scénarios de risque sont simulés et le montant de la GSM dépend de l'appétence au risque de la société.

« La meilleure estimation (*best estimate*) des provisions est égale à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle probable des flux de trésorerie futurs), déterminée à partir de la courbe des taux sans risque pertinente. » (*Code des Assurances*).

Le *best estimate* des provisions techniques fait référence à la valeur attendue des provisions techniques, selon l'estimation la plus probable. En complément, la GSM intègre la volatilité existante dans l'estimation des provisions techniques.

Ces nouvelles réglementations soulignent l'importance d'une bonne évaluation des provisions techniques et nécessitent des méthodes actuarielles efficaces.

Il existe différents types de provisions constituant la provision technique, liés aux primes, aux sinistres, ou encore aux tiers impliqués dans l'activité, et qui sont particulièrement différents suivant le type de risque traité (vie ou non-vie). En particulier, l'article R. 331-6 du code des assurances décrit en détail la composition des provisions techniques à constituer pour une assurance ou réassurance non-vie.

Parmi les provisions nécessaires pour couvrir les risques techniques que porte une société d'assurance, l'incertitude la plus grande et donc la plus difficile à évaluer concerne les PSAP (provisions pour sinistres à payer), et plus particulièrement les IBNR (*Incurred But Not Reported*), provisions à constituer pour se couvrir des sinistres survenus non encore connus. Diverses méthodes et outils techniques se sont développés à ce sujet permettant de réduire au mieux l'incertitude du risque de réserves. En particulier, une première approche déterministe permet de déterminer un montant *best estimate* des IBNR, qui correspond à la meilleure estimation possible du montant de provisions nécessaire en moyenne. Puis au-delà de cet estimateur, une approche stochastique présente l'avantage de pouvoir estimer la volatilité des IBNR, information qui peut

s'avérer primordiale en termes de prudence pour l'assureur. Dans le cadre de notre étude, nous nous intéresserons à ces deux approches.

Dans le cadre de ce mémoire, nous nous intéressons uniquement au type de risque non-vie associé à l'activité de réassurance pour un portefeuille en *run-off*. Dans ce cas particulier, les PSAP représentent l'essentiel des provisions techniques à constituer.

« Les provisions pour sinistres à payer sont la valeur estimative des dépenses en principal et en frais, tant internes qu'externes, nécessaires au règlement de tous les sinistres survenus et non payés, y compris les capitaux constitutifs des rentes non encore mises à la charge de l'entreprise » (Article R.331-6 du Code des Assurances).

La PSAP est la valeur estimative ayant pour objectif d'assurer l'indemnisation complète de tous les sinistres survenus mais non payés, dont les montants ne sont bien souvent pas encore connus. Ces sinistres survenus mais non encore payés devront donc être réglés pour la part correspondante à celle du réassureur suivant les conditions des traités, grâce à la PSAP constituée. La PSAP peut se scinder en 3 types de provisions, énoncées dans les trois points suivants.

- La provision dossier-dossier, fournies par les cédantes, et qui correspond à la provision estimée suite à une analyse effectuée au sein de la cédante, dossier par dossier, par le gestionnaire sinistre, évaluant le montant restant à payer sur chaque sinistre déclaré non clos. Règlementairement, cette méthode d'évaluation est la méthode de référence pour l'estimation des PSAP (cf. art. R 331-15 du Code des Assurances).
- Les provisions constituées au titre des sinistres survenus mais non encore déclarés au réassureur, qui sont dus soit à un retard de déclaration de la part de la cédante, soit à un retard de déclaration de la part de l'assuré (la cédante n'en a alors elle-même pas encore connaissance). Les provisions constituées pour ces sinistres sont appelées IBNYR (*Incurring But Not Yet Reported*).
- Les provisions constituées au titre des sinistres survenus et déclarés au réassureur, mais dont le montant n'est pas encore bien connu, et peut sensiblement varier selon divers critères, à la hausse comme à la baisse. Une provision doit donc être dotée pour protéger l'entreprise en cas de sous-évaluation du montant ultime de ces sinistres. Les provisions constituées pour anticiper l'évolution de ces sinistres sont appelés IBNER (*Incurring But Not Enough Reported*).

La somme des IBNER et des IBNYR donne les IBNR (*Incurring But Not Reported*), estimation de la charge des sinistres tardifs qui doit être ajoutée à la provision dossier-dossier. En général, les méthodes de calcul s'appliquent aux IBNR et ne distinguent pas les IBNER et les IBNYR.

Il est à noter qu'en réassurance, les cédantes estiment elles-mêmes leurs PSAP, grâce aux informations qu'elles ont des sinistres et de leurs évolutions. Seules les PSAP dossier-dossier sont communiquées au réassureur, et donnent une idée, mais non définitive, du coût des sinistres restants à payer, en plus de ceux qui ont été payés. Le réassureur doit donc d'une part régler la partie des sinistres payés par la cédante correspondante à sa part suivant ses engagements, et d'autre part, au vu des informations fournies par la cédante, ré-estimer lui-même le montant des sinistres non encore réglés. Le réassureur doit donc ajouter aux provisions dossier-dossier estimées

par les cédantes, des IBNR pour anticiper les retards de remontée d'information qui peuvent amener à des augmentations considérables des montants des sinistres.

Les méthodes classiques d'estimation *best estimate* de ces IBNR sont des méthodes statistiques, déterministes, basées sur les données historiques des sinistres connus (Chain Ladder, Bornhuetter Ferguson, De Vylder, etc.). Ces méthodes supposent, pour une même branche, un développement de sinistralité similaire pour tous les traités, quelque soit l'année de souscription. Ainsi, ces méthodes nécessitent une segmentation rigoureuse du portefeuille en termes de risque, pour pouvoir être appliquées à des branches homogènes. Puis, un développement moyen par segment est alors estimé selon ces différentes méthodes. Ce développement permet de retrouver les montants ultimes attendus en moyenne pour chaque traité, et donc le montant à provisionner. Différentes méthodes déterministes sont présentées dans ce mémoire ; en pratique, l'étude montre que seule la méthode Chain Ladder est applicable de manière fiable à nos données.

Ces méthodes déterministes permettent ainsi d'obtenir un montant espéré, attendu en moyenne, mais ne prennent pas en compte la volatilité qui peut exister sur certaines branches. Ainsi, pour obtenir une estimation plus prudente et plus réelle, sans prendre le risque de se mettre en danger, il est nécessaire d'utiliser aussi, en plus des méthodes déterministes, des méthodes stochastiques, qui permettent d'évaluer la distribution des IBNR, et non plus seulement leurs moyennes. Ces méthodes permettant de connaître la volatilité voire même la distribution complète des IBNR sur les différentes branches considérées, grâce auxquelles il est possible d'évaluer des intervalles de confiance des IBNR, et donc estimer la volatilité des provisions techniques via une marge de sécurité complémentaire (GSM), dont le montant est choisi selon l'appétence au risque de la société.

Dans le cadre de cette étude, et ce conformément aux nouvelles normes du Groupe AXA, différents scénarios sont estimés en pratique (scénario modéré et scénario de stress) concernant l'évaluation des provisions techniques. Le niveau *best estimate* des provisions est comptabilisé dans le passif du bilan. Puis, une marge de prudence est alors estimée en fonction des différents scénarios de risque déterminés et de l'appétence au risque de la société. Par prudence, il est décidé par l'entreprise que la GSM doit se situer entre le scénario modéré et le scénario de stress.

Le portefeuille sur lequel porte l'application pratique de ce mémoire est un portefeuille de réassurance non-vie en arrêt de souscription (*run-off*), comprenant diverses branches de risque non-vie (responsabilité civile générale, automobile, assurance de personne, dommages aux biens, etc.) et de nombreuses années de souscription allant de 1965 à 1998. Il s'agit donc de couvrir, grâce aux provisions techniques, la liquidation complète du portefeuille dans le temps. Divers types de risques sont étudiés à travers ce portefeuille et notamment le risque amiante, qui nécessite des méthodes de provisionnement spécifiques. L'objectif de cette étude est de déterminer une méthode de provisionnement optimale pour ce portefeuille jusqu'à sa liquidation complète. L'analyse est effectuée sur la base des données disponibles vues à fin 2010, afin de pouvoir comparer nos estimations aux provisions actuellement comptabilisées au bilan.

Après une brève présentation du portefeuille et des données disponibles, l'étape fondamentale de segmentation du portefeuille est étudiée, permettant d'obtenir des partitions homogènes en termes de risques. En effet, la qualité du calcul des IBNR repose sur la qualité de la segmentation du portefeuille, et nécessite une étude par branche de risques homogènes.

Finalement, les branches en fin de développement, ne nécessitant plus d'IBNR, ont été rassemblées. D'autre part, la branche responsabilité civile automobile (45 % du portefeuille en termes de PSAP dossier/dossier) a été segmentée géographiquement, certaines régions étant plus courtes que d'autres en termes de développement de sinistralité.

Suite à cette segmentation, différentes méthodes de provisionnement ont été utilisées pour chaque segment du portefeuille.

Une première étape concerne l'application des méthodes déterministes classiques ayant pour objectif de calculer le montant *best estimate* des IBNR. La méthode Chain Ladder est finalement celle qui est la plus rigoureuse sur la plupart des branches étudiées dont les triangles de charges sont disponibles.

L'approche stochastique, avec la méthode Bootstrap, nous a ensuite permis d'estimer la distribution des réserves sur chaque branche, et donc de pouvoir déterminer un intervalle de confiance selon les scénarios modéré ($VAR_{75\%}$) et de stress ($VAR_{90\%}$), élément central permettant de guider la prise de décision concernant le montant de GSM à constituer au bilan.

En particulier, pour certains types de risque atypique, les méthodes actuarielles classiques ne sont pas adaptées ; il faut alors déterminer des méthodologies spécifiques. C'est le cas par exemple du risque amiante, qui touche le portefeuille étudié, et qui pose les problèmes à la fois du manque d'historique des données de sinistralité de l'amiante, et à la fois de l'évolution de la réglementation juridique concernant la couverture de ce risque par les sociétés d'assurances. Une étude parallèle est donc menée pour déterminer une méthode de provisionnement adaptée à l'amiante (modèles épidémiologiques, méthode du ratio de survie, *benchmarks*...). Finalement, l'estimation la plus fiable est basée sur des *benchmarks*, points de référence relatifs au marché de l'assurance en termes de sinistralité amiante. Différents niveaux de risques fournis par le *benchmark* nous ont permis d'obtenir nos différents scénarios (*best estimate*, scénario modéré et scénario de stress).

Les autres provisions techniques à constituer pour ce portefeuille (provisions pour frais de gestions des sinistres, provisions pour créances douteuses et provisions pour risque de contrepartie) ne sont pas traitées dans ce mémoire.

Après avoir estimé les PSAP en *best estimate* ainsi que les différents scénarios de risque permettant d'obtenir la GSM, nous avons comparé ces montants aux données effectivement comptabilisées à fin 2010. Cette étude nous a permis de voir que les provisions actuellement comptabilisées se trouvent quasiment au niveau de scénario de stress. Le risque est donc prudemment couvert et les provisions constituées généreront probablement à long terme un résultat (appelé boni).

Cette étude a permis de constituer une méthode optimale de provisionnement du portefeuille concerné, relativement aux divers types de risques existants. En particulier, les résultats obtenus ont confirmé la prudence des estimations antérieures effectuées.

Globalement, cette étude a été très intéressante, car elle a permis de traiter différents types de risques, leurs différences, et l'impact des méthodes de provisionnement utilisées. Cette approche souligne l'importance considérable d'une bonne segmentation du portefeuille, de manière à appliquer des méthodes de provisionnement propres à chaque type de risque.

Cette étude a aussi montré l'importance d'effectuer des contrôles et tests permanents sur toute étude menée ou modélisation envisagée. Les méthodes statistiques reposant sur de nombreuses hypothèses, il est primordial de les vérifier avant d'envisager toute application, sans quoi les résultats n'auraient aucun sens.

De manière générale, l'application des différentes méthodes ainsi que la fiabilité des estimations des provisions techniques dépend en grande partie des données disponibles, d'où l'importance d'un outil de reporting de qualité, d'une masse d'information suffisamment large, et de contrôles et mises à jour quotidiens des bases de données et systèmes d'informations.

Cette étude soulève le rôle central du Département Actuariat Corporatif. Il apporte des conseils solides pour aider la Direction Financière sur ses prises de décisions. Il assure un suivi permanent des risques auxquels l'entreprise est exposée afin de participer aux états d'inventaires réglementaires, ce qui sera d'autant plus le cas sous Solvabilité 2.

Synthesis

Key words : deterministic reserving, stochastic reserving, technical reserves, outstanding claims reserves, IBNR, solvency, best estimate, global safety margin, distribution of reserves, bootstrap, Value at Risk, asbestos, non-life reinsurance, Solvency 2.

This thesis's main objective is to understand the reserving mechanisms in non-life reinsurance. It covers the study of different actuarial methods of calculation of technical reserves and presents a practical application to a non-life reinsurance portfolio in run-off. Therefore, the key issue concerns the estimation of the outstanding claims reserves, according to a deterministic and stochastic approach, through the estimation of the best estimate value and a Global Safety Margin (GSM).

The insurance business, by nature, develops in an uncertain world, resulting of the inversion of the production cycle. Indeed, the cost of guaranteed benefits is only known after the premium, forcing insurers to be based on an estimation of the cost of their activity, estimation that has to be as close as possible to the future real cost, in order to remain solvent. The actuary, one of whose key roles is to estimate the risk insurance, has to project these unknown risks in the future and deduce the most likely future, thanks to mathematical techniques enabling it to master the best chance, or failing that, to control the consequences of the risk.

As such, any insurance or reinsurance technical provisions must be calculated each end of the year when the financial statements to cover the risks towards the contracts signed, and he cope with its commitments, meaning the full compensation of cover. The stake of this reserving is twofold:

- It is essential to have a level of reserves sufficient to meet the commitments made forwards insured, which is both a prudential accounting approach as well as regulatory requirements;
- Conversely, a too high level of reserves generate a decline in profit for the company, resulting in lower taxes. As such, many checks are regularly carried out to regulate the tax issue.

In addition, the new European Directive Solvency 2, adopted by the European Commission in 2009 and will enter into force on 1st January 2013, sets new standards of solvency for the european insurance industry, to ensure the solvency of insurance companies. In particular, one of the key issues concerning the rules and methods for estimating reserves. The new regulatory framework requires in particular to all insurance and reinsurance:

- Establish adequate technical provisions and coordinate calculation methodologies, the proposed directive states that the value of such reserves will be equal to the sum of a best estimate and risk margin (MVM, Market Value Margin), taking into account the discount effect.
- Have an amount of economic capital required relating to the technical provisions, known as Solvency Capital Requirement (SCR, Solvency Capital Requirement).

These new regulations stress the importance of a good assessment of technical provisions and actuarial methods require efficient. In this study, we focus on the best estimate value of actuarial liabilities, without taking into account the MVM and the discount effect. In addition, and as a precaution, we are also interested in estimating the volatility of these reserves, by estimating an additional prudence, called GSM (Global Safety Margin) for inclusion in the available economic capital of society (AFR, Available Financial Resources). As such, different risk scenarios are simulated and the amount of GSM depends on the risk appetite of the company.

"The best estimate equals the expected present value of future cash flows, using the relevant risk free yield curve, based upon current and credible information and realistic assumptions."

The best estimate of reserves refers to the expected value of technical provisions, according to the best estimation as possible. In addition, the GSM incorporates the volatility in the estimation of technical provisions.

There are different types of provisions constituting the technical provision, related to premiums, claims, or third parties involved in the activity, and are particularly different depending on the type of risk addressed (life and non-life). In particular, Article R. 331-6 of the Insurance Code details the composition of technical provisions for life or non-life insurance or reinsurance.

Among the necessary provisions to cover the technical risks of an insurance company, the greater uncertainty and hence more difficult to assess is the outstanding claims reserves (OS), and especially the IBNR (Incurred But Not Reported), provisions to be made to cover claims incurred but not yet known. Various methods and technical tools have been developed in this regard to best reduce the uncertainty of risk reserves. In particular, a first deterministic approach allows determining a 'best estimate' value of IBNR, amount which is the best estimate of the amount of supplies needed on average. Then beyond this estimator, a stochastic approach has the advantage to estimate the volatility of IBNR, information that may prove crucial for the insurer. As part of our study, we will focus on these two approaches.

As part of this paper, we focus only type of risk associated with non-life reinsurance business for a portfolio in run-off. In this particular case, the OS account for most of the technical reserves that have to be established.

"The outstanding claims reserve is the estimated cost of principal and expenses, both internal and external, necessary for the settlement of all claims incurred but not paid, including pension funds constituting not yet charged to company "(Article R.331-6 of the Insurance Code).

The OS is the appraised value with the objective of ensuring full compensation for all claims incurred but not paid, the amounts are often not yet known. These claims incurred but not yet paid will be set for the part corresponding to that of the reinsurer under the terms of treaties made. The OS can be divided into three types of provisions, set forth in the following three points.

- The provisions file-folder, provided by ceding companies, and which corresponds to the estimated reserve following an analysis in the transferor, file by file, by the claim manager, evaluating the remaining amount to be paid on each claim found not closed. According to the regulations, this valuation method is the reference method for estimating the OS (Art. R 331-15 of the Insurance Code).
- The provisions made in respect of claims incurred but not reported to the reinsurer, which is due to delayed reporting by the ceding company or to a reporting delay on the part of the insured. The provisions made for these claims are called IBNYR (Incurred But Not Yet Reported).
- The provisions made in respect of claims incurred and reported to the reinsurer, but whose the amount is not yet well known, and can vary significantly according to numerous criteria, upwards or downwards. A reserve should be fitted to protect the company in case of undervaluation of the ultimate cost of these claims. This reserve made to anticipate the evolution of these claims is called IBNER (Incurred But Not Enough Reported).

The sum of the IBNER and the IBNYR gives the IBNR (Incurred But Not Reported) reserve, estimation of the cost of late claims that have to be added to the provision file-folder. In general, the calculation methods estimate the IBNR and do not distinguish the IBNER and the IBNYR.

It should be noted that the ceding insurances estimate their own OS, with the information they have concerning the claims and their evolution. Only the provision file-folder are sent to the reinsurer, giving an idea, but not definitive, about the cost of claims remaining to be paid, in addition to those that have been paid. As it is, the reinsurer must firstly set the portion of paid claims by the ceding company corresponding to its share according to its commitments, and secondly, from the information provided by the ceding company, re-estimate itself the amount of claims not yet settled. In addition to the file-folder provision, estimated by the ceding companies, the reinsurer must estimate additional IBNR reserves to anticipate delays in recovery of information that can lead to significant increases in the amounts of claims.

Conventional methods of estimating best estimate of IBNR are statistical methods, deterministic, based on historical data of known claims (Chain Ladder, Bornhuetter Ferguson, De Vylder, etc.). These methods assume, for the same branch, a similar development of claims for all treaties, regardless of the underwriting year. Thus, these methods require a strict segmentation of the portfolio in terms of risk, to be applied to homogeneous branches. Then, an average development segment is estimated using these methods. This development allows recovering the amount ultimately expected on average for each treaty, and therefore the amount to be provisioned. Different deterministic methods are presented in this paper ; in practice, the study shows that only the Chain Ladder method is reliably applicable to our data.

These deterministic methods thus allow a best estimate amount, expected on average, but do not take into account the volatility that may exist on some branches. Thus, to obtain a more careful and real estimate, without the risk to put themselves in danger, it is necessary to use, in addition to deterministic methods, stochastic methods, which measure the distribution of the IBNR, and not just their means. These methods allow estimating the volatility and even the full distribution of the IBNR in the various branches considered, that make it possible to estimate confidence intervals of

IBNR, and then estimate the volatility of reserves through an additional safety margin (GSM); the amount of the GSM is finally chosen according to the risk appetite of the company.

In this study, according to the new standards of the AXA Group, different scenarios are estimated in practice (moderate scenario and stress scenario) on the assessment of technical reserves. The best estimate level of provisions is recognized in the balance sheet. Then, the GSM is estimated according to different risk scenarios and the risk appetite of the company. As a precaution, it was decided by the company that the GSM must be placed between the moderate scenario and the stress scenario.

The practical application of this study is about a non-life reinsurance portfolio in run-off, including various branches of non-life risk (third party liability, motor, accident & health, property, etc.) and many years of underwriting from 1965 to 1998. So, the target is to cover, thanks to technical reserves, the complete liquidation of the portfolio over time. Various types of risk are explored through this portfolio, including the asbestos risk, which requires specific reserving methods. The final target of this study is to determine an optimum method of reserving for the portfolio until its complete liquidation. The analysis is performed on the available database, views at the end of 2010, in order to compare our estimates of provisions and those currently recorded on the balance sheet.

After a brief presentation of the portfolio and the available data, the fundamental step of the portfolio segmentation is studied, to obtain homogeneous business segments. Indeed, the quality of the IBNR estimates is based on the quality of the portfolio segmentation, and requires a study by homogeneous risk's segment.

Finally, the branches at the end of development, not requiring IBNR, were collected. On the other hand, the branch motor (45 % of the portfolio for OS file-folder) was geographically segmented, with some areas shorter than others with regard to the claims development.

Following this segmentation, different methods of reserving were used for each segment of the portfolio.

A first step is the application of classic deterministic methods aiming to calculate the best estimate IBNR. Chain Ladder method is ultimately the most rigorous in most studied branches which have an available claims development triangle.

Then, the stochastic approach, with the bootstrap method, allows estimating the distribution of reserves on each branch, and determining a confidence interval according to two different risk scenarios, the moderate scenario ($VAR_{75\%}$) and the stress scenario ($VAR_{90\%}$) in order to guide the decision making regarding the amount of GSM to provide in the balance sheet.

In particular, for certain specific types of risk, traditional actuarial methods are not suitable, so it is necessary to determine specific methodologies. This is the case of the asbestos risk, which affects the portfolio studied, and raise two problems that are both the lack of historical data on asbestos claims and the legal regulation evolution for hedging risk by the insurance companies. A parallel study is conducted to determine a provisioning method suitable for asbestos (epidemiological models, survival ratio method, benchmarks ...). Finally, the most reliable estimate is based on benchmarks, according to the insurance market for asbestos claims. Different levels of risk provided by the benchmark enabled us to get our different scenarios (best estimate, moderate scenario and stress scenario).

Other technical provisions established for this portfolio (provisions for claims handling expenses, provisions for bad debts and provisions for counterparty risk) are not addressed in this paper.

After estimating the best estimate OS and the various risk scenarios to obtain the GSM, we compared these amounts to the actual data recorded in the balance sheet (recorded at the end of 2010). This study allowed us to see that the current reserve is around the stress scenario. The risk is thus carefully covered and the reserves likely generate a long-term capital gain (named boni).

The study allowed establishing optimal reserving methods for the relevant portfolio, relatives to various types of risks. In particular, the results allowed confirming the caution of the estimates previously made.

Overall, this study was very interesting because it has treated various types of risks, their differences, and the impact of reserving methods used. This approach stresses the importance of a good segmentation of the portfolio in order to apply reserving methods for each type of risk. This study also demonstrated the importance of carrying out checks and tests on any ongoing study or model considered. Indeed, statistical methods are based on many assumptions, and it is important to check its before considering any application, otherwise the results would be meaningless.

In general, the application of different methods and the reliability of estimates of reserves depends largely on available data, hence the importance of a reporting tool for quality, a sufficiency mass of information, and controls and constant updates of databases and information systems.

This study raises the central role of the Corporate Actuarial Department, providing solid advice to assist the Financial Department on its decision-making. It constantly monitors the risks of the company and participate in state regulatory inventories, which will be especially the case under Solvency 2.

Introduction générale

L'activité d'assurance, par sa nature, se développe dans un univers incertain, conséquence de l'inversion du cycle de production. En effet, le coût de revient des prestations garanties n'est connu qu'après la prime perçue, ce qui contraint les assureurs à se baser sur une estimation du coût de leur activité, estimation qui doit être la plus proche possible de la réalité future, afin de rester solvable. L'actuaire, dont l'un des rôles fondamentaux est d'estimer les risques que porte une assurance, doit pour cela projeter ces risques inconnus pour en déduire l'avenir qui lui semble le plus probable.

A ce titre, des provisions techniques doivent être calculées chaque fin d'année au moment de l'arrêté des comptes, pour couvrir les risques que porte l'entreprise d'assurance et lui permettre de faire face à ses engagements. L'enjeu de ce provisionnement est double :

- il est primordial d'avoir un niveau de provisions suffisant pour pouvoir faire face aux engagements pris envers les assurés, ce qui relève à la fois d'une approche comptable prudentielle mais aussi des exigences réglementées par la loi ;
- à l'inverse, un niveau de provisions trop élevé génère une baisse de résultat pour l'entreprise. A ce titre, de nombreux contrôles sont régulièrement effectués pour réguler cet enjeu fiscal.

Par ailleurs, la nouvelle Directive Européenne Solvabilité 2, adoptée par la Commission Européenne en 2009, et qui entrera en vigueur le 1^{er} janvier 2013, définit de nouvelles normes européennes de solvabilité, visant à garantir la solvabilité des sociétés d'assurances. Le nouveau cadre réglementaire impose en particulier à toutes les sociétés d'assurance et de réassurance de :

- constituer des provisions techniques adéquates et coordonner les méthodologies de calcul ; la directive indique notamment que la valeur des provisions techniques sera égale à la somme du *best estimate* et d'une marge de risque (MVM, *Market Value Margin*), tout en considérant l'effet d'actualisation. Le *best estimate* fait référence à la valeur attendue des provisions techniques, selon l'estimation la plus probable ;
- disposer d'un montant de capital économique obligatoire relatif aux provisions techniques, appelé capital de solvabilité requis (*SCR, Solvency Capital Requirement*).

Ces nouvelles réglementations soulignent l'importance d'une bonne évaluation des provisions techniques et nécessitent des méthodes actuarielles efficaces. Dans le cadre de cette étude, nous nous intéressons au montant *best estimate* des provisions techniques, sans prise en compte de la MVM ni de l'effet d'actualisation. En complément, et par mesure de prudence, nous nous intéressons aussi à l'estimation de la volatilité de ces provisions techniques, à travers l'estimation d'une marge de prudence supplémentaire, appelée GSM (*Global Safety Margin*), à inclure dans le capital économique disponible de la société (*AFR, Available Financial Resources*). A ce titre, différents scénarios de risque sont simulés et le montant de la GSM dépend de l'appétence au risque de la société.

Parmi les provisions nécessaires pour couvrir les risques techniques que porte une société d'assurance, l'incertitude la plus grande et donc la plus difficile à évaluer concerne les PSAP (provisions pour sinistres à payer), et plus particulièrement les IBNR (*Incurred But Not Reported*), provisions à constituer pour se couvrir des sinistres survenus non encore connus. Diverses méthodes et outils techniques se sont développés à ce sujet permettant de réduire au mieux

l'incertitude du risque de réserves. En particulier, une première approche déterministe permet de déterminer un montant *best estimate* des IBNR, qui correspond à la meilleure estimation possible du montant de provisions nécessaire en moyenne. Puis au-delà de cet estimateur, une approche stochastique présente l'avantage de pouvoir estimer la volatilité des IBNR, information qui peut s'avérer primordiale en termes de prudence pour l'assureur. Dans le cadre de notre étude, nous nous intéresserons à ces deux approches.

Ce mémoire a pour principal objectif de comprendre les mécanismes de liquidation en réassurance non-vie. Il porte sur l'étude des différentes méthodes actuarielles d'évaluation des provisions techniques, et plus particulièrement sur le calcul des IBNR (méthodes déterministes et stochastiques), et présente une application pratique à un portefeuille de réassurance non-vie en arrêt de souscription (*run-off*). Dans le cadre de Solvabilité 2, l'étude porte sur la redéfinition d'une méthode de provisionnement *best estimate* optimale, mais aussi sur l'estimation d'une marge de prudence complémentaire (GSM) intégrant la volatilité des provisions estimées, à ajouter au passif du bilan, pour couvrir au mieux les risques que porte ce portefeuille, dont la gestion était assurée par une autre entreprise auparavant.

Après une brève présentation de l'entreprise et du contexte de l'étude, ce mémoire présente dans une seconde partie les spécificités de l'activité de réassurance, par définition l'assurance des assureurs, afin de mieux comprendre la nature du portefeuille étudié par la suite.

Une troisième partie porte ensuite sur la notion de provisions techniques (couverture des engagements de l'assurance au regard de ses assurés) en réassurance non-vie. Nous verrons ainsi que la principale provision à estimer est la PSAP, nous détaillerons plus particulièrement les différentes méthodes permettant d'évaluer les IBNR en commençant par les méthodes classiques déterministes, puis en étudiant les méthodes stochastiques permettant d'évaluer la distribution complète des IBNR et donc leur volatilité. L'avantage des méthodes stochastiques est de pouvoir déterminer un intervalle de confiance des IBNR estimés, utilisé pour constituer la GSM.

La dernière partie de ce mémoire présente l'application pratique de cette étude à un portefeuille de réassurance non-vie en arrêt de souscription. Après une brève présentation du portefeuille et des données disponibles, l'étape fondamentale de segmentation du portefeuille est détaillée, permettant d'obtenir des partitions homogènes en termes de risques. En effet, la qualité du calcul des IBNR repose sur la qualité de la segmentation du portefeuille, et nécessite une étude par branche de risques homogènes. Suite à cette segmentation, les méthodes de provisionnement déterministes et stochastiques utilisées pour chaque segment du portefeuille sont présentées.

En particulier, pour certains types de risque atypique, les méthodes actuarielles classiques ne sont pas adaptées ; il faut alors déterminer des méthodologies spécifiques. C'est le cas par exemple du risque amiante, qui touche le portefeuille étudié, et qui pose les problèmes à la fois du manque d'historique des données de sinistralité de l'amiante, et à la fois de l'évolution de la réglementation juridique concernant la couverture de ce risque par les sociétés d'assurances.

Les autres provisions techniques à constituer pour ce portefeuille (provisions pour frais de gestions des sinistres, provisions pour créances douteuses et provisions pour risque de contrepartie) ne sont pas traitées dans ce mémoire.

Première partie :

Cadre de l'étude

I.1. Présentation de l'entreprise AXA GLOBAL P&C

Créé en 1995, AXA CESSIONS était l'une des plateformes de réassurance du Groupe AXA, leader mondial de la protection financière avec 90 milliards d'euros de chiffre d'affaire.

Anciennement, la société AXA CESSIONS réassurait l'ensemble des entités du Groupe AXA, entités à la fois d'assurance vie et non-vie.

En juin 2010, AXA CESSIONS se scinde entre deux entreprises distinctes : AXA GLOBAL P&C et AXA GLOBAL LIFE, afin de distinguer les portefeuilles de risques sous-jacents non-vie et vie (au travers de cédantes non-vie et vie). Sur la base de son métier historique de réassureur, AXA GLOBAL P&C correspond ainsi à la société de conseil et de service en Souscription, Sinistres et Réassurance pour l'ensemble des entités non-vie du Groupe AXA. Ces services contribuent à optimiser le coût de la réassurance pour les entités opérationnelles. Elle compte à ce jour 170 collaborateurs et représente 1 milliard d'euros de chiffre d'affaire.

De son côté, AXA GLOBAL LIFE devient une nouvelle plateforme de réassurance du groupe, concernant les entités vie d'AXA, ayant récupéré une partie des portefeuilles détenus anciennement par AXA CESSIONS.

Cependant, il est important de noter que, outre les souscriptions de type vie anciennement portées par AXA CESSIONS, AXA GLOBAL LIFE détient aussi à sa naissance le portefeuille de liquidation de la société SAINT-GEORGES RE, correspondant à un risque sous-jacent non-vie, en arrêt de souscription depuis 2000.

Suite à ces transformations, AXA GLOBAL P&C est chargée de l'ensemble de la gestion technique, comptable et sociale de la société de gestion AXA GLOBAL LIFE, via un accord.

I.2. Le Département Actuariat Corporatif

Le département Actuariat Corporatif, au sein de la Direction Financière d'AXA GLOBAL P&C, a pour principales missions d'effectuer à chaque fin d'exercice les travaux de clôture, les travaux analytiques tels que le capital économique et le risque de contrepartie, la conformité réglementaire et la réponse aux demandes de la direction concernant l'aide à la réflexion et à la décision.

Par ailleurs, dans le cadre de la nouvelle Directive Européenne Solvabilité 2, qui entrera en vigueur le 1^{er} Janvier 2013, ce département est en charge de toutes les études concernant la mise en application de cette directive, et plus particulièrement concernant les exigences quantitatives du premier pilier, que nous décrirons par la suite, ainsi que les études d'impacts éventuelles.

Dans ce contexte, et en étroite relation avec les comptables techniques et généraux, ce département est chargé de l'évaluation et de la gestion actif-passif de l'entreprise AXA GLOBAL P&C ainsi que de l'entreprise AXA GLOBAL LIFE, afin de permettre à chaque fin d'exercice de réaliser le bilan comptable ainsi que le compte de résultat de ces entités. Concernant l'évaluation du passif de

la société, ce département est en particulier chargé de l'estimation des provisions techniques, ainsi que de l'évaluation du capital économique réglementaire.

Le département est sous la responsabilité de Pascal DURAND, actuaire, lui-même sous celle d'Olivier ZAMORA, Directeur Financier adjoint, et Clément MICHAUD, Directeur Financier.

I.3. Problématique posée

I.3.1. Problématiques liées à la Solvabilité

Comme toute entreprise, les sociétés d'assurance et de réassurance doivent, à chaque fin d'exercice, clôturer leurs comptes et établir le bilan comptable de la société ainsi que le compte de résultat, éléments obligatoires et réglementés reflétant l'état actuel de la société.

Le bilan de toute société se compose d'un actif, représentant les biens détenus par la société, et d'un passif. Le passif est en particulier constitué d'un passif réel, représentant les dettes et engagements de la société au titre de son activité, et de fonds propres (aussi appelés capitaux propres ou actif net), représentant l'excès de l'actif par rapport au passif réel. Les fonds propres sont constitués du capital de la société, des réserves ainsi que du résultat (bénéfice ou perte) de la société. Ce sont en particulier ces fonds propres, grâce aux réserves constituées, qui permettent à la société d'effectuer tout type d'investissements.

Le bilan peut être illustré ainsi :

ACTIF	PASSIF
ACTIF REEL	FONDS PROPRES
	PASSIF REEL

Contrairement aux autres industries, le passif d'une société d'assurance n'est pas connu à la fin de l'exercice, ce qui constitue la principale difficulté rencontrée dans la nature de l'activité. De plus, il n'est pas du tout évident à estimer, étant donné que les montants de certains sinistres ne sont réellement connus qu'au bout de 30 voire 40 ans pour certains risques, comme par exemple dans le cas d'un dommage corporel grave qui nécessite de nombreuses années avant que l'état de santé se stabilise.

A ce titre, les fonds propres d'une société d'assurance peuvent servir à absorber les pertes annuelles dues à une trop faible estimation du passif, et ainsi éviter l'insolvabilité.

En particulier, la réglementation impose à toute société d'assurance de détenir un montant minimal de fonds propres pour pouvoir faire face à des situations extrêmes ou imprévues. Depuis 1973, ces exigences réglementaires ont évolué, en France mais aussi à l'échelle Européenne, avec la première directive à ce sujet (73/239/CEE), suivie par les directives clés Solvabilité 1 puis Solvabilité 2.

- **Première Directive Européenne (73/239/CEE)**

Datant de 1973, cette directive fut la première en matière de réglementation assurancielle. Elle imposait notamment à toutes les sociétés d'assurance et de réassurance de détenir un niveau minimum de fonds propres, appelé marge de solvabilité réglementaire (MSR), dans le but de protéger les assurés contre l'insolvabilité des sociétés d'assurance. La méthode de calcul de la MSR imposée était fondée sur des pourcentages respectivement des primes et des sinistres, en prenant en compte le taux de réassurance éventuel dans la limite de 50%.

- **Solvabilité 1**

Cette première étape, qui découle de la première directive, a été mise en place le 5 mars 2002 par une nouvelle directive (2002/13/CE) et avait pour but de renforcer la protection des assurés, en modifiant en particulier les exigences de la marge de solvabilité réglementaire.

Les trois piliers sur lesquels reposait cette directive sont énoncés ci-après.

- pilier 1 : estimation fiable et prudente des provisions techniques ;
- pilier 2 : actifs sûrs, liquides et rentables (en adéquation avec le passif) ;
- pilier 3 : exigence d'une marge de solvabilité réglementaire (MSR).

Concernant le 3^{ème} pilier, la méthode de calcul du MSR fut alors mise à jour, avec des contraintes supplémentaires. Cependant, bien que cette méthode soit très simple d'utilisation et d'interprétation, elle présentait beaucoup d'inconvénients, et notamment :

- une vision du risque uniquement rétrospective, qui considère le passé comme référence fiable pour estimer le futur, sans ajustements ;
- aucune distinction entre assureurs et réassureurs ;
- pas de distinction entre les types de risques souscrits (seul le montant impacte le calcul).

- **Solvabilité 2**

Cette seconde étape répond à un projet de grande ampleur lancé par la Commission Européenne pour le secteur de l'assurance, visant la refonte du système en profondeur et l'élaboration de nouvelles normes européennes de solvabilité. La Directive Solvabilité 2 a été publiée par la Commission Européenne en juillet 2007, et votée par le Parlement Européen en avril 2009. Elle permet une vision plus économique, avec une réelle considération des types de risque existants. Par là même, elle place la gestion des risques au cœur du système. Cette directive a pour objectif à la fois de responsabiliser les assureurs, de protéger davantage les assurés contre l'insolvabilité des sociétés d'assurance et d'harmoniser les pratiques prudentielles à l'échelle Européenne.

Solvabilité 2 se base également sur une approche en 3 piliers.

- pilier 1 : exigences quantitatives (provisions techniques et besoin en capital) ;
- pilier 2 : exigences qualitatives et contrôle prudentiel ;
- pilier 3 : discipline de marché (Informations obligatoires au public et aux superviseurs).

Les exigences quantitatives du premier pilier concernent l'évaluation des provisions techniques, et la détermination d'un capital cible à détenir, dépendant directement de la gestion des risques interne de la société.

Concernant le calcul des provisions techniques, ce pilier vise à élaborer des outils techniques de mesure de la suffisance des provisions techniques et aspire à une harmonisation des méthodes à l'échelle européenne. En particulier, cette directive impose de détenir dans les provisions techniques un montant *best estimate* et une marge de risque. L'effet d'actualisation est aussi pris en compte. La directive Solvabilité 2 définit le *best estimate* ainsi : « la meilleure estimation des provisions est égale à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle probable des flux de trésorerie futurs), déterminée à partir de la courbe des taux sans risque pertinente ». De même, la marge de risque (MVM, *Market Value Margin*) « est calculée de manière à garantir que la valeur des provisions techniques est équivalente au montant que les entreprises d'assurance et de réassurance demanderaient pour reprendre et honorer les engagements d'assurance et de réassurance ». Pour information, « les entreprises d'assurance et de réassurance calculent la marge de risque en déterminant le coût que représente la mobilisation d'un montant de fonds propres éligibles égal au capital de solvabilité requis nécessaire pour faire face aux engagements d'assurance et de réassurance pendant toute la durée de ceux-ci ». La notion de *best estimate* et ses méthodes d'évaluation sont présentées dans la partie III de ce mémoire.

Concernant le capital cible, le premier pilier impose deux paliers d'exigence de capital fondés sur les risques auxquels est confrontée la société, et représentant chacun différents niveaux d'intervention prudentielle.

- Le capital de solvabilité requis (*Solvency Capital Requirement, SCR*) représente le principal indicateur de solvabilité. Il a pour but de couvrir tous les risques identifiables de la société, et permettre ainsi, grâce à un certain niveau de fonds propres, de les couvrir et de réduire la probabilité de ruine de l'entreprise selon un niveau de prudence et un horizon temporel fixés : VAR (99,5 %) de la sinistralité à un an.
- Le capital requis minimum (*Minimum Capital Requirement, MCR*) est le niveau minimum de fonds propres à détenir pour pouvoir continuer à exercer une activité d'assurance, en effet, en-dessous de ce niveau, diverses mesures seront prises par les autorités de contrôle compétentes (plan de redressement, retrait d'agrément...).

Le bilan comptable dans le cadre de la directive Solvabilité 2 peut s'illustrer ainsi :

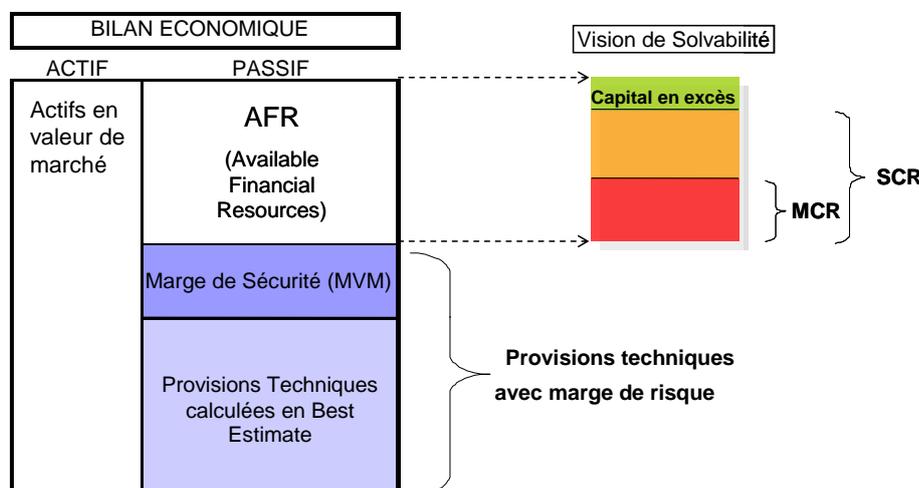


Figure 1 : bilan comptable sous Solvabilité 2

Règlementairement, le capital disponible de toute société d'assurance (AFR) devra être supérieur au SCR. De manière générale, la solvabilité d'une compagnie d'assurance sous Solvabilité 2 se traduira donc par un ratio de solvabilité AFR/SCR supérieur à 100%.

Le SCR est calculé pour tous les risques auxquels la société est confrontée (risque de réserves, de souscription, risque opérationnel, etc...), jusqu'à aboutir à un montant global de SCR, qui tient compte de l'effet de diversification entre les risques.

Le risque qui nous intéresse dans le cadre de ce mémoire est le risque de réserve. Dans ce cas, la situation de ruine est caractérisée par une insuffisance d'actifs par rapport aux provisions techniques calculées sur la base du *best estimate*. En effet $P(\text{ruine}) = P(R+K < 0)$, avec K le capital et R le résultat technique de l'entreprise, dépendant directement de l'estimation des provisions techniques ainsi que des produits financiers générés par les actifs.

En pratique, l'horizon temporel est d'un an et le niveau de prudence de 99,5 %, de manière à se trouver en situation de ruine moins d'une fois tous les 200 ans.

Le calcul du SCR peut être effectué grâce aux modèles standards, développés au niveau européen, mais aussi grâce à des modèles internes, développés par l'entreprise, sous réserve de validation par les autorités de contrôle.

Ce mémoire est intégralement consacré à l'estimation des provisions techniques, et ne traitera pas le sujet des capitaux propres réglementaires.

I.3.2. Objectifs du mémoire

Il est intéressant, pour une meilleure compréhension du contexte de l'étude, de préciser brièvement l'origine de la société SAINT-GEORGES RE sur laquelle porte l'application pratique par la suite.

La société de réassurance SAINT-GEORGES RE (SGRE) a été constituée en 1998, dans le cadre de la restructuration juridique du groupe qui a suivi la fusion AXA-UAP. Son objet était de décharger UAP INCENDIE ACCIDENTS, à effet du 01/01/98, des engagements techniques résiduels de ses activités de réassurance acceptées couvrant des risques essentiellement apportés par des cédantes de l'ancien groupe UAP.

SGRE, détenue à 100 % par AXA, a été cédée à AXA SA par AXA FRANCE ASSURANCE en septembre 2000, puis à AXA GLOBAL LIFE en juin 2010. C'est une société sans salarié qui est gérée depuis juin 2010 par AXA GLOBAL P&C et ce pour le compte d'AXA GLOBAL LIFE.

Les années de souscription des traités de ce portefeuille vont de 1965 à 1998 et concernent de nombreuses entités du groupe AXA, à l'échelle mondiale. Ce portefeuille couvre différents types de risques parmi lesquels : dommages aux biens ; responsabilité civile automobile ; responsabilité civile générale ; assurance de personnes (Accident/Santé) ; construction ; risques financiers (caution etc.) ; aviation ; responsabilité civile marine.

Ce portefeuille est en arrêt de souscription (*run-off*) depuis 1998, cela signifie qu'il n'y a plus de souscription depuis 1998 sur ce portefeuille, mais que la gestion du développement dans le temps de la sinistralité et des provisions techniques doit être assurée jusqu'à la liquidation totale de tous les traités. Le *run-off* peut ainsi durer plusieurs années, en fonction des branches considérées. Les risques encore portés par l'entreprise au titre de ce portefeuille concernent donc essentiellement les branches longues, c'est-à-dire, dans notre cas, les branches responsabilité civile générale et responsabilité civile automobile.

Les provisions brutes de rétrocession encore constituées par l'entreprise pour couvrir les engagements restants sur ce portefeuille sont de l'ordre de 100 Millions d'euros (50 M€ nets de rétrocession), soit près de la moitié des provisions totales de l'entreprise AXA GLOBAL LIFE.

Le portefeuille SGRE, dont la gestion était auparavant assurée par AXA LIABILITY MANAGERS, entité du Groupe spécialisée dans la gestion des liquidations de portefeuilles d'assurances et de réassurances, a été cédé en juin 2010 à AXA GLOBAL LIFE et n'est donc géré que depuis juin 2010 par AXA GLOBAL P&C. Le Département Actuariat Corporatif d'AXA GLOBAL P&C est donc chargé de la gestion de ce portefeuille pour le compte d'AXA GLOBAL LIFE. S'agissant d'un portefeuille en arrêt de souscription, la gestion de ce portefeuille se limite essentiellement à la couverture des engagements restants dans ce portefeuille au titre des traités souscrits auparavant. A ce titre, des provisions techniques doivent être estimées, de manière à pouvoir fournir les éléments comptables nécessaires à chaque fin d'exercice, et répondre aux exigences réglementaires en matière de solvabilité, et ce jusqu'à la liquidation totale du portefeuille.

L'objectif de ce stage est ainsi de déterminer une méthode de provisionnement adéquate pour ce portefeuille jusqu'à sa liquidation complète. Les méthodes d'évaluation ne seront pas les mêmes que celles utilisées auparavant, car les outils et méthodes de *reporting*, ainsi que les priorités des deux entreprises, ne sont pas les mêmes. Dans ce contexte, et si les données le permettent, l'objectif est d'harmoniser les méthodes de gestion des sinistres entre AXA GLOBAL P&C et ce portefeuille, s'agissant tout deux de portefeuilles de réassurance non-vie.

L'objectif est double :

- une première analyse permettra de déterminer le niveau *best estimate* des provisions techniques nécessaires à la couverture des sinistres restants en moyenne;
- une seconde étude permettra de déterminer la distribution et donc la volatilité des provisions techniques nécessaires, de manière à conserver une certaine marge de prudence selon différents niveaux de prudence (*Value At Risk*) et des scénarios plus ou moins extrêmes envisagés. Cette seconde analyse servira d'aide à la décision pour la Direction Financière, qui choisira au final le niveau de prudence voulu sur chaque branche du portefeuille, en déterminant en plus du *best estimate* la marge de prudence (GSM) à intégrer au capital, selon l'appétence au risque (*risk appetite*) de la société.

I.3.3. Enjeux

Il est essentiel que l'évaluation de ces provisions techniques soit faite de manière rigoureuse, fiable et réaliste, afin d'assurer la pérennité de la compagnie au titre de ce portefeuille. Une mauvaise évaluation peut avoir de très lourdes conséquences pour l'entreprise, allant d'une simple perte à l'insolvabilité. Il est donc important de garder à l'esprit le triple enjeu que représente ce provisionnement pour la société, résumé dans les trois points suivants.

- Une évaluation excessive des provisions techniques génère pour l'entreprise une baisse de résultat. En particulier, cette diminution de résultat entraîne une baisse d'impôts à payer, ce qui reflète un enjeu fiscal considérable pour la société. C'est pourquoi, de nombreux contrôleurs fiscaux surveillent de près l'estimation des IBNR provisionnés, et limitent les entreprises, en s'assurant qu'aucun excès de provisions important n'est volontairement constitué.
- Une évaluation insuffisante des provisions techniques entraînerait la société d'assurance à ne pas pouvoir faire face, du moins avec le montant seul des provisions technique, à ses engagements envers les assurés, autrement dit à ne pas pouvoir régler les prestations garanties au titre des primes versées par les assurés. La société devra alors puiser dans ses fonds propres en réduisant son capital ou ses investissements, ce qui générera dans le meilleur des cas une baisse de rendements de la société. En supposant de plus la présence d'événements défavorables dans le développement de la sinistralité, cette situation aurait pour conséquence de mener à plus ou moins long terme à la faillite de la société d'assurance.
- Une notion à ne pas négliger est l'effet boni/mali qui ressort d'un mauvais provisionnement. En effet, une surévaluation des provisions aura pour conséquence une diminution de l'estimation de la charge d'une année sur l'autre, ce qui se traduira par un boni, c'est-à-dire un résultat positif (autrement dit une augmentation du résultat technique global du portefeuille). A l'inverse, une sous-estimation des provisions générera un mali d'une année sur l'autre, qui se traduira par une diminution du résultat technique.

En réalité, les IBNR calculés, basés sur des estimations, ne seront en pratique jamais exactement égal au montant réel du coût futur. Le provisionnement doit donc de préférence être relativement prudent, estimé à la hausse plutôt qu'à la baisse pour mieux protéger l'entreprise. Ce qui est d'autant plus vrai avec les nouvelles exigences Solvabilité 2.

Deuxième partie

Présentation de
l'activité de
Réassurance

II.1. Définition et caractéristiques

La réassurance est un système qui consiste pour un premier assureur, appelé cédant, à se décharger partiellement ou totalement des risques qu'il a souscrit sur un ou plusieurs autres établissements, appelés réassureurs ou cessionnaires, en établissant un contrat de réassurance.

Ainsi, l'activité de réassurance se traduit comme l'assurance des assureurs. En effet, certaines sociétés d'assurance doivent se protéger contre les risques qui dépassent leur propre capacité, ou risques extrêmes tels que les catastrophes naturelles, qui pourraient déstabiliser leur bilan et leur compte de résultat, et les entrainer vers l'insolvabilité. C'est là qu'intervient la réassurance, qui, à travers divers contrats, permet à toute société d'assurance de pouvoir transférer une partie des risques qu'elle a souscrit aux termes d'une ou plusieurs polices d'assurance. La cédante paie alors une prime au réassureur, qui s'engage en contre partie à indemniser une partie de sa sinistralité. En réassurance, on parle de cession d'une part des risques de l'assureur au(x) réassureur(s), et d'acceptation de ces risques de la part du ou des réassureur(s).

D'autre part, un réassureur peut à son tour se décharger d'une partie de ses risques, auprès d'un ou plusieurs réassureurs alors appelés rétrocessionnaires.

Voici pour illustration un schéma simplifié du principe de l'activité de réassurance :

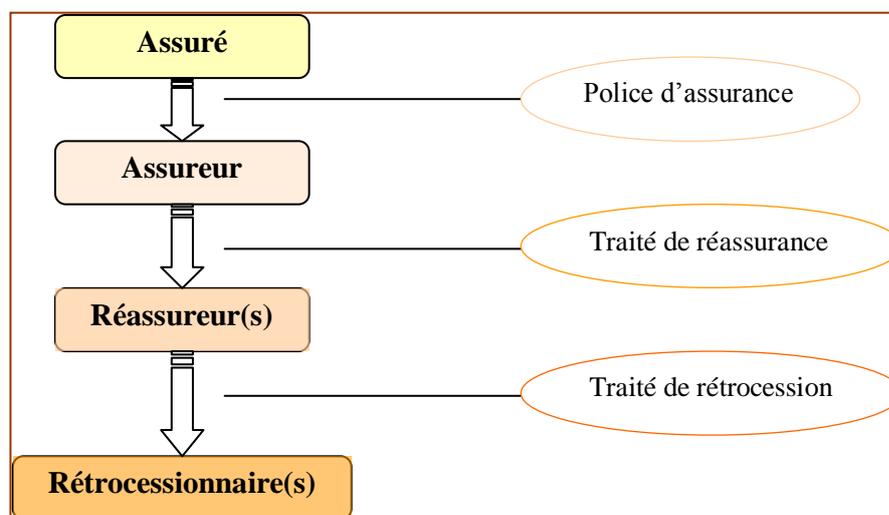


Figure 2 : principe de la Réassurance

L'activité de réassurance, tout comme l'activité d'assurance, est fondée sur le principe de la mutualisation des risques. La mutualisation s'avère beaucoup plus large pour un réassureur, car il opère dans le monde entier. Il bénéficie aussi d'une plus grande diversité de risques, à la fois géographique et technique, pouvant traiter des risques sous-jacents à la fois vie et non-vie, contrairement aux sociétés d'assurances. Cette plus grande mutualisation et diversité des risques lui permet donc de pouvoir porter certains risques que ne peuvent porter les assurances.

Les opérations de réassurance ont pour principal objectif pour un assureur de protéger son bilan, et en particulier son compte de résultat. Plus précisément, les principaux intérêts de recours à la réassurance pour un assureur sont décrits dans les points suivants.

- Conserver des risques plus homogènes, en cédant certains risques particuliers, car seuls des groupements suffisamment amples de risques de même nature permettent la mutualisation des risques. L'avantage pour l'assureur est alors de pouvoir plus facilement lisser sa charge de sinistralité dans le temps et donc mieux cerner son résultat.
- Céder les risques importants qui dépassent la limite de sa capacité, en se couvrant à partir d'un certain plafond, ce qui permettra en particulier de compenser les risques catastrophiques ou extrêmes, tels que les catastrophes naturelles ou les attentats. En ne gardant ainsi que les risques qu'il a prévus, l'assureur se protège contre un éventuel déséquilibre financier et peut limiter sa probabilité de ruine à un certain seuil prédéfini.
- Augmenter ses souscriptions et donc sa croissance, en augmentant sa capacité (montant qu'il peut garantir pour une catégorie de sinistres) grâce à la réassurance.
- Se lancer dans un nouveau business (une nouvelle branche, un nouveau produit par exemple) encore mal connu, et dont il n'est pas sûr du résultat. La réassurance peut dans ce cas permettre à l'assureur de tester son nouveau business, en transférant l'intégralité de son risque au réassureur. Les primes sont cédées, et le risque aussi, le réassureur est ainsi engagé à payer les prestations nécessaires en cas de sinistres. Une fois le business testé, l'assureur peut par la suite prendre la décision de conserver davantage de risque (et de primes) voire la totalité si le business s'avère rentable.
- Libérer des fonds propres. En effet, et plus encore avec les nouvelles normes Solvabilité 2, l'assureur doit détenir dans ses fonds propres un certain montant relatif au risque porté, en plus des provisions techniques. En cédant une partie de son risque, l'assureur libère en même temps des fonds propres qu'il aurait du bloquer au titre de ces risques. Cette pratique peut s'avérer très utile lorsqu'une société d'assurance ne détient pas les fonds propres nécessaires réglementairement.

En revanche, bien que la réassurance permette à l'assureur de se décharger d'une partie de ses risques, l'assureur reste néanmoins toujours juridiquement responsable de la totalité des risques qu'il a souscrits. En effet, l'assuré n'est ni concerné ni informé des opérations de réassurance, il n'y a donc aucune modification du contrat d'assurance d'origine, ni aucun lien entre l'assuré et le réassureur. L'assuré n'a ainsi aucun recours légal contre le réassureur.

II.2. Les différents types juridiques de Réassurance

Juridiquement parlant, il existe deux types de réassurance : la réassurance facultative et la réassurance obligatoire. Il existe aussi un troisième système de réassurance, se distinguant des deux précédents : la facultative-obligatoire (plus couramment appelée FACOB).

II.2.1. La réassurance facultative

La réassurance facultative est la forme de réassurance la plus ancienne. Elle permet à un assureur de pouvoir proposer une affaire aux réassureurs de son choix, qui eux sont libres d'accepter ou de refuser. L'assureur n'est pas obligé de céder et le réassureur n'est pas obligé d'accepter. Cette forme de réassurance est utilisée lorsque le portefeuille est trop petit pour donner lieu à un traité de réassurance, ou lorsque la taille ou la nature du risque justifient une approche individuelle.

En pratique, cette méthode de réassurance s'avère assez lourde à gérer pour l'assureur, puisqu'elle suppose une gestion affaire par affaire, et implique d'informer au maximum le réassureur sur le risque concerné.

II.2.2. La réassurance obligatoire

La réassurance obligatoire est la forme de réassurance la plus utilisée en pratique. Elle s'effectue sur un groupe de risques, ou sur la totalité d'un portefeuille, selon des modalités définies dans un contrat appelé traité de réassurance. L'assureur s'engage à céder une part déterminée de tous ses risques dans une branche définie et selon des conditions préétablies dans le traité de réassurance, et le réassureur s'engage à accepter ces risques. L'assureur est dans ce cas obligé de céder et le réassureur est obligé d'accepter.

Les conditions d'acceptation et de cession étant préalablement définies dans un traité de réassurance, il n'y a dans ce cas aucun risque d'antisélection.

La gestion de ces traités est alors beaucoup plus aisée, puisqu'elle peut être traitée de manière automatique.

II.2.3. La réassurance facultative/obligatoire

La réassurance facultative / obligatoire, aussi appelée FACOB, se distingue des deux précédentes. Elle donne la possibilité à un assureur de céder ou non une partie de ses risques, mais le réassureur à obligation d'accepter tout ce qui lui est cédé, selon des conditions définies au préalable.

Cette forme est peu utilisée en pratique, car il existe un risque d'antisélection. En effet, l'assureur n'ayant pas d'obligation, il pourrait être tenté de conserver les risques peu exposés et céder les risques fortement exposés. Cependant, la relation existante entre un assureur et un réassureur est basée sur la confiance, l'assureur n'a donc pas intérêt à se montrer trop déloyal, car le contrat risque de ne plus être renouvelé et les conséquences pour l'assureur de conserver son risque peuvent être lourdes.

II.3. Les différentes formes techniques de Réassurance

En pratique, il existe différentes formes techniques de réassurance, à travers différents traités, adaptés selon le cas à différents types de risques auxquels la société d'assurance est exposée.

Techniquement, on peut parler de deux grandes catégories de réassurance :

- la réassurance proportionnelle, dans laquelle la part du risque cédée au réassureur est déterminée de façon proportionnelle ;
- la réassurance non proportionnelle, dans laquelle la part du risque cédée au réassureur n'est pas déterminée de façon proportionnelle, mais par l'intermédiaire d'un plafond maximal fixé pour l'assureur, appelé priorité.

Nous verrons plus en détail par la suite les différents types techniques de traités de réassurance existants dans chacune des deux catégories.

II.3.1. La réassurance proportionnelle

Dans cette forme technique de réassurance, tous les éléments relatifs au risque (sinistralité, prime et capital) sont partagés entre l'assureur et le réassureur de manière proportionnelle. L'assureur cède une certaine part de son risque, soit $x\%$, ce qui signifie qu'il cède au réassureur $x\%$ de la prime reçue pour ce risque, qui lui, en contrepartie, paiera à l'assureur $x\%$ du montant total des sinistres survenus pour ce risque.

Il existe deux types de traités pour cette forme de réassurance : la quote-part (*Quota share*) et l'excédent de plein (*Surplus*).

II.3.1.1. La Quote-part

La quote-part est la forme de réassurance la plus simple. Sous cette forme, un certain pourcentage est fixé dès le départ dans le contrat. Puis, la répartition du risque entre le réassureur et l'assureur s'effectue contractuellement selon ce pourcentage fixé et constant, qui s'applique à l'identique sur les primes et les sinistres. Le réassureur reçoit alors ce pourcentage des primes reçues par l'assureur au titre du risque concerné, et paie en contrepartie à l'assureur ce même pourcentage de la sinistralité totale.

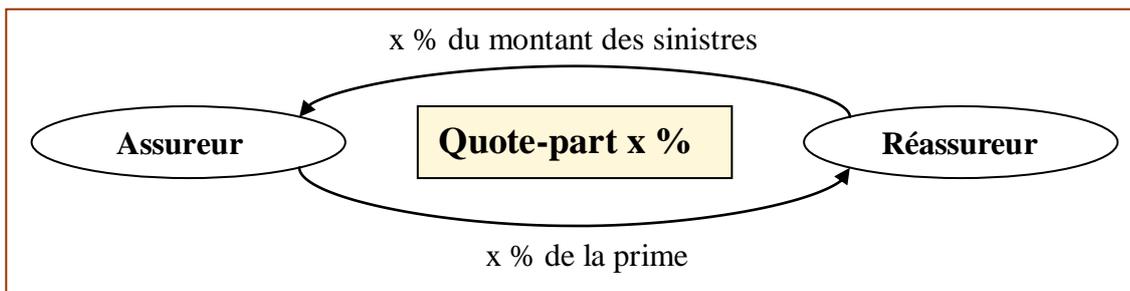


Figure 3 : fonctionnement d'un traité de réassurance Quote-Part

L'assureur conserve ainsi sur chaque risque un pourcentage constant, appelé rétention. Il est ainsi aisé en pratique d'automatiser la gestion de ces traités. Cependant, malgré une facilité de gestion, cette méthode présente aussi beaucoup d'inconvénients, parmi lesquels :

- le montant conservé n'est pas connu à l'avance et dépend de la sinistralité qui surviendra ;
- malgré une réduction de l'engagement de l'assureur, elle ne permet aucun nivellement des risques. Ainsi, une perte même réassurée en quote-part restera toujours une perte ;
- elle implique de céder une partie importante de prime. En effet, l'assureur, en cédant au réassureur une partie de son portefeuille, cède aussi de petits risques qu'il aurait pu facilement garder pour son propre compte.

En revanche, cette méthode peut s'avérer très judicieuse pour un assureur dans les principaux cas suivants :

- le développement d'un nouveau produit (ou d'une nouvelle branche), encore mal connu, et dont il n'est pas sûr du résultat. Un traité quote-part à 100 % lui permettra ainsi de transférer l'intégralité du risque porté. Il pourra par la suite prendre la décision de conserver davantage de risque voire la totalité en fonction de la rentabilité du produit ;
- la réduction de ses fonds propres. En effet, en cas de faiblesse de fonds propres, cette forme de réassurance lui permet de réduire ses besoins en fonds propres et ainsi de respecter la réglementation en vigueur concernant les exigences de fonds propres.

Plus l'assureur a confiance en son risque, plus sa rétention est élevée, et plus le réassureur a tendance à avoir confiance en ce risque.

Dans le cas où la part conservée par l'assureur est inférieure à 5 %, on parle de *fronting* (terme employé lorsqu'un assureur sert de façade légale à un autre assureur).

II.3.1.2. L'excédent de plein

Sous cette forme, l'assureur conserve sur chaque risque un montant constant et identique, appelé plein de conservation, et cède au réassureur, sur chaque risque, la partie dépassant ce montant.

Le plein de conservation, aussi appelé plein de rétention, correspond au montant maximum que l'assureur décide de conserver à sa charge sur chaque risque qu'il souscrit, sans mettre en péril ni sa trésorerie ni son patrimoine.

La part du réassureur s'exprime par la suite en nombre de pleins. Le plein de souscription d'un assureur correspond alors à la somme de son plein de rétention et des capacités qu'il a pu obtenir en réassurance. C'est le montant maximum qu'il peut garantir à ses clients.

Le plein de conservation étant fixe, mais la sinistralité variant selon les risques, cette méthode nécessite une gestion risque par risque, et implique le calcul, pour chaque risque, des pourcentages de cession et de rétention. Le pourcentage de cession est calculé à partir des capitaux assurés au moment où se fait l'application de réassurance, et restera constant pendant toute la durée de réassurance du risque.

- pourcentage de conservation = $\text{plein de conservation} / \text{capital assuré}$;
- pourcentage de cession = $1 - \text{pourcentage de conservation}$.

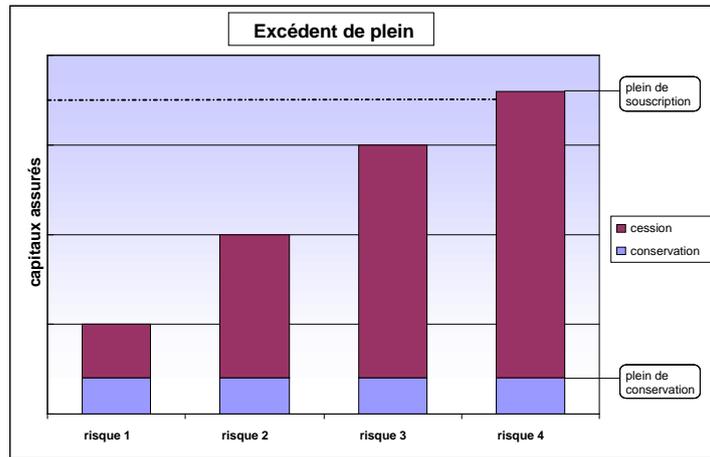


Figure 4 : fonctionnement d'un traité en excédent de plein

Le montant des capitaux garantis étant différent selon le risque, alors que le plein de conservation est fixe, le pourcentage de conservation/cession est donc différent selon le risque.

En cas de sinistre, le réassureur prendra à sa charge la portion déterminée par ce pourcentage de cession, et ce pour chaque risque du portefeuille.

Cette forme de réassurance présente de nombreux avantages pour l'assureur tels que :

- le nivellement du portefeuille en termes de risques ;
- une conservation homogène ;
- la possibilité d'augmenter considérablement sa capacité de souscription ;
- la conservation de beaucoup de petits et moyens risques, qui limite la perte de prime.

En revanche, elle ne protège pas contre le risque de fréquence.

Parallèlement, cette forme de réassurance est plus négative pour le réassureur car la partie réassurée, essentiellement constituée par les pointes des risques, est très déséquilibrée et génère de plus grand écarts de résultat.

II.3.2. La réassurance non proportionnelle

En opposition avec le système de réassurance proportionnelle énoncé précédemment, cette forme de réassurance permet à un assureur de pouvoir céder la partie de son risque au-delà d'un certain montant, appelé priorité, et dans la limite d'un certain montant, appelé portée.

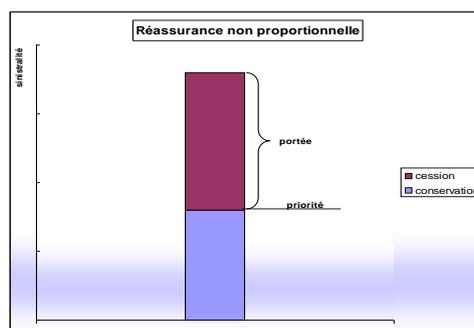


Figure 5: fonctionnement de la réassurance non proportionnelle

On appelle priorité la borne inférieure à partir de laquelle le réassureur intervient, et portée l'étendue de l'engagement du réassureur.

Le plafond correspond alors au montant jusqu'auquel le réassureur peut intervenir, somme de la priorité et de la portée.

Il existe deux types de réassurance non proportionnelle :

- l'excédent de sinistre (*Excess of loss*), par lequel le réassureur prend à sa charge tout sinistre au-delà d'un certain montant. Ce traité peut s'appliquer par risque ou par événement.
- l'excédent de perte annuelle (*Stop Loss*), par lequel le réassureur prend à sa charge le montant annuel global des sinistres au-delà d'un certain pourcentage ou d'un certain montant.

II.3.2.1. L'excédent de sinistres

L'excédent de sinistre, plus couramment nommé XS ou <portée> XS <priorité>, a pour objectif de protéger le portefeuille en cédant au réassureur le risque de sinistralité au-delà d'un certain montant (la priorité).

En pratique, l'excédent de sinistre peut s'appliquer par risque ou par événement selon le besoin.

Dans un XS par risque, le réassureur s'engage à payer un montant inférieur ou égal à la portée à chaque fois qu'une police est sinistrée pour un montant supérieur à la priorité. Ce type d'XS est principalement utilisé pour donner de la capacité ou pour limiter son exposition par risque.

Dans un XS par événement, la sinistralité n'est plus limitée à une police mais à un ensemble de polices, appartenant à une même branche et sinistrées par une seule et même cause.

Il peut être intéressant, pour un assureur, d'utiliser un XL par événement en complément d'un XL par risque, de manière à éviter de payer plus d'une fois la priorité dans le cas où plusieurs polices du portefeuille seraient touchées par un seul et même événement.

L'évènement est défini contractuellement de manière précise : dans sa nature ; dans l'espace (la zone géographique de l'évènement doit être bien précise) ; dans le temps (une durée maximale est fixée, pendant laquelle les dommages imputables à une même cause sont pris en compte dans l'évènement).

Néanmoins, malgré ces précautions contractuelles, la notion d'évènement reste source de nombreux litiges entre assureurs et réassureurs suite à des sinistralités importantes et ambiguës.

L'excédent de sinistres est très utilisé en pratique car il présente de nombreux avantages tels que :

- la diminution considérable des frais généraux ;
- une révision annuelle de la priorité ainsi que du taux de prime versée ;
- une protection efficace en cas de grave sinistre.

En revanche, deux principales difficultés se présentent au réassureur :

- le besoin de statistiques fiables pour pouvoir coter une telle couverture ;
- la prime reçue est très faible comparée à son indemnisation en cas de sinistres.

II.3.2.2. L'excédent de perte annuelle

Le traité en excédent de perte annuelle, plus couramment appelé *Stop Loss*, permet à l'assureur de se protéger au-delà d'un certain montant, non plus individuellement sur un risque ou un évènement, mais au total sur une période donnée (généralement 1 ans).

La priorité du *Stop Loss* correspond alors à la sinistralité annuelle que l'assureur conserve à sa charge. Le réassureur intervient au delà de cette priorité. La priorité et la portée fixées dans un traité *Stop Loss* sont en principe exprimées en pourcentage, selon le rapport sinistres/primes.

Ce type de traité est en pratique utilisé pour protéger l'assureur d'un mauvais résultat. En effet, à travers ce traité, l'assureur s'intéresse au résultat global de l'année, non plus à des risques particuliers, et se protège contre une sinistralité qu'il juge trop importante pour lui, face à ses primes, et qui impacterait directement son résultat technique.

C'est pourquoi le réassureur doit être vigilant quant à l'acceptation d'un tel traité, et être conscient des raisons pour lesquelles la cédante choisit de se protéger avec un *Stop Loss*.

Réassurance en tranches

En pratique, l'excédent de sinistre, tout comme le *Stop Loss*, ont pour objectif de protéger les affaires souscrites par la cédante (XL/*stop loss* sur souscription), mais peuvent aussi être utilisé suite à un traité proportionnel, pour couvrir la partie conservée par la cédante (XL/*stop loss* sur rétention).

D'autre part, il est fréquent que le besoin de couverture soit trop important pour faire l'objet d'un seul traité. La couverture est alors découpée en plusieurs tranches, donnant chacune lieu à un traité distinct, et, dans le cas où les sinistres se produisent, les réassureurs des différentes tranches paient chacun leurs parts respectives selon les différents traités.

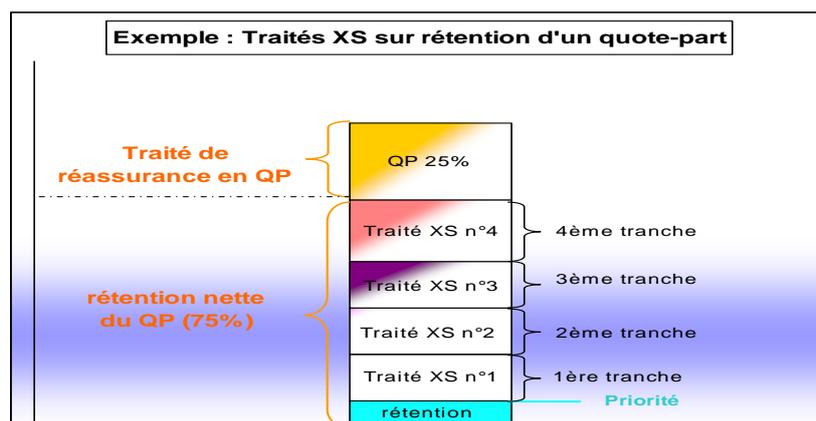


Figure 6: exemple d'un traité XS sur rétention de QP

II.4. La Rétrocession

Pour pouvoir faire face à ses engagements, le réassureur doit bien souvent lui aussi se réassurer auprès de réassureurs, alors appelés rétrocessionnaires, en cédant une partie des ses risques moyennant le paiement d'une prime. C'est ce qu'on appelle la rétrocession.

La rétrocession se traduit alors comme la réassurance des réassureurs.

L'intérêt pour le réassureur d'avoir recours à la rétrocession est le même que pour une société d'assurance, c'est-à-dire diminuer sa probabilité de ruine. Pour cela, le réassureur doit être capable de :

- déterminer son propre plein de conservation, c'est-à-dire l'engagement maximum qu'il peut conserver sur un risque sans mettre en danger son équilibre financier ;
- niveler et rendre plus homogène l'ensemble des risques qu'il a accepté ;
- limiter sa charge de sinistre.

La rétrocession est une opération de réassurance, et joue donc le même rôle que la réassurance, sauf que les cédantes sont dans ce cas des réassureurs.

Les principaux objectifs, pour un réassureur, d'avoir recours à la rétrocession, sont les suivants :

- protéger son bilan et son compte de résultat, en limitant ses engagements à un niveau supportable pour ses fonds propres ;
- améliorer la répartition géographique des affaires détenues, dans le but d'homogénéiser le portefeuille et les risques portés.

Il existe trois types de rétrocession, énoncés ci-après.

- Le pool de rétrocession regroupe l'ensemble des parties que le réassureur ne souhaite pas conserver pour son propre compte, sur les facultatives et / ou des traités qu'il a lui-même acceptés auprès d'une ou plusieurs cédantes, dans une branche donnée et sur un territoire déterminé. Les pools de rétrocessions sont des traités proportionnels. Ils ont donc pour rôle à la fois de limiter les engagements et de rendre plus homogènes les risques conservés.
- La rétrocession particulière peut s'appliquer à une facultative ou à un traité, et à pour rôle de répondre soit à des nécessités techniques, si la facultative ou le traité en question ne peuvent pas être rétrocédés à l'intérieur d'un pool, soit à des nécessités commerciales, lorsqu'elle sert de réciprocité dans un échange. La rétrocession particulière peut être proportionnelle ou non-proportionnelle.
- La couverture a pour but de protéger le réassureur contre les pointes de sinistres (événements extrêmes tels que les catastrophes naturelles). Elle correspond à un traité non proportionnel, dont la priorité est très haute. Elle peut être appliquée à un ou plusieurs traités, sur une ou plusieurs branches. Tout comme la réassurance proportionnelle, la couverture peut être réalisée en plusieurs tranches.

II.5. La Réassurance à l'échelle mondiale

A l'échelle mondiale, le marché de la réassurance représente un chiffre d'affaire brut de 200 milliards de dollars environ. Ce marché est en pleine expansion, et ne cesse de croître, en particulier depuis 1998, le volume de primes ayant augmenté de plus de 65 % entre 1998 et 2010.

L'essentiel des risques souscrits concerne des risques de type non-vie (environ 72 %), correspondant donc à des cédantes non-vie.

D'autre part, le secteur de la réassurance est très concentré car, bien qu'une centaine de réassureurs professionnels existent dans le monde, 50 % du marché est réparti entre les sept premiers.

A titre d'information, voici les 10 premiers réassureurs mondiaux, sur la base des primes nettes acquises en 2010 :

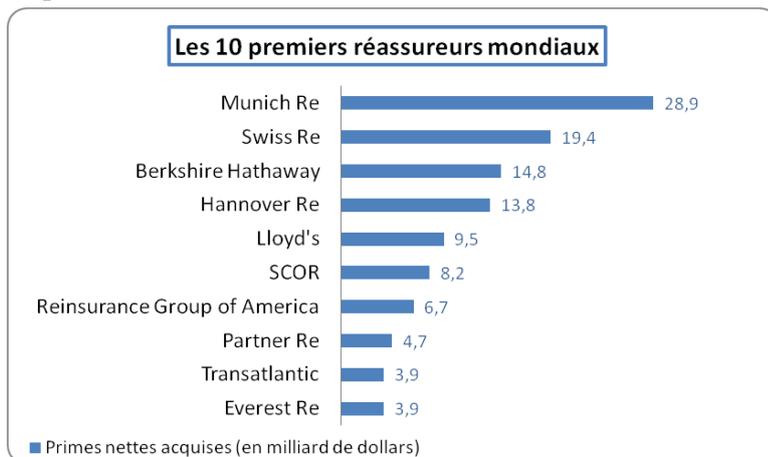


Figure 7 : les 10 premiers réassureurs mondiaux

De manière générale, les principales cédantes faisant appel à la réassurance sont situées dans les pays industrialisés : l'Amérique du Nord, qui représente près de 50 % de la demande, suivie de l'Europe.

En revanche, les capacités de réassurance sont en grande majorité situées en Europe, et en constante progression sur ce continent. En effet, entre 2009 et 2010, la part de l'Europe progresse de 54 % à 60 %, tandis que celle de l'Amérique du Nord régresse de 47 % à 39 %. En particulier, en ce qui concerne la France, le chiffre d'affaires des sociétés de réassurance françaises a atteint 13,7 milliards d'euros en 2010 dont 4,3 milliards pour leurs filiales à l'étranger.

Globalement, on remarque en 2010 une sinistralité en hausse significative dans le monde, essentiellement due aux catastrophes naturelles, qui représentent 55 % des événements majeurs survenus. Les assureurs ont versé 43 milliards de dollars d'indemnités au titre des dommages matériels en 2010 induits par ces événements majeurs en hausse de plus de 60 % par rapport à 2009. L'impact total des catastrophes naturelles et techniques sur l'économie mondiale a atteint 218 milliards de dollars soit à peu près un triplement par rapport à 2009. Ces événements impactent en grande partie les sociétés de réassurance dont l'objectif principal est de garantir la stabilité financière des cédantes en jouant un rôle d'absorbants de chocs économiques et/ ou de catastrophes. L'activité de réassurance tendra donc à se développer davantage avec la recrudescence des catastrophes naturelles dans le monde.

II.6. La Réassurance au sein d'AXA GLOBAL P&C

Les filiales opérationnelles du Groupe AXA, comme la plupart des sociétés d'assurance, ont besoin de se couvrir contre d'éventuels sinistres importants, en achetant des protections de réassurance. Dans ce contexte, les prestations fournies par AXA GLOBAL P&C et AXA GLOBAL LIFE consistent à conseiller toutes les filiales du Groupe AXA en termes de réassurance, centraliser l'ensemble des cessions et faire jouer les synergies sur le marché de la Réassurance.

A ce titre, AXA GLOBAL P&C et AXA GLOBAL LIFE réassurent les sociétés du Groupe AXA (respectivement pour des risques sous-jacent non-vie et vie) et placent leurs protections sur le marché de la réassurance, soit directement, par le biais de rétrocession pure auprès de réassureurs externes (c'est le cas pour en moyenne environ 20 % du portefeuille), soit après transformation, par le biais des pools (pour environ 80 % du portefeuille).

Le système des pools mis en place est l'équivalent d'un traité de cession proportionnel. En début d'année, les cédantes paient les primes au pool. Avec ces primes, le pool achète des couvertures Groupe. L'idée est de couvrir le Groupe AXA comme une entité unique, en achetant les protections dont il a réellement besoin.

Voici un schéma simplifié du fonctionnement de la rétrocession au sein d'AXA GLOBAL LIFE (tout comme au sein d'AXA GLOBAL P&C) pour illustration :

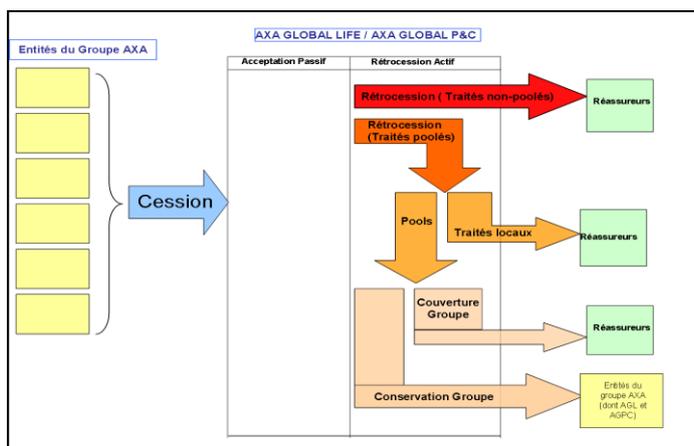


Figure 8: Fonctionnement global Acceptation/Rétrocession d'AGPC et AGL

Le portefeuille qu'il nous est intéressant de situer dans ce contexte est le portefeuille nommé Saint-Georges Ré (SGRE), sur lequel porte l'étude par la suite, appartenant à AXA GLOBAL LIFE mais géré par AXA GLOBAL P&C.

Ce portefeuille de réassurance est en arrêt de souscription depuis 1998, ainsi nous nous intéressons au fonctionnement de ce portefeuille pour les traités souscrits auparavant (de 1965 à 1998).

Le programme de réassurance du portefeuille étudié est composé de deux parties :

- La première composante du programme de réassurance du portefeuille consiste en la rétrocession pure, sans transformation, des traités des entités opérationnelles. Après avoir été souscrits auprès des entités opérationnelles, les traités étaient rétrocédés au marché de la

réassurance, aux conditions d'acceptation du marché, par souscription de traités de rétrocession. Chacune des affaires souscrites est alors tarifée par un réassureur du marché. Ce schéma garantit que les acceptations sont réalisées aux conditions de marché. Au sein de l'entreprise SGRE, ce système est appelé « rétrocession spécifique ».

- L'autre composante du programme de réassurance concerne la partie « transformée » des souscriptions du portefeuille. Une partie des traités des entités opérationnelles souscrits était intégrée dans des pools puis rétrocédée, d'une part vers les entités opérationnelles du Groupe AXA, dont SGRE, mais aussi vers des réassureurs externes. Ces quotes-parts (pools) font notamment l'objet de protections pour compte commun (dites couvertures Groupe) placées sur le marché de la réassurance.

Les traités acceptés étaient répartis, selon un certain pourcentage, dans chacun des deux programmes de rétrocession (Pool et rétrocession spécifique).

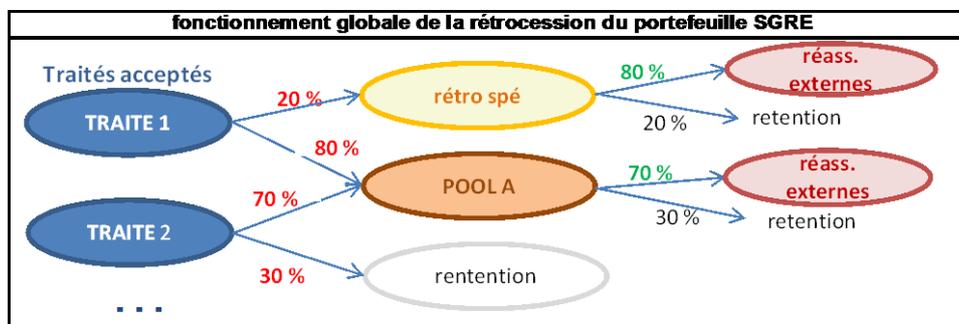


Figure 9: Fonctionnement global Acceptation/Rétrocession d'AGPC et AGL

Troisième partie

Méthodes de calcul
des Provisions
Techniques

III.1. Les provisions techniques en réassurance non-vie

Les provisions techniques d'une société d'assurance ou de réassurance représentent la réserve règlementaire et prudentielle qui doit être constituée pour faire face aux engagements pris envers les assurés par le biais des contrats de souscription. Ainsi, pour une société de réassurance, les provisions techniques correspondent à la réserve constituée pour faire face au règlement des engagements liés aux opérations de réassurance pris envers les compagnies d'assurance cédantes.

Les provisions techniques doivent être calculées chaque fin d'année au moment de la clôture des comptes, et impactent à la fois le bilan et le compte de résultat de la société. De plus, de nombreuses exigences règlementaires pèsent sur l'estimation de ces provisions techniques. Il est donc essentiel d'adopter des méthodes de calcul adéquates et prudentes pour répondre à ces contraintes.

Il existe différents types de provisions constituant la provision technique, liés aux primes, aux sinistres, ou encore aux tiers impliqués dans l'activité, et qui sont particulièrement différents suivant le type de risque traité (vie ou non-vie). En particulier, l'article R. 331-6 du code des assurances décrit en détail la composition des provisions techniques à constituer pour une assurance ou réassurance non-vie.

Dans le cadre de ce mémoire, nous nous intéressons uniquement au type de risque non-vie associé à l'activité de réassurance pour un portefeuille en *run-off*. Dans ce cas, les provisions pour sinistres à payer (PSAP) représentent l'essentiel des provisions techniques à constituer, et sont étudiées en détail par la suite, nécessitant une approche de calcul déterministe mais aussi stochastique.

« Les provisions pour sinistres à payer sont la valeur estimative des dépenses en principal et en frais, tant internes qu'externes, nécessaires au règlement de tous les sinistres survenus et non payés, y compris les capitaux constitutifs des rentes non encore mises à la charge de l'entreprise » (Article R.331-6 du Code des Assurances).

La provision pour sinistres à payer du réassureur, plus couramment appelée PSAP, est la valeur estimative ayant pour objectif d'assurer l'indemnisation complète de tous les sinistres survenus mais non payés, dont les montants ne sont bien souvent pas encore connus. Ces sinistres survenus mais non encore payés devront donc être réglés pour la part correspondante à celle du réassureur suivant les conditions des traités, grâce à la PSAP constituée. La PSAP peut se scinder en 3 types de provisions, énoncées dans les trois points suivants.

- La provision dossier-dossier, fournies par les cédantes, et qui correspondent à la provision estimée suite à une analyse effectuée au sein de la cédante, dossier par dossier, par le gestionnaire sinistre, évaluant le montant restant à payer sur chaque sinistre déclaré non clos. Règlementairement, cette méthode d'évaluation est la méthode de référence pour l'estimation des PSAP (cf. art. R 331-15 du Code des Assurances).

- Les provisions constituées au titre des sinistres survenus mais non encore déclarés au réassureur, qui sont dus soit à un retard de déclaration de la part de la cédante, soit à un retard de déclaration de la part de l'assuré (la cédante n'en a alors elle-même pas encore connaissance). Les provisions constituées pour ces sinistres sont appelées IBNYR (*Incurring But Not Yet Reported*).
- Les provisions constituées au titre des sinistres survenus et déclarés au réassureur, mais dont le montant n'est pas encore bien connu, et peut sensiblement varier selon divers critères, à la hausse comme à la baisse. Une provision doit donc être dotée pour protéger l'entreprise en cas de sous-évaluation du montant ultime de ces sinistres. Les provisions constituées pour anticiper l'évolution de ces sinistres sont appelés IBNER (*Incurring But Not Enough Reported*).

La somme des IBNER et des IBNYR donne les IBNR (*Incurring But Not Reported*), estimation de la charge des sinistres tardifs qui doit être ajoutée à la provision dossier-dossier. En général, les méthodes de calcul s'appliquent aux IBNR et ne distinguent pas les IBNER et les IBNYR.

Il est à noter que les cédantes estiment elles-mêmes leurs PSAP, grâce aux informations qu'elles ont des sinistres et de leurs évolutions. Seules les PSAP dossier-dossier sont communiquées au réassureur, et donnent une idée, mais non définitive, du coût des sinistres restants à payer, en plus de ceux qui ont été payés. Le réassureur doit donc d'une part régler la partie des sinistres payés correspondante à sa part suivant ses engagements, et d'autre part, au vu des informations fournies par la cédante, ré-estimer lui-même le montant des sinistres non encore réglés. Le réassureur doit donc ajouter aux provisions dossier-dossier estimées par les cédantes, des IBNR pour anticiper les retards de remontée d'information qui peuvent amener à des augmentations considérables des montants des sinistres.

Les méthodes classiques d'estimation de ces IBNR sont des méthodes statistiques, déterministes, basées sur les données historiques des sinistres connus. Ces méthodes supposent, pour une même branche, un développement de sinistralité similaire pour tous les traités, quelque soit l'année de souscription. Ainsi, ces méthodes nécessitent une segmentation rigoureuse du portefeuille en termes de risque. Puis, un développement moyen par segment est alors estimé selon différentes méthodes. Ce développement permet de retrouver les montants ultimes attendus en moyenne pour chaque traité, et donc le montant à provisionner.

Ces méthodes déterministes permettent donc d'obtenir un montant espéré, attendu en moyenne, mais ne prennent pas en compte la volatilité qui peut exister sur certaines branches. Ainsi, pour obtenir une estimation plus prudente et plus réelle, sans prendre le risque de se mettre en danger, il est nécessaire d'utiliser aussi, en plus des méthodes déterministes, des méthodes stochastiques, qui permettent d'évaluer la distribution des IBNR, et non plus seulement leurs moyennes. Ces méthodes permettant de connaître la volatilité des branches considérées, introduisent une certaine marge de sécurité, selon le niveau de prudence souhaité par l'entreprise, et sont aujourd'hui indispensables.

Le Code des Assurances (Article R.331-15) spécifie par ailleurs que les PSAP doivent être calculées exercice par exercice, brutes de réassurance et sans prise en compte d'éventuels recours.

III.2. Méthodes de calcul des IBNR

En pratique, il est parfois difficile de connaître le coût d'un sinistre immédiatement, surtout s'il implique des dommages corporels (par exemple en responsabilité civile). L'estimation du coût final des sinistres est basée sur l'expérience passée. Des méthodes statistiques basées sur la connaissance du développement des paiements et des charges de tous les traités, et ce jusqu'à aujourd'hui, sont utilisées pour estimer les montants ultimes des sinistres et en déduire les provisions à constituer.

Les méthodes statistiques classiques utilisées en pratique sont basées sur des triangles de charges ou de paiements ; les charges incluant en général les paiements déjà effectués et les provisions dossier-dossier. En effet, en réassurance, les PSAP dossier/dossier sont fournies par les cédantes, et comptabilisées comme telle par le réassureur, auxquelles il ajoute des IBNR. Ainsi, la charges des paiements et des provisions dossier/dossier est connue et peut être utilisée pour estimer les IBNR complémentaires ; cela permet d'avoir plus d'information dans les triangles.

Les sinistres sont rapportés à des périodes, généralement des périodes d'un an en réassurance non-vie, et sont rattachés à des années d'origine (année de souscription du traité, année de survenance ou de déclaration du sinistre). Ainsi, nous pouvons obtenir pour chaque branche considérée, des triangles de charges ou de paiements, considérant les périodes de déroulement et les périodes d'origine. La convention généralement utilisée en pratique est de représenter les périodes d'origine en ligne, et les périodes de déroulement de la sinistralité en colonne.

Les notations suivantes seront utilisées pour la suite de ce mémoire.

- i : année d'origine des sinistres ;
- j : période de développement du sinistre (en année) ;
- $X_{i,j}$: charge incrémentale des sinistres (paiements effectués + PSAP dossier/dossier) relative à la période de développement j , pour une année d'origine i ;
- $C_{i,j} = \sum_{k=0}^j X_{i,k}$: charge cumulée des sinistres connue à la période de développement j , pour une année d'origine i ;
- $R_i = C_{i,n} - C_{i,n-i}$: réserve complémentaire (IBNR) à constituer pour l'année d'origine i ;
- $R = \sum_{k=0}^n R_k$: réserve totale complémentaire (IBNR) à constituer pour la branche.

Voici pour illustration un triangle de charges cumulées selon ces conventions.

		année de développement du sinistre										
		0	1	2	...	j	n	
Exercice de souscription ou année de survenance	0	$C_{0,0}$	$C_{0,1}$	$C_{0,2}$...	$C_{0,j}$	$C_{0,n}$	
	1	$C_{1,0}$	$C_{1,1}$									
	2	$C_{2,0}$										
										
										
	i	$C_{i,0}$				$C_{i,j}$						
										
										
										
	n	$C_{n,0}$										

Figure 10 : Triangle de développement de la charge

La dernière diagonale correspond alors à la dernière année comptable pour laquelle on connaît les données des sinistres, c'est-à-dire l'année courante. Ainsi, plus l'année d'origine est ancienne, plus le déroulement de la sinistralité porté à notre connaissance est long.

En supposant n la période ultime, c'est-à-dire la période à laquelle le sinistre sera intégralement réglé, quelque soit le sinistre de cette branche, l'idée est alors d'estimer grâce aux données connues du triangle supérieur gauche, les montants ultimes des sinistres pour chaque année d'origine, c'est-à-dire la dernière colonne. Ce triangle comprenant à la fois les paiements cumulés et les PSAP dossier/dossier, la projection des sinistres jusqu'à l'ultime nous donnera les IBNR (IBNYR+IBNER), réserve *best estimate* complémentaire à comptabiliser en plus des provisions dossier/dossier. Ainsi, le montant des IBNR sera égal à la valeur estimée de la somme de cette dernière colonne (montant ultime des sinistres) moins la somme des montants réels de la dernière diagonale (c'est-à-dire les montants déjà payés ou couverts). Ainsi, nous pourrions en déduire les PSAP à comptabiliser en *best estimate* : $PSAP = PSAP \text{ dossier/dossier} + IBNR$.

L'une des hypothèses de base relative à toutes les méthodes classiques déterministes qui sont présentées par la suite est l'hypothèse de régularité du triangle étudié, sans laquelle les résultats obtenus ne seraient pas cohérents. Les triangles étant plus ou moins réguliers, il est bien souvent nécessaire d'exclure de l'étude les sinistres extrêmes ou atypiques, perturbant le développement du triangle et faussant l'allure moyenne estimée. Ces sinistres extrêmes peuvent alors être traités à part, suivant la connaissance de l'évolution de ces sinistres, au cas par cas.

Les irrégularités du triangle peuvent aussi être dues, en dehors des sinistres extrêmes, à des erreurs de données dans les bases, ou bien à des retards d'information de sinistralité, qui peuvent générer des décalages entre les périodes de développement. Il est bien souvent difficile de traiter au cas par cas chaque irrégularité, c'est pourquoi, suite à l'exclusion de certains mouvements atypiques, il est important de pouvoir estimer la volatilité du montant d'IBNR estimé pour un triangle donné, qui prendra en compte les irrégularités du triangle et permettra d'établir une certaine marge de prudence. Cette volatilité est estimée grâce à des méthodes stochastiques telles que la méthode dite du « bootstrap » exposée par la suite.

Les triangles étudiés peuvent être de natures diverses :

- Charge connue (paiements effectués + PSAP dossier/dossier) ou paiements effectués
- bruts ou nets de recours
- bruts ou nets de rétrocession
- cumulés ou non cumulés (relatif à la méthode appliquée)

Avec le même raisonnement, l'étude peut porter sur des triangles de primes ou de nombre de sinistres ; l'objectif étant d'estimer la valeur ultime du développement en projetant le triangle.

En général, dans une société de réassurance non-vie, les triangles étudiés sont des triangles de charges cumulées (car les PSAP d/d ajoutent de l'information, et les sinistres payés seuls sont souvent moins réguliers), bruts de recours et de rétrocession. Les montants d'IBNR calculés pour chaque branche sont alors bruts de rétrocession, puis, pour en déduire les montants nets, il suffit d'appliquer à chaque traité de la branche les conditions de conservation du traité de rétrocession correspondant.

Remarque : L'étude de provisionnement menée durant le stage, et faisant l'objet de ce mémoire, s'est effectuée à l'aide de l'outil **IBNRS**, logiciel de gestion et de provisionnement des sinistres pour toute société d'assurance non-vie, développé par la société ACTUARIS et utilisé par AXA GLOBAL P&C pour toutes les estimations de provisions. Les différentes méthodes classiques déterministes et stochastiques théoriquement présentées dans cette partie ne sont ainsi pas exhaustives, et correspondent aux méthodes implémentées dans cet outil de provisionnement, utilisée en pratique lors du stage et dont les résultats sont présentés dans la partie suivante du mémoire. L'essentiel des méthodes classiques utilisées en pratique dans les sociétés d'assurance et de réassurance y sont présentées.

III.2.1. Méthodes déterministes

III.2.1.1. Chain Ladder

La méthode de Chain Ladder est la plus ancienne, et reste la méthode la plus utilisée en pratique en assurance ou réassurance non-vie. Elle est de plus la méthode de base sur laquelle reposent la plupart des autres méthodes actuarielles classiques de calcul des provisions.

L'idée de base de cette méthode repose sur l'estimation de facteurs de développement multiplicatifs, utilisés pour extrapoler le triangle et aboutir à l'écoulement final de la sinistralité. L'estimation de ces facteurs de développement, implicitement supposés constants pour toutes les années d'origine (ce qui suppose un triangle régulier), nécessite une importante précision, car ces facteurs sont l'élément central du développement futur de la sinistralité, et donc du montant d'IBNR à provisionner.

Le triangle de base nécessaire pour cette méthode est un triangle de montants cumulés.

Le facteur de développement d'une période j à la période $j+1$, pour une année de souscription i

donnée, correspond alors au ratio $F_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$. Le modèle suppose un unique facteur multiplicatif

pour chaque période de développement, pour extrapoler la liquidation complète du triangle.

		année de développement									
		0	1	2	...	j	n
Exercice d'origine	0	$C_{0,0}$	$C_{0,1}$	$C_{0,2}$...	$C_{0,j}$	$C_{0,n}$
	1	$C_{1,0}$	$C_{1,1}$								
	2	$C_{2,0}$									
									
									
	i	$C_{i,0}$				$C_{i,j}$					
									
									
									
	n	$C_{n,0}$									

f_0 f_1 ... f_{n-1}

Figure 11 : Triangle des charges illustrant le calcul des coefficients de développement

Ainsi, la méthode repose sur l'hypothèse que les facteurs de développement d'une période à une autre sont indépendants de l'année d'origine. En d'autres termes, cette hypothèse se traduit ainsi :

$$\text{Hypothèse de base : } \forall j = 0, \dots, n-1, \frac{C_{0,j+1}}{C_{0,j}} = \frac{C_{1,j+1}}{C_{1,j}} = \dots = \frac{C_{n-j-1,j+1}}{C_{n-j-1,j}} = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}}.$$

En pratique, cette hypothèse n'est jamais exactement vérifiée, il paraît donc judicieux, pour aboutir à la meilleure approximation possible, de choisir comme estimateur de l'unique facteur de développement d'une période à une autre le facteur commun à toutes les années d'origine :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}}.$$

Cet estimateur est celui utilisé dans la méthode standard de Chain Ladder.

Le but est ensuite de compléter le triangle inférieur droit par des estimateurs, en considérant que :

$$\forall i, j \text{ tels que } i + j > n, \hat{C}_{i,j} = C_{i,n-i} \times \prod_{h=n-i}^{j-1} \hat{f}_h,$$

avec \hat{f}_h le facteur de passage de l'année de développement $h-1$ à l'année de développement h .

Ainsi, on obtient la dernière colonne du triangle, qui nous donne le montant estimé de la charge ultime des sinistres. On obtient ainsi le montant d'IBNR à provisionner en soustrayant la dernière colonne à la dernière diagonale. En effet, La provision R_i nécessaire à constituer, pour chaque année de souscription i allant de 0 à n , correspond à la différence entre le niveau atteint actuellement et le niveau ultime estimé, soit : $\hat{R}_i = C_{i,n} - C_{i,j}$, avec $i+j=n$

Il existe différents dérivés de la méthode Chain Ladder, variant selon le choix des méthodes d'estimation des facteurs de développement f_j , les estimateurs les plus courants étant la moyenne simple et la moyenne pondérée.

Avantages

L'avantage principal de cette méthode est qu'elle est relativement simple à utiliser, et peut s'appliquer à des triangles de toutes natures, qu'il s'agisse de triangles de paiements cumulés ou de charges cumulées.

De plus, elle permet une très bonne estimation sur les triangles anciens ou en *run-off* : plus le temps passe et plus le développement est avancé, donc plus l'estimation s'approche de la réalité.

Limites

Cette méthode ne fonctionne plus en cas de changement de cadence des paiements. Par exemple, si les outils informatiques de la compagnie évoluent et permettent le règlement plus rapide des sinistres, ou si les réglementations changent, les cadences peuvent varier sensiblement.

D'autre part, si aucun sinistre n'est encore signalé lors de l'estimation, la méthode donne une estimation ultime égale à zéro. Or, en pratique, il est courant qu'aucun sinistre ne soit signalé la première ou la deuxième année, ce qui ne signifie pas qu'aucun sinistre ne soit survenu.

III.2.1.2. Expected Loss Ratio (ELR)

Cette méthode repose sur l'estimation du rapport « sinistre à prime » ultime attendu, plus couramment appelé *Loss Ratio*, ou ratio S/P, et noté : $L=S/P$.

Les sinistres considérés regroupent les sinistres payés ainsi que les provisions constituées.

Les primes font référence aux primes émises, c'est-à-dire la somme des primes encaissées et des primes à recevoir.

Le *Loss Ratio* est un indicateur très utilisé en pratique dans le domaine de l'assurance ; en mesurant le coût des sinistres de la société rapporté aux primes, il permet de connaître la viabilité d'une affaire à l'ultime. Typiquement, un *Loss Ratio* supérieur à 100 % reflète la situation de perte dans laquelle risque de se trouver l'entreprise à long terme, les primes reçues ne suffisant pas à régler les sinistres. Cet indicateur reflète aussi la qualité de tarification des contrats.

Cependant, cet indicateur ne suffit pas à donner une information sur la rentabilité d'un contrat à court terme, puisqu'il ne prend pas en compte les frais généraux supportés par ailleurs. Pour information, un meilleur indicateur de rentabilité serait le ratio combiné, somme des frais généraux, des commissions encourues et des sinistres survenus, rapportés aux primes acquises.

La « méthode du rapport S/P attendu » (*Expected Loss Ratio*, ELR) consiste à estimer un ratio S/P ultime attendu, et d'en déduire le montant des sinistres ultimes, les primes étant connues à l'avance. Le montant des réserves à constituer sera alors calculé comme la différence entre le montant des sinistres ultimes estimé et le montant actuellement atteint.

Le rapport attendu est souvent difficile à estimer, et peut faire appel à diverses méthodes selon l'entreprise concernée ; il n'y a pas de formule type.

Avantages

Cette méthode, simple et rapide d'utilisation, présente de plus l'avantage de pouvoir s'appliquer à de nouvelles branches, sans historique.

Limites

Le principal inconvénient de cette méthode repose sur la difficulté à estimer le rapport attendu. D'autre part, cette méthode donne uniquement le montant des sinistres ultimes total, sans détailler par année d'origine, et ne permet pas d'obtenir un rectangle de développement de la sinistralité complet, qui peut parfois s'avérer utile.

III.2.1.3. Bornhuetter-Ferguson

Cette méthode est très répandue en pratique, utilisée en complément de la méthode Chain Ladder, et plus particulièrement pour le provisionnement des années récentes dans les triangles instables, où elle présente l'avantage d'améliorer la stabilité en prenant en compte des informations exogènes aux triangles. Ainsi, l'utilisation de cette méthode entraîne quelques modifications de la méthode de base Chain Ladder, pour les années récentes, là où l'incertitude est la plus grande.

Cette approche requiert la connaissance du « rapport sinistres à primes » ultime attendu pour chaque année d'origine (S_i/P_i), ainsi que la prime totale pour chaque année d'origine, et le développement de la sinistralité attendue.

La méthode combine les montants de sinistres a priori attendus, fournis par l'approche ELR explicitée précédemment, avec les cadences effectives de développement des sinistres (approche Chain Ladder). A chacune des deux approches est affecté un poids relatif. Plus l'information progresse dans le temps, plus on accorde de poids à la méthode basée sur les facteurs de développement (type Chain Ladder). En général, le poids appliqué est proportionnel au taux de développement moyen ; mais il peut aussi être choisi selon d'autres critères.

En considérant une année d'origine i , on part de l'égalité suivante, en notant S_i la charge ultime des sinistres pour l'année d'origine i :

$$S_i = \frac{C_{i,n-i}}{C_{i,n}} \times C_{i,n} + \left(1 - \frac{C_{i,n-i}}{C_{i,n}}\right) \times L_i \times P_i = C_{i,n-i} + \left(1 - \frac{C_{i,n-i}}{C_{i,n}}\right) \times L_i \times P_i.$$

Le poids appliqué (ici proportionnel au taux de développement moyen) peut être ajusté ou choisi différemment selon d'autres critères.

Le *Loss Ratio* L_i étant inconnu, on lui substitue un montant attendu, estimé, noté $\hat{\theta}_i$. Ce montant attendu peut être calculé de différentes manières, considérant dans la plupart des cas des informations exogènes au triangle, comme un « *benchmark* » du marché par exemple.

Ainsi, le montant de provisions estimé \hat{R}_i est simplement calculé par la formule suivante :

$$\hat{R}_i = S_i - C_{i,n-i} = \left(1 - \frac{C_{i,n-i}}{C_{i,n}}\right) \times \hat{\theta}_i \times P_i, \forall i = 0 \dots n$$

Remarque : Il est intéressant de remarquer que, pour les années anciennes ce sont les cadences de développement qui ont un poids significatif, les résultats des méthodes Bornhuetter-Ferguson et Chain Ladder seront donc en théorie très proches et il n'est alors pas forcément utile d'utiliser la

méthode Bornhuetter-Ferguson en complément de celle de Chain Ladder. En revanche, sur les années plus récentes, c'est le ratio attendu qui a un poids significatif, et en fonction du vecteur de rapports S/P fourni, les deux méthodes peuvent diverger complètement.

Avantages

Plus le développement est avancé, moins le ratio S/P attendu a d'importance et plus les cadences historiques sont prises en compte.

Sur les années récentes, la méthode Chain Ladder a un poids très faible, car on ne dispose pas encore des cadences. En revanche, sur les années anciennes, la méthode Chain Ladder prédomine. Ainsi, cette méthode est sans doute l'une des meilleures car on utilise plus d'information que pour CL et ELR séparément, on peut donc espérer un résultat plus fiable.

Limites

Le principal inconvénient concerne la nécessité de déterminer un rapport S/P a priori.

De plus, s'inspirant de la méthode de Chain Ladder, cette méthode fonctionne aussi beaucoup moins en cas de changement de cadence des paiements.

III.2.1.4. De Vylder

La méthode de De Vylder, plus couramment appelée « méthode des moindres carrés de De Vylder », consiste à estimer les réserves IBNR à constituer par la méthode des moindres carrés.

Cette méthode, contrairement aux autres, s'applique à des triangles non cumulés (de charges ou de paiements).

L'idée de base de cette méthode repose sur l'hypothèse que des coefficients multiplicatifs peuvent être utilisés pour obtenir les données manquantes. Pour une année d'origine i donnée, chaque montant du triangle $x_{i,j}$ est alors considéré comme une proportion de la valeur ultime de la sinistralité. Ces proportions sont calculées en utilisant la méthode des moindres carrés, et les coefficients proportionnels calculés sont ensuite appliqués pour compléter le triangle et aboutir au développement ultime attendu.

La méthode repose sur la modélisation suivante : $x_{i,j} = x_i \times y_j, \forall 0 \leq i, j \leq n$,

Avec $x_{i,j}$ les données du triangle non cumulé, c'est-à-dire le montant de charge ajouté à la période j pour l'année d'origine i ; x_i la charge ultime des sinistres survenus au cours de l'année i , et y_j la proportion de la charge totale x_i qui est survenue à la période j .

Les solutions à ce système sont multiples. Ainsi, l'introduction d'une contrainte supplémentaire permet au modèle d'être identifiable, et aux éléments x_i et y_j de pouvoir être estimés par la méthode des moindres carrés pondérés.

Contrainte d'identification: $\sum y_j = 1$.

Les coefficients x_i et y_j sont obtenus en minimisant la somme des carrés des écarts entre les valeurs observées $X_{i,j}$ et leur forme théorique $x_i y_j$, i.e. en minimisant :

$$\Delta = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} w_{i,j} (x_{i,j} - x_i y_j)^2$$

Avec $W=(w_{i,j})_{0 \leq i,j \leq n}$ la matrice des poids associée à chaque valeur.

Pour ce faire, il suffit de dériver cette formule par rapport aux deux coefficients x_i et y_j respectivement. Ainsi, on obtient le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{x}_i = \frac{\sum_{j=0}^{n-i} w_{i,j} x_{i,j} \hat{y}_j}{\sum_{j=0}^{n-i} w_{i,j} \hat{y}_j^2}, i = 0, \dots, n. \\ \hat{y}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j} w_{i,j} x_{i,j} \hat{x}_i}{\sum_{i=0}^{n-j} w_{i,j} \hat{x}_i^2}, j = 0, \dots, n. \end{array} \right.$$

Ces valeurs sont ainsi obtenues de manière itérative. En effet, de manière à pouvoir les calculer, il faut tout d'abord fixer les y_j^1 (j allant de 1 à n) arbitrairement, puis calculer les x_i^1 en utilisant les y_j^1 posés précédemment grâce à la formule énoncée plus haut. Ensuite, calculer les y_j^2 en utilisant les x_i^1 calculés précédemment, et ainsi de suite jusqu'à obtenir une convergence des y_j et des x_i . Libre à chacun de choisir l'ordre de grandeur de convergence (10^{-6} ; 10^{-7} ; etc.) et donc le nombre d'itérations à effectuer pour obtenir la convergence selon le critère choisi. Notons que, d'après la méthode des moindres carrées de De Vylder, la somme $\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} w_{i,j} (x_{i,j} - x_i y_j)^2$ tend à être

minimisée et donc les y_j et les x_i convergent vers les mêmes valeurs optimales quelque soit les y_i^1 initialement choisie. Attention, dans ce calcul, la contrainte d'identification n'est pas prise en compte dans les itérations effectuées, cette méthode ne garantit donc pas qu'après les k itérations nécessaires pour obtenir la convergence, $\sum y_j = 1$. Suite aux calculs itératifs, il faut donc normer les y_j finaux obtenus afin de garantir la contrainte, et recalculer les x_i une ultime fois.

Quelque soit la valeur initiale (y_i^1) choisie, le résultat de la convergence est le même, à savoir $\hat{x}_{i,j} = \hat{x}_i \times \hat{y}_j$. En revanche, la rapidité de la convergence dépend sensiblement de cette valeur initiale choisie.

Ces valeurs nous permettent ensuite de projeter notre triangle de développement, grâce à la formule $\hat{X}_{i,j} = \hat{x}_i \times \hat{y}_j$, avec $i + j \geq n + 1$.

Ainsi, les montants du triangle inférieur droit sont complétés, et on en déduit le montant des provisions estimé, pour chaque année d'origine : $\hat{R}_i = \sum_{h=n-i+1}^n \hat{x}_{i,h}$.

Puis le montant des provisions totales : $\hat{R} = \sum_{i=0}^n \hat{R}_i$.

Remarque : Cette méthode, tout comme la méthode de Chain Ladder, repose sur l'hypothèse de base que le développement de la sinistralité est indépendant de l'année d'origine. En effet, cela peut s'observer d'après l'implémentation du modèle : $x_{i,j} = x_i \times y_j$.

$$\text{D'où } C_{i,j} = \sum_{h=0}^j x_{i,h} = x_i \times \sum_{h=0}^j y_h, \text{ et d'où } \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} = \frac{x_i \sum_{h=0}^{j+1} y_h}{x_i \sum_{h=0}^j y_h} = \frac{Y_{j+1}}{Y_j}.$$

Le développement de la sinistralité d'une année à l'autre est alors indépendant de l'année d'origine i .

Avantages

Cette méthode fonctionne toujours en cas de changement de cadence des paiements.

La validation des résultats est facile à tester : il suffit juste de comparer les $x_{i,j}$ estimés aux valeurs réelles sur le triangle supérieur gauche connu.

Limites

Il n'est pas évident de déterminer les « bonnes » valeurs initiales du système, ce qui peut générer une grande perte de temps pour obtenir la convergence.

D'autre part, cette méthode nécessite un volume de données important, car l'étude portant sur des triangles non cumulés, souvent instables en pratique, c'est pourquoi des volumes importants et une bonne base de données sont nécessaires pour obtenir une certaine régularité.

III.2.1.5. Lissages

En pratique, il est bien souvent nécessaire d'effectuer des lissages sur les facteurs de développement \hat{f}_j estimés, pour compenser certaines irrégularités associées au triangle. Cette pratique est couramment utilisée en complément des méthodes classiques (Chain Ladder, etc.), dans le cas d'un manque d'information, de l'observation de données aberrantes sur une période, ou tout simplement pour éviter l'exclusion d'un trop grand nombre de coefficients irréguliers. Ces lissages permettent ainsi d'obtenir une structure de développement cohérente, et d'estimer, si nécessaire, des facteurs de queues. En effet, les triangles de développement présentent très peu d'information sur le triangle supérieur droit, et nécessitent bien souvent un lissage, d'autant plus si l'on veut prolonger la période ultime de développement au-delà des données disponibles. Ainsi, une fois la période ultime choisie, et donc en connaissant le nombre d'année de développement restante, il est possible, par régression linéaire, de déterminer les facteurs restants.

Le lissage de ces facteurs empiriques consiste à ajuster sur tous les points, ou sur la partie voulue, une fonction $y=f(t)$, régulière et vérifiant $f(t) \geq 1$.

Les fonctions les plus couramment utilisées sont les suivantes :

- la fonction puissance inverse à 2 paramètres (a,b) : $f_{a,b}(x) = 1 + \frac{a}{x^b}$, avec $a,b > 0$,

on fait dans ce cas l'hypothèse : $\hat{f}_j \approx 1 + \frac{a}{j^b}$,

d'où l'équivalence $\log(\hat{f}_j - 1) \approx \log(a) - b \times \log(j)$;

- la fonction exponentielle : $f_{a,b}(x) = 1 + a \times e^{-bx}$, avec $b > 0$,

on fait dans ce cas l'hypothèse : $\hat{f}_j \approx 1 + a \times e^{-b \times j}$,

d'où l'équivalence $\log(\hat{f}_j - 1) \approx \log(a) - b \times j$;

- la fonction puissance : $f_{a,b}(x) = a^{b^x}$,

on fait dans ce cas l'hypothèse : $\hat{f}_j \approx a^{b^j}$,

d'où l'équivalence $\log(\log(\hat{f}_j)) \approx \log(\log(a)) + \ln(b) \times j$;

- la fonction *Weibull* : $f_{a,b}(x) = \frac{1}{1 - e^{-a \times b^x}}$,

on fait dans ce cas l'hypothèse : $\hat{f}_j \approx \frac{1}{1 - e^{-a \times b^j}}$,

d'où l'équivalence $\log\left(-\log\left(1 - \frac{1}{\hat{f}_j}\right)\right) \approx \log(a) + b \times \log(j)$.

Chacune de ces courbes à deux paramètres, a et b, évalués par une régression linéaire. La méthode de la régression linéaire est expliquée dans l'Annexe A.

Le coefficient de détermination (cf. Annexe A), noté R^2 , est un indicateur très utilisé en pratique pour juger de la qualité de la régression, et pour choisir un lissage optimal. Plus le coefficient de détermination est proche de 1, plus les estimations sont proches des valeurs initiales, donc meilleure est la qualité de la régression.

III.2.2. Méthodes stochastiques

Il est devenu aujourd'hui primordial d'avoir recours aux méthodes stochastiques, en complément des méthodes déterministes, afin de pouvoir mesurer l'incertitude et la volatilité existantes dans les triangles étudiés, et dans les résultats obtenus par les méthodes déterministes.

Ainsi, les méthodes stochastiques permettent d'obtenir une estimation de la variabilité des réserves nécessaires, au-delà de la simple estimation du montant des réserves en moyenne.

Cette approche est à la fois prudente, dans le but d'éviter au maximum l'exposition aux risques, mais aussi règlementaire, et plus particulièrement avec les nouvelles normes de solvabilité qui entreront en vigueur dès 2013, avec la réforme Solvabilité 2, qui impose une marge de prudence supplémentaire aux provisions techniques, liée à la volatilité de celles-ci.

D'autre part, certaines de ces méthodes permettent non seulement d'estimer la volatilité des réserves, mais aussi de déterminer leur distribution, information qui peut s'avérer utile dans certains cas, et qui permet d'avoir une vision plus réelle du risque.

Les méthodes les plus utilisées en pratiques, et qui seront étudiées dans ce mémoire, sont d'une part le modèle de Mack, et d'autre part la méthode dite du « *Bootstrap* ».

III.2.2.1. Modèle de Mack

Le modèle de Mack correspond à une version stochastique non paramétrique du modèle de Chain Ladder. Il s'applique à des montants cumulés, de charges ou de paiements.

Il permet, en reprenant les hypothèses et les résultats du modèle Chain Ladder, de mesurer leur variabilité, d'après la connaissance des réalisations du triangle supérieur gauche. Ainsi, au-delà de la simple moyenne déterminée par la méthode Chain Ladder, on obtient de plus la variance de la charge ultime.

Cependant, ce modèle, reposant sur une hypothèse de volatilité au sein du triangle, ne fait aucune hypothèse sur la distribution même des composantes du triangle, et ne permet donc pas de déterminer la distribution des réserves estimées.

L'objectif de l'application des méthodes stochastiques dans l'estimation des IBNR est de pouvoir déterminer un intervalle de confiance de la charge ultime. Ce modèle ne permettant pas de modéliser la distribution des IBNR, il ne permet pas d'établir des intervalles de confiance selon différents niveaux de risques. Il ne sera donc pas utilisé par la suite.

III.2.2.2. Méthode du Bootstrap

La méthode dite du « *Bootstrap* » est une méthode stochastique non paramétrique, qui repose sur le principe de ré-échantillonnage, et qui permet d'une part de déterminer la volatilité des résultats, mais aussi, d'autre part, de déduire une distribution empirique sous-jacente des réserves qui doivent être constituées.

Les méthodes de ré-échantillonnage font référence à des calculs statistiques complexes basés sur l'échantillon d'origine. En considérant un échantillon de taille N , l'idée est d'obtenir, à partir de cet échantillon, de nouvelles informations statistiques en simulant K nouveaux échantillons de même taille N . Plus le nombre de simulations, noté K , est important, meilleure sera l'estimation.

En complément du niveau *best estimate* des provisions déterminé préalablement par une méthode déterministe, l'application de cette méthode a pour objectif de déterminer un intervalle de confiance autour du niveau de provisionnement retenu.

L'hypothèse de base de cette méthode statistique est le fait que l'échantillon est constitué de variables indépendantes et identiquement distribuées (iid).

Cette hypothèse n'étant clairement pas vérifiée pour les triangles de charges, l'idée est de transformer les observations de manière à obtenir des incréments qui soient iid. Une méthode classique est de se baser non pas sur les observations du triangle des charges, mais sur les résidus de Pearson calculés sur ces observations. Pour tous i, j allant de 0 à n , les résidus de Pearson sont

définis par $\mathbf{R}_{i,j} = \frac{y_{i,j} - \hat{y}_{i,j}}{\sqrt{\hat{y}_{i,j}}}$, avec $y_{i,j}$ les valeurs observées dans le triangle et $\hat{y}_{i,j}$ les valeurs

estimées par le modèle.

Le détail du fonctionnement de cette méthode est présenté dans l'Annexe B.

Ce modèle nous permet finalement de déterminer un intervalle de confiance, et de pouvoir calculer la *Value At Risk* (VAR) ou la *Tail Value At Risk* (TVAR), suivant le niveau de risque voulu. En effet, ces indicateurs sont très utilisés en pratique comme critères de mesure du risque.

- La VAR correspond au montant de pertes qui ne devrait être dépassé qu'avec une probabilité donnée sur un horizon temporel donné. C'est donc un quantile de la loi de distribution. Cet indicateur est très utilisé en pratique, et est devenu une référence en matière de mesure du risque. C'est d'ailleurs le critère de référence définit pour le calcul des nouvelles marges de solvabilité dans le nouveau système Solvabilité 2.

$\text{VAR}(\mathbf{X}, \alpha) = \mathbf{F}_{\mathbf{X}}^{-1}(\alpha)$, pour un niveau de risque α donné.

Elle correspond au montant de sinistre qui ne sera dépassé que dans $(1 - \alpha)$ % des cas.

Le principal défaut de la VAR est qu'elle n'est pas sous-additive. Elle ne privilégie donc pas toujours la diversification.

- La TVAR est une autre mesure d'estimation du risque, permettant notamment de résoudre le problème de non sous-additivité de la VAR. C'est une mesure cohérente du risque.

Elle représente la moyenne des valeurs supérieures à la VAR.

Pour un niveau de risque α , la TVAR est définie par :

$$\text{TVAR}(\mathbf{X}, \alpha) = \frac{1}{1 - \alpha} \int_{\alpha}^1 \text{VAR}(\mathbf{X}, \varepsilon) d\varepsilon = \frac{1}{1 - \alpha} (\mathbf{E}(\mathbf{X}) - \int_0^{\alpha} \text{VAR}(\mathbf{X}, \varepsilon) d\varepsilon).$$

Son calcul est plus difficile à appliquer en pratique (car il fait intervenir les notions d'espérance statistique et d'intégrale), c'est pourquoi cette mesure du risque est moins utilisée que la VAR.

Avantages

Cette méthode fournit un intervalle de confiance autour du niveau de provisionnement choisi. De plus, cette méthode est stable et offre une facilité d'interprétation.

Limites

Pour que les simulations donnent des résultats fiables, il est nécessaire d'avoir un volume de données suffisamment large.

De plus, les résultats varient en fonction du nombre de simulations effectuées (plus le nombre de simulations est élevé, plus fiable sera le résultat), et en fonction de l'aléa de départ. C'est pourquoi, pour pouvoir aboutir au même résultat après chaque application de la méthode *bootstrap*, il est préférable de fixer l'aléa de départ.

I.3. Spécificités liées à la réassurance

Le réassureur ne détient les informations liées à la sinistralité de ses traités que par le biais de l'assureur, qui reçoit lui-même l'information de ses assurés. Ainsi, le délai de transmission d'information au réassureur est très long, beaucoup plus long que pour une société d'assurance, ce qui génère bien souvent des difficultés, et des comptes plus ou moins complets lors de la clôture.

Ces délais plus ou moins respectés génèrent des irrégularités supplémentaires dans les triangles de sinistralité étudiés. Par exemple, pour certains traités, les comptes sont incomplets lors de la clôture, c'est-à-dire que l'information sur les provisions techniques n'est pas parvenue de la part de la cédante. Le réassureur devra donc estimer ces provisions, par différentes modélisations statistiques, pour pouvoir calculer ses propres provisions techniques au titre de ces traités.

Ainsi, plus la cédante communiquera régulièrement et rapidement les informations concernant les sinistres, meilleure sera la qualité de la gestion des risques et de l'estimation des provisions techniques.

D'autre part, les informations remontées par la cédante ne concernent que la sinistralité entrant dans les termes du traité de réassurance concerné. Pour les traités non proportionnels par exemple, seuls les sinistres dépassant la priorité sont connus par le réassureur. Ce manque d'information sur la sinistralité peut générer d'autant plus d'irrégularité dans les triangles de charges servant à l'estimation des provisions, et augmenter l'incertitude. La notion d'estimation stochastique des provisions prend alors ici tout son sens car l'activité de réassurance nécessite davantage de prudence que l'activité d'assurance, car elle génère beaucoup plus d'incertitude.

De plus, suivant le type de sinistres, le temps entre la survenance et la connaissance complète du sinistre par l'assureur peut être plus ou moins long. On parle notamment de sinistres à développement court lorsque le sinistre est connu en quelques jours, et sinistres à développement long lorsque le délai atteint plusieurs mois voire années. Etant donné que le réassureur est à un niveau au dessus de l'assureur, ce délai sera encore plus long pour lui. Pour le réassureur, la *duration* de son portefeuille et la cadence de ses règlements en seront donc impactés.

Enfin, précisons que les méthodes statistiques établies précédemment pour le calcul des provisions techniques s'appliquent à des montants de charges brutes de récession, et que, par conséquent, une fois le montant total d'IBNR estimé pour une branche considérée, il faut répartir ce montant d'IBNR sur tous les traités concernés par la branche, de manière à pouvoir appliquer à chaque traité le taux de rétention qui correspond aux conditions du contrat, pour pouvoir obtenir le montant net des IBNR. Ce travail est fastidieux et diverses méthodes de répartitions peuvent être appliquées en pratique. Nous étudierons cette problématique plus en détail dans l'application pratique qui suit (cf. Partie IV).

Quatrième partie

Application Pratique

Portefeuille de Réassurance non-vie en *run-off*

L'application pratique qui suit est effectuée sur un portefeuille de réassurance non-vie en liquidation, nommé Saint-Georges Ré (SGRE), qui sera présenté par la suite.

L'objectif de cette étude pratique est double :

- Donner une évaluation *best estimate* des réserves techniques du portefeuille à fin décembre 2010. L'étude porte dans un premier temps sur l'évaluation des PSAP (plus particulièrement l'évaluation des IBNR, les provisions dossier/dossier étant fournies par les cédantes) brutes de rétrocessions par branche du portefeuille et par année de souscription. La segmentation nécessaire pour obtenir des branches homogènes est d'ailleurs présentée, impliquant des méthodes de provisionnement propres à chaque segment étudié. La plupart des branches reposent sur une évaluation des IBNR par analyse des triangles de charges selon la méthode Chain Ladder, qui s'avère la plus adéquate à nos données. Cependant, une branche contient de l'amiante et les méthodes classiques d'estimation des IBNR (basées sur les triangles de charges) ne peuvent être appliquées. Différentes méthodes d'estimation des IBNR sur cette branche, propres aux risques liés à l'amiante, seront donc étudiées.
- Evaluer entièrement la distribution des réserves, conformément aux nouvelles normes du groupe AXA. En effet, le groupe impose à toutes ses entités de détenir dans son capital (AFR) une marge de prudence complémentaire (GSM) intégrant la volatilité des provisions techniques constituées. L'approche stochastique du provisionnement permet d'évaluer dans son intégralité la distribution des issues possibles, c'est-à-dire le niveau de réserves techniques nécessaires pour couvrir un seuil de risque donné. La méthode *Bootstrap* est en l'occurrence celle qui sera utilisée pour évaluer les distributions des réserves, par segment et par année de souscription. Cette approche aura notamment pour objectif de déterminer un intervalle de confiance autour du *best estimate*, afin d'obtenir deux niveaux de prudence supérieurs au *best estimate* : le scénario modéré et le scénario de stress. Différents scénarios de risques seront alors déterminés, afin de servir d'outil d'aide à la décision pour choisir le montant de la marge de prudence (GSM) à intégrer au capital selon l'appétence au risque de la société.

Ces estimations brutes de rétrocessions seront par la suite réparties par traité, et calculées au net, en appliquant pour chaque traité le taux de rétrocession associé aux conditions des traités de rétrocessions auxquelles il est soumis.

IV.1. Présentation et analyse des données

Cette étape constitue la phase fondamentale de l'étude, qui consiste d'une part à établir une cartographie du portefeuille en termes de risques, pour pouvoir travailler sur des segments de risques homogènes, et d'autre part au retraitement des données comptables de sinistralité, de manière à avoir des triangles de liquidation les plus fiables possibles par segment.

Rappelons que ce nouveau portefeuille était géré dans une autre entreprise auparavant, et qu'il faut donc avant toute chose étudier les informations fournies par cette entreprise en termes de données et de méthodologies de gestion sur ce portefeuille, en complément des données internes relatives au portefeuille, obtenues par les comptables techniques et les outils de *reporting* internes. Le premier enjeu est donc d'obtenir une similarité de données concernant le portefeuille, suivant les deux sources distinctes d'information. Cette lourde étape de retraitement des données ne sera pas détaillée car présente peu d'intérêt actuariel. Ainsi, l'étude présentée se place en aval de cette étape de retraitement des données comptables de sinistralité.

Pour information, l'étude a été réalisée sur la base des comptes arrêtés au 22/12/2010. Les résultats sont donnés en euros et les taux de change utilisés pour l'étude sont ceux du 30/11/2010.

Le deuxième enjeu, une fois les données « proprement » récupérées et validées, est d'analyser et de segmenter le portefeuille, de manière à connaître les risques et déterminer les méthodes de provisionnement les plus adéquates aux types de risques traités.

Notons qu'un intérêt majeur pour AXA GLOBAL P&C est de pouvoir déterminer une méthodologie de provisionnement sur ce portefeuille la plus proche possible des méthodes utilisées sur les autres portefeuilles gérés au sein de l'entreprise. Une harmonisation des méthodes aurait pour avantage de simplifier la gestion des portefeuilles et d'aboutir à une certaine cohérence de gestion au sein de l'entreprise.

Mais avant tout, pour bien situer le contexte et la problématique, une brève présentation du portefeuille s'impose. Nous verrons par la suite la segmentation retenue suite à notre étude, et les données qui seront utilisées pour l'étude de provisionnement.

IV.1.1. Données disponibles

Les données disponibles pour l'étude de provisionnement sont celles extraites de l'outil interne d'AXA GLOBAL P&C, nommé WebXL, recensant tous les mouvements comptables effectués depuis l'origine du portefeuille SGRE. Le détail historique des mouvements comptables n'est disponible que depuis l'année comptable 1994, année qui contient le stock des mouvements antérieurs. Les traités du portefeuille acceptés et les rétrocessions externes étant gérés séparément, il existe une base d'acceptation, et une base de rétrocession. Les montants sont en devise originale, les montants en euro sont calculés en appliquant les taux de change correspondant au 30/11/2010.

- **Acceptation**

C'est sur cette base que repose l'étude, les provisions étant dans un premier temps évaluées en montant brut de récession.

A chaque traité est associé la cédante ayant signé le traité, la branche impactée et l'année d'origine couverte par le traité. En l'occurrence, les années d'origine de ce portefeuille correspondent aux années de date d'effet des traités de réassurance établis, alignées dans notre cas aux années de survenance des sinistres.

Nous disposons de l'historique des charges pour chaque année de survenance, et pour chaque branche du portefeuille. Nous disposons de plus de l'année comptable à laquelle chaque mouvement a été enregistré. Les types de mouvement comptable disponibles sont nombreux, voici la liste des charges qui nous intéressent pour constituer les triangles de l'étude de provisionnement :

- les sinistres payés par année de date comptable depuis l'origine du portefeuille ;
- les variations de PSAP dossier/dossier (fournis par les cédantes);
- les variations d'IBNR (estimés par nous-mêmes et comptabilisés par la suite).

Ces charges sont données par traité, et par année comptable. Ce ne sont pas des stocks mais des mouvements. Ainsi, pour obtenir les montants cumulés historiques des charges de sinistres, il suffit de sommer les mouvements de toutes les années de date comptable. En ce qui concerne la sinistralité payée, il s'agit d'une charge, relative uniquement à l'année en cours ; pour information, le montant apparaissant dans le compte de résultat correspond donc uniquement aux mouvements de l'année de date comptable 2010. En revanche, pour notre étude actuarielle, nous ne nous intéressons pas aux mouvements courants mais à tout l'historique des sinistres payés. En ce qui concerne les PSAP, il ne s'agit pas d'une charge mais d'un passif dans le bilan, le montant apparaissant dans le bilan correspond donc à la somme des mouvements de toutes les années comptables, étant donné que chaque année les PSAP sont simplement revus à la hausse ou à la baisse et les montants enregistrés par année comptable correspondent à des variations ; si on filtre l'année de date comptable 2010, on obtient alors uniquement la variation de PSAP de l'année courante, et non pas le stock.

Pour connaître la variation du montant ultime d'un sinistre d'une année sur l'autre, notée VAR, il suffit alors de calculer : $VAR(N) = PSAP(N-1) - PSAP(N) - \text{payés}(N)$. Cette variation, appelée bonus de liquidation, est notamment un indicateur de dégradation des sinistres.

Pour information, les charges prises en compte dans les triangles de l'étude de provisionnement effectuée sont d'une part les PSAP dossier/dossier fournies par les cédantes et d'autre part la sinistralité payée historique (toutes années comptables). Ces éléments sont pris en compte dans le but d'apporter un maximum d'information sur la situation réelle connue de la sinistralité. Par projection nous en déduisons les IBNR, non encore disponible dans la base. En effet, les IBNR existants dans la base comptable sont ceux établis fin 2009. Aucune étude de provisionnement n'a été faite depuis, donc aucun mouvement d'IBNR n'a été enregistré depuis fin 2009. Leur réévaluation à fin 2010 est tout l'objet de cette étude. Les IBNR présentés dans la partie « IV.1.2. Présentation du portefeuille » sont donc ceux calculés à fin 2009, à titre d'information, mais ne seront pas pris en compte du tout dans l'étude menée par la suite.

Afin d'établir les triangles de charges nécessaire à l'étude d'estimation des réserves, il est impératif de connaître la période de développement de chaque mouvement. On la trouve facilement grâce à la formule :

Période de développement = année de date comptable – année d'origine.

Il suffit par la suite, pour obtenir les triangles de charges cumulées, d'effectuer un tableau croisé dynamique de la base de données des sinistres historiques en considérant, pour chaque année d'origine, les montants de charges cumulés par période.

Remarque : La base de données disponible ne donne pas d'information sur les primes reçues avant 2006. Cela est dû au fait que les primes sont des produits comptabilisés dans le compte de résultat, et n'impactent donc que l'année en cours. Les primes antérieures à l'année en cours sont donc inutiles pour l'établissement des éléments comptables. Le portefeuille est en arrêt de souscription depuis 1998, il n'y a donc plus aucune souscription depuis 12 ans, et donc plus aucune prime n'est reçue. L'absence d'information sur l'historique des primes nous empêche notamment de pouvoir effectuer certaines analyses du portefeuille, en termes de « loss ratio » (S/P), et de pouvoir appliquer les méthodes « ELR » ou « Bornhuetter-Ferguson » présentées dans le chapitre précédant, qui sont pourtant en théorie très pertinentes.

Par ailleurs, il n'existe pas de base de données relative aux sinistres pour ce portefeuille. En effet, les informations de sinistralité sont données uniquement par traité accepté. On ne connaît pas les sinistres survenus responsables des charges payées, qui peuvent parfois toucher plusieurs traités et s'étendre sur plusieurs pays. Il aurait pu être intéressant en pratique de pouvoir associer les charges à des sinistres, et de pouvoir suivre l'évolution de ces sinistres dans le temps, et l'anticiper grâce notamment à des experts sur le marché ; et connaître les traités impactés par les sinistres plus ou moins graves. Cette information complémentaire est en pratique très utile pour mener une étude d'estimation des provisions. Elle permet notamment de pouvoir exclure les sinistres extrêmes/atypiques des triangles et les étudier à part de manière à avoir des triangles de charges plus réguliers.

- **Rétrocession**

La base de rétrocession est utilisée à posteriori de l'étude, après estimation des IBNR brutes, pour obtenir le montant net d'IBNR et de PSAP à constituer. Elle recense tous les mouvements comptables effectués avec les rétrocessionnaires. Nous disposons ainsi de la totalité des éléments comptables rétrocedés à fin 2010 (paiements des rétrocessionnaires, PSAP et primes rétrocedées, etc.).

Les informations sont fournies par traités de rétrocession (ou pool), pour chaque année de survenance et pour chaque branche du portefeuille. Nous disposons de plus de l'année comptable à laquelle chaque mouvement a été enregistré, et les rétrocessionnaires auxquels les mouvements comptables sont associés. La connaissance ces rétrocessionnaires associés aux mouvements comptables permet notamment de connaître l'exposition au risque de chaque réassureur sur notre portefeuille, information très utile pour le calcul de certaines provisions constituées pour se prémunir du risque de défaillance des rétrocessionnaires (comme la provision pour risque de contrepartie par exemple).

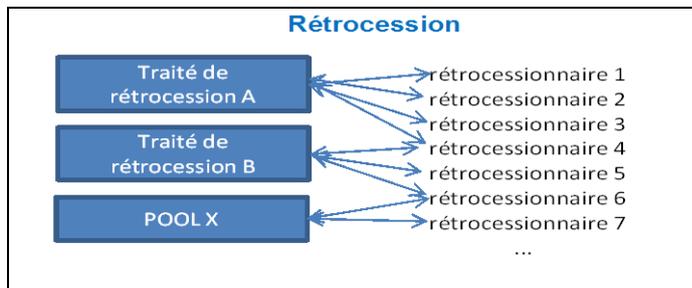


Figure 12 : fonctionnement de la rétrocession du portefeuille

De manière générale, les mouvements comptables nets sont obtenus par soustraction des mouvements comptables bruts et des mouvements comptables rétrocedés associés.

Une fois la charge ultime brute estimée pour chaque traité accepté (comprenant les IBNR brutes estimées), il suffit d'appliquer le traité de rétrocession correspondant pour obtenir le montant rétrocedé. Par soustraction, on obtient donc facilement le montant de la charge ultime nette estimé par traité.

Ainsi, le montant d'IBNR net s'obtient par le calcul suivant :

$$\text{IBNR (net)} = \text{IBNR (brut)} - \text{IBNR (rétrocedé)}.$$

De même :

$$\text{PSAP (net)} = \text{PSAP (brut)} - \text{PSAP (rétrocedée)},$$

Et Sinistres payés nets = sinistres payés – sinistres payés par les rétrocessionnaires.

Les PSAP et sinistres payés rétrocedés sont donnés dans la base de données de rétrocession disponible. Cependant, ce n'est pas le cas des IBNR rétrocedés, car ils viennent justement d'être recalculés au brut suite à l'étude de provisionnement.

La difficulté est donc ici de déterminer les IBNR rétrocedés.

Pour cela, une première étape consiste à répartir les IBNR bruts sur tous les traités acceptés, puis d'appliquer les conditions des traités de rétrocession associés à chaque traité accepté.

Au sein du portefeuille, les traités de rétrocession externes ont les mêmes formes techniques que les traités acceptés liés. Cependant, la totalité du traité accepté n'est pas forcément intégrée dans le traité de rétrocession externe lié, il est possible qu'une partie seulement soit prise en compte, selon un certain pourcentage.

Ainsi, globalement, à chaque traité accepté est lié un certain taux de rétrocession externe, et un taux de rétention. Ces taux ne sont pas communiqués dans la base de données de rétrocession disponible. En effet, nous n'avons aucune information concernant les traités acceptés (relatifs à la base d'acceptation) auxquels sont associés les mouvements de rétrocession.

Une étude est alors nécessaire pour établir un lien entre les traités acceptés et leur rétrocession externe, dans le but de déterminer pour chaque traité accepté le taux de rétrocession externe associé. Cette étude est présentée dans le paragraphe '*IV.5.1. Calcul des provisions nettes de rétrocession*'.

Ainsi, en appliquant le taux de rétrocession associé à chaque IBNR accepté (par traité accepté), on obtient alors les IBNR rétrocedés, puis les IBNR nets par déduction.

IV.1.2. Présentation du portefeuille (brut de récession)

Du 1er janvier 2001 au 31 mai 2010, SGRE était géré par la société AXA LM. Depuis le 1er juin 2010, elle est détenue par la société AXA GLOBAL LIFE, mais la gestion du portefeuille est assurée par l'entité AXA GLOBAL P&C. Aucune étude de provisionnement n'a été effectuée depuis la reprise du portefeuille.

Le portefeuille étant en arrêt de souscription depuis 1998, la gestion de la liquidation complète de ce portefeuille doit donc être assurée. L'objectif est de définir une méthode de provisionnement optimale pour le portefeuille, permettant idéalement une harmonisation des méthodes actuarielles de provisionnement au sein de l'entreprise AXA GLOBAL P&C.

Aucune étude de provisionnement n'ayant été menée jusqu'à présent, les montants d'IBNR provisionnés à fin 2010, lors de la clôture des comptes, et apparaissant dans les données historiques présentées ci-dessous, étaient ceux estimés fin 2009 par l'ancienne unité de gestion.

L'étude actuelle de provisionnement porte sur les données vues à fin 2010, afin d'aboutir à un niveau de provision adéquate pour l'année 2010, qui sera notamment comparable à celui comptabilisé dans le bilan.

Ce changement d'unité de gestion aura sans doute un impact sur le niveau de provisions, sur les segmentations appliquées et sur les méthodes de provisionnement utilisées, c'est pourquoi toute comparaison sera peu significative.

Avant de commencer l'étude, voici une brève présentation du contenu du portefeuille étudié.

IV.1.2.1. Etude historique du portefeuille

Les passifs portés actuellement par le portefeuille SGRE peuvent se scinder en différents segments, correspondants à la nature des portefeuilles protégés, présentés ci-après.

- La liquidation des traités de réassurance apportés par l'ancienne UAP INCENDIE ACCIDENTS au 1er janvier 1998, lesquels ont tous été résiliés au 31 décembre 1997. Les cédantes concernées par ces traités sont principalement des filiales d'AXA. Parmi ces traités, il existe un traité datant de 1965, couvrant du risque responsabilité civile générale US, et ayant la particularité de détenir une grande partie d'amiante. Ce traité sera étudié a part car, ne possédant qu'une année de souscription et incluant une quantité importante de risque amiante à provisionner, il nécessite une étude spécifique. Ce traité est classé dans la catégorie appelée « Anglo-French », et rétrocedé à 100 %. Les autres traités (catégorie « filiales et autres ») sont rétrocedés en partie à un ou plusieurs récessionnaires, selon les conditions des traités de récession associés. Une partie de ces traités est donc conservée.
- Les traités (souscriptions postérieures à 1998) protégeant des filiales du groupe AXA et ex UAP au titre de la liquidation des souscriptions de leurs agences et/ou succursales étrangères dont la totalité sont désormais en *run-off*. Ces traités sont classés dans une catégorie appelée « Agences internationales » (DAI), et nécessitent un traitement particulier, car il existe trop peu d'années de souscription pour pouvoir effectuer une étude basée sur des triangles. Ces traités sont conservés à 100 % (aucune récession).

Rappel : les IBNR observés dans cette partie de présentation du portefeuille sont ceux établis fin 2009. Leur réévaluation à fin 2010 est tout l'objet de cette étude. Ils sont ainsi présentés à titre d'information mais ne seront pas pris en compte de tout dans l'étude menée par la suite.

	payés historiques	payés 2010	dossier/dossier	charge	dd/charge	IBNR
Anglo French	4 698 482	226 039	740 965	5 665 487	13,08%	7 486 105
Filiales&Autres	517 099 559	6 424 137	34 463 020	557 986 716	6,18%	41 534 256
DAI	68 566 332	-461 649	3 554 365	71 659 047	4,96%	3 588 140
Total général	590 364 373	6 188 527	38 758 350	635 311 250	6,10%	52 608 501

Figure 13 : données historiques du portefeuille

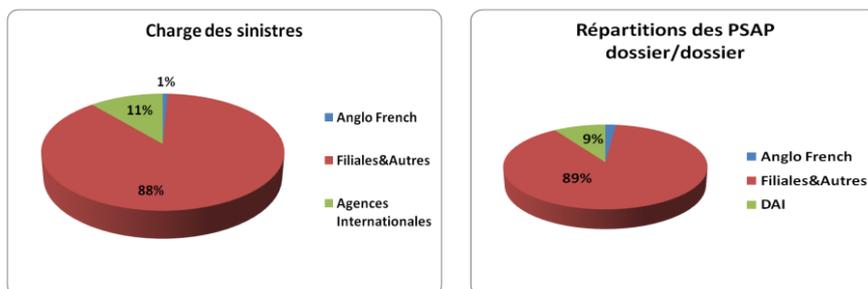


Figure 14 : Représentation de la sinistralité du portefeuille

On observe que la majeure partie du portefeuille étudié concerne la catégorie des filiales. La catégorie « Anglo-French », malgré un faible volume, est la catégorie qui sera sans aucun doute la plus longue à régler en totalité, car c'est celle qui a le plus de PSAP dossier/dossier en proportion de la charge totale (13 %). En effet, sans tenir compte des sinistres non encore connus (IBNR), seulement 86 % de la sinistralité est payée après pourtant 45 ans de développement.

Ce portefeuille est constitué de diverses branches d'activité non-vie, dont la majorité concerne les branches responsabilité civile générale et automobile :

branche	sous-branche	type de risque	sinistre payés	PSAP dossier/dossier	charge ultime
Property (dommages aux biens)	Property	GRELE	272 522 094	2 529 929	275 052 023
Motor (RC auto)	Motor	AUTOMOBILE	137 589 941	17 466 979	155 056 921
Third Party Liability (RC générale)	Third Party Liability	RC.GENER.	64 444 421	8 532 351	72 976 772
Accident & Health (Ass. de personnes)	Accident and Health	ASS. PERS.	10 945 517	3 979 940	14 925 457
Financial risks (risques financiers)	Financial risks	DIVERS	73 240 154	5 529 894	78 770 048
Other (autres)	Marine Liability (RC marine)	TRANSPORT	2 445 179	100 108	2 545 288
		Construction (Construction)	B.MACHINE	9 727 739	0
		C.FAIBLES	4 050 562	0	4 050 562
		CONSTRUCT	575 083	194 116	769 199
		RISQ TECH	2 855 454	169 462	3 024 917
		TR CHANT	9 418 185	231 832	9 650 017
		TR MONT	31 705	0	31 705
		Miscellaneous (divers)	DOMMAGES	8 706 866	23 738
charge ultime			696 652 900	38 758 350	635 311 250

Figure 15: Les différentes branches du portefeuille

Les PSAP dossier/dossier, représentant globalement les sinistres restants à payer, sont concentrés sur les cinq premières branches (dommages aux biens, RC automobile et générale, assurance de personnes et risques financiers). Les autres branches sont visiblement en fin de développement et présentent peu de risques pour l'entreprise. On distingue finalement six branches significatives :

branches	payés hist.	payés 2010	PSAP dossier/dossier	IBNR	charge ultime	dd/charge ultime
Property	272 215 146	306 948	2 529 929	-685 149	274 366 874	0,92%
Motor	134 189 434	3 400 508	17 466 979	16 130 644	171 187 565	10,20%
Third Party Liability	61 895 520	2 548 901	8 532 351	17 377 507	90 354 279	9,44%
Accident and Health	10 781 136	164 381	3 979 940	2 178 611	17 104 068	23,27%
Financial risks	73 546 690	-306 536	5 529 894	7 106 888	85 876 936	6,44%
other	37 736 447	74 325	719 257	10 500 000	49 030 029	1,47%
charge ultime	590 364 373	6 188 527	38 758 350	52 608 501	687 919 751	5,63%

Figure 16: Les branches significatives du portefeuille

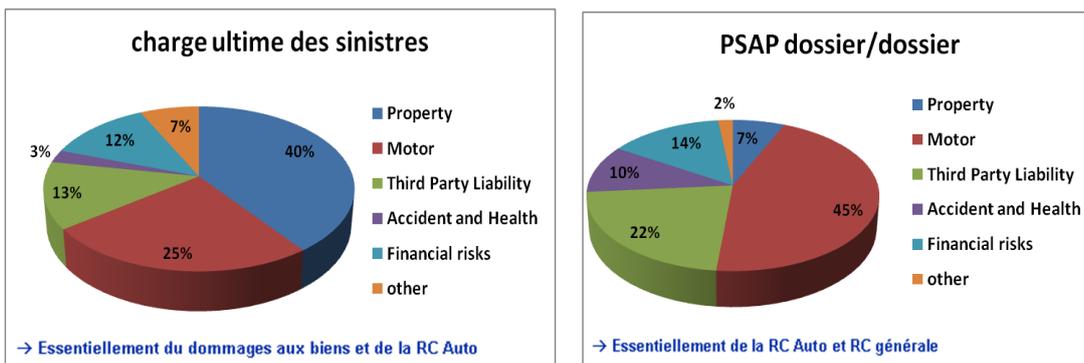


Figure 17: Répartition de la charge des sinistres par branche

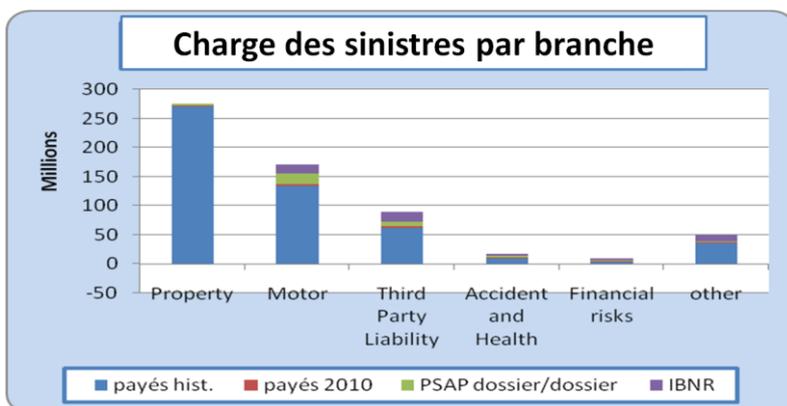


Figure 18: représentation graphique de la sinistralité par branche

Visiblement, les branches qui apparaissent les plus longues sont les branches responsabilité civile générale et automobile, représentant près de 70 % des PSAP du portefeuille. La branche dommages aux biens représente 40 % du portefeuille en terme de volume de sinistralité mais, étant donné qu'il ne reste quasiment plus de provisions dossier/dossier (1 % de la charge ultime estimée), on peut considérer qu'il s'agit d'une branche relativement courte.

D'autre part, ce portefeuille concerne des cédantes implantées dans le monde entier, avec 38 pays concernés, sur quatre continents (Afrique, Asie, Amérique et Europe).

Voici la répartition géographique des entités d'AXA impliquées dans le portefeuille étudié :

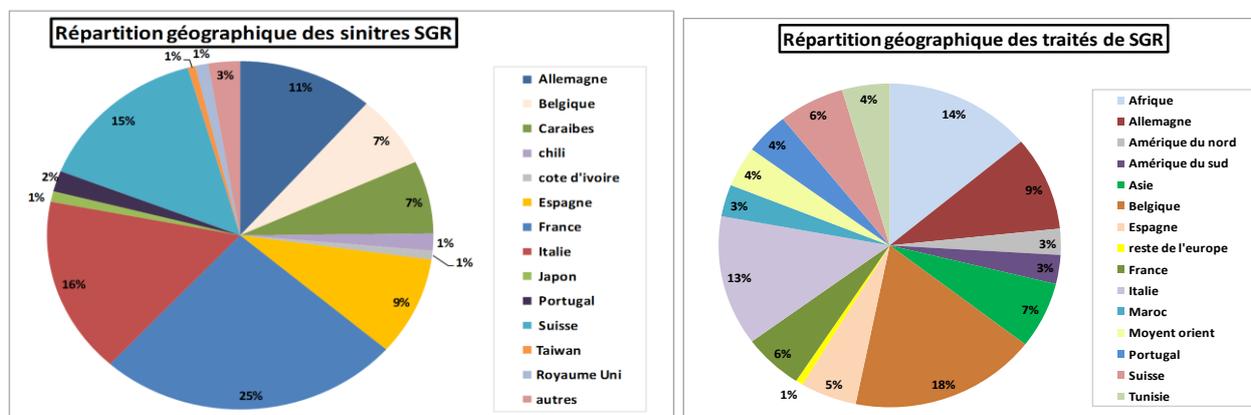


Figure 19/20: Répartition géographique du portefeuille en termes de sinistralité/nombre de traités

IV.1.2.1. Cartographie des risques

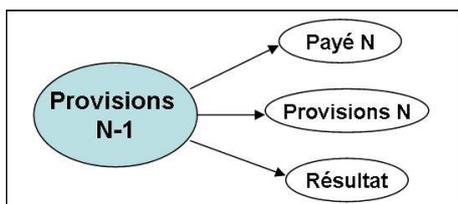
Au-delà des montants de sinistralité observés, informations reçues par les cédantes, il serait aussi intéressant de pouvoir observer les différents sinistres et/ou évènements qui en sont responsables, pour une meilleure anticipation et une meilleure compréhension de la sinistralité. Cependant, cette information n'est pas disponible au sein de l'entreprise.

La cartographie des risques ne peut donc s'effectuer qu'à partir des montants des sinistres connus. On peut analyser les différentes branches, les différentes cédantes ainsi que les zones géographiques concernées, pour identifier les différents niveaux de risque. Les informations qui nous seront utiles sont d'une part les PSAP dossier/dossier estimés par les cédantes, ainsi que certaines informations complémentaires fournies par les cédantes, comme par exemple la présence d'amiante découverte sur tel ou tel traité, permettant de pouvoir anticiper le risque.

Un des indicateurs souvent utilisés pour analyser l'évolution des sinistres et donner une indication significative sur leurs risques est le bonus de liquidation, correspondant à la différence de l'estimation de la charge ultime des sinistres d'une année sur l'autre :

Bonus de liquidation (N) = PSAP (N-1) – Payés (N) – PSAP (N).

Cet indicateur donne une information sur la dégradation des branches. En effet, la provision mise de côté à l'année N-1, pour payer les sinistres restants, servira d'une part à payer les sinistres de l'année N, et d'autre part à former la provision restante de l'année N. Si le montant ultime des sinistres évolue à la baisse l'année N, un surplus sera dégagé, et formera un bénéfice. Au contraire, si le montant ultime évolue à la hausse, le montant mis de côté l'année N-1 ne suffira pas à établir les provisions à l'année N, et de l'argent extérieur sera nécessaire pour compléter les provisions N ; cela générera alors une perte.



Lorsque le bonus de liquidation est positif, on parle de « boni », résultat positif (bénéfice) généré par l'estimation des sinistres ultimes d'une année sur l'autre.

Lorsque le bonus de liquidation est négatif, on parle de « mali », résultat négatif (perte) généré par l'estimation des sinistres ultimes d'une année sur l'autre.

Cependant, il faut être vigilant, car cette information donne une idée de dégradation uniquement sur une année, ce qui n'est pas forcément significatif. Il faudrait pousser l'étude sur plusieurs années, l'idéal étant d'effectuer ce type d'analyse chaque année, pour observer les branches qui se dégradent ou s'améliorent, et de l'expliquer soit par l'évolution/apparition de certains sinistres, ou par des changements de méthodes dans l'estimation des IBNR.

Dans notre cas, le portefeuille changeant d'unité de gestion, le bonus de liquidation ne sera pas représentatif de l'évolution des sinistres, mais plutôt représentatif de l'évolution des méthodes de provisionnement. L'analyse n'aura donc pas de sens entre 2009 et 2010. En revanche, cette analyse sera intéressante par la suite, à partir de l'année 2011.

Pour que cette analyse ait un sens, nous nous sommes donc basé sur le montant ultime estimé hors IBNR, en considérant uniquement les PSAP dossier/dossier, information fournie par les cédantes et qui n'a pas changé en termes de méthodologies suite au changement de l'unité de gestion du portefeuille.

		PSAP d/d 2009	payés 2010	PSAP d/d 2010	Boni/mali 2010	Boni/mali 2009	Boni/mali 2008
Agences internationales	Risques financiers	3 871 743,06 €	- 461 649	3 554 365	779 027	2 474 467	2 152 079
Anglo French	RC générale	823 857	226 039	740 965	- 143 147	- 169 329	- 246 593
Filiales & Autres	RC générale	8 291 460	2 322 862	7 791 386	- 1 822 787	322 110	- 742 670
	RC automobile	20 718 110	3 400 508	17 466 979	- 149 378	- 1 069 337	258 233
	Ass. de personne	3 852 475	164 381	3 979 940	- 291 846	151 455	- 294 983
	Dommages aux biens	3 201 735	306 948	2 529 929	364 858	- 281 180	6 085 383
	Risques financiers	2 232 935	155 113	1 975 529	102 293	- 221 334	- 50 123
	autres	660 532	74 325	719 257	- 133 050	15 369	156 685

Figure 21: Bonus de liquidation des 3 dernières années

Globalement, on peut observer une dégradation durable dans la catégorie « Anglo-French », ainsi que sur les branches RC générale, RC auto et risques financiers de la catégorie « filiales et autres ». La dégradation la plus forte apparaît dans la catégorie « filiales et autres », pour la branche RC générale, pour laquelle on observe une dégradation de plus de 2 M€ sur les 3 dernières années, suivie par la branche RC automobile, pour laquelle on observe une dégradation de près de 1 M€.

D'autre part, une grande quantité de risque amiante a été observée récemment sur la catégorie « Anglo-french », pour laquelle il faudra ajouter des IBNR pour anticiper l'amiante non encore connue, qui pourra être révélé que très tardivement, et dont on a aucune idée du volume.

Ainsi, au final, on peut classer les différents types de risques du portefeuille selon trois niveaux de risques, présentés dans les trois points suivants.

- La première classe de risque (*high risk class*) contient les affaires ayant subi les plus fortes dégradations au cours des dernières années et demandant le plus de surveillance dans leur évolution. Dans le cadre du portefeuille étudié, il s'agit de la catégorie « Anglo-French », ainsi que de la branche RC générale des filiales.
- La deuxième classe (*medium risk class*) regroupe les branches à volatilité moyenne. Nous avons choisi d'y inclure les branches « RC auto », « assurance de personnes » et « risques financiers » de la catégorie « filiales et autres ».
- La troisième classe (*low risk class*) regroupe toutes les autres branches, celles à volatilité faible. Cela correspond à la catégorie des « agences internationales », ainsi qu'aux branches « dommages aux biens » et « autres » de la catégorie « filiales et autres ».

Le schéma suivant récapitule la répartition des risques en rappelant la classification utilisée :

	Anglo-French	Filiales & autres	Agences Internationales
RC générale			
RC Auto			
Ass. de personne			
Dommages aux biens			
Risques financiers			
Autres branches			

High Risk class

Medium Risk class

Low Risk class

Figure 22: Cartographie des risques

La branche la plus risquée est la branche RC générale, quelque soit la catégorie étudiée. Il faudra donc être très vigilant quant à l'estimation des IBNR sur cette branche, et adopter un état d'esprit relativement prudent. Cela est dû à la longueur de la branche en termes de développement de la sinistralité, d'autant plus que les montants engendrés par les sinistres de nature responsabilité civile générale sont généralement lourds, et que la situation des sinistres peu évoluer significativement d'une année à une autre (c'est le cas par exemple d'un sinistre impliquant l'état de santé d'un tiers, pouvant aboutir à la mort d'un tiers après plusieurs années durant lesquelles l'état semblait stable).

IV.1.3. Segmentation du portefeuille

La cartographie précédemment établie présente globalement la répartition des risques du portefeuille. Cependant, une étude plus approfondie doit être menée pour aboutir à une segmentation plus précise, de manière à pouvoir gérer des risques homogènes par segments. En effet, cela est indispensable pour pouvoir mener des études de provisionnement adéquates, via des méthodes telles que présentées dans le chapitre précédent, qui reposent sur l'hypothèse fondamentale de régularité des triangles. Ainsi, mieux le portefeuille sera segmenté, plus les provisions seront justes et proches de la réalité future. En pratique, il est d'ailleurs nécessaire, dans l'étude des provisions, d'adapter les méthodes aux spécificités des branches étudiées.

Cependant, il faut être vigilant car les traitements statistiques sur lesquels reposent les méthodes d'estimation des IBNR impliquent un volume de données suffisamment important, sans quoi les résultats n'auraient aucun sens. Certains risques, ayant trop peu de volume, ne peuvent donc être traités à part.

C'est là où repose toute la difficulté de la segmentation : il faut trouver le juste milieu, conciliant à la fois une segmentation la plus précise possible, permettant d'avoir des entités homogènes, et un volume suffisamment important par segment pour permettre une estimation fiable. D'autant plus que, rappelons-le, de manière générale, la provision obtenue sans segmentation n'est pas nécessairement égale à la somme des provisions des segments retenus (plus on segmente, plus la variabilité augmente). Il est donc nécessaire, mais particulièrement difficile, de trouver un juste milieu.

Les catégories « Anglo-French » et « agences internationales » sont typiquement différentes du reste du portefeuille, elles sont donc étudiées à part, les méthodes classiques ne pouvant être appliquées. De plus, au vu de leur faible volume, aucune segmentation n'est envisageable. Ainsi, l'étude de segmentation effectuée concerne la catégorie « Filiales et autres ».

Afin de déduire les différents segments existants dans ce portefeuille, une étude a tout d'abord été menée par branches, puis par régions géographiques, afin d'observer les similitudes et les distinctions existantes. Les régions géographiques des différents traités, informations non disponibles dans la base de données, ont été établies selon les situations géographiques des cédantes associées aux traités.

L'étude consiste à observer la sinistralité de chaque sous-segment. D'une part, un indicateur de risque est le rapport des PSAP dossier/dossier sur la charge connue (payés + PSAP d/d ; aussi appelée *incurred* en anglais). Cela nous donne une indication sur la proportion qu'il reste encore à payer, et donc sur la durée de la branche.

D'autre part, un autre indicateur significatif est le développement de la sinistralité (PSAP d/d + payés) dans le temps. Cet indicateur nous montre, au-delà de la durée du segment considéré, son évolution dans le temps.

Etant donné que le portefeuille est en arrêt de souscription depuis 1998, le développement qui nous intéresse est le développement au-delà de la période 12. En effet, si deux sous-segments ont un développement similaire à partir de la période 12, mais que leur développement est différent sur les périodes antérieures, ils pourront être regroupés, car les périodes antérieures à 12 n'impacteront plus le portefeuille dans l'avenir.

IV.1.3.1. Segmentation des branches

Une première étude a été menée concernant les branches du portefeuille.

branche	sous-branche	type de risque	sinistres payés historiques	sinistres payés 2010	PSAP dossier/dossier	charge
Property	Property	GRELE	272 215 146	306 948	2 529 929	275 052 023
Motor	Motor	AUTOMOBILE	134 189 434	3 400 508	17 466 979	155 056 921
Third Party Liability	Third Party Liability	RC.GENER.	57 197 038	2 322 862	7 791 386	67 311 285
Accident & Health	Accident and Health	ASS. PERS.	10 781 136	164 381	3 979 940	14 925 457
Financial risks	Financial risks	DIVERS	4 980 358	155 113	1 975 529	7 111 001
Other	Marine Liability	TRANSPORT	2 445 179		100 108	2 545 288
	Construction	B.MACHINE	9 727 739		0	9 727 739
		C.FAIBLES	4 050 562		0	4 050 562
		CONSTRUCT	573 792	1 291	194 116	769 199
		RISQ TECH	2 814 919	40 535	169 462	3 024 917
		TR CHANT	9 404 898	13 287	231 832	9 650 017
	TR MONT	12 493	19 212	0	31 705	
Miscellaneous	DOMMAGES	8 706 866	0	23 738	8 730 603	
charge ultime			517 099 559	6 424 137	34 463 020	557 986 716

Figure 23: branches de la catégorie "filiales et autres"

Il existe divers types de risques portés par le portefeuille, mais certaines branches ne présentent pas suffisamment de volume pour pouvoir être étudiées à part, c'est le cas par exemple de la branche RC marine, avec seulement 2 M€ de charge totale. D'autre part, les PSAP dossier/dossier représentent l'estimation des sinistres connus restants à payer ; ainsi, les branches qui ne présentent pas ou très peu de PSAP d/d sont supposées intégralement payées, et présentent peu de risque, elles ne nécessitent donc pas une étude approfondie concernant l'estimation de leurs provisions, même si le volume total de la charge est important : c'est le cas par exemple de certains types de risques apparaissant dans la branche construction.

Au final, cinq branches sont jugées suffisamment significatives pour être traitées à part. Les autres branches (RC marine, construction et autres dommages) sont regroupées, car elles présentent soit un volume trop faible de charge totale, ou soit un montant trop peu significatif de PSAP d/d. Une étude approfondie a donc été menée sur ces six branches constituant le portefeuille, pour observer si certaines peuvent être regroupées. Il faut cependant être vigilant et faire preuve de logique : on ne pas regrouper des risques totalement différents même si leur développement est similaire.

branches	payés historiques	PSAP d/d	charge totale	dd/charge
Property	272 522 094	2 529 929	275 052 023	0,92%
Motor	137 589 941	17 466 979	155 056 921	11,26%
Third Party Liability	59 519 900	7 791 386	67 311 285	11,58%
Accident and Health	10 945 517	3 979 940	14 925 457	26,67%
Financial risks	5 135 471	1 975 529	7 111 001	27,78%
other	37 810 773	719 257	38 530 029	1,87%
charge ultime	523 523 696	34 463 020	557 986 716	6,18%

Figure 24: branches significatives de la catégorie "filiales et autres"

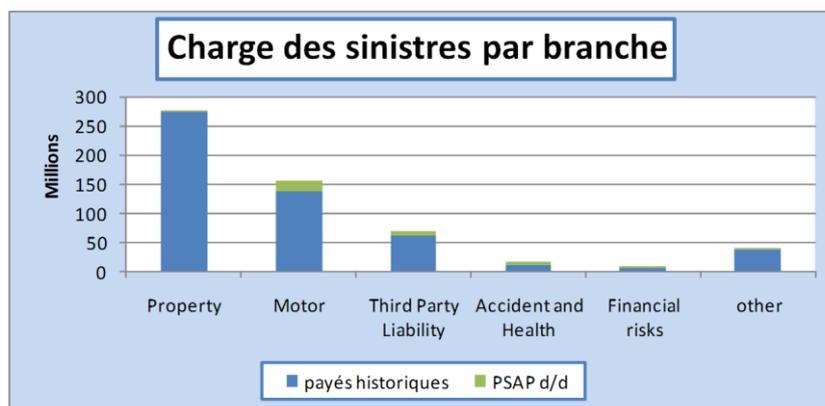


Figure 25 : Représentation graphique de la sinistralité par branche

Le rapport des PSAP dossier/dossier sur les charges totales (hors IBNR) nous donne une indication sur la proportion des sinistres de la branche restants à payer, et donc une idée de la durée de la branche. Il permet de distinguer les branches courtes des branches longues par exemple, car si une branche est longue, cela signifie que la durée entre la survenance du sinistre et son paiement ultime est longue, donc qu'il y a beaucoup d'évolution et d'incertitude concernant le montant du sinistre à régler, c'est là qu'apparaissent les IBNR. Au contraire, si une branche est courte, cela signifie que les sinistres ont été réglés rapidement, autrement dit, qu'il n'y a pas eu beaucoup de PSAP, ou bien uniquement sur les premières années. Le portefeuille étant en *run-off* depuis 1998, tous les traités datent de plus de 12 ans, une branche courte ne devrait alors plus présenter de PSAP, alors qu'une branche longue devrait en contenir encore une quantité importante par rapport à la charge totale.

D'après les données du tableau, les branches « risques financiers » et « assurance de personnes » semblent être les branches les plus longues du portefeuille, avec encore environ 27 % de la charge totale restant à régler. En revanche, les branches dommages aux biens et autres ne présentent que très peu de PSAP en proportion de la charge totale (1 % à 2 %). Ces branches relativement courtes sont donc en fin de développement à fin 2010. Il ne reste que très peu de sinistres à régler.

Nous nous sommes donc intéressés de plus près aux branches dommages aux biens et autres. En effet, ces deux branches ne peuvent en théorie être regroupées car représentent des risques complètement différents. Cependant, le portefeuille étudié étant en *run-off* depuis 12 ans, et ces branches étant relativement courtes, elles sont actuellement en fin de développement, et ne présenteront donc quasiment plus de PSAP ni d'IBNR. Leur regroupement n'aura donc aucun impact, étant donné qu'il n'y aura quasiment aucune provision au titre de ces traités.

Une étude plus approfondie a été menée pour confirmer l'idée établie selon laquelle ces branches sont en fin de développement. Pour ce faire, nous avons analysé le développement moyen des sinistres sur ces deux branches. Nous nous sommes basés sur les triangles de charges, et non de paiements, car ils sont plus réguliers et détiennent plus d'informations. Chaque année d'origine présente en réalité un développement différent pour une même branche, car les sinistres survenus ne sont pas exactement les mêmes ; or nous cherchons à déterminer un unique développement représentatif pour chaque branche. Ainsi, nous avons calculé pour chaque branche le développement de la sinistralité, basé sur un critère de moyenne pondérée des différentes années d'origine du portefeuille. Ce développement nous donne une idée significative du développement réelle de la sinistralité de chaque branche en moyenne, et est d'autant plus fiable selon la régularité du triangle.

Prenons l'exemple de la branche dommages aux biens (DAB) pour illustrer la méthode utilisée pour aboutir au développement de la sinistralité.

- **Etude de développement de la sinistralité**

Voici le triangle de charges de la branche dommages aux biens (en K€) :

	triangle de charges (en K€)																																				
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31					
1979																																					
1980															0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
1981														13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13		
1982													40	43	42	42	23	20	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17		
1983												3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
1984											99	99	89	106	106	107	125	124	125	125	105	105	105	105	105	105	105	105	105	105	105	105	105	105	105	105	
1985										77	75	79	356	363	363	123	80	80	98	98	98	98	98	98	98	98	98	98	98	98	98	98	98	98	98		
1986									8	8	6	6	6	6	65	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7		
1987									1256	1032	974	973	705	706	704	704	704	704	704	704	704	704	704	706	706	706	706	706	706	706	706	706	706	706	706		
1988							365	165	84	84	84	86	57	60	59	59	59	59	59	59	59	59	59	59	59	59	59	59	59	59	59	59	59	59	59		
1989						683	657	625	888	868	851	636	792	716	721	721	721	721	721	721	721	721	721	721	721	721	721	721	721	721	721	721	721	721	721		
1990					3912	6746	8835	10698	12979	14767	17637	19414	19098	26547	26980	26217	27198	26936	22779	22789	22791	22791	22791	22791	22791	22791	22791	22791	22791	22791	22791	22791	22791	22791	22791		
1991				14065	13019	10858	13264	11865	11807	12092	10977	10861	10895	11717	10910	10995	10130	10100	10096	10094	10094	10094	10094	10094	10094	10094	10094	10094	10094	10094	10094	10094	10094	10094	10094	10094	
1992			21708	21731	19141	22053	20630	19633	20182	20182	20151	20066	20150	20090	20086	20187	20187	20187	20185	20185	20185	20185	20185	20185	20185	20185	20185	20185	20185	20185	20185	20185	20185	20185	20185	20185	
1993		56322	55912	52761	55058	54465	58556	56734	59283	54359	54183	56684	57698	57677	57676	57676	57676	57676	57676	57676	57676	57676	57676	57676	57676	57676	57676	57676	57676	57676	57676	57676	57676	57676	57676	57676	
1994	41721	73481	72558	68085	66988	67007	66857	66620	66436	66648	66671	66656	66656	66596	66503	66506	66443	66443	66443	66443	66443	66443	66443	66443	66443	66443	66443	66443	66443	66443	66443	66443	66443	66443	66443	66443	
1995	69393	112358	127705	127813	127607	129209	130327	132225	132274	132265	130936	130864	130874	130854	130861	130806	130806	130806	130806	130806	130806	130806	130806	130806	130806	130806	130806	130806	130806	130806	130806	130806	130806	130806	130806	130806	130806
1996	31867	40377	51490	54299	52119	39626	44797	44940	44785	42961	46600	46506	44662	44662	44665	44665	44665	44665	44665	44665	44665	44665	44665	44665	44665	44665	44665	44665	44665	44665	44665	44665	44665	44665	44665	44665	44665
1997	33882	54894	56991	55262	54911	53060	52962	53636	53493	53491	52933	52994	53258	53025	53025	53025	53025	53025	53025	53025	53025	53025	53025	53025	53025	53025	53025	53025	53025	53025	53025	53025	53025	53025	53025	53025	53025

Figure 26 : triangle des charges original de la branche dommages aux biens

Etant donné que les historiques des montants de sinistralité ne sont enregistrés que depuis la date comptable 1994, le triangle supérieur gauche est inconnu. La première diagonale correspond à l'année de date comptable 1994, et la dernière diagonale à droite représente les montants connus à fin 2010.

Les années d'origine allant de 1979 à 1983 représentent des montants négligeables (environ 70 K€) et sont des années très anciennes. Pour des soucis de clarté, elles seront exclues de l'étude car leur exclusion n'a aucun impact sur le développement de la sinistralité estimé en moyenne pour cette branche. Voici donc le triangle étudié, ainsi que les développements associés à chaque année d'origine :

triangle de charges (en K€)																												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
1984											98,814	98,915	89,054	106,35	106,35	107,44	125,22	124,31	125,02	125,02	104,78	104,78	104,78	104,78	104,78	104,78	104,78	
1985											77,412	74,522	78,983	355,78	362,61	362,6	123,5	80,445	80,445	98,319	98,319	98,319	98,319	98,319	98,319	98,319	98,319	98,319
1986											7,937	7,586	6,153	6,177	6,257	6,257	64,871	6,667	6,667	6,667	6,667	6,667	6,667	6,667	6,667	6,667	6,667	6,667
1987													1255,9	1031,9	974,42	973	704,6	705,91	704,42	704,42	704,42	704,42	704,42	706,17	706,17	706,17	706,17	706,17
1988																	364,88	165,28	84,25	84,068	84,056	85,958	57,387	59,503	59,477	59,477	59,477	59,477
1989																												
1990																												
1991																												
1992																												
1993																												
1994																												
1995																												
1996																												
1997																												

Figure 27 : triangle des charges simplifié de la branche DAB

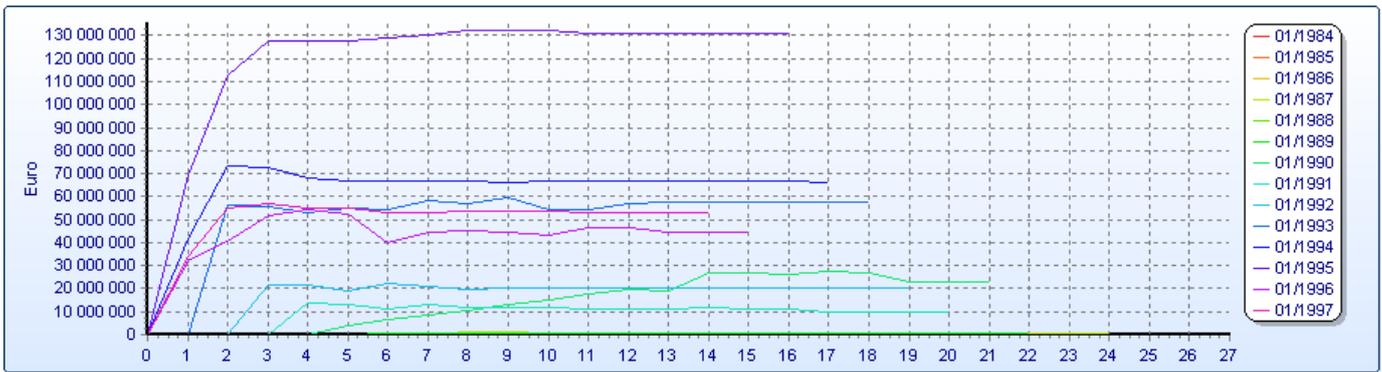


Figure 28 : développement de la sinistralité par année d'origine

Les montants étant significativement différents selon les années d'origine, on observe beaucoup d'écarts en termes de montants, et il est donc difficile de comparer les années, et de confirmer ou non la régularité du triangle. Cependant, on observe globalement que la branche est plutôt courte, et que, mis à part l'année 1990, les sinistres sont globalement déterminés dès la 4^{ème} période.

Pour approfondir notre étude de développement de sinistralité, nous avons calculé, pour chaque année d'origine, le facteur de développement d'une année sur l'autre, c'est-à-dire le rapport :

$$F_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$$

Nous obtenons ainsi le triangle des ratios de développement ($F_{i,j}$), ainsi que l'allure du développement de la sinistralité de chaque année d'origine :

triangle des ratios de développement de la charge de sinistres																											
	1/0	2/1	3/2	4/3	5/4	6/5	7/6	8/7	9/8	10/9	11/10	12/11	13/12	14/13	15/14	16/15	17/16	18/17	19/18	20/19	21/20	22/21	23/22	24/23	25/24	26/25	
1984											1,00	0,90	1,19	1,00	1,01	1,17	0,99	1,01	1,00	0,84	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1985										0,96	1,06	4,50	1,02	1,00	0,34	0,65	1,00	1,22	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1986										0,96	0,81	1,00	1,01	1,00	10,37	0,10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1987											0,82	0,94	1,00	0,72	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1988											0,45	0,51	1,00	1,00	1,02	0,67	1,04	1,00	1,00	1,06	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1989											0,96	0,95	1,42	0,98	0,98	0,75	1,25	0,90	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1990																											
1991																											
1992																											
1993																											
1994																											
1995																											
1996																											
1997																											

Figure 29 : triangle des ratios de développement de la sinistralité de la branche Dommages aux biens

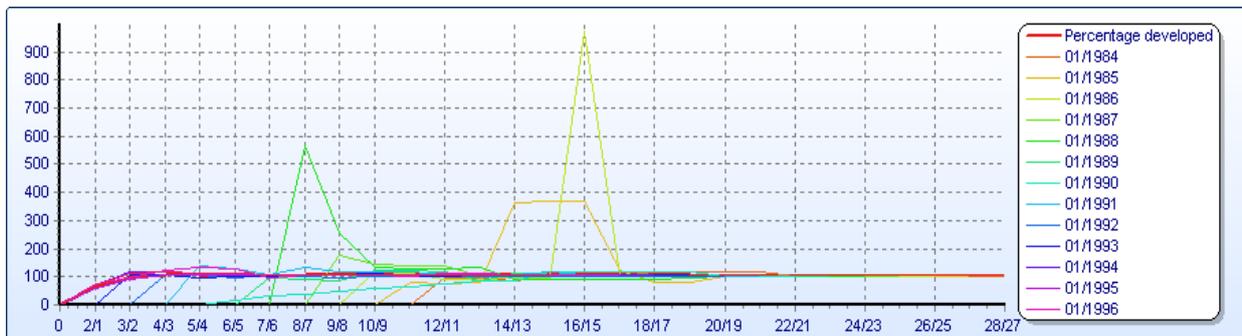


Figure 30 : développement de la sinistralité (en % de l'ultime) par année d'origine

D'après ces informations, on remarque clairement que certaines années ont des comportements atypiques, comme l'année 1986 par exemple. Les montants de ces années irrégulières sont faibles il est donc possible de supprimer ces années. Une autre solution consiste à supprimer les ratios de développement extrêmes (tels que le ratio 15/14 de l'année 1986, clairement extrême d'après les données). Ensuite, une fois les données suffisamment régulières, l'idée consiste à calculer, pour chaque période de développement, le ratio moyen pondéré par la proportion des charges des années d'origines impliquées.

Nous avons estimé le développement moyen avant et après exclusions des valeurs extrêmes pour contrôler l'impact.

▪ **Avant Exclusions :**

	1/0	2/1	3/2	4/3	5/4	6/5	7/6	8/7	9/8	10/9	11/10	12/11	13/12	14/13	15/14	16/15	17/16	18/17	19/18	20/19	21/20	22/21	23/22	24/23	25/24	26/25	27/26	
moyenne pondérée	1,59	1,08	0,98	0,99	0,98	1,03	1,00	1,01	0,99	1,01	1,01	1,00	1,02	1,00	1,00	1,00	1,00	0,93	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
ratios cumulés	1,61	1,01	0,94	0,95	0,97	0,99	0,96	0,96	0,95	0,96	0,95	0,94	0,94	0,92	0,92	0,93	0,93	0,93	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
pourcentage développé	0,62	0,99	1,07	1,05	1,04	1,01	1,05	1,04	1,06	1,05	1,05	1,06	1,06	1,08	1,08	1,08	1,08	1,08	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Figure 31 : ratios de développement (moyenne pondérée) par période avant exclusion

Pour une période j donnée, la moyenne pondérée est calculée en ajoutant un poids à chaque année d'origine, égal au pourcentage de la charge de l'année d'origine sur la charge totale de la période :

$$f_j = \text{moyenne pondérée}(j) = \frac{\sum_{i=0}^{n-j} C_{i, j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j} C_{i, j}}$$

Le ratio cumulé de la période j est obtenu en multipliant les ratios choisis (i.e. les moyennes pondérées des ratios) des périodes j jusqu'à l'ultime: $\text{ratiocumulé}(j) = \sum_{k=j}^n f_k$.

On obtient ainsi le pourcentage développé à chaque période en inversant les ratios cumulés :

$$\text{pourcentage développé}(j) = \frac{1}{\text{ratiocumulé}(j)} = \frac{1}{\sum_{k=j}^n f_k}$$

Finalement, l'allure de développement de la charge est présentée dans le graphe suivant.

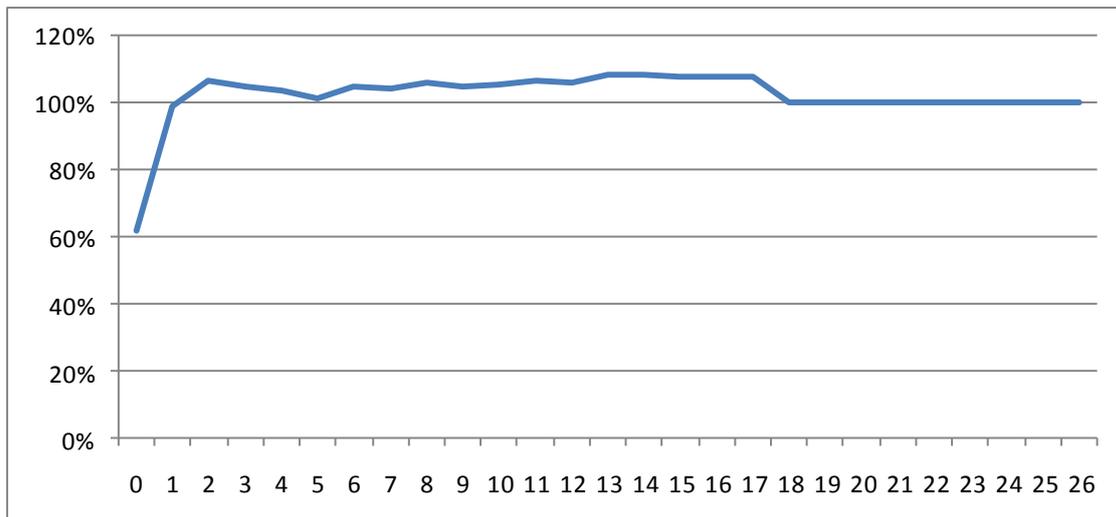


Figure 32 : développement moyen de la sinistralité de la branche DAB (avant exclusion)

On observe que la charge ultime est obtenue dès la période 6, et que par la suite, l'estimation de la charge ultime oscille autour de l'ultime. Globalement, la charge ultime décroît à partir de la période 19, et elle est constante de la période 20 à la période 27. On en déduit que l'ultime est atteint à la période 20. Nous nous intéressons particulièrement aux périodes postérieures à 12. Au vue du développement moyen de la sinistralité, on peut en déduire qu'en moyenne, il n'y a pas lieu de provisionner des IBNR sur cette branche étant donné que de la période 12 à la période ultime, le montant estimé décroît significativement.

▪ **Après Exclusions :**

Il est important de mener l'étude en excluant les ratios extrêmes car, étant donné que le critère de développement choisi correspond à la moyenne pondérée des années d'origine, l'allure peut être associée à une année de volume plus important que les autres, sans pour autant représenter l'allure en moyenne de la branche. C'est le cas par exemple de la baisse observée à la période 19/18, qui influe énormément sur l'allure moyenne, mais qui ne correspond qu'à l'année d'origine 1990. Cette baisse ne représente donc pas l'allure de la branche en moyenne.

Une pratique courante concernant le choix d'exclusions est de se fixer un critère (+/- 10 % par exemple) de seuil limite. Tous écart de plus ou moins x % autour de la moyenne est alors exclut. Une autre approche, dite « selon avis d'expert », consiste à exclure certains coefficients, et d'en garder d'autres au vue de la sinistralité observée et selon un jugement d'expert, basé sur l'expérience. Cette approche est souvent plus réaliste et plus fiable que les critères objectifs. Cependant, il faut être vigilant, car toute exclusion peut avoir un impact significatif sur l'allure finale. Dans notre exemple, la seule valeur extrême ayant un impact significatif est la baisse observée à la période 19/18. Elle sera donc exclue. Voici la nouvelle allure :

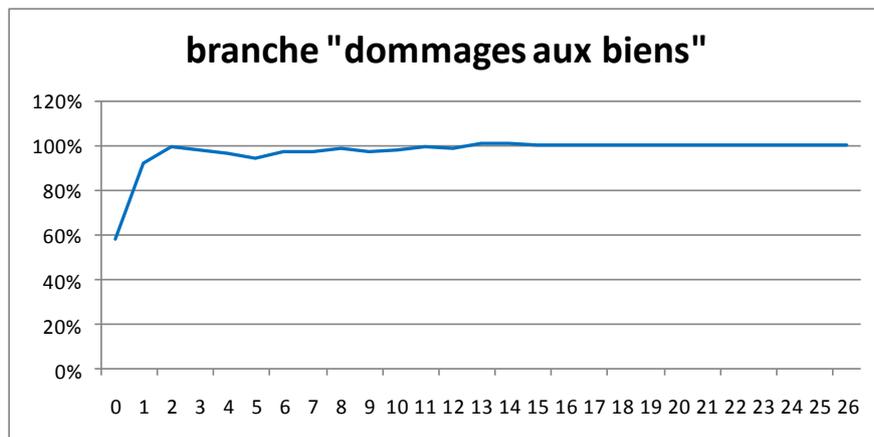


Figure 33 : développement moyen de la sinistralité de la branche DAB

On observe clairement qu'au-delà de la période 12, le montant des charges oscille autour de la valeur ultime atteinte dès la période 17. Ainsi, en moyenne, on peut considérer qu'il n'y aura pas d'IBNR à provisionner sur cette branche, étant donné qu'on ne provisionne pas d'IBNR négatifs en pratique. Il faudra cependant étudier la volatilité de la charge ultime estimée, pour se prémunir contre d'éventuels sinistres extrêmes qui peuvent survenir, avec une faible probabilité certes, mais qui peuvent tout de même survenir.

Le même travail a été effectué sur la branche autres du portefeuille. L'allure obtenue est la suivante :

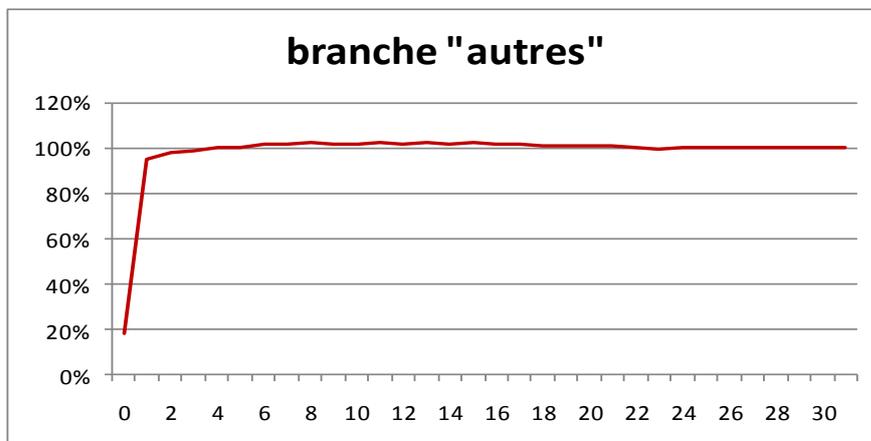


Figure 34 : représentation graphique du développement moyen de la sinistralité de la branche « autres »

En moyenne sur cette branche, on observe qu'au-delà de la période 12, le montant de la charge des sinistres oscille autour de la moyenne de +/- 1 %, et à même plutôt tendance à décroître globalement. On peut donc en déduire que le montant ultime des sinistres est atteint en moyenne à partir de la période 12, et qu'il n'y a pas d'IBNR à provisionner. Il faudra cependant estimer la volatilité de la charge ultime afin de se prémunir contre des scénarios extrêmes qui peuvent survenir.

Une étude a donc été menée sur la branche regroupant ces deux branches, afin de vérifier la cohérence des résultats obtenus en les regroupant. Pour illustration, voici la représentation graphique de ces deux branches.

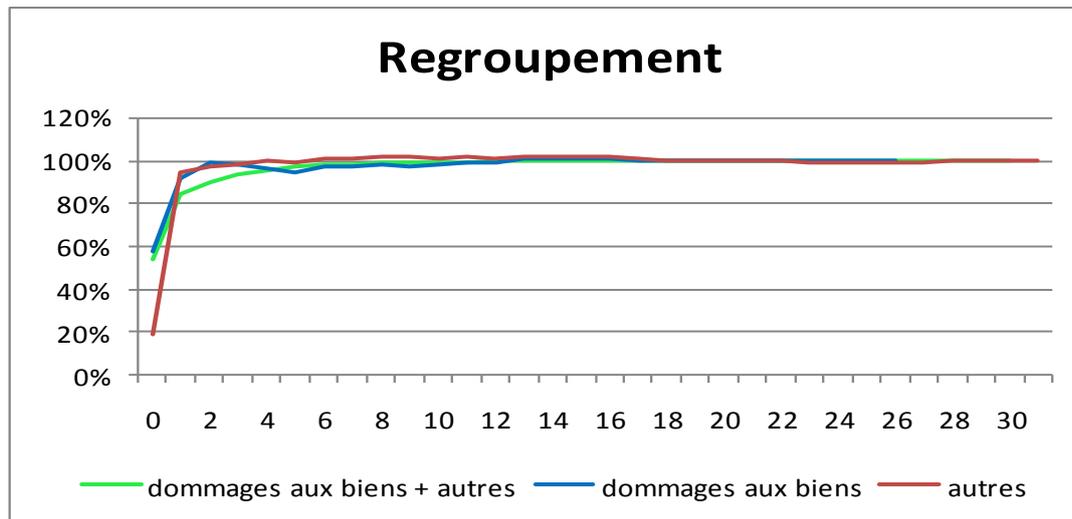


Figure 35 : Comparaison du développement des branches « DAB » et « autres »

Cette étude confirme l'idée selon laquelle ces deux branches sont en fin de développement et ne nécessitent en moyenne plus d'IBNR. Elles peuvent donc être regroupées. Elles ne nécessiteront pas d'IBNR en moyenne (*best estimate*) mais une étude sera tout de même menée concernant leur volatilité.

Les autres branches du portefeuille ont été étudiées de la même manière, mais elles sont significativement différentes en termes de risques, et aucune n'est en fin de développement dès la période 12. Aucune branche ne pourra donc être agrégée à la branche autres comprenant désormais la branche DAB.

IV.1.3.1. Segmentation intra-branches

Certaines branches présentent un volume important (en termes de charge totale mais aussi en termes de PSAP dossier/dossier), et justifient une étude de segmentation plus poussée. C'est le cas des branches RC générale (RCG) et RC Auto (RCA). Les autres branches (assurance de personnes et risques financiers) ne présentent pas suffisamment de risques et de volume pour pouvoir être davantage segmentées.

Il est alors intéressant d'étudier, au sein même des branches RCG et RCA les différents critères de risques qui existent. En pratique, dans toute activité d'assurance, il s'avère judicieux de distinguer les différentes régions géographiques des risques portés, car les réglementations juridiques et prudentielles varient sensiblement d'un pays à un autre, et peuvent avoir de lourdes conséquences en ce qui concerne les montants des sinistres et les prestations à verser. Les pays peuvent de plus impacter la durée du sinistre, car certains pays sont plus ou moins rapide à estimer la valeur ultime d'un sinistre, en fonction de la durée des procédures pénales ou de la qualité des experts par exemple. Les données disponibles nous permettent de pouvoir déduire les pays associés à chaque traité, en utilisant les cédantes. En effet, chaque cédante impliquée par traité est connue, et nous faisons l'hypothèse que le risque sous-jacent du traité est lié au même pays que celui où est implantée la cédante. Il n'est pas évident de mener une étude sur tous les pays du monde, étant

donné que le portefeuille s'étend à l'international sur 38 pays différents. Nous avons donc dans un premier temps étudié le portefeuille en s'inspirant de la segmentation géographique utilisée au sein d'AXA GLOBAL P&C, pour voir si une éventuelle harmonisation est possible entre les deux portefeuilles.

Régions du portefeuille SGR						
AFRIQUE	ASIE	MEDLA	NORCEE	US	France	UK
Afrique centrale	Japon	Caraïbes	Allemagne	Canada	France	UK
Burkina faso	Jordanie	chili	Belgique	US		
Burundi	Malaisie	chypre	Luxembourg			
Cameroun	Taiwan	Espagne	Pays-bas			
cote d'ivoire	Thaïlande	uruguay	Suède			
Gabon		Italie	Suisse			
Guinée		Liban				
Kenya		Maroc				
Niger		Portugal				
Rwanda		Rep. Dom.				
Senegal		Tunisie				
Togo		Turquie				

Figure 36 : Référence des régions selon AXA GLOBAL P&C

Notations :

MEDLA = Méditerranée + Amérique Latine.

NORCEE = Europe du Nord et de l'Est.

L'Afrique regroupe l'Afrique centrale et l'Afrique du Sud. Les pays méditerranéens y sont exclus car ils se comportent souvent différemment.

TOTAL (hors DAI et hors Anglo french)				
region	PSAP acceptation	sinistre acceptation	Total général	Suspens / charge
Afrique	590 721	10 870 822	11 461 543	5%
Asie	63 018	8 186 708	8 249 726	1%
Medla	9 059 855	222 963 832	232 023 687	4%
NORCEE	23 773 882	185 276 550	209 050 432	11%
France	948 712	94 036 073	94 984 786	1%
UK	-	1 330 231	1 330 231	0%
US	26 832	859 479	886 312	3%
Total général	34 463 020	523 523 696	557 986 716	6%

Figure 37 : Répartition de la sinistralité du portefeuille par régions

Globalement, on observe encore beaucoup de PSAP sur les régions NORCEE et MEDLA. La France comporte un volume important de sinistres payés mais très peu de PSAP en proportion de la charge totale (1 %). Tous les sinistres sont donc quasiment payés.

Les autres régions (Afrique, Asie, UK et US) représentent peu de volume. Elles devront donc être regroupées avec d'autres régions, significativement proches en termes de risque.

La sinistralité des deux branches RCA et RCG a été étudiée selon cette segmentation géographique.

- **Segmentation RC Automobile**

MOTOR				
region	PSAP	payés	Total général	PSAP / charge
Afrique	590 069	4 170 854	4 760 923	12%
Asie	0	12 131 889	12 131 889	0%
Medla	3 310 314	91 884 750	95 195 064	3%
NORCEE	13 290 793	46 130 641	59 421 434	22%
France	264 802	16 934 881	17 199 684	2%
UK	-	126 819	126 819	0%
US	11 001	619 657	630 658	2%
Total général	17 466 979	171 999 491	189 466 471	9%

Figure 38 : Répartition de la sinistralité de la branche RC Auto par région

Sur cette branche, on distingue clairement les zones NORCEE et MEDLA des autres (en termes de volume et de développement de la sinistralité).

Les zones Afrique, Asie, UK et US ont été regroupées par manque de données nécessaires à l'étude. La France contient un volume relativement important, cependant, elle ne présente quasiment plus d'IBNR. Cette région est donc regroupée avec les autres régions peu significatives, car elle ne permet pas d'être étudiée à part.

Le volume de charge étant significatif au sein même de Medla et Norcee, il peut être intéressant de sous-segmenter ces zones, pour confirmer ou bien réfuter la qualité de cette segmentation géographique sur ce portefeuille.

branche MOTOR / région NORCEE				
pays	PSAP	payés	charge totale	PSAP/charge
Allemagne	2 067 975	14 558 379	16 626 354	12%
Belgique	6 442 635	6 170 232	12 612 867	51%
Suisse	4 780 183	25 402 030	30 182 212	16%
Total général	13 290 793	46 130 641	59 421 434	22%

Figure 39 : zoom sur la région NORCEE

branche MOTOR / région MEDLA				
pays	PSAP	payés	charge totale	PSAP/charge
Italie (non impregima)	2 707 415	47 528 382	50 235 797	5%
Autres	602 899	44 356 367	44 959 266	1%
Total général	3 310 314	91 884 750	95 195 064	3%

Figure 40 : zoom sur la région MEDLA

L'étude de cette sous-segmentation montre qu'au sein même de NORCEE et MEDLA, les pays ne présentent pas du tout le même comportement. En effet, cela peut déjà se voir grâce au ratio PSAP/charge, qui représente la proportion de sinistres connus restants à payer. Cette segmentation ne pourra donc pas être retenue. Une étude plus approfondie (du même type que l'étude menée pour la segmentation entre les branches DAB et autres) a été menée, afin d'avoir une idée relativement fiable de l'allure du développement de la sinistralité pour les différents pays composant la branche.

Après étude du développement de la sinistralité sur chacun de ces pays, les pays Allemagne et Belgique ont été regroupés car similaires en termes de sinistralité, par contre, la Suisse présente un développement bien distinct, et apparaît comme une zone plus courte que les autres.

De même au sein de la zone MEDLA, l'Italie paraît beaucoup plus longue en terme de développement de sinistralité que le reste des régions de MEDLA, qui ne présentent plus d'IBNR du tout, l'ultime étant quasiment atteint dès la période 12. Il est donc plus judicieux de traiter ces zones séparément, pour ne pas fausser le *best estimate* des IBNR.

Voici finalement les cinq régions qui peuvent justifier d'une segmentation :

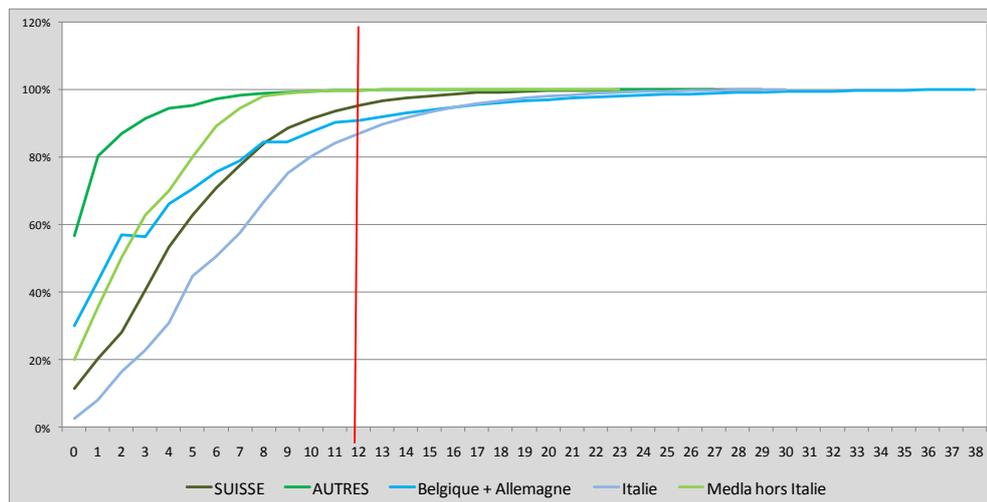


Figure 41 : comparaison des différentes régions de la branche Rc Auto

Deux zones paraissent plus courtes que les autres : Medla hors Italie et Autres.

Deux zones paraissent beaucoup plus longues : Italie, Allemagne et Belgique.

La Suisse est entre les deux. En l'étudiant plus attentivement, on observe, d'après les triangles de sinistralités, que la Suisse ne présente plus de provisions dossier/dossier ni variation de la charge de sinistres au-delà de 20 ans :

	triangle des montants cumulés de la charge de sinistres (en K€)																																	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	
1978																	5	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	
1979																	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1980															6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
1981														2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
1982														20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	
1983													2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
1984												12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	
1985												29	29	41	31	31	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29	
1986											17	19	19	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	
1987										0	0	9	21	20	20	20	20	38	34	34	34	34	34	34	34	34	34	34	34	34	34	34	34	
1988										21	24	33	35	35	35	35	35	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	
1989										87	87	87	87	87	87	87	87	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	
1990										333	279	279	341	343	343	569	630	764	614	691	688	688	688	688	688	688	688	688	688	688	688	688		
1991										791	2341	2889	3699	4088	5721	5750	5724	5724	5949	6266	6266	6489	6487	6487	6465									
1992										358	1247	2014	2199	3744	3609	3851	3864	3899	4197	4213	4543	4375	4375	4214	4214									
1993										811	791	1719	1873	1907	2599	3522	3274	2951	2921	2897	2910	3179	3226	3217	3708	3708								
1994	657	795	2526	2411	4345	4728	5075	4813	5242	5240	5239	5431	5155	5001	5001	5001	5009																	
1995	425	528	884	1676	1584	1491	1413	1852	1843	2092	2122	2220	2449	2439	2497	2817																		
1996	423	423	-269	-269	1401	1100	1728	1574	1847	1604	1604	1645	1610	1645	1645																			
1997	577	1967	1442	2196	2363	3856	4038	4595	4487	5834	5767	5676	5718	5401																				

Figure 42 : triangle des charges de la zone Suisse (branche RC Auto)

Il paraît donc judicieux de regrouper la Suisse avec les branches courtes. En effet, si on regroupe cette zone avec les branches longues, cela aurait pour conséquence d'atténuer les IBNR estimés au total sur la branche longue. Il vaut mieux dans ce cas adopter un état d'esprit prudent, et regrouper la Suisse avec les branches courtes.

Remarque : La branche que nous considérons comme courte ne l'est que relativement aux autres. En réalité, on ne peut considérer que cette branche est courte, étant donné qu'elle a une durée d'environ 15 à 20 ans. Les branches appelées branches courtes en assurance sont les branches de durée d'un an ou deux. Ce n'est clairement pas le cas. Pour éviter toute confusion, cette branche sera appelée RCA MT (moyen terme).

La branche longue regroupant l'Allemagne, l'Italie et la Belgique sera appelée par la suite RCA LT (long terme).

• Segmentation RC Générale

THIRD PART LIABILITY				
region	PSAP acceptation	sinistre acceptation	Total général	Suspens / charge
Afrique	0	104 383	104 383	0%
Asie	5 796	14 259	20 055	29%
Medla	1 478 656	13 124 116	14 602 772	10%
NORCEE	6 263 848	26 841 065	33 104 913	19%
France	43 085	21 742 043	21 785 128	0%
UK	-	64 541	64 541	0%
US	-	38 259	38 259	0%
Total général	7 791 385	61 928 667	69 720 052	11%

Figure 43 : régions de la branche RC Générale

Sur cette branche, on distingue clairement les zones NORCEE et MEDLA des autres (en termes de volume et de développement de la sinistralité).

En ce qui concerne la France, 20 M€ de la charge totale correspondent à un traité unique et à des montants payés depuis plus de 10 ans ne présentant plus aucun suspens depuis plus de 10 ans. Ce traité (correspondant à l'année 1998) sera exclu de l'étude des provisions car il ne justifie pas d'IBNR. Hors mis ce traité, il ne reste donc plus de volume de sinistralité pour le France.

Les zones Afrique, Asie, France, UK et US sont donc regroupées par manque de données nécessaires à l'étude.

Après étude du développement de la sinistralité sur les zones MEDLA et NORCEE, on distingue un développement similaires, surtout après la période 12, période qui nous concerne puisque le portefeuille est en *run-off* depuis 12 ans.

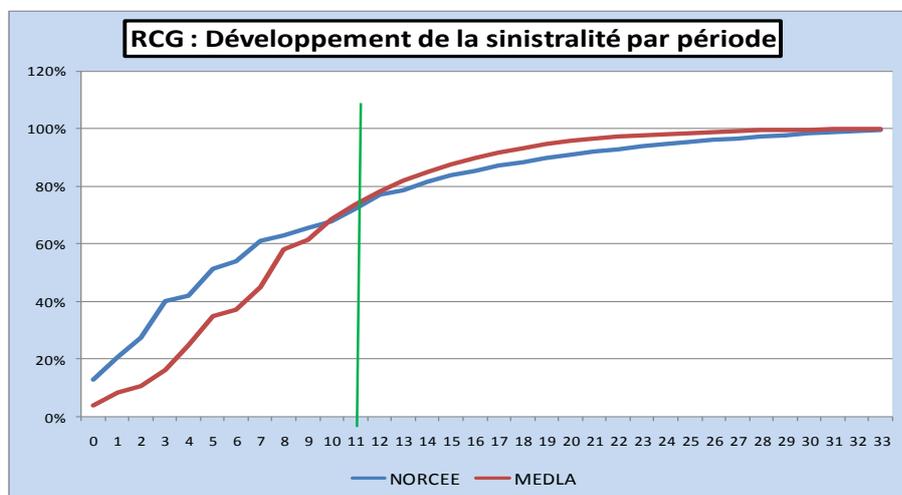


Figure 44 : comparaison des zones MEDLA et NORCEE (branche RCG)

Ces résultats ne justifient pas une étude de provisionnement séparée. Les différentes zones de cette branche sont donc regroupées.

• Conclusion

Finalement, au sein de la branche RC Auto, deux zones sont étudiées séparément :

- les régions de branche longue (Belgique, Allemagne et Italie) ;
- les régions de branche moyennement courte (toutes les autres, dont la Suisse et Medla hors Italie).

La branche RCG n'est pas segmentée.

Voici après segmentation les 8 segments du portefeuille à étudier séparément :

branche	sinistralité payée	PSAP d/d	charge totale	PSAP/charge
Anglo-French	4 924 523	740 965	5 665 488	13%
Agences Internationales	127 112 068	3 554 365	130 666 433	3%
Filiales:				
RC Auto CT	68 256 995	11 218 022	79 475 017	14%
RC Auto MT	103 742 498	6 248 955	109 991 453	6%
RC Générale	61 928 668	7 791 385	69 720 053	11%
Assurance de personnes	13 330 729	3 979 939	17 310 668	23%
Risques financiers	5 457 815	1 975 531	7 433 346	27%
autres branches dommages	458 440 093	3 248 588	461 688 681	1%
Total	843 193 389	38 757 750	881 951 139	4%

Figure 45: segmentation finale du portefeuille global

Les branches qui ont un ratio « PSAP dd / charge » plus élevé présente encore beaucoup de PSAP relativement à leurs charges totales. Elles risquent donc de s'étendre encore sur plusieurs années avant d'être intégralement réglées, étant donné qu'elles comportent encore beaucoup d'incertitude. A l'inverse, les branches qui ont un ratio faible correspondent à des branches en fin de développement, qui présente peu d'incertitude et qui comporteront moins d'IBNR. Toutefois, il faut bien entendu considérer l'effet du volume dans toute interprétation.

IV.2. Méthodes de provisionnement déterministes des IBNR (estimation du *Best Estimate*)

Les différentes méthodes déterministes classiques exposées précédemment dans la partie théorique ont été appliquées en pratique à notre portefeuille. L'étude est menée par segment. En effet, chaque segment nécessite d'être étudié à part, car les méthodes nécessitent des triangles homogènes en termes de risque pour vérifier l'hypothèse de régularité du triangle, nécessaire à l'application des méthodes présentées.

Une étude approfondie a été menée pour les six segments du portefeuille. Cependant, par soucis de clarté et de pertinence, l'étude présentée dans ce mémoire ne détaille qu'un seul segment. En annexe (Annexe C) sont présentés les résultats finaux obtenus pour chaque segment du portefeuille. Le segment dont l'étude est présentée en détail est le segment assurance de personne (*accident &*

triangle des paiements de la branche Assurance de personnes (en €)																																		
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	
1978	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	738	738	738	738	738	738	738	738	738	738	738	738	738	738	738	738	738	738
1979	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	691	691	691	691	691	691	691	691	691	691	691	691	691	691	691	691	691	691
1980	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1981	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	298899	302459	302459	302459	302567	302567	302567	302567	302567	304959	304959	304959	304959	304959	304959	304959	304959	
1982	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13936	13936	13936	13936	13936	13936	13936	13936	13936	13936	13936	13936	13936	13936	13936	13936	13936	13936	13936	13936	
1983	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1036	1036	1036	1036	1036	1036	1036	1036	1036	1036	1036	1036	1036	1036	1036	1036	1036	1036	1036	1036	1036	
1984	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	434291	605076	886393	582353	590254	606712	620113	634192	740589	917599	591670	707280	707280	709803	709803	709803	709803	709803	709803	709803	709803	709803	
1985	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	157403	166298	174174	176200	182359	183262	191260	194683	195736	196070	203997	204467	205318	206297	210807	211632	212125	212125	212125	212125	212125	212125	212125	
1986	0	0	0	0	0	0	0	0	0	98013	116397	150200	154241	154377	154377	154377	154377	154377	154377	154377	154377	154377	154377	154377	154377	154377	154377	154377	154377	154377	154377	154377	154377	154377
1987	0	0	0	0	0	0	0	0	0	70192	116550	133973	171294	190522	190522	190522	190522	190522	190522	190522	190522	190522	190522	190522	190522	190522	190522	190522	190522	190522	190522	190522	190522	190522
1988	0	0	0	0	0	0	15263	18071	19592	82796	419044	413803	420440	420440	388830	378208	378208	378208	343835	343835	343835	343835	343835	343835	343835	343835	343835	343835	343835	343835	343835	343835	343835	
1989	0	0	0	0	0	173068	336500	487161	522786	508960	476200	477937	705570	767448	769214	769932	763586	763850	763850	763850	763850	763850	763850	763850	763850	763850	763850	763850	763850	763850	763850	763850	763850	
1990	0	0	0	0	0	75482	142489	153858	169350	418161	445408	601689	554493	846525	1351071	1341190	1494536	1354900	1375994	1436530	1438384	1438384	1438384	1438384	1438384	1438384	1438384	1438384	1438384	1438384	1438384	1438384	1438384	
1991	0	0	0	0	46917	170738	1028873	1431508	1630803	1657284	1657484	1657614	1657614	1657524	1657524	1654589	1656476	1656476	1656476	1656476	1656476	1656476	1656476	1656476	1656476	1656476	1656476	1656476	1656476	1656476	1656476	1656476	1656476	
1992	0	0	86063	128469	447220	560291	931001	1428005	1484025	1488359	1487956	1578582	1579113	1714429	1725358	1820950	1924380	1926479	1931805	1931805	1931805	1931805	1931805	1931805	1931805	1931805	1931805	1931805	1931805	1931805	1931805	1931805	1931805	
1993	0	314763	364678	424568	445770	474261	719377	861612	833914	975648	1177983	1179516	1247527	1291638	1341662	1401340	1457376	1519584	1519584	1519584	1519584	1519584	1519584	1519584	1519584	1519584	1519584	1519584	1519584	1519584	1519584	1519584	1519584	
1994	60495	169502	171000	213057	286657	294209	306805	322996	331415	412038	413309	415960	478890	478890	478890	478890	478890	478890	478890	478890	478890	478890	478890	478890	478890	478890	478890	478890	478890	478890	478890	478890	478890	
1995	38091	230417	399659	441473	501327	551793	679181	692400	710872	664514	675198	676750	676750	676750	676750	676750	676750	676750	676750	676750	676750	676750	676750	676750	676750	676750	676750	676750	676750	676750	676750	676750	676750	
1996	288231	419897	575502	602316	642859	683674	683674	978135	979492	988105	1010661	1010908	1011280	1054141	1064806	1064806	1064806	1064806	1064806	1064806	1064806	1064806	1064806	1064806	1064806	1064806	1064806	1064806	1064806	1064806	1064806	1064806	1064806	
1997	292954	864828	1272545	1272582	1274524	1274524	1661718	1673091	1684464	1698347	1712231	1726419	1739425	1754095	1754095	1754095	1754095	1754095	1754095	1754095	1754095	1754095	1754095	1754095	1754095	1754095	1754095	1754095	1754095	1754095	1754095	1754095	1754095	

Figure 46 : triangles de charges et de paiements de la branche « Assurances de personnes »

D'après l'observation de ces triangles de charges, nous remarquons que pour les 3 premières années (1978 à 1980), la charge ultime estimée n'a pas bougé depuis 16 ans. De plus, il s'agit uniquement de paiements, étant donné que les montants de paiements et de charges sont les mêmes depuis la période 16. Il n'y a donc plus de PSAP, et les sinistres sont intégralement payés depuis 16 ans. On considère donc qu'il n'y a pas lieu d'estimer des IBNR sur ces années. Il est donc préférable d'exclure ces données de l'étude, pour des raisons de clarté d'une part, mais aussi et surtout parce que les méthodes appliquées calculent des IBNR *best estimate* sur toutes les années intégrées dans l'étude, en se basant sur une cadence moyenne des différentes années. Or il ne serait pas réaliste de provisionner des IBNR sur ces années. De plus, les montants de ces années sont négligeables comparés à ceux des autres années du triangle, leur exclusion n'aura donc pas d'impact significatif sur la cadence moyenne estimée.

Les triangles de charges et de paiements entrés dans l'outil IBNRS pour l'étude sont les triangles ci-dessus exclusion faite des 3 première années. La période ultime devient alors la période N+29 pour chaque année d'origine.

IV.2.2. Méthode Chain Ladder

✚ Etude basée sur le triangle des charges

Le triangle des charges est entré dans l'outil IBNRS sans exclusion de mouvements extrêmes/atypiques. Puis, l'outil permet, dans l'étude de provisionnement du type Chain Ladder, d'exclure certains ratios de développement pour permettre un triangle régulier.

La première étape de la méthode Chain Ladder consiste à calculer le triangle de développement, constitué des ratios de développement pour chaque année d'origine et pour chaque période de développement $F_{i,j}$.

Triangle des ratios de développement de la charge de sinistres de la branche Assurance de personnes (en €)																														
	1/0	2/1	3/2	4/3	5/4	6/5	7/6	8/7	9/8	10/9	11/10	12/11	13/12	14/13	15/14	16/15	17/16	18/17	19/18	20/19	21/20	22/21	23/22	24/23	25/24	26/25	27/26	28/27	29/28	
1981														1,403	0,976	1,034	1,012	1,016	1,016	1,016	1,015	1,023	1,012	1,014	1,014	1,014	1,014	1,014	1,014	1,014
1982												0,846	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1983											1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1984										1,434	1,075	0,796	1,024	0,988	0,981	1,001	1,020	1,007	0,608	1,006	0,997	1,001	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1985									1,029	0,979	1,025	1,021	1,024	1,014	0,997	1,017	1,000	1,045	1,000	1,000	1,002	1,000	1,003	1,002	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1986								1,151	0,978	1,020	0,997	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1987							1,115	1,130	1,200	1,110	1,000	1,000	1,000	1,002	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1988						1,109	0,755	0,747	1,201	0,887	0,988	1,140	1,038	1,051	1,080	0,779	0,964	1,007	1,243	1,000	1,133	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1989					1,112	0,992	1,237	0,951	0,969	0,228	4,639	1,113	1,075	1,054	1,016	0,817	1,032	1,003	1,010	1,003	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1990				1,025	0,888	1,128	0,726	0,943	1,687	0,990	1,122	0,906	0,991	1,156	0,946	1,015	1,024	1,010	0,979	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1991			1,263	1,205	1,003	1,013	1,009	1,000	1,038	0,980	0,967	0,999	0,998	0,996	1,000	1,000	1,004	1,001	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1992		1,491	1,469	0,853	1,231	1,035	1,031	1,030	0,893	0,970	0,922	1,050	0,976	1,017	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001
1993		1,237	0,847	1,741	1,347	0,962	1,182	1,001	0,843	1,011	0,828	1,306	1,017	1,040	1,013	1,005	1,017	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1994	1,316	0,516	1,143	1,243	1,057	0,862	1,032	0,973	0,985	0,923	1,002	1,058	0,998	1,000	1,000	1,010	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1995	1,323	1,190	0,904	0,932	0,962	0,945	0,838	1,046	0,942	0,972	1,002	1,000	1,000	1,001	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1996	1,473	0,974	1,238	1,015	0,743	1,005	1,022	0,994	1,086	1,332	0,918	1,023	0,898	1,087	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1997	3,104	1,099	0,970	1,039	1,000	0,840	1,009	1,029	1,126	1,012	1,020	0,989	1,020	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Figure 47 : triangle des ratios de développement des charges de la branche « Assurance de personnes »

Etant donné que l'on a l'historique des charges qu'à partir de 1994, le triangle supérieur gauche est inconnu. La première diagonale disponible correspond à l'année comptable 1994. La dernière diagonale correspond à l'année comptable 2010.

On peut observer le développement de la sinistralité de chaque année d'origine pour avoir une idée de la régularité, ou non, du triangle. Pour une année d'origine i , le développement de la sinistralité s'obtient à partir des ratios de développement $F_{i,j}$ selon la formule :

$$\text{pourcentage de développement}(j) = \frac{1}{\sum_{k=j}^n F_{i,k}}$$

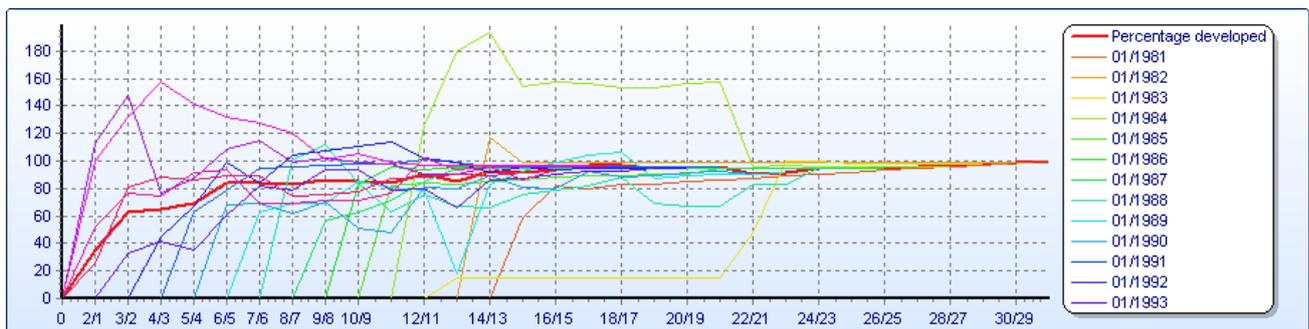


Figure 48 : allure des courbes de développement par années d'origine

On observe quelques années irrégulières, telles que 1983, 1984 ou encore 1988. Mis à part ces années, les allures semblent converger vers l'ultime à partir de la période 17, et gardent une allure relativement stable au-delà. L'ultime est atteint à la période 24 pour la totalité des années d'origine allant jusque là. On suppose donc que l'ultime est atteint à la période 30 et qu'il n'est pas nécessaire d'ajouter des années de développement supplémentaires (option qui peut parfois s'avérer nécessaire en pratique pour les branches longues, sur des années récentes, sur lesquelles nous ne disposons pas de suffisamment d'historique pour connaître la période de développement ultime).

L'objectif est ensuite d'estimer au vu de ces informations une cadence unique de développement pour la branche, représentative de toutes les années d'origine.

Dans l'outil IBNRS utilisé, il existe différents critères pour choisir la cadence la plus représentative des 17 années :

- moyenne de toutes les années ;

- moyenne de certaines années seulement (les plus significative ou les plus récentes par exemple) ;
- moyenne pondérée de toutes les années ;
- moyenne pondérée de certaines années seulement ;
- minimum / maximum ;
- moyenne pondérée de toutes les années, exclusion faite de la dernière diagonale.

Nous avons choisi la moyenne pondérée de toutes les années, critère qui paraît le plus réaliste. La pondération se fait selon le montant de la charge. Ce critère est celui de la méthode Chain Ladder standard, méthode la plus utilisée en pratique. Voici la formule permettant de calculer les ratios de développement moyens pondérés des différentes années d'origine :

$$f_j = \sum_{i=0}^{n-j} F_{i,j} \times \frac{C_{i,j}}{\sum_{i=0}^{n-j} C_{i,j}} = \frac{\sum_{i=0}^{n-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j} C_{i,j}} .$$

La cadence de développement obtenue avec ce critère est celle observée en rouge dans le graphe ci-dessus.

La deuxième étape de la méthode Chain Ladder est de vérifier les hypothèses sous-jacentes de régularité, en excluant les valeurs extrêmes ou atypiques.

En effet, au vu des observations ci-dessus, le triangle présente beaucoup d'irrégularités. Voici quelques éléments statistiques de base, relatifs aux ratios de développement par colonne, permettant de le confirmer :

	2/1	3/2	4/3	5/4	6/5	7/6	8/7	9/8	10/9	11/10	12/11	13/12	14/13	15/14	
moyenne	1,804	1,003	1,099	1,243	1,024	0,983	1,036	0,992	0,994	1,096	0,955	1,274	0,988	1,041	
écart-type	0,870	0,290	0,242	0,286	0,189	0,125	0,093	0,145	0,121	0,217	0,251	0,935	0,089	0,101	
coefficient de variance	0,482	0,289	0,220	0,230	0,185	0,127	0,090	0,146	0,122	0,198	0,263	0,734	0,090	0,097	
	16/15	17/16	18/17	19/18	20/19	21/20	22/21	23/22	24/23	25/24	26/25	27/26	28/27	29/28	30/29
moyenne	1,018	1,005	0,974	1,005	1,008	1,202	1,125	1,019	0,998	1,003	1,003	1,004	1,005	1,007	1,014
écart-type	0,043	0,029	0,079	0,017	0,013	0,707	0,367	0,047	0,013	0,006	0,006	0,007	0,008	0,010	
coefficient de variance	0,043	0,029	0,081	0,017	0,013	0,588	0,326	0,046	0,013	0,006	0,006	0,007	0,008	0,010	

Figure 49 : statistiques sur les ratios de développement avant exclusion de coefficients

Or, la méthode de Chain Ladder nécessite en théorie, pour pouvoir être appliquée, de vérifier l'hypothèse de régularité selon laquelle la cadence de développement d'une période à l'autre est indépendante de l'année d'origine (cf. partie III.2.1.1). C'est uniquement sous cette hypothèse que la charge ultime estimée est fiable. Il est donc nécessaire d'exclure certains ratios de développement dans le triangle, de manière à obtenir des valeurs relativement constantes pour toutes les années d'origine d'une même période.

Un critère d'exclusion pourrait être de se fixer un seuil (+/- 5 % autour de la moyenne) au-delà duquel les ratios sont exclus. Cependant, il est plus fiable de se baser sur une approche plus subjective, dite « selon avis d'expert », qui consiste à exclure les coefficients qui nous semblent inappropriés relativement aux informations connues sur la branche, sur l'année d'origine concernée ou sur les observations historiques. Les critères objectifs ne sont en effet pas toujours représentatifs de la réalité et un jugement d'expert paraît plus adéquat, et permet notamment de pouvoir appliquer une sélection plus prudente. De plus, le seuil du critère objectif à choisir n'est pas évident. Nous avons donc exclu les différents ratios jugés inappropriés en se basant sur l'observation de la cadence de développement des différentes années d'origine.

Coefficients de sensibilité importante exclus:

- 1981 : début et fin de périodes pas représentatifs de la moyenne, et année ancienne ;
- 1982 : chute en période 14/13 ;
- 1983 : saut de 7 fois sa valeur entre la période 20 à 22 (petit montant) ;
- 1984 : baisse de 40 % à la période 21/20 et chute de 20 % à la période 14/13 ;
- 1988 : exclusion de toutes les irrégularités de la cadence observée ;
- 1989 : creux à la période 13/11 et pic entre les périodes 13 et 18 ;
- 1990 : creux à la période 9/11 et 14/16 ;
- 1992 : 1993 : exclusion de toutes les irrégularités de la cadence observée ;
- 1994 : pic en début de période ;
- 1996 : baisse de 25 % à la période 6 et périodes 10 à 12 en dent de scie ;
- 1997 : chute importante à la période 7/6.

Les coefficients exclus apparaissent en rouge dans le graphe suivant :

	2/1	3/2	4/3	5/4	6/5	7/6	8/7	9/8	10/9	11/10	12/11	13/12	14/13	15/14	16/15	17/16	18/17	19/18	20/19	21/20	22/21	23/22	24/23	25/24	26/25	27/26	28/27	29/28	30/29		
01/1981	NAN	1,403	0,976	1,034	1,012	1,016	1,016	1,016	1,015	1,023	1,012	1,012	1,014	1,014	1,014	1,014	1,014	1,014													
01/1982	NAN	0,846	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000												
01/1983	NAN	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000												
01/1984	NAN	1,434	1,075	0,796	1,024	0,988	0,981	1,001	1,020	1,007	0,608	1,006	0,997	1,001	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000										
01/1985	NAN	1,029	0,979	1,025	1,021	1,024	1,014	0,997	1,017	1,000	1,045	1,000	1,000	1,002	1,000	1,003	1,002														
01/1986	NAN	1,151	0,978	1,020	0,997	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000								
01/1987	NAN	1,115	1,130	1,200	1,110	1,000	1,000	1,000	1,002	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000							
01/1988	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	1,109	0,755	0,747	1,201	0,887	0,988	1,140	1,038	1,051	1,080	0,779	0,964	1,007	1,243	1,000	1,133									
01/1989	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	1,112	0,992	1,237	0,951	0,969	0,228	4,639	1,113	1,075	1,054	1,016	0,817	1,032	1,003	1,010	1,003										
01/1990	NAN	NAN	NAN	NAN	1,025	0,888	1,128	0,726	0,943	1,687	0,990	1,122	0,906	0,991	1,156	0,946	1,015	1,024	1,010	0,979											
01/1991	NAN	NAN	NAN	1,263	1,205	1,003	1,013	1,009	1,000	1,038	0,980	0,967	0,999	0,998	0,996	1,000	1,000	1,004	1,001												
01/1992	NAN	NAN	1,491	1,469	0,853	1,231	1,035	1,031	1,030	0,893	0,970	0,922	1,050	0,976	1,017	1,001	1,001	1,001													
01/1993	NAN	1,237	0,847	1,741	1,347	0,962	1,182	1,001	0,843	1,011	0,828	1,306	1,017	1,040	1,013	1,005	1,017														
01/1994	1,316	0,516	1,143	1,243	1,057	0,862	1,032	0,973	0,985	0,923	1,002	1,058	0,998	1,000	1,010																
01/1995	1,323	1,190	0,904	0,932	0,962	0,945	0,838	1,046	0,942	0,972	1,002	1,000	1,000	1,001	1,000																
01/1996	1,473	0,974	1,238	1,015	0,743	1,005	1,022	0,994	1,086	1,332	0,918	1,023	0,898	1,087																	
01/1997	3,104	1,099	0,970	1,039	1,000	0,840	1,009	1,029	1,126	1,012	1,020	0,989	1,020																		

Figure 50 : illustration des exclusions des coefficients extrêmes

Lissages:

En complément de ces exclusions, il est parfois nécessaire de lisser les résultats obtenus, en appliquant certaines fonctions de lissage. C'est particulièrement utile lorsque l'on ne détient que très peu d'informations sur une période. Dans notre cas, les première et dernières périodes contiennent très peu d'années d'origine de référence, et il est donc peu fiable de se baser sur si peu d'années pour juger d'un développement moyen de la branche quelque soit l'année d'origine. Ainsi, nous avons décidé d'appliquer un lissage à partir de la période 25/24 (car trop peu d'années d'origine et années très anciennes) sur les 4 premières périodes (car peu d'années d'origine et les hypothèses de Chain Ladder ne sont pas vérifiées). Les lissages peuvent aussi être appliqués en pratique sur des périodes particulières qui ne vérifient pas les hypothèses de Chain Ladder, évitant ainsi d'exclure trop de données. Les 4 fonctions de lissage disponibles dans l'outil IBNRS sont les fonctions puissance, puissance inverse, exponentielle et Weibull (cf. partie III.2.1.5). Pour choisir laquelle appliquer, un premier indicateur est le coefficient de détermination R^2 , représentatif de la fiabilité du lissage compte tenu des données :

fonctions de lissage	R ²
Puissance inverse	0,801
Exponentielle	0,885
Puissance	0,886
Weibull	0,907

$$R^2 = \frac{\sum_{j=1}^n w_j (\hat{y}_j - \bar{y})^2}{\sum_{j=1}^n w_j (y_j - \bar{y})^2} \in [0; 1]$$

Plus le coefficient de détermination est proche de 1, meilleur est le lissage.

Cependant, cette information n'est donnée que pour l'allure générale, et non par période. Il est parfois possible que certaines fonctions soient meilleures que d'autres pour des périodes en particulier. Il est donc plus fiable, au-delà de l'observation du coefficient de détermination, de comparer les fonctions de lissage à notre allure de développement sur les périodes voulues.

En particulier, pour le lissage de « queue », c'est-à-dire le lissage des périodes postérieures à 25, voici l'allure de notre développement et les lissages disponibles :

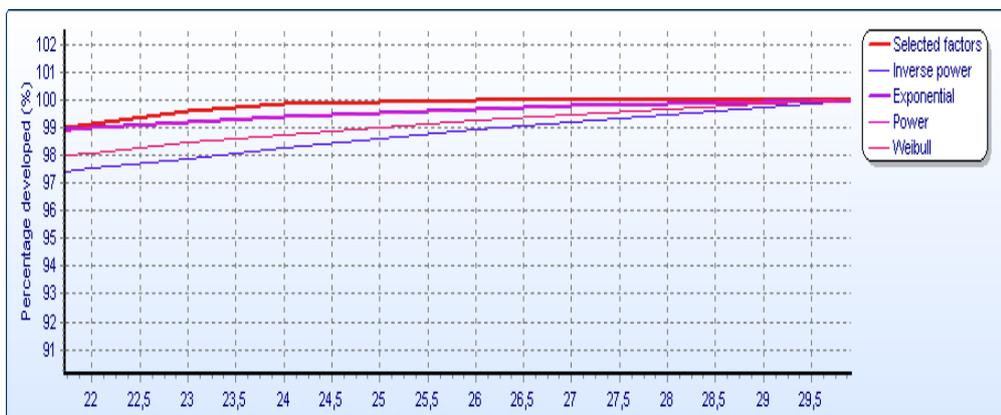


Figure 51 : choix du lissage de queue

Nous pouvons observer que, malgré un coefficient de détermination plus élevé pour la fonction Weibull, c'est en réalité la fonction exponentielle (ou puissance) qui est la plus proche de notre développement et donc la plus fiable à appliquer.

En revanche, sur les premières périodes, c'est la fonction Weibull qui est la plus appropriée :

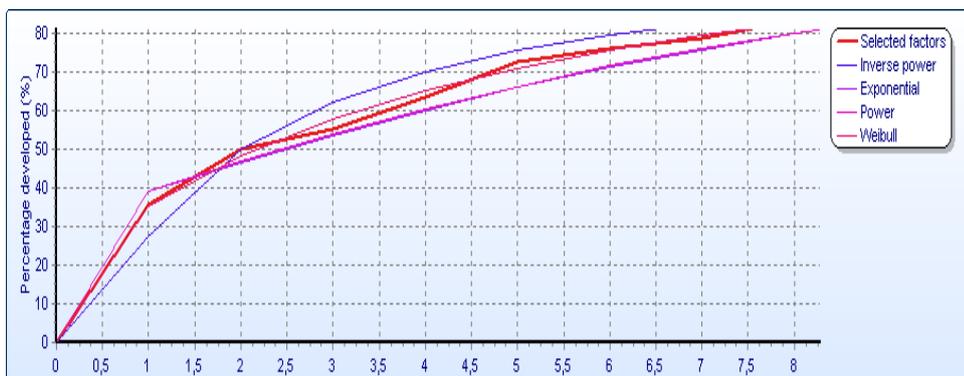


Figure 52 : choix du lissage sur les premières périodes de développement

Après exclusions et lissages, voici finalement les résultats obtenus, permettant de déterminer l'allure de développement estimée par la méthode Chain Ladder Standard sur la branche étudiée :

	2/1	3/2	4/3	5/4	6/5	7/6	8/7	9/8	10/9	11/10	12/11	13/12	14/13	15/14	16/15	17/16	18/17	19/18	20/19	21/20	22/21	23/22	24/23	25/24	26/25	27/26	28/27	29/28	30/29
ratios de développement	1,378	1,198	1,126	1,089	1,046	1,034	1,062	1,030	1,030	1,016	0,995	1,026	1,007	1,021	1,012	1,006	1,008	1,013	1,008	0,994	1,004	1,005	1,003	1,002	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001
ratios cumulés	2,788	2,024	1,690	1,500	1,378	1,317	1,274	1,200	1,165	1,131	1,113	1,119	1,091	1,083	1,060	1,048	1,041	1,033	1,020	1,012	1,018	1,014	1,009	1,006	1,004	1,003	1,002	1,001	1,001
% développé	36%	49%	59%	67%	73%	76%	78%	83%	86%	88%	90%	89%	92%	92%	94%	95%	96%	97%	98%	99%	98%	99%	99%	99%	100%	100%	100%	100%	100%

Figure 52 : ratios de développement choisis (moyenne pondérée)

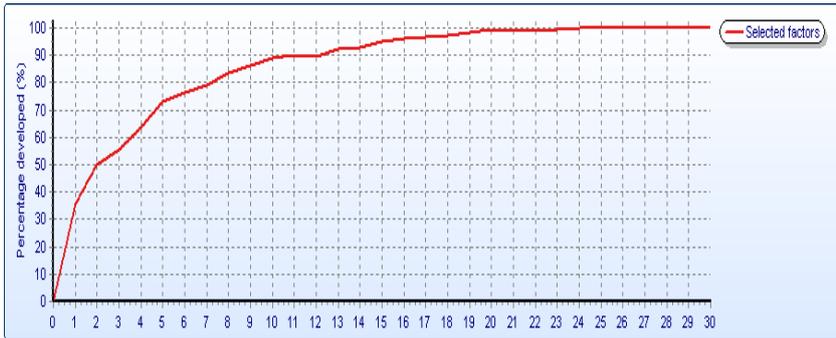


Figure 53 : allure du développement moyen estimé

89 % du développement est atteint à la période 12.

Une fois les ratios de développement calculés par période, l'ultime étape de la méthode Chain Ladder consiste à appliquer ces ratios aux dernières valeurs connues, c'est-à-dire aux valeurs comprises dans la dernière diagonale du triangle ($C_{i,j}$, tels que $i+j=n$), afin de projeter le triangle

jusqu'à l'ultime, en appliquant la formule :

$$\begin{cases} \hat{C}_{i,j+1} = C_{i,j} \times f_j, i + j = n \\ \hat{C}_{i,j+1} = \hat{C}_{i,j} \times f_j, i + j > n \end{cases}$$

On obtient ainsi d'une part le rectangle inférieur droit complété, ainsi que la charge ultime des traités par année d'origine (dernière colonne du rectangle) :

Triangle des charges complété par la méthode Chain Ladder (en €)																																	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29			
1981	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1982	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1983	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1984	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1985	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1986	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1987	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1988	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1989	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1990	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1991	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1992	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1993	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1994	571011	751465	888127	443713	551370	582709	502205	518400	504522	496803	458382	459904	485890	485011	485011	489995	499947	500395	504202	501246	503361	505918	507200	507994	508640	509165	509993	509941	510224	511469	512722	514024	515272
1995	702268	929293	1105622	998866	930674	895264	845778	708849	741547	698523	678731	680262	680249	680237	681164	681091	685425	690954	699974	705299	701164	704123	707699	709493	710603	711506	712242	712840	713326	713722	714122	714522	
1996	981684	1445671	1407661	1742303	1768176	1313530	1319805	1349477	1341198	1457015	1940990	1782005	1823013	1637085	1779071	1799854	1811309	1825919	1849754	1863827	1852899	1860718	1870169	1874910	1877843	1880230	1882173	1883754	1885040	1886086	1887122	1888158	
1997	717412	2227076	2448574	2375989	2467473	2467473	2072132	2091798	2152593	2424543	2454102	2502402	2475493	2525633	2579918	2610057	2626667	2647853	2682418	2702826	2686979	2698318	2712024	2718898	2723151	2726613	2729431	2731723	2733588	2735105	2736622	2738139	

Figure 54 : Triangle des charges complété par la méthode Chain Ladder

Par différence entre les montants ultimes (dernière colonne) et les montants de la dernière diagonale (connus à fin 2010), on obtient donc les provisions IBNR pour chaque année d'origine.

Voici les résultats obtenus (en €) :

Branche : Assurance de personnes	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	Total
charge connue (PSAP d/d + payés)	519784	13936	48357	709803	272949	154377	190904	678722	1082990	1914886	1665795	2091509	2489437	489995	681091	1779071	2525633	17309239
montants ultimes estimés	519784	13944	48417	711279	273799	155055	192042	684498	1097755	1949184	1685689	2132590	2571469	510224	713722	1886086	2735105	17880641
IBNR estimés	0	8	60	1476	850	678	1138	5776	14765	34298	19894	41081	82032	20229	32631	107015	209472	571402
PSAP dossier/dossier	214825	0	6445	0	60824	0	0	334887	317350	416588	9319	159704	969853	0	4341	714265	771538	3979939
PSAP totales	214825	8	6505	1476	61674	678	1138	340663	332115	450886	29213	200785	1051885	20229	36972	821280	981010	4551341

Figure 55 : résultats obtenus par la méthode Chain Ladder, par année d'origine

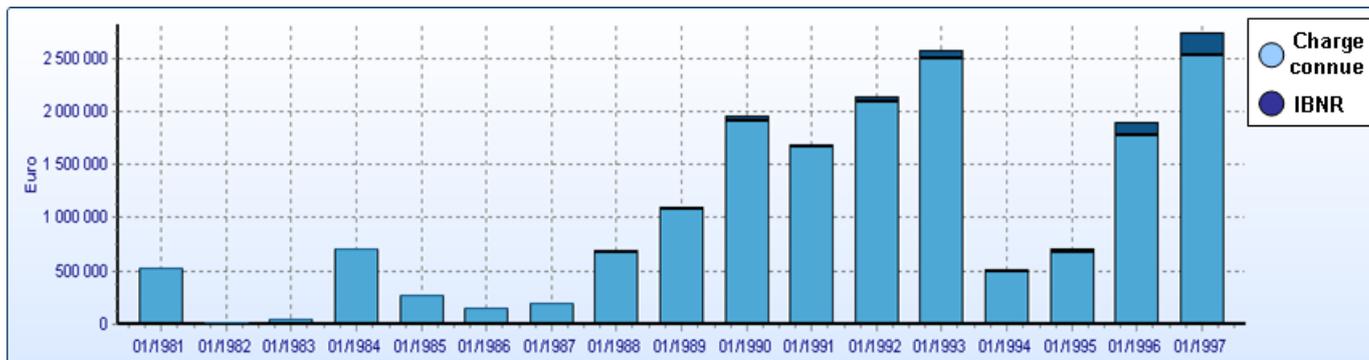


Figure 56 : représentation graphique de la sinistralité ultime estimée

✚ Etude basée sur le triangle des paiements

La même étude a été effectuée sur le triangle des paiements, avec exclusion de coefficients extrêmes qui ne sont à priori pas les mêmes que ceux du triangle de charges.

D'autre part, tous les coefficients de développement inférieur à 1 ont été exclus car on ne considère par cohérent le fait que la charge totale cumulée de sinistres payés baisse d'une période sur l'autre. De ce fait, 15 coefficients (7 %) ont été exclus. Voici le développement corrigé (après lissage et exclusions jugés nécessaires):



Figure 57 : allure du développement moyen estimé des paiements

Notons à titre informatif que, l'année 1981 n'étant pas intégralement payée à N+29 (il reste encore 200 k€ à payer sur 500 k€ de charge ultime estimée), nous ne pouvons pas considérer que l'ultime du développement des paiements est atteint à la période 30, contrairement au développement de la charge.

Il est donc plus judicieux d'étendre l'ultime à la 32^{ième} période.

Au final, nous observons que le triangle est plus long et beaucoup moins régulier que le triangle des charges. Il présente par ailleurs beaucoup d'incohérence quant à son développement. De plus, par expérience, il est souvent considéré que le triangle des paiements est moins fiable que le triangle des charges, car d'une part il prend moins d'informations en compte, et d'autre part les paiements ne sont en réalité pas très réguliers.

Le montant d'IBNR estimé à provisionner avec cette méthode s'élève à -3,4 M€.

Le triangle ainsi que les résultats étant incohérents, nous nous baserons par la suite sur le triangle des charges, et non le triangle des paiements, pour le reste de l'étude.

Remarque : En pratique, l'étude du triangle des paiements est indispensable. Même si cette étude ne servira pas pour l'estimation des provisions techniques, il est impératif de connaître le

Calcul des coefficients de développement inverses du triangle des charges de la branche "Assurance de personnes"

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1981	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	308 420	303 122
1982	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	23 421	20 883
1983	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7 482	7 482	7 482
1984	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	927 307	1 329 808	1 429 039	1 137 890
1985	-	-	-	-	-	-	-	-	-	233 612	240 458	235 441	241 392	246 560
1986	-	-	-	-	-	-	-	-	134 504	155 615	152 120	155 107	154 611	154 556
1987	-	-	-	-	-	-	-	113 638	126 670	143 153	171 716	190 522	190 522	190 522
1988	-	-	-	-	-	-	722 055	800 634	604 112	451 046	541 557	480 291	474 491	540 955
1989	-	-	-	-	740 443	823 450	816 925	1 010 800	961 073	931 001	212 668	986 575	1 097 782	1 097 782
1990	-	-	-	1 420 509	1 456 776	1 291 021	1 458 549	1 052 747	984 326	1 680 693	1 664 385	1 870 908	1 692 398	1 692 398
1991	-	-	1 086 445	1 372 200	1 652 974	1 657 276	1 679 448	1 694 806	1 694 975	1 759 673	1 724 005	1 667 897	1 666 520	1 666 520
1992	-	991 594	1 478 477	2 171 678	1 852 432	2 279 549	2 358 668	2 430 969	2 503 907	2 235 115	2 168 363	1 999 915	2 100 834	2 100 834
1993	881 534	1 090 775	924 071	1 609 048	2 167 093	2 085 767	2 466 035	2 467 351	2 079 964	2 102 068	1 740 507	2 273 252	2 311 467	2 311 467
1994	571 011	751 465	388 127	443 713	551 370	582 709	502 205	518 400	504 522	496 803	458 382	459 304	485 890	485 011
1995	702 268	929 293	1 105 622	998 966	930 674	895 264	845 778	708 849	741 547	698 523	678 731	680 262	680 249	680 237
1996	981 684	1 445 671	1 407 661	1 742 303	1 768 176	1 313 530	1 319 805	1 349 477	1 341 198	1 457 015	1 940 990	1 782 005	1 823 013	1 637 085
1997	717 412	2 227 076	2 448 574	2 375 989	2 467 473	2 467 473	2 072 132	2 091 798	2 152 593	2 424 543	2 454 102	2 502 402	2 475 493	2 525 633

Figure 59 : illustration de la méthode d'extrapolation utilisée

Ainsi, dans l'exemple ci-dessus, $C_{1981,12} = C_{1981,13} \times \tilde{f}_{12} = 303122 = 303122 * 102\%$

De manière à être cohérent avec l'hypothèse de régularité recherchée, il est plus judicieux de calculer les coefficients de passage inverse exclusion faite des valeurs extrêmes rencontrées dans le triangle. Ces coefficients de développement inverse sont obtenus en inversant les coefficients de développement calculés dans notre étude du triangle de charge par la méthode Chain Ladder optimale choisie, coefficients qui se basent a priori, d'après notre étude Chain Ladder, sur un triangle de développement régulier.

	f0	f1	f2	f3	f4	f5	f6	f7	f8	f9	f10	f11	f12
coeff. de passage	56%	97%	93%	83%	99%	102%	95%	102%	101%	93%	106%	91%	102%
coeff. de passage CL	73%	83%	89%	92%	96%	97%	94%	97%	97%	98%	101%	97%	99%

Figure 60 : coefficients de passage inverse estimés

Voici donc en première ligne les coefficients calculés sur le triangle des charges sans exclusions, puis en seconde ligne les coefficients calculés exclusion faite des valeurs extrêmes, se basant sur l'étude Chain Ladder effectuée précédemment. Le triangle n'étant pas régulier, l'écart est significatif. Nous conserverons les coefficients de passage inverse basés sur les mêmes exclusions que la méthode Chain Ladder effectuée. Ainsi, nous complétons la partie manquante du triangle :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1981	117 723	162 218	194 284	218 858	238 238	249 260	257 638	273 502	281 800	290 230	294 907	293 375	300 944	303 122
1982	6 444	8 880	10 635	11 980	13 041	13 644	14 103	14 971	15 425	15 887	16 143	16 059	16 473	13 936
1983	3 002	4 137	4 955	5 581	6 076	6 357	6 570	6 975	7 186	7 401	7 521	7 482	7 482	7 482
1984	370 168	510 080	610 907	688 178	749 119	783 774	810 119	860 001	886 094	912 600	927 307	1 329 808	1 429 039	1 137 890
1985	94 757	130 573	156 383	176 163	191 763	200 634	207 378	220 147	226 826	233 612	240 458	235 441	241 392	246 560
1986	56 432	77 762	93 133	104 913	114 204	119 487	123 503	131 108	135 085	155 447	151 952	154 939	154 443	154 389
1987	48 913	67 400	80 723	90 934	98 986	103 566	107 047	113 638	126 670	143 153	171 716	190 522	190 522	190 522
1988	329 929	454 631	544 498	613 370	667 686	698 574	722 055	800 634	604 112	451 046	541 557	480 291	474 491	540 955
1989	349 703	481 879	577 132	650 131	707 703	740 443	823 450	816 925	1 010 800	961 073	931 001	212 668	986 575	1 097 782
1990	713 250	982 836	1 177 113	1 326 001	1 443 423	1 479 690	1 313 935	1 481 463	1 075 662	1 013 863	1 710 229	1 693 921	1 900 444	1 721 934
1991	584 394	805 276	964 455	1 086 445	1 372 200	1 652 974	1 657 276	1 679 448	1 694 806	1 694 975	1 759 673	1 724 005	1 667 897	1 666 520
1992	600 838	827 936	991 594	1 478 477	2 171 678	1 852 432	2 279 549	2 358 668	2 430 969	2 503 907	2 235 115	2 168 363	1 999 915	2 100 834
1993	639 735	881 534	1 090 775	924 071	1 609 048	2 167 093	2 085 767	2 466 035	2 467 351	2 079 964	2 102 068	1 740 507	2 273 252	2 311 467
1994	571 011	751 465	388 127	443 713	551 370	582 709	502 205	518 400	504 522	496 803	458 382	459 304	485 890	485 011
1995	702 268	929 293	1 105 622	998 966	930 674	895 264	845 778	708 849	741 547	698 523	678 731	680 262	680 249	680 237
1996	981 684	1 445 671	1 407 661	1 742 303	1 768 176	1 313 530	1 319 805	1 349 477	1 341 198	1 457 015	1 940 990	1 782 005	1 823 013	1 637 085
1997	717 412	2 227 076	2 448 574	2 375 989	2 467 473	2 467 473	2 072 132	2 091 798	2 152 593	2 424 543	2 454 102	2 502 402	2 475 493	2 525 633

Figure 61 : présentation des résultats de l'estimation

La méthode De Vylder a par la suite été appliquée à ce triangle complété.

Voici les résultats obtenus (en €) :

De Vylder	triangle de base	triangle complété par extrapolation
charge connue	17 309 239	17 309 239
ultime estimé	17 223 895	20 073 033
IBNR estimé	85 344	2 763 794

Figure 62 : résultats obtenus par la méthode De Vylder

Conclusion : Les résultats obtenus sont incohérents, avant comme après extrapolation. Cette incohérence s'explique du fait que nos triangles ne sont pas suffisamment réguliers à l'entrée et ne vérifient donc pas l'hypothèse de base de la méthode. Or, l'outil IBNRS ne permet pas l'exclusion de valeurs extrêmes pour cette méthode. Elle est donc jugée peu fiable dans notre cas et ne sera pas considérée par la suite.

IV.2.4. Tests de validation de la méthode

Dès lors que les compagnies d'assurance développent des modèles d'évaluation du risque, elles doivent s'assurer, au cours du temps, de la performance, de la qualité et de la stabilité de ces modèles et des estimations établies. Les pratiques du *backtesting*, qui consistent à contrôler la fiabilité des modèles grâce à de nombreux tests statistiques, s'avèrent alors indispensables : elles constituent un pré requis pour tout dispositif de gestion des risques basé sur des modèles internes.

Dans le cas de notre étude, la méthode Chain Ladder finalement choisie, qui est la plus adéquate à nos données d'après les différentes études menées, doit tout de même être contrôlée avant tout jugement décisif. En effet, différentes sources d'erreurs existent, et il est nécessaire d'effectuer certains tests afin de valider la cohérence de nos résultats.

En particulier, la méthode Chain Ladder choisie repose sur une hypothèse de base selon laquelle le développement de la sinistralité d'une même branche étudiée (i.e. d'un triangle étudié) est indépendant de l'année d'origine. Cette hypothèse doit être vérifiée pour considérer la méthode comme fiable. D'autre part, la méthode Chain Ladder utilisée a fait appel à des jugements d'expertise subjectifs (coefficients et lissages effectués) qui peuvent avoir une influence considérable sur le montant ultime estimé. Il est donc nécessaire de contrôler la fiabilité de ces traitements et la qualité des jugements portés via des analyses statistiques purement objectives. Finalement, un troisième contrôle consistera à appliquer la méthode choisie vue un an plus tôt, c'est-à-dire à fin 2009, afin de comparer les estimations et vérifier leur fiabilité dans le temps.

- **Vérification de la qualité des jugements d'expertise appliqués**

L'hypothèse sous-jacente à la méthode Chain Ladder nécessite que, pour toute période de développement j , les ratios de développement $F_{i,j}$ de la colonne soient significativement constants. Or, comme nous l'avons vu précédemment (cf. figure 49), la branche « Assurance de personnes » est très irrégulière en termes de développement. C'est pourquoi il nous a fallu extraire certains ratios de développement pour satisfaire l'hypothèse de Chain Ladder. Cependant, ces coefficients ont été exclus suite à une analyse subjective de la sinistralité. Or, le triangle étant irrégulier, le moindre coefficient peut avoir une influence significative sur le développement estimé, et sur le montant de la charge ultime déterminé. Il est donc primordial de vérifier la pertinence de notre analyse.

Pour vérifier la cohérence de nos exclusions, nous avons effectué des tests de sensibilité, qui consistent à appliquer différents critères d'exclusion objectifs, pour voir l'impact des exclusions et pour vérifier que notre jugement est bien adéquat.

L'idée consiste à se baser sur la moyenne pondérée des ratios par période sans aucune exclusion, et d'exclure tout coefficient au-delà de +/- x %. Ensuite, le lissage le plus proche (selon le coefficient de détermination R^2 le plus élevé) sera appliqué pour obtenir une cadence de développement homogène. Les critères d'exclusion testés sont : +/- 5 %, 10 %, 15 % et 20 %. Les méthodes sont testées avec et sans lissage.

Chain Ladder sur charges selon critères d'exclusion	estimations selon les différentes méthodes	
	IBNR	ultimes
5% sans lissage	796 279	18 105 518
5% avec lissage	612 446	17 921 685
10% sans lissage	822 781	18 132 020
10% avec lissage	634 030	17 943 269
15% sans lissage	912 335	18 221 574
15% avec lissage	651 627	17 960 866
20% sans lissage	905 767	18 215 006
20% avec lissage	991 010	18 300 249
exclusion + lissage de queue	22 232	17 331 471
sans lissage sans exclusions	1 149 959	18 459 198
Chain Ladder sur paiements	-	17 309 239
De Vylder sur charges	-	17 309 239
min	-	17 309 239
max	1 149 959	18 459 198
moyenne	624 872	17 934 111
ecart type	402 822	402 822
Best Estimate	571 402	17 880 641

Figure 63 : résultats des tests effectués

En termes d'IBNR, les résultats varient sensiblement, ce qui est dû à l'irrégularité du triangle d'origine. En revanche, en observant les montants ultimes estimés, on constate peu d'écarts selon les méthodes utilisées (1 M€ maximum d'écart, soit 6 %). De plus, le montant *best estimate* déterminé par la méthode Chain Ladder choisie se trouve dans la fourchette des montants obtenus, très proche de la moyenne. Nous pouvons donc considérer que le montant que nous avons estimé est cohérent.

Ces estimations basées sur des critères purement objectifs ne sont données qu'à titre d'information pour valider le montant estimé, mais ne peuvent servir de base pour estimer les IBNR *best estimate*. En effet, des critères objectifs sont en pratique peu fiables, et toute estimation nécessite une analyse approfondie de la sinistralité et un jugement basé sur la connaissance du business, de la branche ainsi que sur l'expérience.

- **Vérification des hypothèses de la méthode Chain Ladder**

La méthode Chain Ladder repose sur une hypothèse primordiale pour pouvoir être utilisée (cf. partie III.2.1.1) :

$$\text{Hypothèse de base : } \forall j = 0, \dots, n-1, \frac{C_{0,j+1}}{C_{0,j}} = \frac{C_{1,j+1}}{C_{1,j}} = \dots = \frac{C_{n-j-1,j+1}}{C_{n-j-1,j}} = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}}.$$

Cette hypothèse a bien entendu été vérifiée lors de l'application de la méthode Chain Ladder utilisée. Cette hypothèse se traduit par le fait que, pour chaque période j , les ratios de développement $F_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$ sont constants pour toutes les années d'origine. En réalité, ce n'est

jamais le cas, c'est pourquoi le terme « constant » est à relativiser.

Il existe différentes méthodes simples pour vérifier cette hypothèse. La première est de représenter graphiquement, pour toutes les périodes j , les points $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$. En théorie, pour valider l'hypothèse, ils doivent être alignés sur une droite passant par l'origine. Cette représentation graphique est appelée « C-C Plot ».

A titre d'exemple, voici les « C-C plot » correspondantes aux périodes 1/0 à 3/2, avant et après exclusion des coefficients de la méthode Chain Ladder.

Légende :

- Les points sont affichés en bleu
- Les coefficients exclus sont entourés en rouge
- la courbe rouge est la courbe de tendance (selon une fonction affine) la plus représentative des points avant exclusion.
- la courbe bleue est la courbe de tendance (selon une fonction affine) la plus représentative des points après exclusion.

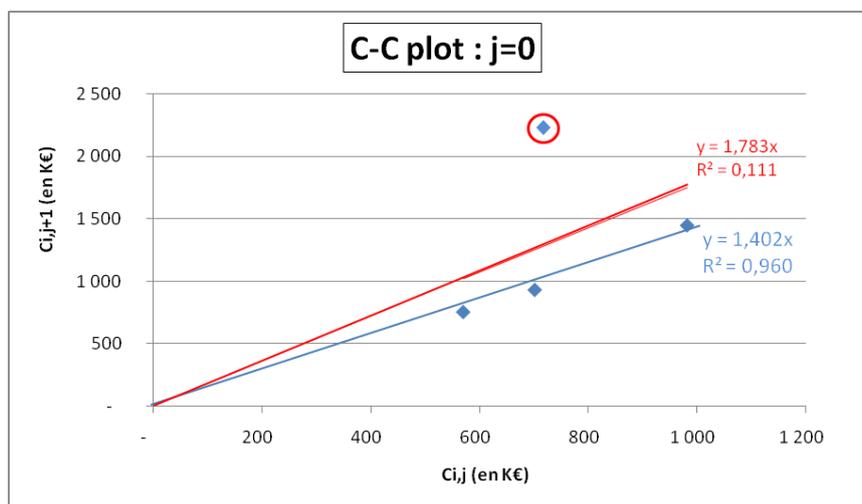


Figure 64 : C-C plot pour la période $j=0$

Une fois les points graphiquement représentés, on applique une courbe de tendance correspondant à une fonction affine recherchée, grâce à une régression linéaire.

D'après ce graphe, on observe clairement qu'avant exclusion, l'hypothèse de Chain Ladder n'était pas vérifiée. Un coefficient ($F_{3,3}$) apparaît clairement comme extrême, perturbant l'allure de la fonction affine représentative de la période $j=0$. Après exclusion de ce point extrême, l'hypothèse

est bien vérifiée, le coefficient de détermination R^2 permet d'ailleurs de témoigner de la qualité de la régression effectuée, avec une valeur de 96 %.

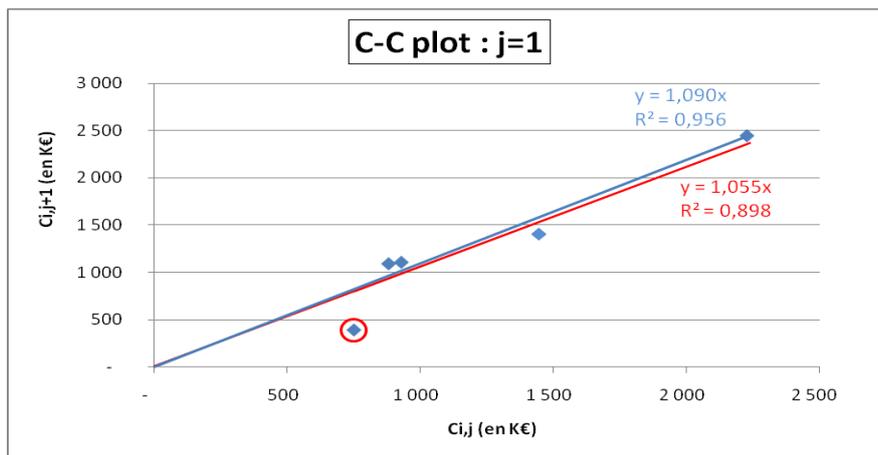


Figure 65: C-C plot pour la période $j=1$

Ce graphe montre que concernant la deuxième période de développement (2/1), l'hypothèse de Chain Ladder était assez bien vérifiée avant exclusion, avec un coefficient de détermination égale à près de 90 %. Après exclusion du coefficient choisi lors de l'application de la méthode Chain Ladder, on constate une augmentation du coefficient de détermination, qui devient égal à 95,6 %. Cette exclusion peut donc se justifier, car elle augmente la fiabilité de la méthode en satisfaisant davantage l'hypothèse sous-jacente. Cependant, il n'est pas forcément nécessaire de l'exclure pour satisfaire l'hypothèse, étant donné qu'il ne s'agit visiblement pas d'une valeur extrême.

Il est en pratique assez difficile de juger du caractère « extrême » ou non d'un coefficient, surtout quand l'écart n'est pas flagrant, comme dans cet exemple. Le plus simple serait de se fixer un seuil limite, $R^2 \geq 95\%$ par exemple, pour juger de la validation ou non de l'hypothèse sous-jacente à la méthode Chain Ladder.

Cette analyse a été effectuée pour toutes les périodes de développement du triangle, jusqu'à la période 30/29, afin de vérifier si après les exclusions effectuées, l'hypothèse de Chain Ladder est bien systématiquement vérifiée. De plus, cette analyse permet de confirmer la pertinence de nos exclusions, comme on a pu le voir avec les exemples ci-dessus.

Au final, nous obtenons bien un coefficient de détermination supérieur à 95 % pour chaque période de développement analysée, nous pouvons donc en déduire que l'hypothèse est bien vérifiée.

- **Back Testing (vision fin 2009)**

La dernière approche étudiée pour confirmer la pertinence de nos estimations est d'adopter une vision à fin 2009, et d'appliquer cette même méthode afin de comparer les résultats.

L'idée est de couper la dernière diagonale du triangle, se ramenant ainsi à une date comptable antérieure (fin 2009), et d'appliquer la méthode Chain Ladder choisie décrite précédemment à l'identique, afin de comparer les charges ultimes estimées selon la même méthode appliquée en 2009 ou en 2010. Voici les résultats obtenus après application de la méthode aux 2 triangles :

branche A&H	CL / Incurred triangle 2010					CL / Incurred triangle 2009				
	Paid	Case estimates	Incurred	IBNR	Ultimate incurred	Paid	Case estimates	Incurred	IBNR	Ultimate incurred
1978	738	-	738	-	738	738	-	738	-	738
1979	691	-	691	-	691	691	-	691	-	691
1980	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1981	304 959	214 825	519 784	-	519 784	304 959	207 805	512 764	406	513 170
1982	13 936	-	13 936	8	13 944	13 936	-	13 936	24	13 960
1983	41 912	6 445	48 357	60	48 417	41 912	6 445	48 357	140	48 497
1984	709 803	-	709 803	1 476	711 279	709 803	-	709 803	3 051	712 854
1985	212 125	60 824	272 949	850	273 799	211 632	60 824	272 456	1 631	274 087
1986	154 377	-	154 377	678	155 055	154 377	-	154 377	1 239	155 616
1987	190 904	-	190 904	1 138	192 042	190 904	-	190 904	2 076	192 980
1988	343 835	334 887	678 722	5 776	684 498	343 835	255 307	599 142	9 591	608 733
1989	765 640	317 350	1 082 990	14 765	1 097 755	765 640	313 722	1 079 362	22 332	1 101 694
1990	1 498 298	416 588	1 914 886	34 298	1 949 184	1 438 384	517 999	1 956 383	56 695	2 013 078
1991	1 656 476	9 319	1 665 795	19 894	1 685 689	1 656 476	6 924	1 663 400	64 306	1 727 706
1992	1 931 805	159 704	2 091 509	41 081	2 132 590	1 926 479	163 819	2 090 298	117 511	2 207 809
1993	1 519 584	969 853	2 489 437	82 032	2 571 469	1 457 376	990 083	2 447 459	151 061	2 598 520
1994	489 995	-	489 995	20 229	510 224	478 890	6 121	485 011	33 113	518 124
1995	676 750	4 341	681 091	32 631	713 722	676 750	4 414	681 164	55 559	736 723
1996	1 064 806	714 265	1 779 071	107 015	1 886 086	1 054 141	582 944	1 637 085	156 281	1 793 366
1997	1 754 095	771 538	2 525 633	209 472	2 735 105	1 739 425	736 068	2 475 493	246 218	2 721 711
Total	13 330 729	3 979 939	17 310 668	571 402	17 882 070	13 166 348	3 852 475	17 018 823	921 233	17 940 056

Figure 66 : Comparaison des estimations vues fin 2009 et fin 2010

Nous pouvons observer que les montants de charge ultime estimés sont très proches, d'autant plus que le montant estimé fin 2010 est légèrement à la baisse, ce qui aurait pour conséquence l'apparition d'un « boni » sur cette branche, ce qui suppose une estimation prudente. Ces observations confirment donc la pertinence de la méthode utilisée.

Un second indicateur intéressant basé sur cette étude est la comparaison des estimations obtenues pour l'année 2010 par la méthode appliquée fin 2009 (c'est-à-dire à la première diagonale développée par la méthode CL choisie appliquée au triangle 2009) et les montants réels observés fin 2010 (dernière diagonale du triangle initial de l'étude effectuée fin 2010).

Cependant, certains sinistres extrêmes sont survenus en 2010 et ont été exclus du triangle vu fin 2010, mais n'ont pu l'être pour le triangle vu fin 2009. Il est donc logique de les exclure du stock 2010 en supposant une variation nulle pour les années de souscription concernées (Il s'agit des années 1988 et 1981). Voici donc les résultats qui peuvent être comparés :

résultats	réel	Réel (valeur extrêmes 2010 exclues)	estimé par CL fin 2009
Stock charges 2009	17 017 392		
Stock charges 2010	17 309 237	17 222 638	17 149 352

Figure 67 : résultats du back-testing

Nous observons un écart de 160 K€ soit 0,9 % sans exclure les valeurs extrêmes 2010.

En excluant les valeurs extrêmes, nous observons un écart de 73 K€ soit 0,4 %.

Les montants sont donc très proches quoique l'estimation soit légèrement à la baisse.

Ce phénomène s'explique par le montant élevé de provisions pour l'année 1996, ajouté en 2010, qui provoque un effet dent de scie sur les dernières périodes et n'est donc pas habituel.

En pratique, une fois la méthode de provisionnement optimale déterminée, il est intéressant de mener une étude de comparaison entre les estimations obtenues d'une année sur l'autre, pour observer les dégradations ou performances et tenter de les expliquer. Cela donne une bonne vision du business et de la situation des risques. Cependant, étant donné que l'étude qui a été faite en 2009 correspond à une autre entreprise de gestion, et repose sur des méthodes totalement différentes des

notre, toute comparaison n'aurait aucun sens. En effet, l'impact observé serait principalement dû au changement de la méthode appliquée.

Cette analyse sera probablement effectuée après quelques années d'application de la méthode, lorsque les comparaisons auront un sens.

• Résultats

Afin de prendre du recul sur nos estimations et contrôler, pour chaque année d'origine, l'allure de la sinistralité réelle et estimée par notre méthode, il peut être intéressant d'observer graphiquement la projection de la sinistralité déduite de notre étude.

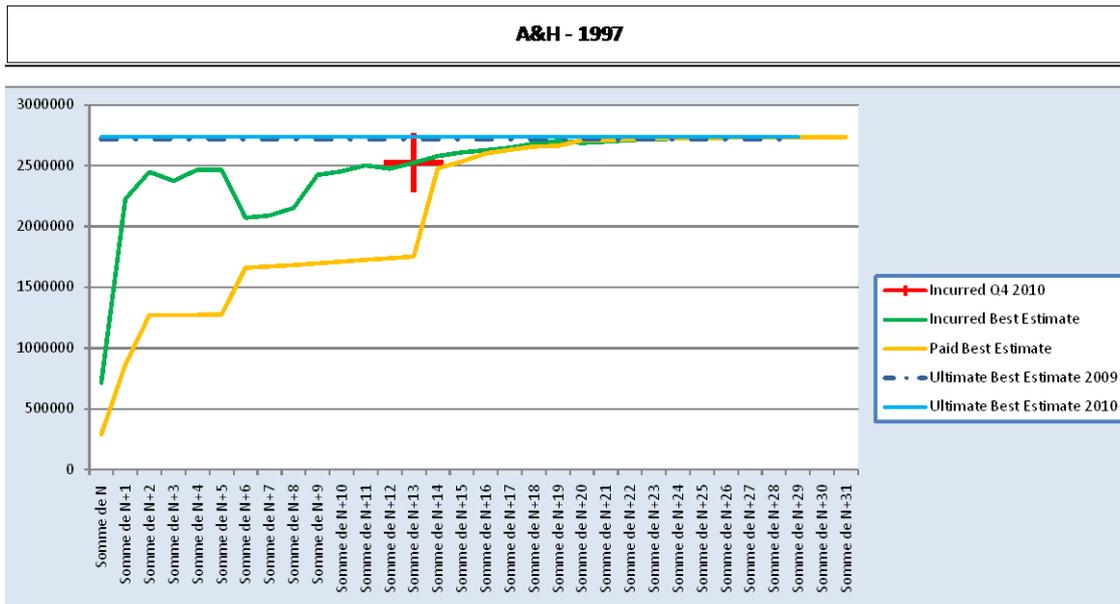


Figure 68 : Représentation graphique des projections estimées pour l'année 1997

Ce graphe est représentatif de l'année 1997, à titre d'exemple, et doit être effectué pour toutes les années d'origine.

La croix rouge situe la date à partir de laquelle nos estimations ont commencé ($1997+13 = 2010$). L'allure antérieure à la croix rouge représente les données réelles de sinistralité, et sont donc représentatives des estimations effectuées auparavant. Au-delà de la croix rouge apparaît la projection effectuée par notre méthode. Ainsi, nous pouvons observer que notre projection semble pertinente au vu de l'allure globale, et que les montants ultimes estimés selon l'application de la méthode au triangle vu fin 2009 et fin 2010 sont très proche. Notre estimation est donc stable. En revanche, on observe clairement une incohérence quant à l'estimation des provisions entre les périodes N+5 et N+9, où apparaît un gros creux.

Cette approche permet en particulier d'observer les années les plus instables donc les plus risquées. En cas d'incohérence de la projection, il faut savoir l'expliquer, par des changements de méthodes ou par des sinistres extrêmes survenus par exemple.

Cela permet de garder un contrôle précis sur le portefeuille.

- **Conclusion :**

L'ensemble de ces tests et contrôles ont permis de confirmer la pertinence de la méthode choisie. Le reste de l'étude reposera donc sur cette méthode et ce niveau *best estimate*.

IV.3. Méthodes de provisionnement stochastiques des IBNR

IV.3.1. Application de la méthode Bootstrap

Cette méthode stochastique se base sur un ré-échantillonnage des résidus de Person du triangle entré à l'origine. Notre étude portera sur les triangles de charge car ils sont plus réguliers.

Différentes options peuvent être utilisées dans l'outil IBNRS pour impacter nos triangles aléatoires générés par la méthode :

- ***Fix random seed*** : Permet de fixer l'aléa de départ pour obtenir les mêmes résultats après chaque tirage aléatoire. Cette option est en particulier désactivée pour vérifier que les résultats sont stables, i.e. ne varient pas énormément d'un tirage à l'autre ;
- ***Proportional/additional fitting*** : permet de caller la méthode au résultat moyen des IBNR obtenu par la méthode de Chain Ladder choisie (IBNR *best estimate*), par une translation ou une homothétie. La méthode choisie est l'homothétie car elle permet de conserver les proportions, nous utiliserons donc l'option *proportional fitting* et non *additional fitting* ;
- ***1 year uncertainty*** : estime la volatilité des réserves sous un horizon de 1 an. Cette option ne sera pas utilisée.

Finalement, les deux seules options sur lesquelles nous jouerons pour trouver la meilleure estimation de la volatilité des réserves sont celles concernant notre étude Chain Ladder:

- ***Use Chain Ladder Parameter*** : Permet d'utiliser les coefficients de développement déterminés par la méthode Chain Ladder choisie auparavant. Conserve en particulier les exclusions choisies.
- ***import parameters from Chain Ladder*** : Importe les paramètres déterminés par la méthode de Chain Ladder.

Il est aussi possible d'exclure certains résidus de Pearson si nécessaire.

La méthode du Bootstrap consiste à ré-échantillonner aléatoirement notre triangle de résidus de Pearson, en simulant K nouveaux triangles aléatoires basés sur notre triangle d'origine par tirage avec remise. Puis, les IBNR sont calculés pour les K triangles selon la méthode Chain Ladder choisie (c'est là où interviennent les options citées ci-dessus).

Nous obtenons ainsi, pour chaque année d'origine, K valeurs d'IBNR correspondantes aux K itérations effectuées. Cela permet de pouvoir calculer pour chaque année d'origine, la moyenne, la variance, ou tout autre indicateur statistique des IBNR, tels que les quantiles par exemple, représentant la *Value at Risk* des IBNR selon le seuil de risque voulu. Plus le nombre d'itérations, K, est important, meilleures seront les estimations.

En particulier, dans le cadre Solvabilité 2, une marge de risque doit être calculée en plus du *best estimate*. Pour choisir cette marge de risque, la politique standard d'AXA GLOBAL P&C consiste à déterminer des scénarios plus ou moins risqués, et de calculer les *Value at Risk* (VAR) correspondantes aux différents niveaux de risque. Deux scénarios sont calculés : le scénario modéré (VAR 75 %) et le scénario de stress (VAR 90 %).

Notre objectif est de fournir ces différents niveaux de risques. Par la suite, le choix du montant de la marge de risque qui sera provisionnée est réservé à la Direction.

Différentes simulations ont été testées afin de déterminer quelles sont les meilleures options à appliquer relativement à la branche étudiée. Les simulations Bootstrap ont toutes été effectuées avec des jeux de 20 000 itérations, de manière à aboutir à des résultats suffisamment stables.

Les résultats obtenus pour chacune d'elles sont présentés en annexe E.

La simulation Bootstrap qui ressort finalement le mieux est la suivante :

Hypothèses de simulation IBNRS	
Fix random seed	OUI
Proportional fitting	OUI
Additive fitting	NON
1 year uncertainty	NON
import param. From CL	OUI
Use CL parameters	NON
Aucun résidu de Pearsonexclu	
K = 20 000 itérations	

Figure 69 : options Bootstrap appliquées

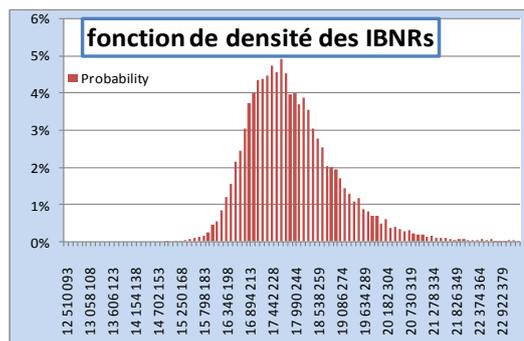


Figure 70 : fonction de densité des IBNR

La fonction de densité représentative de la distribution des IBNR s'obtient par année d'origine, ou au global, grâce aux montants des IBNR estimés ressortant des 20 000 itérations de la simulation Bootstrap (variable aléatoire notée X), en calculant la probabilité suivante : $P(X < Z) = Y$, avec Z l'axe des abscisses et Y l'axe des ordonnées.

Estimations sur les IBNRs							
Exercice	Médiane	Moyenne (BE)	75/25 (Moderate)	90/10 (stress)	Min	Max	Ecart type
1 981	-	-	-	-	-	-	-
1 982	45	8	84	253	387	1 972	200
1 983	148	60	339	1 005	1 380	14 035	790
1 984	1 401	1 476	7 142	17 071	18 346	268 981	12 629
1 985	405	850	2 727	6 824	5 826	66 197	4 883
1 986	519	678	2 435	6 395	6 009	53 398	4 732
1 987	572	1 138	3 742	9 309	8 151	79 673	6 700
1 988	3 833	5 776	24 780	61 711	219 888	632 676	45 083
1 989	3 570	14 765	56 666	132 037	332 318	982 686	92 369
1 990	10 310	34 298	93 133	190 271	420 740	1 176 545	122 727
1 991	6 313	19 894	60 845	128 034	443 072	658 248	87 600
1 992	18 386	41 081	121 231	239 938	609 860	1 278 616	157 615
1 993	58 509	82 032	188 620	336 931	749 008	1 636 184	201 199
1 994	7 638	20 229	60 652	124 251	322 816	909 360	83 424
1 995	20 095	32 631	82 052	155 960	476 508	807 760	98 581
1 996	84 501	107 015	215 077	362 068	884 531	1 553 680	199 190
1 997	186 025	209 472	342 330	509 925	874 676	2 141 727	239 464
Total	381 284	571 402	1 261 855	2 281 982	5 373 515	12 261 737	1 357 187

Exercice	Ultimate			Case Reserves	Paid	Stress Scenario - Best Estimate	
	Stress Scenario	Moderate Scenario	Best Estimate			#	%
1 981	519 784	519 784	519 784	214 825	304 959	-	0%
1 982	14 189	14 020	13 944	-	13 936	245	2%
1 983	49 362	48 696	48 417	6 445	41 912	945	2%
1 984	726 874	716 945	711 279	-	709 803	15 595	2%
1 985	279 773	275 676	273 799	60 824	212 125	5 974	2%
1 986	160 772	156 812	155 055	-	154 377	5 717	4%
1 987	200 213	194 646	192 042	-	190 904	8 171	4%
1 988	740 433	703 502	684 498	334 887	343 835	55 934	8%
1 989	1 215 027	1 139 656	1 097 755	317 350	765 640	117 272	11%
1 990	2 105 157	2 008 019	1 949 184	416 588	1 498 298	155 974	8%
1 991	1 793 829	1 726 640	1 685 689	9 319	1 656 476	108 140	6%
1 992	2 331 447	2 212 740	2 132 590	159 704	1 931 805	198 857	9%
1 993	2 826 368	2 678 057	2 571 469	969 853	1 519 584	254 899	10%
1 994	614 246	550 647	510 224	-	489 995	104 022	20%
1 995	837 051	763 143	713 722	4 341	676 750	123 329	17%
1 996	2 141 139	1 994 148	1 886 086	714 265	1 064 806	255 053	14%
1 997	3 035 558	2 867 963	2 735 105	771 538	1 754 095	300 453	11%
TOTAL	19 591 221	18 571 094	17 880 641	3 979 939	13 329 300	1 710 580	10%

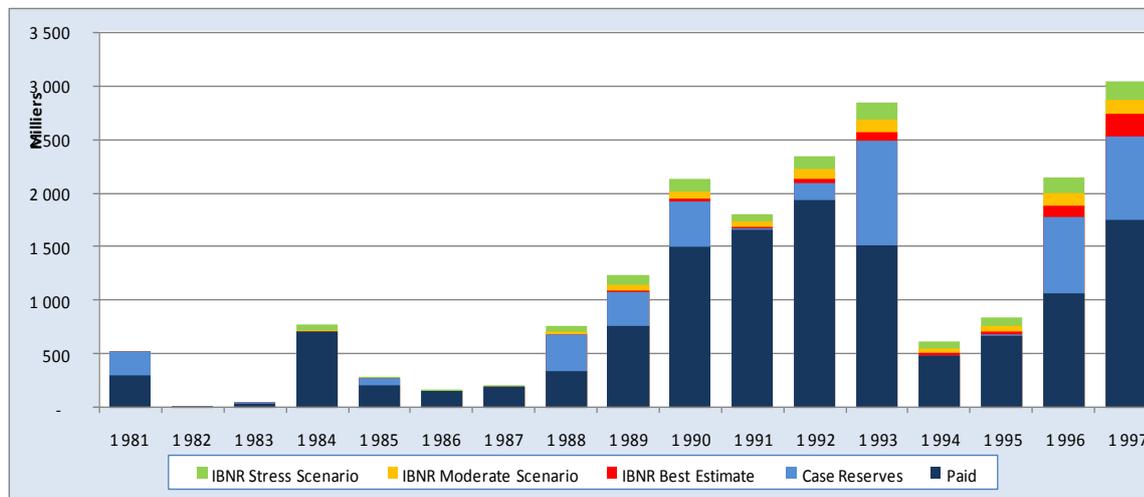


Figure 71 : résultats de la méthode stochastique Bootstrap appliquée

On observe en particulier une forte augmentation de la volatilité sur les années récentes. En effet, l'incertitude est plus faible sur les vieilles années, car leur développement est déjà bien entamé, et touche bientôt à la fin. Cependant, sur les années les plus récentes, et plus particulièrement là où le volume est important, la volatilité augmente. Globalement, sur les années consécutives, l'estimation passe du simple au triple selon le scénario moyen et stress.

IV.3.2. Résultats

Voici les résultats des estimations pour la branche assurance de personnes:

Exercice	IBNR					Ultimate				
	Paid	Case Reserves	Best Estimate	Moderate Scenario	Stress Scenario	IBNR BE/Incurred	Best Estimate	Moderate Scenario	Stress Scenario	Ultimate Stress/BE
1978	738					0%	738	738	738	100%
1979	691					0%	691	691	691	100%
1981	304 959	214 825	-	-	-	0%	519 784	519 784	519 784	100%
1982	13 936	-	8	136	1 033	0%	13 944	13 800	14 969	107%
1983	41 912	6 445	60	346	3 591	0%	48 417	48 703	51 948	107%
1984	709 803	-	1 476	15 981	68 649	0%	711 279	725 784	778 452	109%
1985	212 125	60 824	850	4 609	17 240	0%	273 799	277 558	290 189	106%
1986	154 377	-	678	3 842	13 441	0%	155 055	158 219	167 818	108%
1987	190 904	-	1 138	5 343	16 888	1%	192 042	196 247	207 792	108%
1988	343 835	334 887	5 776	34 052	88 965	1%	684 498	712 774	767 687	112%
1989	765 640	317 350	14 765	67 532	156 771	1%	1 097 755	1 150 522	1 239 761	113%
1990	1 498 298	416 588	34 298	102 516	216 899	2%	1 949 184	2 017 402	2 131 785	109%
1991	1 656 476	9 319	19 894	65 782	141 696	1%	1 685 689	1 731 577	1 807 491	107%
1992	1 931 805	159 704	41 081	130 164	256 647	2%	2 132 590	2 221 673	2 348 156	110%
1993	1 519 584	969 853	82 032	192 745	352 407	3%	2 571 469	2 682 182	2 841 844	111%
1994	489 995	-	20 229	62 293	129 340	4%	510 224	552 288	619 335	121%
1995	676 750	4 341	32 631	82 651	161 792	5%	713 722	763 742	842 883	118%
1996	1 064 806	714 265	107 015	216 519	366 784	6%	1 886 086	1 995 590	2 145 855	114%
1997	1 754 095	771 538	209 472	344 770	513 012	8%	2 735 105	2 870 403	3 038 645	111%
TOTAL	13 330 729	3 979 939	571 402	1 329 011	2 505 153	3%	17 880 641	18 638 250	19 814 392	111%

Figure 72 : résultats finaux de la branche « assurance de personnes »

En pratique les IBNR provisionnés lors de la clôture de comptes chaque fin d'année comprennent d'une part les IBNR *best estimate*, et d'autre part une marge de risque pour couvrir la volatilité existante (provisionnée par prudence mais aussi imposée par les nouvelles normes Solvabilité 2). Les IBNR *best estimate* sont en moyenne suffisants pour se couvrir des risques, tandis que le scénario de stress fournit un montant plus prudent, qui permet de nous couvrir dans 90 % des cas. La marge de risque est généralement choisie entre le scénario de stress et le scénario modéré. On peut observer que les IBNR provisionnés à fin 2010, correspondants à l'étude de provisionnement effectuée fin 2009, sont compris entre le scénario modéré et le scénario de stress. Le montant provisionné est donc bien estimé, et cohérent avec nos estimations.

Une fois les IBNR *best estimate* (BE) et les différents scénarios estimés, il est intéressant de calculer certains ratios permettant de prendre conscience du risque induit dans le portefeuille, ainsi que sur les branches et/ou années particulières.

C'est le cas notamment du ratio ultime « *best estimate* / scénario de stress », qui renseigne sur le niveau de volatilité des IBNR par rapport à la moyenne estimée, et qui donne une indication sur le risque à considérer. Voici le graphe représentant ce ratio par année d'origine :

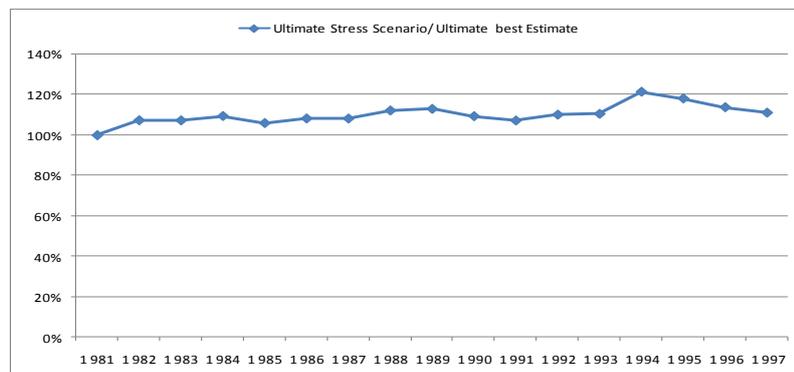


Figure 73 : Représentation graphique du ratio Stress/BE ultime par année d'origine

On peut observer que la volatilité de la branche est relativement stable, avec une augmentation moyenne de 10 % pour passer du scénario modéré au scénario de stress. La volatilité augmente légèrement avec les années, ce qui est logique. En effet, plus les années d'origine sont récentes, plus il y a d'incertitude et de la volatilité dans l'estimation des provisions.

Les résultats relatifs à chacune des autres branches de la catégorie « filiales et autres », estimés par des méthodes similaires à celles exposées dans cette partie, sont détaillés en annexe E.

Finalement, après étude de la catégorie « filiales et autres », nous obtenons au global, pour chaque branche, les résultats suivants :

branche	Paid	Case Reserves	IBNR			BE/Incurred	Ultimate			Ultimate SS/BE	IBNR Q4 2010
			BE	MS	SS		BE	MS	SS		
RC Auto LT	68 256 995	11 218 022	4 422 976	9 726 042	18 009 020	6%	83 897 993	89 201 059	97 484 037	116%	8 044 672
RC Auto MT	103 742 498	6 248 955	539 857	2 067 621	3 042 822	0%	110 531 311	112 059 075	113 034 275	102%	8 085 972
RC générale	61 928 668	7 791 385	5 538 272	8 492 388	12 833 503	8%	75 258 325	78 212 441	82 553 556	110%	9 891 402
Ass. de personnes	13 330 729	3 979 939	571 402	1 329 011	2 505 153	3%	17 882 070	18 639 679	19 815 821	111%	2 178 611
Risques financiers	5 457 815	1 975 531	418 157	1 046 447	1 661 132	6%	7 851 503	8 479 793	9 094 478	116%	3 518 748
Autres dommages	458 440 093	3 248 588	0	4 099 284	6 688 508	0%	461 688 681	465 787 965	468 377 189	101%	9 814 851
Total	711 156 798	34 462 420	11 490 663	26 760 793	44 740 138	2%	757 109 882	772 380 011	790 359 356	104%	41 534 256

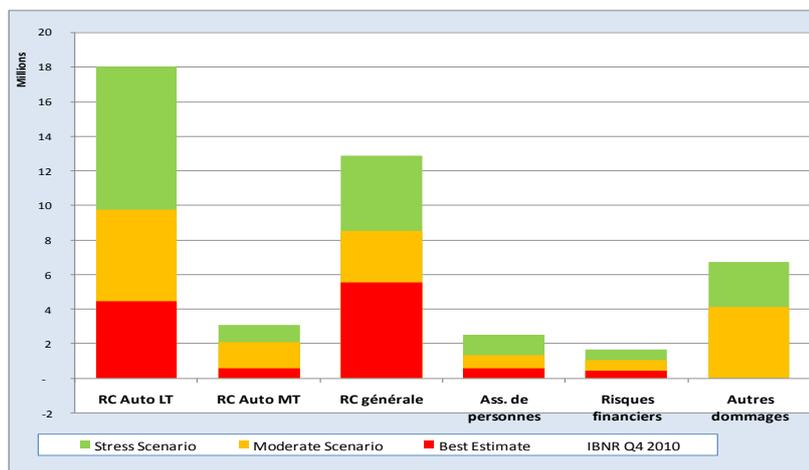


Figure 74 : présentation des résultats de toutes les branches de la catégorie « filiales et autres »

En termes de volume, la majorité des IBNR correspondent aux branches RC auto long terme et RC générale. Bien qu'ayant très peu de volatilité, la branche autres comprend la branche dommages aux biens, qui représente la majorité du volume de sinistralité du portefeuille. Les IBNR sont donc importants relativement aux autres branches mais représentent très peu en proportion de la charge ultime de la branche. En terme de volatilité (relativement au montant ultime estimé), les branches qui présentent le plus de volatilité et donc le plus de risques sont les branches RC auto long terme et risques financiers, avec une augmentation de 16 % de la charge ultime en fonction des scénarios moyen et de stress, il s'agit donc de branches longues et risquées. Les branches RC générale et assurance de personnes les suivent de près avec une augmentation de 10 %. Les deux autres branches sont stables et présentent peu de risques, s'agissant de branches relativement courtes. Les IBNR du bilan à fin 2010 (IBNR Q4 2010) sont ceux estimés à fin 2009, et ne sont donnés qu'à titre d'information. Ces montants ne sont pas comparables aux nôtres par branches car les segments étudiés n'étaient pas du tout les mêmes et les méthodes utilisées non plus. Une vision au globale serait plus comparable.

Voici les résultats des provisions techniques estimées au global sur cette catégorie:

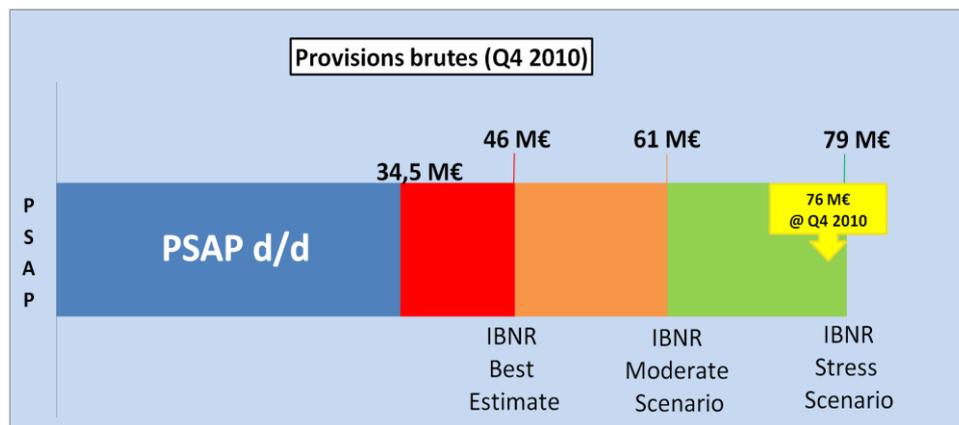


Figure 75 : présentation des différents niveaux d'IBNR estimés

Le montant en jaune correspond au montant des PSAP du bilan (dossier/dossier + IBNR), comptabilisés fin 2010, et relatifs à l'étude de provisionnement menée fin 2009 par l'ancienne unité de gestion du portefeuille. Les IBNR comptabilisés contiennent d'une part les IBNR *best estimate* et la marge de risque.

La marge de risque brute est par définition égale à la différence entre le niveau de PSAP provisionné à fin 2010 et les PSAP *best estimate*. Selon nos estimations, la marge de risque est de 30 M€, et correspond environ au montant des PSAP dossier/dossier, et à 65% du niveau de provisions *best estimate*.

Le montant de provisions constitué fin 2010 se trouve entre notre scénario modéré et notre scénario de stress, et est donc cohérent avec nos estimations. Le niveau de prudence est largement respecté.

IV.4. Etude spécifique liée à l'amiante

Cette section présente la méthode utilisée et les résultats de l'étude menée concernant l'estimation des IBNR sur le traité Anglo-French (responsabilité civile US), qui contient notamment du risque amiante qui ne peut être estimé par des méthodes classiques.

Le traité « Anglo-French » est rétrocedé à 100 % via un pool. Les données étudiées sont donc uniquement brutes de récessions sur cette branche.

Pour bien resituer le contexte, il est utile de préciser que, depuis son interdiction en France (le 1er janvier 1997), suite aux graves conséquences constatées sur la santé, l'amiante constitue un risque majeur pour toutes les sociétés d'assurances et de réassurance. En effet, les sinistralités n'ont été reconnues que très tardivement, pourtant relatives à des années très anciennes (les conséquences de l'amiante peuvent s'observer jusqu'à 50 ans après la contamination). De plus, les réglementations juridiques varient sensiblement avec le temps et selon les pays. A ce jour, différents constats sont réalisés :

- le 1er constat, et sans nul doute le point le plus important, est celui du nombre croissant des victimes ;

- le 2ème constat est que sa toxicité a été largement sous-estimée jusqu'à présent et l'est encore à ce jour ;
- le 3ème est qu'il y a à ce jour un retard énorme dans l'évaluation du risque par les sociétés d'assurance concernées.

Les maladies liées à l'amiante sont diverses, et correspondent à des niveaux de prestation totalement différents selon la maladie concernée. Voici pour information quelques données relatives aux conséquences de l'amiante :

Quelques exemples d'indemnisation									
Les valeurs de référence suivantes peuvent être données à titre d'exemples* :									
• S'agissant d'une plaque pleurale, l'indemnisation est de l'ordre de 22.000 euros à 60 ans pour un taux d'incapacité de 5 %.									
Age	45	50	55	60	65	70	75	80	85
Incapacité	7.850	7.282	6.654	5.959	5.207	4.402	3.561	2.717	1.960
Extra patrimonial	20.995	19.479	17.800	15.940	13.929	11.776	9.526	7.269	5.242
Total (arrondi)	29.000	27.000	24.000	22.000	19.000	16.000	13.000	10.000	7.200
• S'agissant d'une asbestose, l'indemnisation est de l'ordre de 30.000 euros pour une personne de 60 ans affectée d'un taux d'incapacité de 10 %.									
Age	45	50	55	60	65	70	75	80	85
Rente annuelle servie à la victime	16.529	15.335	14.013	12.549	10.966	9.271	7.499	5.723	4.127
Extra patrimonial	22.764	21.120	19.300	17.283	15.103	12.768	10.328	7.881	5.684
Total (arrondi)	39.000	36.000	33.000	30.000	26.000	22.000	18.000	14.000	10.000
• Pour les mésothéliomes et les cancers graves, le malade reçoit une rente d'incapacité de 16.240 euros par an, ainsi que l'indemnisation des préjudices extrapatrimoniaux. Le tableau suivant décrit l'indemnisation que la victime est susceptible de percevoir dans l'hypothèse d'un décès deux ans après la découverte de la maladie :									
Age	45	50	55	60	65	70	75	80	85
Extra patrimonial	150.000	139.000	127.000	114.000	100.000	84.200	68.200	52.000	37.500
Montant capitalisé de la rente annuelle servie à la victime	32.480	32.480	32.480	32.480	32.480	32.480	32.480	32.480	32.480
Total indemnisation de la victime (arrondi)	182.000	171.000	159.000	146.000	132.000	117.000	101.000	84.000	70.000

• Pour les cas de cancer ayant bénéficié d'un traitement chirurgical, l'indemnisation est fonction des séquelles post-opératoires et du retentissement fonctionnel, ainsi que du préjudice moral, toujours élevé. Elle peut ainsi varier dans une fourchette qui permet de prendre en compte les situations individuelles et qui peut être dépassée dans les cas les plus graves.									
Age	45	50	55	60	65	70	75	80	85
Préjudice moral	35.503	32.939	30.100	26.954	23.555	19.913	16.108	12.292	8.865
Préjudice physique et d'agrément (fourchette)	3.538 à 329.429	3.283 à 27.303	3.000 à 24.950	2.686 à 22.342	2.348 à 19.525	1.985 à 16.506	1.605 à 13.352	1.225 à 10.189	884 à 7.348
Préjudices extrapatrimoniaux (fourchette)	39.041 à 64.931	36.222 à 60.243	33.100 à 55.050	29.641 à 49.296	25.902 à 43.079	21.898 à 36.419	17.713 à 29.460	13.517 à 22.480	9.748 à 16.213
Incapacité pour les 5 premières années	61.200	61.200	61.200	61.200	61.200	61.200	61.200	61.200	61.200
Total indemnisation (fourchette et hors IPP après 5 ans) borne basse	100.200 à 126.100	97.400 à 121.400	94.300 à 116.300	90.800 à 110.500	87.100 à 104.300	83.100 à 97.600	78.900 à 90.700	74.700 à 83.700	70.900 à 77.400
• En cas de préjudice esthétique, l'indemnisation est fonction du préjudice subi et varie habituellement entre 500 et 8.000 euros.									
* Les montants indiqués dans les tableaux ne portent que sur l'indemnisation de l'incapacité et les préjudices moral, physique et d'agrément. Les autres préjudices (esthétique, perte de revenu, frais non couverts par la sécurité sociale) dépendent de l'évaluation concrète de chaque dossier.									
Source : FIVA									

Figure 76 : informations relatives à l'amiante (source : Rapport Sénat 2005)

En pratique, il existe différentes méthodes permettant d'estimer les IBNR liés à l'amiante. Leur application dépend notamment des données et informations disponibles au sein de l'entreprise. Les méthodes qui ont été testées dans notre étude sont les suivantes :

- **Méthode basée sur le développement historique de la sinistralité**

Cette méthode consiste à appliquer les méthodes actuarielles classiques de projection des charges, par le biais des triangles de charges. Cette étude nécessite la distinction entre les différents types de risques amiante (selon le coût des indemnisations) de manière à observer des triangles homogènes.

Etant donné que nous n'avons qu'une année de souscription (1965), nous ne pouvons pas obtenir un triangle de charges. Nous ne pouvons donc nous baser sur une analyse historique de la sinistralité pour évaluer un développement moyen. De plus, les bases de données du portefeuille étudié ne permettent pas la distinction entre les différents types d'amiante. Les montants des prestations étant tout simplement incomparables selon les maladies, il ne nous est pas possible de pouvoir appliquer cette méthode.

- **Méthode basée sur un modèle épidémiologique**

Cette méthode repose sur une étude approfondie permettant de modéliser une courbe épidémiologique des maladies liées à l'amiante.

La courbe de latence médicale est utilisée pour projeter le nombre et le coût ultime des victimes de l'amiante.

En pratique, cette méthode nécessite la connaissance des courbes épidémiologique des différentes maladies liées à l'amiante, information qui est très difficile à obtenir de manière fiable. Cette méthode repose de plus sur de nombreuses hypothèses :

- l'hypothèse selon laquelle le risque est proportionnel à l'exposition pour des niveaux considérablement inférieurs à ceux qui ont été étudiés de manière épidémiologique ;
- la prise en compte d'une courbe moyenne pour évaluer le risque de cancer en fonction de l'exposition ;
- l'effet identique des divers types d'amiante.

Dans notre cas, nous n'avons pas les données récentes sur les courbes épidémiologiques de l'amiante. De plus, notre base de données ne recense pas les divers types de risques/sinistres, il nous est donc impossible de distinguer les divers types d'amiante et les diverses maladies constatées. Il ne nous est pas possible de pouvoir appliquer cette méthode.

- **Méthode du « ratio de survie »**

Le ratio de survie (*survival ratio*) est le nombre d'années durant lesquelles les réserves actuelles suffiront, considérant que les paiements moyens effectués dans l'avenir seront les mêmes qu'actuellement.

Ratio de survie = $\frac{IBNR + \text{dossier} / \text{dossier}}{\bar{p}}$, avec \bar{p} la moyenne des paiements annuels.

La méthode consiste à évaluer, à dit d'expert, le nombre d'années restantes durant lesquelles l'entreprise continuera de régler les sinistres du traité concerné. En d'autres termes, cela correspond à la période ultime estimée, moins le nombre de périodes déjà déroulées.

Connaissant le nombre d'années restants à régler, il ne reste alors plus qu'à estimer le paiement moyen annuel, qu'on supposera constant dans l'avenir.

La multiplication des deux éléments ci-dessus donne les réserves totales (PSAP d/d+IBNR), il ne reste alors plus qu'à déduire les PSAP d/d pour obtenir les IBNR.

Cette méthode est applicable dans notre cas mais peut être fiable car notre estimation de la période ultime est très difficile à évaluer, étant donné que nous ne possédons qu'un seul traité pour référence, en cours de développement, et que nous n'avons donc aucune idée du développement restant de ce traité.

- **Méthode basée sur un « benchmark » marché**

Par la présence d'amiante et le fait qu'une seule année d'origine soit concernée (1965), les méthodes basées sur l'étude historique des triangles de charges sont inappropriées.

De plus, nous ne disposons pas de suffisamment d'informations pour pouvoir utiliser les méthodes basées sur des modèles épidémiologiques.

Nous avons donc estimé les IBNR du traité « Anglo-French » en se basant sur des *benchmarks* du marché US, c'est-à-dire des points de référence déduits d'études menées sur le marché global US. Cette approche consiste à estimer le coût ultime des sinistres par des *benchmarks* ratios, relatifs au marché de l'assurance US.

Remarque: les données du *benchmark* ressortent d'une étude menée sur la base du marché de l'assurance US, en devise USD. Pour pouvoir les appliquer à notre portefeuille, nous nous sommes donc basé sur les montants de notre portefeuille convertis en USD, selon le taux de change du 30/11/2010.

Nous avons dans un premier temps étudié le marché de l'assurance US en termes d'amiante. Les ratios obtenus, disponibles sur le marché, ont été communiqués par le cabinet Milliman, et représentent les ratios ressortant de la totalité des risques amiante traités sur le marché US de l'assurance. En complément, Milliman nous fournit aussi différents niveaux de risques de la sinistralité liée à l'amiante sur le marché US :

US Benchmarks Marché (Milliman)			
	Low	Medium	High
Survival ratio	8 ans	14 ans	20 ans
IBNR / OS	150%	300%	450%
Paid/Ultimate	53%	41%	33%
Incurred/Ultimate	71%	56%	45%

Figure 77 : ratios relatifs au marché US de l'amiante, estimé par un benchmark

Voici les données disponibles du traité Anglo-French :

SGR - AngloFrench	USD	EUR
année d'origine	1965	1965
payés historiques	6 413 699	4 924 523
payés courant 2010	294 393	226 039
paiement moyen annuel (2008/2010)	348 184	267 340
PSAP d/d	965 033	740 965
charge connue (PSAP d/d + payés)	7 378 732	5 665 488
OS/Incurred	13%	13%

Figure 78 : données relatives au traité Anglo-French étudié

Le paiement moyen annuel correspond à la moyenne des paiements sur les 3 dernières années, paiement très stables car les montants varient peu d'une année sur l'autre.

Avant de pouvoir utiliser les ratios du *benchmark*, il faut s'assurer que les données d'« Anglo-French » sont bien comparables à celles fournies par le *benchmark*. Le ratio PSAP d/d / charge connue (« OS »/ « Incurred ») est le seul qui puisse nous permettre de comparer nos données à celles du marché US. En effet, nous ne pouvons utiliser les autres ratios, car ils font appel au montant des IBNR.

Nous avons calculé le ratio « OS/incurred » connu, qui est sensiblement le même que celui du marché US fournit (13 % pour SGRE, 12,5 % pour le marché US). Les données étant comparables on peut appliquer ces ratios pour estimer les IBNR.

Voici les IBNR estimés suivant l'application des 4 ratios disponibles dans le *benchmark* (sur la base du niveau de risque moyen) :

IBNR estimé selon:	IBNR (USD)	IBNR (EUR)
survival ratio	3 909 544	3 001 800
IBNR/OS	2 895 098	2 222 895
Paid/ultimate	8 264 436	6 345 544
Incurred/ultimate	5 797 575	4 451 455

Figure 79 : IBNR estimés selon l'application des différents ratios du benchmark

Le ratio qui semble le plus approprié est « Incurred/ultimate », car il comprend plus d'information que « paid/ultimate » (il est donc plus fiable), et fournit un montant plus prudent que les autres. Nous nous sommes donc basé sur ce ratio pour estimer les IBNR.

Ensuite, les IBNR calculés selon les différents niveaux de risque nous permettent de pouvoir déterminer un niveau de risque moyen, un scénario modéré et un scénario de stress :

IBNR estimés sur la base du ratio Incurred/ultimate:		
	usd	euro
Low	3 013 848	2 314 073
Medium	5 797 575	4 451 455
High	9 018 450	6 924 485

Figure 80 : IBNR estimés selon différents niveaux de risque

• **Conclusion :**

Par la présence d'amiante et le fait qu'une seule année d'origine soit concernée, les méthodes basées sur l'étude historique des triangles de charges sont inappropriées.

De plus, nous ne disposons pas de suffisamment d'informations pour pouvoir utiliser les méthodes basées sur des modèles épidémiologiques.

La méthode qui semble la plus appropriée pour estimer les IBNR du traité « Anglo-French » est donc la méthode basée sur le *benchmark* marché, car elle repose sur une étude approfondie menée. Les ratios du marché sont comparables aux nôtres car le ratio « OS/incurred » connu est quasiment le même.

Le ratio qui paraît le plus prudent à utiliser est le ratio « charge connue/charge ultime » (*incurred/ultimate*), car il manipule un maximum de données (donc plus sûr que le ratio « charge payée/charge ultime »).

Ainsi, pour obtenir une certaine marge de prudence, nous avons estimé ce ratio selon les critères « low », « medium » ou « high ».

Nous obtenons ainsi le *best estimate* (« low risk »), le scénario modéré (« medium risk ») et le scénario de stress (« high risk »).

IBNR Best Estimate	2 314 073	euros
IBNR Moderate Scenario	4 451 455	euros
IBNR Stress Scenario	6 924 485	euros

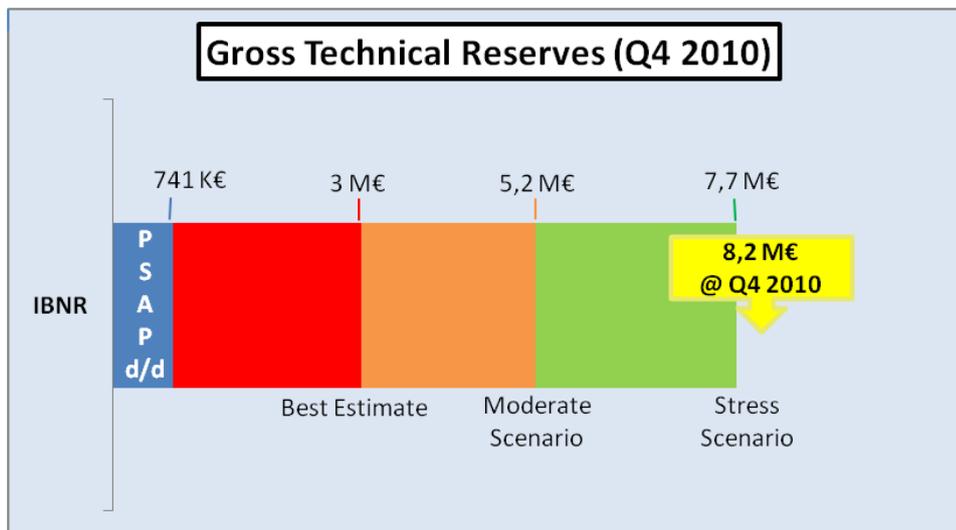


Figure 81: Représentation des différents niveaux de PSAP estimés pour Anglo-French

On peut observer que les PSAP sont très faibles comparés aux IBNR estimés, ce qui est particulièrement représentatif du risque amiante.

Les IBNR estimés sont cohérents avec ceux provisionnés à Q4 2010, relatifs à l'estimation datant de fin 2009 effectuée par l'ancienne unité de gestion du portefeuille, qui se situent à 7 486 105 €. Nous pouvons conclure suite à cette étude que le niveau provisionné est très prudent, car supérieur au scénario de stress que nous avons estimé.

La marge de risque estimée pour ce traité est de 5,2 M€.

IV.5. Résultats Nets des PSAP

L'étude précédente d'estimation des IBNR a été effectuée brute de rétrocession, car les risques à couvrir sont ceux acceptés dans le portefeuille, indépendamment de toute rétrocession. Cependant, une fois les provisions estimées en considérant tout le portefeuille, une partie de ces provisions est cédée car une partie des risques acceptés est cédée.

Les méthodes de calcul pour passer du brut au net sont présentées dans le paragraphe suivant.

Il est important de garder à l'esprit que les résultats qui concernent l'entreprise sont les résultats nets, les sinistres rétrocedés sont couverts par ailleurs et ne présentent donc aucun risque pour l'entreprise. Les provisions ainsi que le résultat technique qui intéressent l'entreprise sont donc nets de rétrocession, d'où l'importance d'une bonne connaissance des conditions de rétrocession de chaque traité du portefeuille, pour pouvoir estimer de manière fiable les risques réellement portés par l'entreprise.

IV.5.1. Calcul des provisions nettes de rétrocession

Pour se protéger contre des risques qu'elle ne pourrait pas supporter, la société AXA GLOBAL LIFE réassure une partie des risques portés par le portefeuille SGRE, en cédant une partie de son risque à un ou plusieurs rétrocessionnaires externes, comme expliqué à la partie IV.1.1.

Le fonctionnement global de la rétrocession au sein du portefeuille peut s'illustrer ainsi :

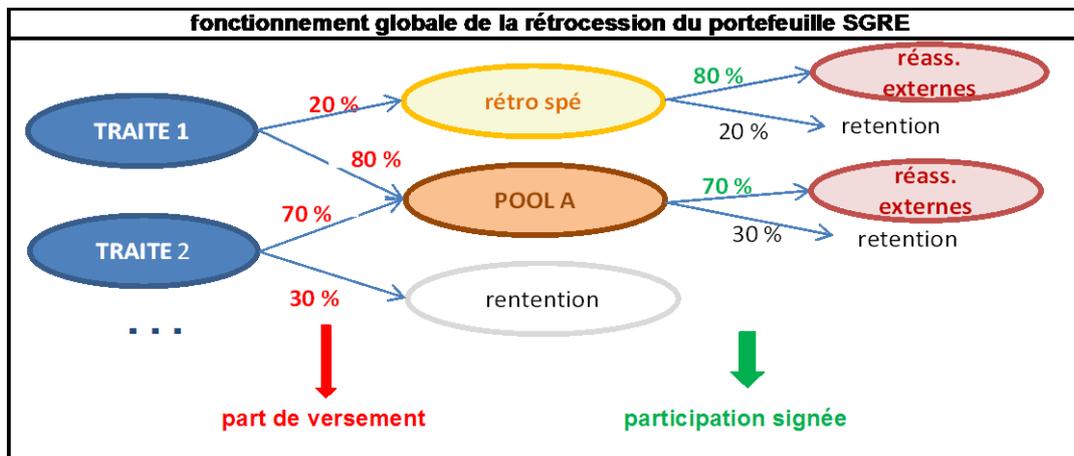


Figure 81: fonctionnement de la rétrocession du portefeuille

Ainsi, chaque traité accepté est rétrocedé en partie, selon un certain pourcentage, à un rétrocessionnaire, en souscrivant des traités de rétrocessions identiques à ceux du traité accepté. Ainsi, on peut calculer pour chaque traité accepté, un taux de rétrocession, et un taux de rétention. Une partie du traité accepté est intégrée dans un pool. Notons α cette proportion. Une partie est intégrée dans un traité de rétrocession directe ; notons β cette proportion. Une partie peut finalement être conservée $(1-\alpha-\beta)$. En outre, les traités de rétro spécifiques et/ou pools transfèrent le risque à divers rétrocessionnaires. En pratique, pour diverses raisons, il y'a couramment des commutations, cela signifie que l'on récupère le risque cédé, en rompant le contrat établi avec un des rétrocessionnaires, moyennant le paiement d'une prestation de la part du rétrocessionnaire concerné. Ainsi, il existe une partie de rétention dans les traités de rétrocessions établis. Notons β_r et α_r la part de rétention des traités et pools respectivement.

Ainsi, pour chaque traité accepté, on peut calculer le taux de rétrocession, noté Λ , par la formule : $\Lambda = \alpha \times (1 - \alpha_r) + \beta \times \beta_r$.

On obtient ainsi le taux de rétention permettant de calculer les montants nets : $1 - \Lambda$.

Ainsi, pour obtenir les IBNR nettes et les PSAP nettes, il suffit d'appliquer aux montants bruts le taux de rétention, pour chaque traité, étant donné que chaque traité a son propre taux de rétention.

Pour cela, il est avant tout nécessaire de répartir par traités les IBNR estimés par branches. Cette répartition peut s'effectuer selon différentes méthodes (au prorata des primes, des provisions dossier/dossier ou de la charge connue). La méthode de répartition que nous avons choisie est la répartition au prorata des montants de charge connue (payés cumulés + PSAP dossier/dossier) car nous n'avons pas l'information historique des primes. Cependant, cette répartition présente l'inconvénient de ne pas estimer d'IBNR sur les traités n'ayant ni sinistres payés ni provisions dossier/dossier ; ce qui n'est pas réaliste car il se peut en pratique que des sinistres soient déclarés tardivement, ne présentant ni sinistres payés ni provisions dossier/dossier les premières années. Cet inconvénient est moins gênant sur notre portefeuille car il est en run-off depuis 12 ans, il est donc moins probable qu'un sinistre soit porté à notre connaissance après plus de 12 ans sans présenter ni payés ni provisions dossier/dossier. En pratique, il est donc plus significatif de répartir les IBNR au prorata des primes, lorsqu'elles sont disponibles.

Pour effectuer notre répartition des IBNR, nous nous basons ainsi sur l'hypothèse suivante : plus un traité a un montant de sinistralité connue élevée à ce jour, plus il nécessite d'IBNR. Ainsi, pour

chaque branche du portefeuille pour laquelle nous avons estimé des IBNR bruts, nous avons calculé la part de chaque traité considéré au prorata des charges connues. Une fois le montant d'IBNR brut connu pour chaque traité accepté, il suffit d'appliquer le taux de récession calculé précédemment pour obtenir le montant rétrocedé, puis le montant net par déduction.

En particulier, il est très intéressant de déterminer les PSAP rétrocedés à chaque récessionnaire. Cela permet de connaître la part de chaque récessionnaire dans notre portefeuille en termes d'exposition au risque, information essentielle pour décider d'éventuelles commutations. Cette information est aussi utilisée pour déterminer la provision pour risque de contrepartie, qui sert à se protéger contre le risque de défaillance des récessionnaires impliqués dans le portefeuille.

IV.5.2. Présentation des résultats

La catégorie « agences internationales » ne correspond qu'à une année de souscription d'origine (2000), les méthodes classiques ne sont donc pas applicables. En pratique, le montant des provisions complémentaires (IBNR) pour cette catégorie est estimé par des gestionnaires expérimentés, suivant le portefeuille depuis plusieurs années sur cette catégorie (gestionnaires anciennement rattachés à l'ancienne unité de gestion du portefeuille), et régulièrement informé des évolutions positives ou négatives de la sinistralité concernée, grâce notamment à une présence fréquentes chez les cédantes. Ainsi, au vu des informations que ces gestionnaires nous rapportent, nous corrigeons à la hausse ou à la baisse l'estimation du montant ultime des sinistres.

Ainsi, sur cette catégorie, nous gardons les IBNR estimés et comptabilisés à Q4 2010, qui ne sont pas impactés par le changement d'unité de gestion du portefeuille, et qui n'ont pas à être remis en question.

Voici au total les provisions de sinistres à payer brutes et nettes estimées sur le portefeuille.

- **PSAP brutes de récession**

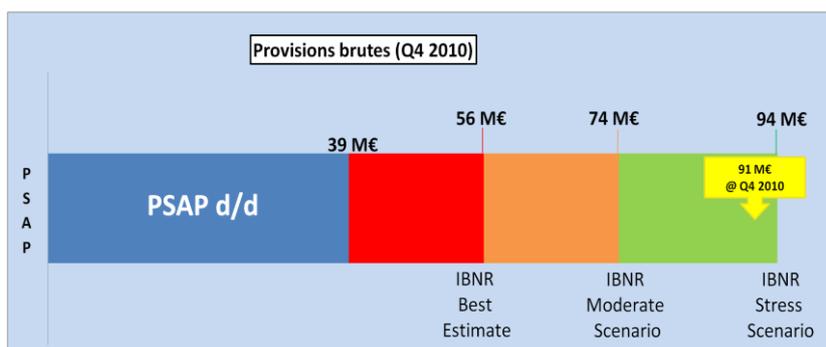


Figure 82: Représentation des différents niveaux de PSAP brutes estimées au total

La marge de risque brute est égale à 35 M €, soit 63 % du niveau de provisions *best estimate*. Elle est supérieure au scénario de stress, la prudence réglementaire est donc respectée concernant les provisions pour sinistres à payer comptabilisées à Q4 2010.

Le scénario de stress couvre tous les risques pouvant survenir même en situation extrême, avec une probabilité de 90%. On s'attend donc à ce que les provisions soient supérieures en moyenne au

coût réel que généreront les sinistres restants à payer, ce qui générera à long terme un bénéfice technique après liquidation du portefeuille.

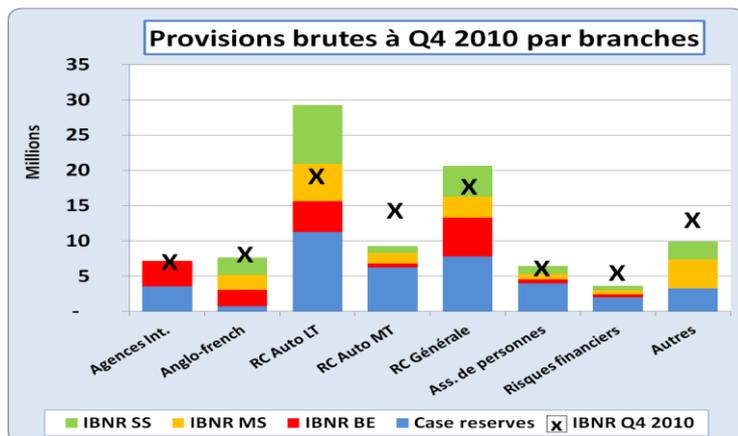


Figure 83 : présentation des PSAP pour toutes les branches du portefeuille

Les IBNR des agences internationales sont celles comptabilisées à Q4 2010. Auparavant, les IBNR n'étaient pas réparties par traités, et les montants comptabilisés dans la base de données ne distinguaient pas les différents niveaux d'IBNR selon les scénarios de risque (un montant global d'IBNR était estimé et comptabilisé par branche). Etant donné que nous avons repris l'estimation effectuée à Q4 2010 sur la catégorie des agences internationales, la marge de risque n'est alors pas identifiable. Pour toutes les autres branches, l'étude menée a permis d'aboutir aux trois différents scénarios de risque des provisions techniques. On remarque notamment que la branche autres (dommages aux biens, RC marine, construction et autres dommages divers) ne contient pas d'IBNR *best estimate*. En effet, après l'étude de provisionnement déterministe menée (cf. Annexe C), nous avons aboutit, en moyenne, à des IBNR négatifs en théorie, car la branche est en fin de développement et est actuellement sur-provisionnée ; on considère alors qu'en moyenne, il n'y aura plus de sinistres à payer sur cette branche. Cependant, il faut toujours être vigilant, c'est pourquoi il est nécessaire de prendre en considération la volatilité existante sur cette branche, et prévoir des éventuels scénarios de catastrophes, peu probables certes mais possibles.

Les IBNR estimés et comptabilisés à Q4 2010 n'étant pas répartis par traités, et la segmentation étant différente auparavant, toute comparaison entre les IBNR comptabilisés à Q4 2010, et nos estimations par branche, est peu significative.

Au final, cette étude aura permis d'attribuer à chaque traité des IBNR (un niveau *best estimate* et une marge de risque).

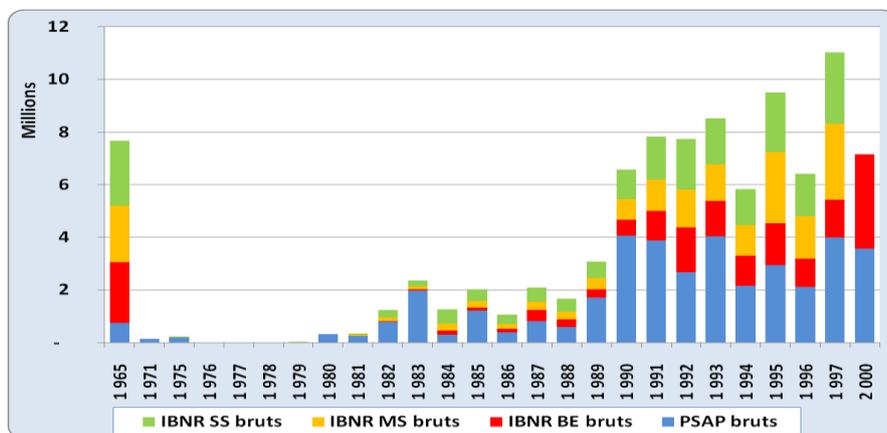


Figure 84 : présentation des PSAP brutes par année d'origine

L'analyse de la volatilité des provisions par année d'origine nous permet d'observer que le volume et la volatilité sont concentrés sur les années récentes (à partir de 1990).

L'année 1965, correspondant à la catégorie Anglo French, est un cas particulier étant donné qu'elle contient une quantité importante de risque amiante.

L'année 2000 correspond aux agences internationales, dont la marge de risque n'est pas identifiée.

- **PSAP nettes de récession**

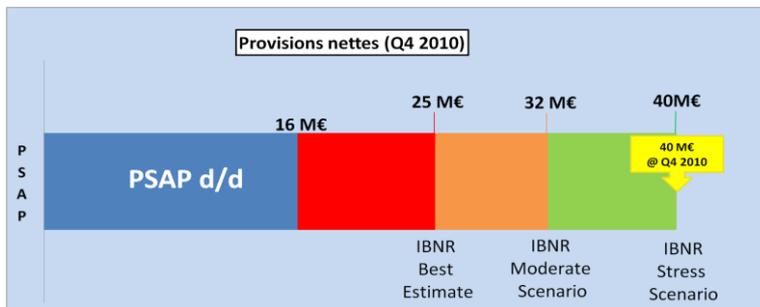


Figure 85 : présentation des différents niveaux de PSAP nettes estimées au total

La marge de risque nette est égale à 15 M €, soit 60 % du *best estimate*.

La marge de risque est légèrement supérieure au scénario de stress, le risque relatif aux sinistres à payer est donc prudemment couvert.

Contrairement aux estimations effectuées auparavant par l'ancienne unité de gestion, les IBNR brutes ont, suite à cette étude, été réparties par traité au prorata des charges connues, pour déduire les montants nets de récession. Les traités ayant chacun des conditions de récession différentes, cela a un impact sur les montants nets estimés.

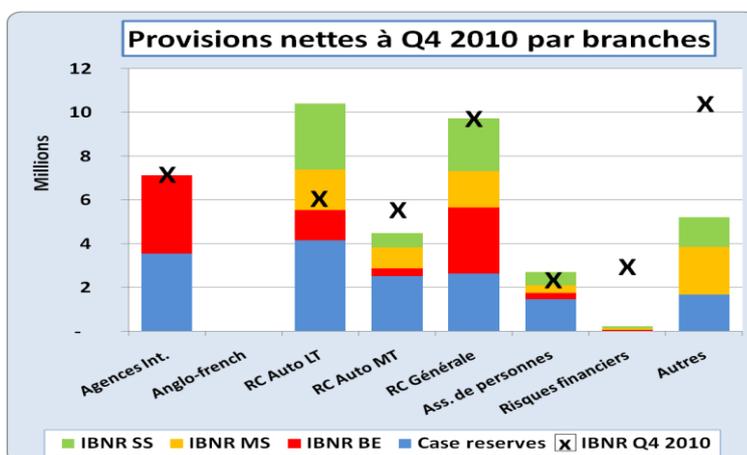


Figure 86 : présentation des PSAP nettes par année d'origine

Suite à cette analyse, nous pouvons observer les branches sur lesquelles il faudra augmenter le niveau de provision comptabilisé (via la comptabilisation d'un montant positif de variation d'IBNR), c'est le cas par exemple de la branche RC auto long terme, mais aussi les branches sur lesquelles les provisions sont trop importantes, et devront être revues à la baisse, comme par exemple la branche autres.

Suite à cette étude, le choix du niveau de provisionnement (scénario modéré/scénario de stress), i.e. du montant de la marge de risque, reste finalement la responsabilité de la Direction Financière.

Conclusion générale

Cette étude a permis de constituer une méthode optimale de provisionnement du portefeuille concerné, relativement aux divers types de risques existants. En particulier, les résultats obtenus ont confirmé la prudence des estimations antérieures effectuées, car le niveau de provisions actuellement comptabilisé se situe entre le scénario modéré et le scénario de stress, près de deux fois plus élevé que le montant à constituer en moyenne pour se couvrir des risques portés. La volatilité importante des IBNR, qui présentent un rapport « stress / *best estimate* » égal à 3, est contre-intuitive par rapport au fait que le portefeuille est en *run-off* depuis plus de 12 ans, et concerne des souscriptions ayant jusqu'à 45 ans d'ancienneté. Cela s'explique par le fait que, au vu de son ancienneté, on estime en moyenne que la plupart des sinistres du portefeuille sont connus avec une assez bonne précision, et qu'il reste ainsi que très peu de sinistres tardifs. En revanche, le scénario de stress correspond au quantile (90 %) des IBNR. Il représente donc les IBNR à constituer pour se couvrir de risques qui ont peu de chance de se produire (1 chance sur 10), et qui correspondent en l'occurrence à des sinistres importants, non envisagés en moyenne car ayant peu de chance de se produire, mais qui peuvent tout de même arriver en cas extrêmes. D'où l'écart significatif entre le niveau *best estimate* et le scénario de stress.

Par la suite, le montant de marge de risque (GSM) intégrée au capital sera décidé par la Direction Financière, selon l'appétence au risque de l'entreprise. En l'occurrence, le groupe AXA a pour stratégie de se situer entre le scénario modéré et le scénario de stress.

De manière plus large, cette étude a permis d'identifier les risques auxquels est exposée l'entreprise, et de déterminer une méthodologie optimale pour contrôler ces risques jusqu'à la liquidation complète du portefeuille. Par la suite, il serait intéressant de créer un outil informatique, basé sur cette méthodologie, permettant l'estimation automatique des provisions techniques de ce portefeuille chaque année jusqu'à sa liquidation.

Globalement, cette étude a été très intéressante, car elle a permis de traiter différents types de risques, leurs différences, et l'impact des méthodes de provisionnement utilisées. Cette approche souligne l'importance considérable d'une bonne segmentation du portefeuille, de manière à appliquer des méthodes de provisionnement propres à chaque type de risque.

Cette étude a aussi montré l'importance d'effectuer des contrôles et tests permanents sur toute étude menée ou modélisation envisagée. Les méthodes statistiques reposant sur de nombreuses hypothèses, il est primordial de les vérifier avant d'envisager toute application, sans quoi les résultats n'auraient aucun sens.

Cette étude a de plus démontré que tout n'est pas évident lors de l'estimation de provisions techniques, et qu'il faut savoir s'adapter à chaque situation rencontrée. En pratique, les méthodes actuarielles classiques ne sont pas toujours applicables, et il faut savoir prendre du recul, récolter un maximum d'informations et envisager différentes méthodes alternatives applicables. Cela nécessite des connaissances mathématiques et actuarielles poussées, mais aussi une certaine logique relative à la connaissance du business, et des limites associées à chaque méthode théorique.

De manière générale, l'application des différentes méthodes ainsi que la fiabilité des estimations des provisions techniques dépend en grande partie des données disponibles, d'où l'importance d'un outil de *reporting* de qualité, d'une masse d'information suffisamment large, et de contrôles et mises à jour quotidiens des bases de données et systèmes d'informations.

Le rôle du Département Actuariat est alors central dans ce contexte. Il apporte des conseils solides pour aider la Direction Financière sur ses prises de décisions. Il assure un suivi permanent des risques auxquels l'entreprise est exposée afin de participer aux états d'inventaires réglementaires, ce qui sera d'autant plus le cas sous Solvabilité 2.

De manière plus large, le champ d'action de la Direction Financière s'amplifie avec Solvabilité 2, avec pour rôle essentiel de veiller à la pérennité de l'entreprise, la fiabilité et la transparence des comptes. C'est entre autre le relais de la Direction Générale permettant de mettre en œuvre un contrôle interne. Ainsi, la connaissance et la maîtrise des risques auxquels peut être confrontée l'entreprise est un domaine sur lequel le Directeur Financier est de plus en plus responsabilisé.

Dans ce contexte, et on l'a d'ailleurs vu lors de cette étude, l'un des enjeux majeurs est la mise en place de d'une organisation et de systèmes d'informations intégrés afin d'obtenir rapidement des données fiables, précises et uniformes en provenance des différentes entités qui composent l'entreprise, afin d'optimiser le contrôle des risques.

Glossaire

Acceptation : opération par laquelle un réassureur accepte de prendre en charge une partie d'un risque déjà souscrit par un assureur.

Actuaire : mathématicien spécialiste de l'application de la statistique et des probabilités aux opérations de finance et d'assurance, visant notamment l'évaluation et la gestion des risques.

Actuariat : technique appliquant les méthodes statistiques et le calcul des probabilités aux opérations financières, aux problèmes d'assurance, de prévoyance et d'amortissement.

Amiante : silicate de calcium et de magnésium, matériau isolant utilisé depuis des décennies, aujourd'hui interdit en France et dans la plupart des pays du monde, car responsable de nombreuses maladies graves découvertes depuis peu.

'Backtesting' : Test visant à contrôler la performance, la qualité et la stabilité des modèles dans le temps. Ces tests sont indispensables avant toute validation de modèle statistique interne.

'Best Estimate' : « meilleure estimation des provisions, égale à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle probable des flux de trésorerie futurs), déterminée à partir de la courbe des taux sans risque pertinente ».

'Benchmark' : point de référence, un indicateur chiffré de performance dans un domaine donné (qualité, productivité, rapidité, etc.) tiré de l'observation des résultats de l'entreprise qui a réussi le mieux dans ce domaine. Cet indicateur peut servir à définir les objectifs de l'entreprise qui cherche à rivaliser avec elle.

Boni: bénéfice résultant de la liquidation des provisions techniques d'une année sur l'autre.

Bonus de liquidation: variation de l'estimation du montant ultime des sinistres d'une année sur l'autre. Une variation négative (respectivement positive) génère un bénéfice (resp. une perte), appelé Boni (resp. Mali).

Capacité : Montant maximal d'assurance ou de réassurance disponible pour couvrir les risques au niveau d'une entreprise. La capacité d'un assureur est fonction de ses capitaux propres, de son chiffre d'affaire et de ses traités de réassurance.

Cédante : nom donné à une compagnie d'assurance qui cède une partie des risques qu'elle a souscrit à un réassureur.

Commutation : reprise par la compagnie cédante des risques cédés au réassureur, moyennant le versement d'une prestation par le réassureur.

Déterminisme : le déterminisme scientifique est un postulat qui régit l'évolution dans le temps d'une situation sous l'effet des lois de la nature conformément au postulat de causalité et à la règle de stabilité.

Duration : somme des durées pondérées par les valeurs actualisées des flux à percevoir (primes éventuelles) rapportée à la valeur présente du titre. La duration s'exprime en unités de temps (fractions d'année) et est assimilable à un délai moyen de récupération de la valeur actuelle.

Évènement : Agrégation de plusieurs sinistres qui ont une origine aléatoire commune et qui affectent, soit un même assuré au titre de plusieurs polices, soit une pluralité d'assurés.

'fronting' : terme employé lorsqu'un assureur sert de façade légale à un autre assureur, voire à un réassureur, en lui cédant la totalité (ou presque) de son risque.

Excédent de perte annuelle (Stop Loss) : couverture de réassurance non proportionnelle ayant pour objectif de limiter la perte de la cédante sur un exercice.

Excédent de plein (Surplus) : couverture de réassurance proportionnelle par laquelle le réassureur prend à sa charge la portion des risques qui dépasse un certain niveau de capital assuré, appelé plein de rétention.

Excédent de sinistre par risque (XL per risk) : couverture de réassurance non proportionnelle ayant pour objectif de limiter la charge de la cédante lorsqu'un risque est touché par un sinistre.

Excédent de sinistre par évènement (XL per event) : couverture de réassurance non proportionnelle ayant pour objectif de limiter la charge de la cédante lorsque plusieurs risques sont touchés par le même sinistre défini comme un évènement (i.e. une même cause produisant les mêmes effets, au même moment, sur un même territoire).

Mali: perte résultant de la liquidation des provisions techniques d'une année sur l'autre.

PFGS (Provisions pour Frais de Gestion de Sinistres) : provisions techniques constituées pour assumer tous les frais généraux (hors indemnisation des sinistres) qui peuvent survenir durant la période de liquidation du portefeuille.

Plein de rétention (ou plein de conservation) : partie que l'assureur conserve pour son propre compte sur le risque cédé au réassureur (en réassurance proportionnelle).

Plein de souscription : somme du plein de rétention et des capacités de réassurance.

Portée : étendue de l'engagement du réassureur (en réassurance non-proportionnelle).

PPNA (Provisions pour Primes Non Acquises) : provisions techniques correspond à la fraction des primes brutes émises qui doit être allouée à l'exercice comptable suivant.

Prime : somme perçue par l'assureur ou le réassureur en contrepartie de la couverture d'un risque.

Priorité : montant à partir duquel le réassureur s'engage sur un sinistre (en réassurance non-proportionnelle)

Prorata temporis : proportionnel au temps écoulé.

Provision technique : Montant que tout assureur ou réassureur doit mettre en réserve pour faire face à ses engagements, c'est-à-dire permettre l'indemnisation des sinistres ultérieurs garantis.

PSAP (Provisions pour Sinistres A Payer) : provisions techniques constituées pour faire face aux engagements pris envers les assurés et permettre l'indemnisation de la totalité des sinistres survenus à la date d'inventaire mais non encore payés.

Quote-part : couverture de réassurance proportionnelle par laquelle le réassureur prend à sa charge un pourcentage fixe de toutes les affaires cédées au traité.

Rapport Sinistre à primes (Loss Ratio) : rapport, parfois noté S/P, du coût total des sinistres de l'exercice au montant des primes acquises.

Ratio combiné (Combined Ratio) : Somme du quotient frais généraux plus commissions encourues sur primes émises et du quotient sinistres encourus sur primes acquises.

Ratio de survie (Survival ratio) : nombre d'années durant lesquelles les réserves actuelles suffiront, en considérant que les paiements moyens effectués dans l'avenir seront les mêmes qu'actuellement.

Réassurance : opération par laquelle un assureur peut céder une partie des risques souscrits à un tiers, appelé réassureur, moyennant le paiement d'une prime.

Facob : réassurance facultative/obligatoire dans laquelle l'assureur est libre de proposer ou non le risque au réassureur, qui est obligé de l'accepter dans le cadre d'un traité.

Facultative : réassurance effectuée risque par risque, le réassureur étant libre d'accepter ou de refuser l'affaire que lui propose l'assureur, qui lui-même est libre conserver ou céder son risque.

Obligatoire : réassurance portant sur la totalité des risques d'un portefeuille, à des conditions strictement prédéfinies dans un traité.

Réassurance proportionnelle : forme de réassurance par laquelle le réassureur s'engage à couvrir les sinistres cédés par un assureur dans la même proportion que celle des primes qu'il a reçues.

Réassurance non proportionnelle : forme de réassurance par laquelle le réassureur s'engage à couvrir les sinistres cédés par un assureur pour un montant maximum, préalablement arrêté (appelée portée), et au-delà d'une somme conservée, fixée par avance dans le contrat (appelée priorité).

Réassureur : compagnie d'assurance qui s'engage à garantir la partie des risques que lui cède une autre société d'assurance, appelée cédante, moyennant une prime.

Rétention : part du risque conservée par un assureur ou un réassureur.

Rétrocession : opération par laquelle un réassureur cède lui-même une partie de ses risques à un tiers, appelé rétrocessionnaire, moyennant le paiement d'une prime.

Rétrocessionnaire : compagnie de réassurance qui s'engage à garantir la partie des risques que lui cède une autre société de réassurance, moyennant le paiement d'une prime.

Risque : tout événement interne et/ou externe susceptible d'avoir un impact négatif majeur (financier, humain ou stratégique).

Run-off : arrêt de toute souscription sur un portefeuille de risques, qui entraîne la gestion du déroulement, dans le temps, du stock des provisions techniques jusqu'à leur épuisement complet. En fonction de la branche, l'opération de run-off peut prendre plusieurs dizaines d'années.

Sinistre : événement déclenchant la garantie du contrat.

Solvabilité : mesure de la capacité d'une personne physique ou morale à payer ses dettes sur le court, moyen et long terme.

Stochastique : aléatoire ; le stochastique est utilisé dans le domaine scientifique où il représente la répartition du hasard

Traité de réassurance : convention de réassurance selon laquelle l'assureur s'engage à céder au réassureur, qui est tenu d'accepter, tous les risques souscrits par cet assureur dans une catégorie d'affaires déterminée moyennant des conditions techniques et financières fixées par cette convention.

TVAR (Tail Value at Risk) : mesure de risque d'un portefeuille, qui correspond à la moyenne des valeurs supérieures à la VAR (pour une probabilité donnée sur un horizon temporel donné).

VAR (Value at Risk) : mesure de risque d'un portefeuille, qui correspond au montant de pertes qui ne devrait être dépassé qu'avec une probabilité donnée sur un horizon temporel donné.

Bibliographie

Ouvrages

BEIGNIER Bernard, DO CARMO SILVA Jean-Michel (2011) : *Code des Assurances 2011*, LexisNexis.

CHARPENTIER Arthur, DENUIT Michel (2005) : *Mathématiques de l'assurance non-vie, Tome 2 : Tarification et provisionnement*, Economica.

COUILBAULT François, ELIASHBERG Constant (2009) : *Les grands principes de l'assurance*, L'argus de l'assurance.

DEELSTRA Griselda, PLANTIN Guillaume (2006) : *Théorie du risque et réassurance*, Economica.

De Vylder F. (1978) : *Estimation of IBNR Claims by Least Squares*, Bull. Assoc. Suisse des actuaires.

LUZI Michel (2007) : *Assurance IARD - Interprétation des chiffres*, Economica.

MACK Thomas (1999): “*The standard error of Chain Ladder reserve estimates: recursive calculation and inclusion of a tail factor*”, Astin bulletin.

PARTRAT Christian (2004) : “*Evaluation de la provision pour sinistres à payer*”, Caritat.

PARTRAT Christian, et autres (2007) : “*Provisionnement technique en assurance non-vie - Perspectives actuarielles modernes*”, Economica.

PARTRAT Christian, BLONDEAU Jacques (2003) : “*La réassurance*”, Economica.

PARTRAT Christian, BESSON Jean-Luc (2004) : “*Assurance non-vie : Modélisation, simulation*”, Economica.

TOSETTI Alain, et autres (2011) : “*ASSURANCE - Comptabilité – Réglementation - Actuariat*”, Economica.

TAYLOR Gregory (2000): “*Loss Reserving: An Actuarial Perspective*”, Springer.

Publications/Articles :

Actuaris (2010): “*IBNRS 2.1 – Technical Documentation*”.

American Academy of Actuaries (2001): “*Overview of Asbestos Issues and Trend*”.

Axa Liabilities Managers (2009) : “*Rapport de Solvabilité Saint-Georges Ré*”.

DÉRIOT Gérard et GODEFROY Jean-Pierre (2005) : “*Rapport d’information sur le bilan et les conséquences de la contamination par l’amiante*”, SÉNAT.

DeVylder (1978): “*Estimation of IBNR Claims by Least Squares*”, Bulletin of the Association of Swiss Actuaries.

HAYNE Roger M. (1985): “*An Estimate of Statistical Variation in Development Factor Methods*”, Casualty Actuarial Society.

Institut des Actuaires (2004) : “*Cahier des règles professionnelles, Version 1*”.

LAMBLE Véronique (2007): “*Le mot de l’actuaire – VAR: Value At Risk*”, La tribune de l’assurance n°112.

LECOEUR Eric (juin 2011) : “*La provision IBNR*”, L’actuariat n°1.

LE DÉAUT Jean-Yves et REVOL Henri : “*Rapport sur l’amiante dans l’environnement de l’homme : ses conséquences et son avenir*”, SÉNAT.

LIU Huijuan et VERRALL Richard (2010): “*Bootstrap Estimation of the Predictive Distributions of Reserves Using Paid and Incurred Claim*”, VARIANCE, Casualty Actuarial Society.

MADIGAN Kevin et autres (2003): “*Reserving for Asbestos Liabilities*”, Casualty Actuarial Society.

NISIPASU Ecaterina (2011): “*Best estimate des provisions techniques - sortir de la formule standard, intégrer les effets de la réassurance*”.

NOU Virak et autres (2007): “*Rapport du groupe de travail sur le calcul du best estimate en assurance dommages*”, ACAM.

PIERSOL Kim (2009): “*Commercial Lines - A Potpourri of Reserving Issues*”, Huggins Actuarial Services.

SCHMIDT Klaus D. et ZOCHER Mathias (2008): “*The Bornhuetter-Ferguson Principle*”, VARIANCE, Casualty Actuarial Society.

Cours (M2 Actuariat, Université Paris-Dauphine)

MONTADOR Laurent (CCR, 2010) : Pratique de la Réassurance.

WEISSLINGER Régis (ACP, 2010) : Principes de base de l’assurance dommages.

STOJANOVIC Alexandre (FFSA, 2010) : Introduction à Solvabilité 2.

Mémoires d'actuariat

CAMBARROT Thomas (2009) : *Provisionnement non-vie : le modèle de poisson surdispersé.*

COMPAIN Hélène (2010) : *Analyse du risque de provisionnement non-vie dans le cadre de la réforme Solvabilité II.*

FURET Aurélie (2006) : *Impacts de la volatilité des IBNR dans une cotation en réassurance.*

IDDER Fatiha (2010) : *Modélisation de la volatilité des réserves en réassurance sur un horizon d'un an dans le cadre de Solvabilité II.*

SAUVET Clélia (2006) : *Solvency II – Quelle modélisation stochastique des provisions techniques prévoyance et non-vie ?*

Sites internet

<http://www.ffsa.fr>

<http://www.apref.org>

<http://www.scribd.com/doc/32142159/Reassurance>

<http://register.consilium.europa.eu/pdf/fr/09/st03/st03643-re06.fr09.pdf>

<http://europa.eu>

Annexes

ANNEXE A : la régression linéaire

La Régression linéaire repose sur la modélisation suivante : $Y_j = \alpha + \beta \times X_j$

Avec X une variable indépendante explicative, Y la variable à expliquer, dépendante, et α et β des paramètres.

Ainsi, on peut noter $Y = X \delta$, avec $Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ \dots \\ Y_n \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} X_1 \\ \dots \\ X_n \end{pmatrix}$ et $\delta = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$.

Les estimateurs de α et β sont ensuite calculés par application de la formule :

$$\tilde{\delta} = (X^T W X)^{-1} X^T W Y,$$

En notant X^T la transposée de X, et en considérant la matrice de poids W :

$$W = \frac{1}{\sum_{j=1}^n w_j} \begin{pmatrix} w_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & w_n \end{pmatrix}$$

Ainsi, les estimateurs \hat{y}_j sont estimés par la formule : $\hat{Y} = X \tilde{\delta}$.

Remarque : Un indicateur significatif de cette régression est le coefficient de détermination, noté R^2 , qui reflète la part de la variation de Y expliquée par la régression, et donne une idée sur l'écart entre les valeurs réelles et les valeurs estimées. Cet indicateur se calcule de la manière suivante :

Coefficient de détermination :
$$R^2 = \frac{\sum_{j=1}^n w_j (\hat{y}_j - \bar{y})^2}{\sum_{j=1}^n w_j (y_j - \bar{y})^2} \in [0; 1]$$

Avec \bar{y} la moyenne des valeurs observées.

Plus le coefficient de détermination est proche de 1, plus les estimations sont proches des valeurs initiales, donc meilleure est la qualité de la régression.

Cet indicateur sera notamment utile pour choisir le lissage optimal à appliquer pour compléter le développement moyen de la sinistralité estimé.

ANNEXE B : fonctionnement itératif de la méthode Bootstrap

Le ré-échantillonnage est basé sur l'hypothèse que les résidus sont indépendants et identiquement distribués. Le ré échantillonnage est donc appliqué aux résidus de Pearson du modèle, étant donné la dépendance entre certaines observations du triangle des charges.

Les données utilisées en entrée sont les triangles cumulés des charge, les mêmes que ceux utilisés pour la méthode Chain Ladder. A l'aide de la méthode Chain Ladder de référence, les facteurs de développement du triangle des charges cumulées sont estimés. Ces facteurs de développement sont ensuite appliqués au triangle des charges cumulées par récursion arrière, en partant des dernières valeurs observables (i.e. la dernière diagonale du triangle), permettent de créer un nouveau triangle, appelé Predicted Triangle.

Le triangle des résidus de Pearson, notés $R_{i,j}$, est ensuite calculé à partir des écarts entre les valeurs réellement observées du triangle de base (non cumulées), notées $X_{i,j}$, et les valeurs estimées par la récursion arrière (non cumulées), notées $\tilde{X}_{i,j}$, grâce à la formule :

$$\text{Résidus de Pearson} = R_{i,j} = \frac{X_{i,j} - \tilde{X}_{i,j}}{\sqrt{\tilde{X}_{i,j}}}.$$

C'est sur ce triangle des résidus (iid) que la méthode itérative Bootstrap est alors appliquée, de la manière suivante :

- de nouveaux triangles de résidus sont générés par ré échantillonnage aléatoire des résidus de Pearson calculés précédemment. On obtient ainsi K triangles ré-échantillonnés de résidus ;
- l'idée est ensuite d'obtenir, pour chaque nouveau triangle de résidus ré-échantillonné, les estimations des montants des charges non cumulées à partir de ces résidus, grâce à la formule : $\hat{X}_{i,j} = R_{i,j} \times \sqrt{\tilde{X}_{i,j}} + \tilde{X}_{i,j}$;
- on obtient ainsi K nouveaux triangles de charges cumulées ;
- en projetant le triangle des charges cumulées, on obtient les montants ultimes des sinistres pour chaque année d'origine, en sommant les charges simulées et l'évaluation de la provision ;
- pour chaque triangle $R_{i,j}$ échantillonné, on applique ces différentes étapes, on stocke le résultat et on réitère.

Au final, pour chaque année d'origine, nous obtenons K valeurs de montant ultime des sinistres et K valeurs d'IBNR. Grâce à ces estimations, nous pouvons déterminer la distribution des IBNR, ou des montants ultimes des sinistres, ainsi que différents quantiles. Dans notre cas, les scénarios de risques auxquels nous nous intéressons sont basés sur les Value-at-Risk 75% et 90%. Les options disponibles de l'outil IBNRS nous donnent la possibilité de caller les résultats de nos estimations de telle sorte que la moyenne des IBNR estimés par la méthode Bootstrap coïncide avec nos IBNR best estimate (cf. option « proportional fitting).

Plus le nombre de simulations K est élevé, plus les résultats sont fiables et stables.

• Branche RC Générale

date d'effet	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32			
1978	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	252	252	252	252	252	252	252	252	252	252	252	252	252	252	252	252	252	252		
1979	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9115	12214	12214	12214	-159	-159	-159	-159	22877	51108	51108	51108	51108	51108	51108	51108	51108	51108	51108		
1980	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51		
1981	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3559	4178	4263	7703	7703	7703	169968	245045	263907	248575	243451	232612	218831	213803	309661	309816	272003					
1982	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	17439	19619	19619	19619	19619	19619	19619	19619	19619	19619	19619	19619	19619	19619	19619	19619	19619	19619	19619	19619	19619		
1983	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	49159	49547	49547	49547	49547	49547	49547	49547	49547	49547	49547	49547	49547	49547	49547	49547	49547	49547	49547	49547	49547	49547		
1984	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	176954	108890	537109	668822	668822	689788	731258	1027621	1623635	1843102	2095603	2206349	2581930	3053534	3061172	3066225	3066290								
1985	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	221158	476708	636954	708914	802927	956518	1047143	1023905	892682	969493	1002369	1009474	1020959	1027342	1030438	1191090	1254000									
1986	0	0	0	0	0	0	0	0	0	61686	147304	393882	557725	728756	872898	901503	963454	1004675	1017980	1395129	1409117	1408553	1404921	1462533	1479358	1484576										
1987	0	0	0	0	0	0	0	0	0	457299	891454	1348000	2144138	2894949	3689979	4204391	4690175	5053245	5196910	5407112	5482767	5482767	5482767	5482767	5540714	5540714										
1988	0	0	0	0	0	0	260828	419993	673917	1541996	1934750	2289376	2378572	2482449	2590168	2677029	2701312	2729984	2464713	2606327	2606374	3222781	3543673													
1989	0	0	0	0	0	0	85798	85929	157848	487525	657433	739197	747072	870784	892971	984159	1036803	1036803	1036803	1036803	1058432	1058432	1053508													
1990	0	0	0	7073	90602	87517	83995	93269	240850	536265	1040001	1233954	1622927	1228753	1558397	1940235	1955141	1974433	2681641	2798829																
1991	0	0	0	55986	59694	61807	62388	243462	528028	692356	1111093	1157010	1195376	1279354	1526948	1645705	1655179	1629765	2384549	2587505																
1992	0	25115	31881	193088	434187	985911	1316115	2313449	2588397	3207441	2998349	3119024	3414844	3531113	3551289	3624803	3993247	4977655																		
1993	0	1815192	1821369	1825606	1826940	1828043	1828579	1828788	1828788	1830135	1830151	1830795	2076092	2111841	2111839	2111839	2175561	2175561	2311113																	
1994	4217	2164550	2170364	2170364	2179490	2184493	2187160	2197675	2204341	2357354	2336503	2344303	2443052	2443052	2453078	2491661	2679567																			
1995	1547	2383197	2398847	3048530	3048530	3048530	3058801	3059029	3059029	3079185	3180745	3369085	3369780	4515061	3742393	3821759																				
1996	37423	47286	99077	449930	940905	1594692	2109068	2133519	2328002	2549491	2654575	2505004	2697647	2764533	2847859																					
1997	37125	50681	69661	103120	219963	264593	413298	689200	1307288	2455341	2128022	2322162	2434572	2617139																						
1998	18293882	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	20580617	

Le triangle entré dans IBNRS pour l'étude commence en 1981, les souscriptions antérieures (1978 -> 1980) étant très instables et de montants négligeables → ils ne génèrent plus d'IBNR. De plus, l'année 1998 est exclue aussi car elle correspond à un traité unique (cédante AXA RE, en France), et sa charge de sinistres (incurred) ne bouge plus depuis plus de 20 ans et il n'y a jamais eu de suspens sur ce traité.

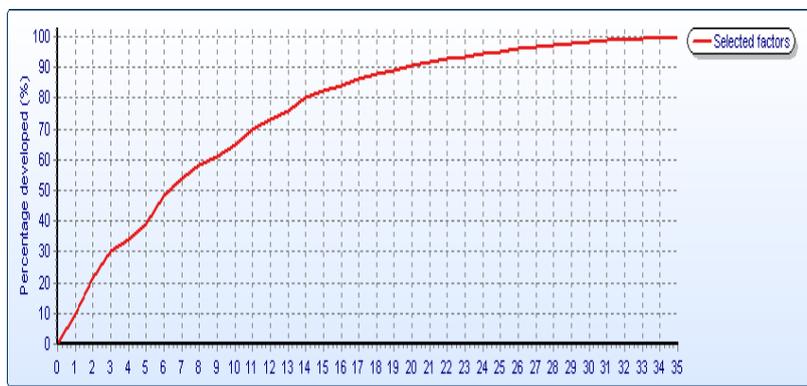
Voici le triangle des coefficients de développement présentant notamment les exclusions :

	2/1	3/2	4/3	5/4	6/5	7/6	8/7	9/8	10/9	11/10	12/11	13/12	14/13	15/14	16/15	17/16	18/17	19/18	20/19	21/20	22/21	23/22	24/23	25/24	26/25	27/26	28/27	29/28	30/29							
01/1981	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	2,397	1,542	1,321	1,055	1,090	0,501	0,973	0,873	0,864	0,973	0,972	0,965	0,971	1,029	0,933	0,891							
01/1982	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	0,542	0,987	0,997	0,986	0,407	0,981	1,006	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000					
01/1983	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	0,721	2,507	1,000	1,011	1,152	1,795	1,285	1,049	1,031	0,919	1,935	0,903	1,013	1,141	0,892	1,020									
01/1984	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	1,038	1,702	1,002	1,554	0,934	0,934	3,283	1,146	0,991	1,153	1,011	1,025	1,167	1,002	1,007	1,003									
01/1985	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	1,354	1,503	0,937	0,866	1,103	0,852	0,968	0,820	1,130	1,231	1,033	1,008	0,947	0,999	1,003	1,017										
01/1986	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	1,446	1,335	1,102	1,059	0,548	1,937	0,927	1,051	0,985	1,085	0,977	1,005	1,002	0,850	1,141	1,021												
01/1987	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	1,096	1,142	1,191	1,119	1,131	1,137	1,027	0,960	0,955	1,009	0,991	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001	
01/1988	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	0,884	1,215	1,176	0,985	1,025	1,005	1,012	1,012	0,994	1,013	0,981	0,910	1,051	1,027	1,104	1,050															
01/1989	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	2,023	1,124	1,532	0,732	2,102	0,934	0,794	1,306	0,889	0,951	1,011	0,973	0,997	0,997	1,119	1,173															
01/1990	NAN	NAN	NAN	NAN	1,553	1,154	1,317	0,886	1,262	1,350	1,046	0,747	1,117	0,985	1,107	0,996	1,003	1,007	1,007	1,012																
01/1991	NAN	NAN	NAN	1,080	1,607	1,148	1,021	0,930	0,443	0,981	1,109	1,156	0,864	1,136	1,038	1,003	1,025	1,103	1,069																	
01/1992	NAN	NAN	NAN	0,949	3,233	2,285	0,753	0,172	9,314	0,867	1,149	1,046	0,923	1,030	1,028	0,992	1,016	1,118	1,204																	
01/1993	NAN	0,980	0,994	0,851	1,240	1,003	0,801	1,012	1,055	0,935	1,113	1,109	1,003	1,000	1,001	0,870	1,024																			
01/1994	24,702	1,053	1,013	1,005	1,010	0,949	1,041	0,919	0,986	1,011	1,011	1,032	0,995	1,004	1,038	1,110																				
01/1995	26,736	0,989	1,900	0,213	1,230	1,000	1,052	1,179	1,018	1,025	0,989	0,987	1,046	0,825	0,966																					
01/1996	1,779	1,257	1,694	1,329	1,312	1,228	0,867	1,071	1,014	0,945	1,051	0,969	0,936	0,895																						
01/1997	3,259	0,902	0,795	1,363	1,425	1,507	1,163	1,216	1,113	1,102	1,063	0,903	1,021																							

Sélection :

- Période ultime = 35.
- Lissage selon la fonction Weibull ($R^2=0,656$, meilleur lissage possible)

Allure moyenne obtenue :



Sur cette branche, 73% du développement de la charge est atteint à la 12^{ème} période. 99 % du développement est atteint à la 32^{ème} période.

• Risques financiers

date d'effet	Période Actuariat																											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1983	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1984	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1985	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1986	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1987	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1988	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1989	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1990	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1991	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1992	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1993	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1994	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1995	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1996	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1997	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Le triangle entré dans IBNRS pour l'étude commence en 1986, les souscriptions antérieures (1983 -> 1985) étant incohérentes, trop anciennes et de montants négligeables -> elles ne génèrent pas d'IBNR.

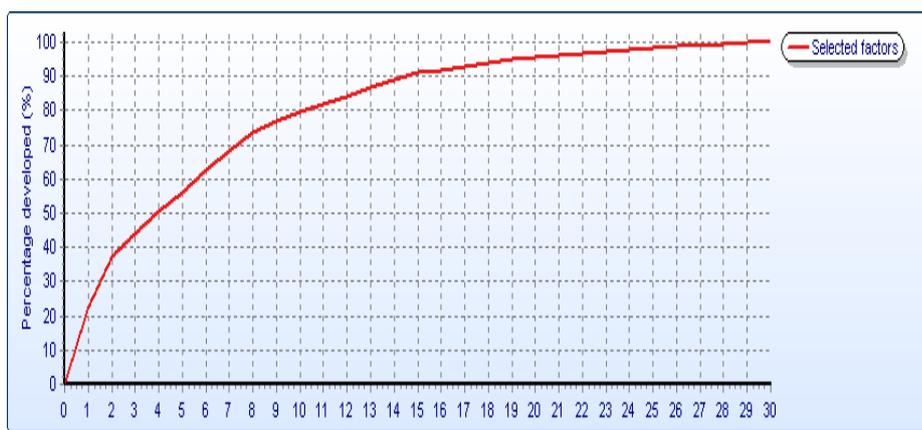
Voici le triangle des coefficients de développement présentant notamment les exclusions :

	2/1	3/2	4/3	5/4	6/5	7/6	8/7	9/8	10/9	11/10	12/11	13/12	14/13	15/14	16/15	17/16	18/17	19/18	20/19	21/20	22/21	23/22	24/23	25/24
01/1986	NAN	1,197	0,847	1,036	1,302	0,878	1,666	0,666	0,913	1,096	0,913	0,999	1,000	1,000	1,000	1,000	0,916							
01/1987	NAN	1,726	0,351	1,484	1,049	1,013	1,027	1,031	1,012	1,025	0,885	1,126	1,011	0,996	1,005	1,000	1,000							
01/1988	NAN	1,109	0,926	1,126	1,024	1,021	0,883	1,169	1,000	1,002	0,955	0,999	1,001	0,765	1,124	0,949	0,596							
01/1989	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	0,930	1,034	1,349	0,800	0,945	1,339	1,284	1,009	0,805	1,029	1,006	0,818	0,740	1,006	1,026	1,055		
01/1990	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	1,196	0,849	1,384	0,978	1,060	1,021	0,991	0,981	1,023	0,980	1,041	1,006	0,764	1,002	1,007	0,980			
01/1991	NAN	NAN	NAN	NAN	1,034	1,061	1,130	0,988	1,020	0,980	0,972	1,016	1,083	0,931	0,997	0,975	0,855	1,003	1,000	1,027				
01/1992	NAN	NAN	1,179	1,008	1,213	1,053	0,977	1,039	0,960	1,037	0,977	1,273	0,997	1,003	0,998	1,007	0,984	0,994						
01/1993	NAN	0,718	1,464	1,316	1,099	1,018	1,028	0,970	1,020	1,002	1,019	0,985	1,053	1,007	1,000	1,146	0,943							
01/1994	4,033	1,125	1,023	1,312	1,132	0,856	0,983	1,028	1,063	1,008	1,011	1,000	0,983	1,004	0,943	1,081								
01/1995	2,378	0,926	1,058	1,202	0,930	1,022	1,053	0,997	0,997	1,036	0,967	1,026	1,098	1,285	0,872									
01/1996	1,779	1,222	1,969	1,343	1,105	1,013	1,002	1,274	0,964	0,932	0,940	0,965	0,995	0,969										
01/1997	1,555	1,374	0,854	1,403	1,458	0,928	1,028	1,080	0,913	1,405	1,003	1,171	0,923											

Sélection :

- Période ultime = 30.
- Lissage selon la fonction Weibull ($R^2=0,813$, meilleur lissage possible)

Allure moyenne obtenue :



Sur cette branche, 84 % du développement de la charge est atteint à la 12^{ème} période.
99 % du développement est atteint à la 26^{ème} période.

• Autres (dommages aux biens, RC marine, construction, divers)

date d'effet	Période Actuariet																																						
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34				
1976	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1977	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1978	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1979	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1980	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1981	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1982	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1983	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1984	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1985	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1986	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1987	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1988	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1989	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1990	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1991	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1992	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1993	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1994	47282542	61476307	80623993	76118795	75252174	70669890	74963276	74694134	74460986	74754539	74739381	74738721	74650879	74650390	74543096	74557751	74509209																						
1995	76603781	122706651	183314229	183269236	181373333	185653175	140890770	142730273	142775366	142786266	141468722	141413726	141440240	141419665	141423755	141383742																							
1996	36989836	48336111	60195414	61267750	60857396	48344661	53789559	53959407	53794562	51955291	55602503	55500323	54949973	54481643	53483316																								
1997	36369778	133148583	138416240	60734391	69370274	58710764	58694149	59418009	59246420	5917641	58643813	58711078	58999924	58909533																									

Le triangle entré dans IBNRS pour l'étude commence en 1979, les souscriptions antérieures (1976 -> 1978) sont des traités anciens, avec des montants négligeables et constants → ils ne génèrent plus d'IBNR.

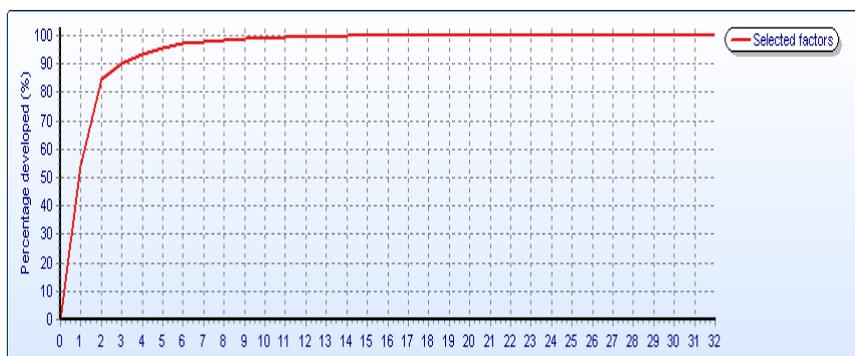
Voici le triangle des coefficients de développement présentant notamment les exclusions :

	2/1	3/2	4/3	5/4	6/5	7/6	8/7	9/8	10/9	11/10	12/11	13/12	14/13	15/14	16/15	17/16	18/17	19/18	20/19	21/20	22/21	23/22	24/23	25/24	26/25	27/26	28/27	29/28	30/29	31/30	32/31						
01/1979	NAN	1,028	0,961	1,000	1,256	1,030	0,993	0,944	1,000	1,000	1,001	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000																	
01/1980	NAN	1,840	0,891	1,000	1,000	0,970	1,003	1,043	0,996	0,946	1,053	0,952	1,000	1,000	1,000	0,999	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000																
01/1981	NAN	0,938	7,004	1,080	0,972	0,996	0,432	0,283	3,466	0,978	0,635	0,903	0,794	0,998	0,999	1,010	1,011																				
01/1982	NAN	0,992	0,483	0,109	-0,604	0,828	1,531	1,470	1,023	1,052	-2,483	1,006	1,000	1,000	0,968	1,000	1,000																				
01/1983	NAN	0,714	3,248	1,757	0,645	0,978	0,743	1,015	1,005	0,817	0,970	1,002	0,857	1,000	1,002	0,995	1,000																				
01/1984	NAN	1,014	0,918	1,119	1,006	0,904	1,106	1,002	1,003	0,943	0,880	0,998	1,000	1,000	0,992	1,000	1,000																				
01/1985	NAN	0,982	0,765	3,127	0,990	0,990	0,593	0,668	0,978	1,035	0,998	1,001	1,000	1,000	0,998	1,000	1,000																				
01/1986	NAN	1,083	1,237	0,953	1,019	1,060	1,161	0,851	0,354	0,909	0,863	1,000	0,997	1,000	0,998	1,000	1,003																				
01/1987	NAN	0,911	0,989	0,968	0,806	1,032	0,996	1,057	0,993	0,973	0,968	0,994	1,000	1,002	0,999	1,000	0,988																				
01/1988	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	1,172	0,909	1,004	0,939	1,048	0,961	1,004	0,988	0,983	0,972	1,010	1,003	1,019	0,991	0,999	1,002															
01/1989	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	1,133	0,880	1,287	0,978	0,979	0,921	1,085	0,957	0,986	0,998	0,999	1,002	1,002	1,000	0,999	1,001																
01/1990	NAN	NAN	NAN	NAN	1,422	1,174	1,201	1,164	1,101	1,160	1,084	0,980	1,326	1,015	0,975	1,033	0,991	0,863	1,000	1,000																	
01/1991	NAN	NAN	NAN	0,942	0,855	1,188	0,908	0,997	1,014	0,923	0,988	1,000	1,064	0,939	1,005	0,934	0,996	0,998	1,000																		
01/1992	NAN	NAN	NAN	0,998	0,913	1,116	0,958	1,010	1,013	1,003	0,995	1,005	1,000	0,949	0,998	1,004	1,000	1,000	0,999																		
01/1993	NAN	1,005	0,956	1,044	0,989	1,064	0,971	1,042	0,924	0,997	1,041	1,017	1,000	1,000	1,001	1,000	1,000																				
01/1994	1,724	0,990	0,944	0,989	0,998	0,999	0,996	0,997	1,004	1,000	1,000	1,000	0,999	0,999	1,000	0,999																					
01/1995	1,602	1,127	1,000	0,999	1,010	1,010	1,013	1,000	1,000	0,991	0,999	1,000	1,000	1,000	1,000																						
01/1996	1,307	1,245	1,051	0,962	0,794	1,113	1,003	0,997	0,966	1,070	0,998	0,964	1,000	1,000																							
01/1997	3,661	1,025	0,445	0,994	0,973	0,999	1,013	0,997	0,999	0,991	1,001	1,005	0,998																								

Sélection :

- Période ultime = 32.
- Lissage selon la fonction Weibull ($R^2=0,720$, meilleur lissage possible)

Allure moyenne obtenue :



Sur cette branche, 99,5 % du

ANNEXE D : étude sur la méthode De Vylder

Nous avons étudié l'impact du manque d'information antérieure à 1994, responsable de l'utilisation de parallélogrammes au lieu de triangles.

Pour illustration, j'ai effectué ces études sur notre triangle de charge initial de la branche « Assurance de personnes ».

L'étude est simple et rapide étant donné que, une fois le triangle entré dans l'outil IBNRS, nous n'avons aucun pouvoir d'action sur IBNRS pour cette méthode (aucune action manuelle possible d'exclusion de coefficients ou autre).

Deux études distinctes ont été menées :

- En considérant tout le triangle de charges initial : les IBNR estimés par la méthode de DeVlylder sont de -86 K€. Valeur incohérente due à la principale raison du manque d'informations sur la partie supérieure gauche du triangle.
- En supprimant la partie supérieure gauche nulle, i.e. en ne prenant en compte que les années de souscription depuis 1994 incluse.

Triangle non cumulé des charges de sinistres de la branche Assurance de personnes (en €)																	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1 994	571 011	180 454	- 363 338	55 586	107 657	31 339	- 80 504	16 195	- 13 878	- 7 719	- 38 421	922	26 586	- 879	-	-	4 984
1 995	702 268	227 025	176 329	- 106 656	- 68 292	- 35 410	- 49 486	- 136 929	32 698	- 43 024	- 19 792	1 531	- 13	- 12	927	- 73	
1 996	981 684	463 987	- 38 010	334 642	25 873	- 454 646	6 275	29 672	- 8 279	115 817	483 975	- 158 985	41 008	- 185 928	141 986		
1 997	717 412	1 509 664	221 498	- 72 585	91 484	-	- 395 341	19 666	60 795	271 950	29 559	48 300	- 26 909	50 140			

Les résultats obtenus en appliquant la méthode DeVlylder sont les suivants :

De Vylder / charge	1994	1995	1996	1997	Total
Charge connue	489 995	681 091	1 779 071	2 525 633	5 475 790
Ultime estimé	489 995	687 548	1 791 294	2 711 383	5 680 220
IBNR estimé	0	6 457	12 223	185 750	204 430

D'autre part, la méthode Chain Ladder Standard a été appliquée à ce même triangle pour comparaison. Voici les résultats obtenus :

Chain Ladder / charge	1 994	1 995	1 996	1 997	Total
Charge connue	489 995	681 091	1 779 071	2 525 633	5 475 790
Ultime estimé	489 995	688 090	1 797 240	2 681 544	5 656 869
IBNR estimé	0	6 999	18 169	155 911	181 079

On en déduit que, sans considération des années dont le début de développement est inconnu, les résultats de la méthode DeVlylder sont très cohérents, d'autant plus en comparant aux résultats obtenus par la méthode de Chain Ladder appliquée au même triangle (années d'origine à partir de 1994).

Il paraît alors évident d'après cette étude que la méthode DeVlylder ne peut être appliquée à un parallélogramme, et qu'elle nécessite alors un triangle à la fois complet et régulier.

ANNEXE E : résultats de l'étude de provisionnement stochastique (Bootstrap) pour toutes les branches de la catégorie « Filiales et autres »

• **Branche RC Auto Lont Terme**

20 000 itérations

Options retenues :

- « Fix random seed »
- « Proportionnal fitting »
- « Import parameters from Chain Ladder »

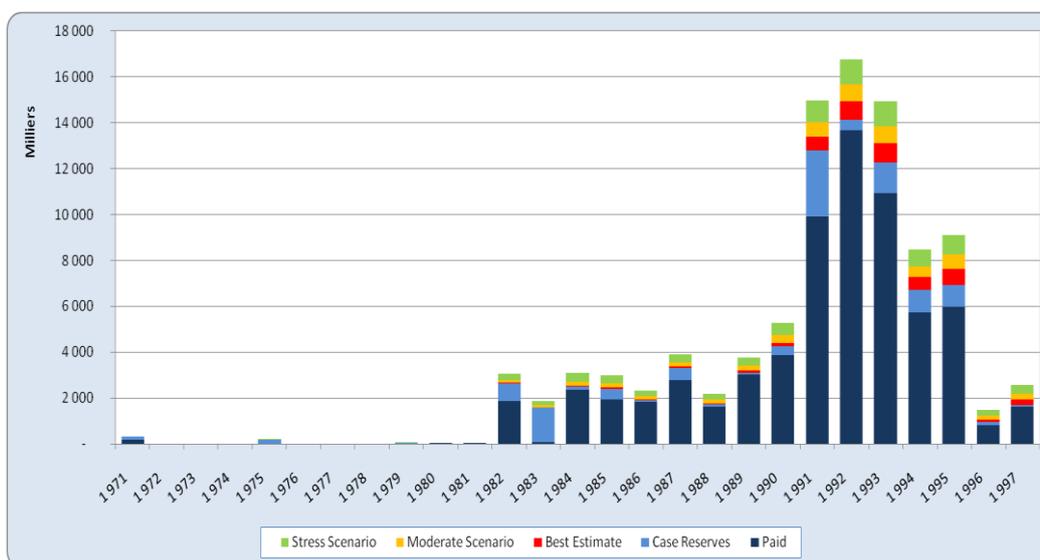
Pas d'exclusion des résidus de Pearson nécessaire.

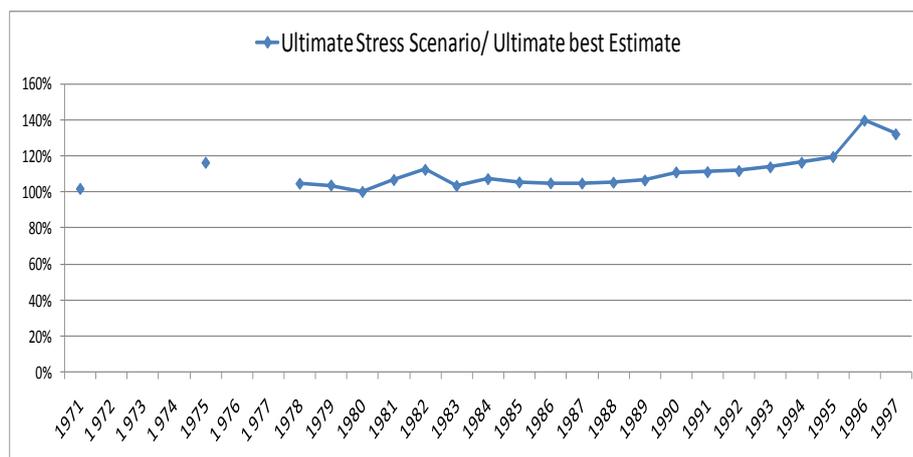
L'option « use CL parameters » ne peut être appliquée dans ce cas car il est nécessaire de calculer la volatilité des années 1971 et 1975, exclues de la méthode déterministe CL appliquée. Nous ne pouvons donc pas nous baser sur les mêmes exclusions pour la méthode Bootstrap.

IBNR Q4 2010 = 8 M€

Exercice	Paid	Case Reserves	IBNR			IBNR BE/Incurred	Ultimate			Ultimate Stress/BE
			Best Estimate	Moderate Scenario	Stress Scenario		Best Estimate	Moderate Scenario	Stress Scenario	
1971	166 150	135 616	308	2 376	7 368	0%	302 074	304 142	309 134	102%
1975	11 023	175 771	493	8 987	44 072	0%	187 287	195 781	230 866	123%
1978	2 775	-	13	799	3 364	0%	2 788	3 574	6 139	220%
1979	49 599	-	282	6 260	23 144	1%	49 881	55 859	72 743	146%
1980	-	-	-	-	-	0%	-	-	-	-
1981	26 706	-	218	7 865	25 623	1%	26 924	34 571	52 329	194%
1982	1 876 628	762 404	25 677	156 922	431 291	1%	2 664 709	2 795 954	3 070 323	115%
1983	72 871	1 496 753	18 199	106 844	298 214	1%	1 587 823	1 676 468	1 867 838	118%
1984	2 358 696	132 974	34 402	234 958	600 967	1%	2 526 072	2 726 628	3 092 637	122%
1985	1 924 199	484 951	39 598	224 521	574 300	2%	2 448 748	2 633 671	2 983 450	122%
1986	1 844 020	65 809	37 374	173 235	417 467	2%	1 947 203	2 083 064	2 327 296	120%
1987	2 778 123	523 728	76 966	267 623	610 181	2%	3 378 817	3 569 474	3 912 032	116%
1988	1 619 117	107 000	47 965	200 518	465 616	3%	1 774 082	1 926 635	2 191 733	124%
1989	3 021 407	91 672	103 239	301 127	637 626	3%	3 216 318	3 414 206	3 750 705	117%
1990	3 853 337	388 233	168 118	512 774	1 037 081	4%	4 409 688	4 754 344	5 278 651	120%
1991	9 908 907	2 878 089	606 829	1 226 509	2 184 578	5%	13 393 825	14 013 505	14 971 574	112%
1992	13 668 616	456 056	804 301	1 566 731	2 659 492	6%	14 928 973	15 691 403	16 784 164	112%
1993	10 929 757	1 357 726	841 680	1 579 979	2 649 647	7%	13 129 163	13 867 462	14 937 130	114%
1994	5 748 485	979 488	556 039	1 023 684	1 741 340	8%	7 284 012	7 751 657	8 469 313	116%
1995	5 971 565	956 815	693 273	1 331 781	2 177 336	10%	7 621 653	8 260 161	9 105 716	119%
1996	810 936	145 299	116 322	287 859	542 798	12%	1 072 557	1 244 094	1 499 033	140%
1997	1 614 078	79 638	251 681	504 690	877 515	15%	1 945 397	2 198 406	2 571 231	132%
TOTAL	68 256 995	11 218 022	4 422 976	9 726 042	18 009 020	6%	83 897 993	89 201 059	97 484 037	116%

L'écart ultime entre les différents niveaux de prudence est élevé sur cette branche longue. On considère qu'il y'a encore beaucoup de volatilité, il vaut mieux être très prudent sur cette branche.





Globalement, on observe une augmentation de la volatilité sur les années récentes, ce qui est logique car il reste plus d'incertitude étant donné que le développement connu de la sinistralité est moins long.

• Branche RC Auto Court Terme

20 000 itérations

Options retenues :

- « Fix random seed »
- « Proportionnal fitting »

Pas d'exclusion des résidus de Pearson nécessaire.

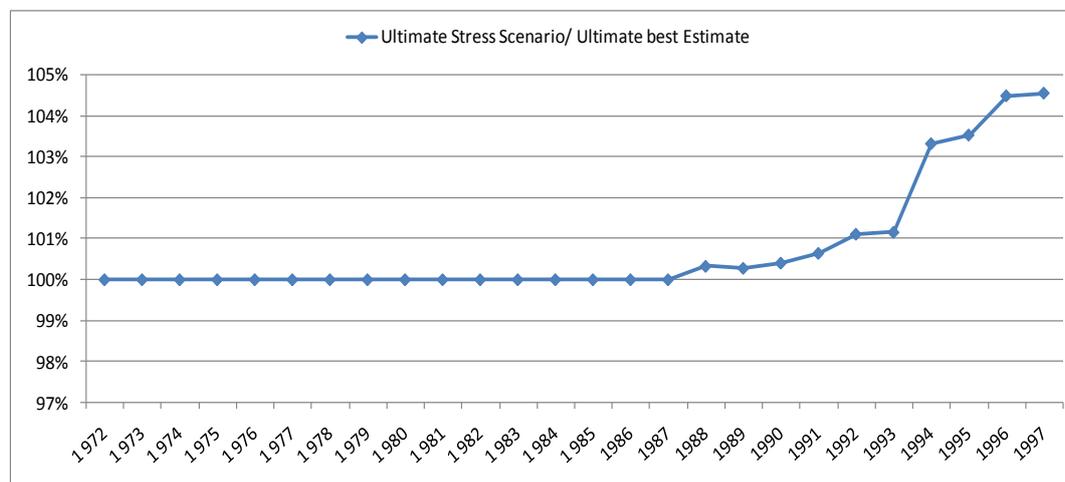
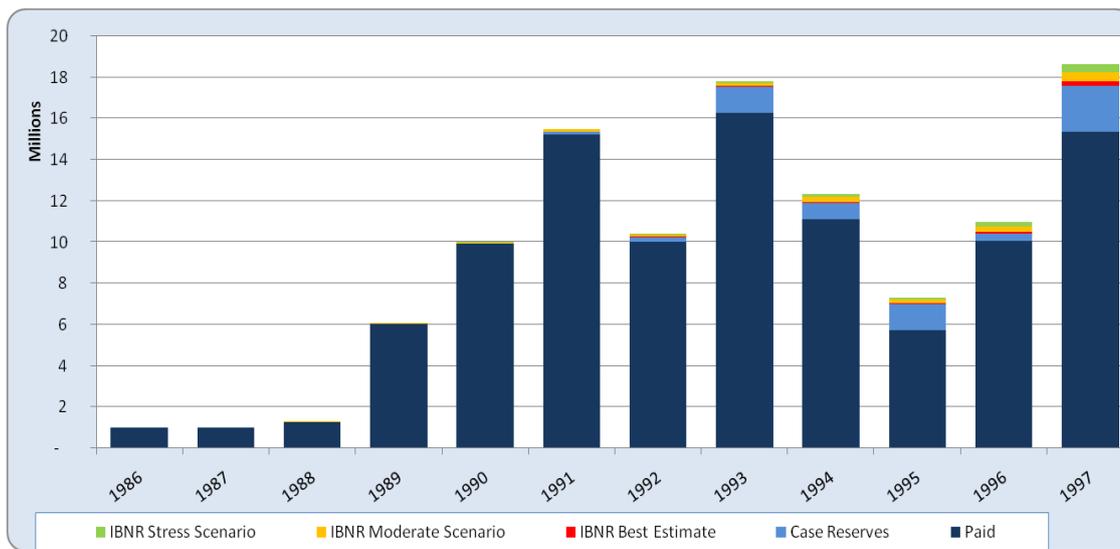
Les exclusions de Chain Ladder ne sont pas réappliquées (via les options Bootstrap IBNRS) car il y'a peu d'années et le triangle est suffisamment régulier pour être considéré comme fiable.

IBNR Q4 2010 = 8 M€

Exercice	Paid	Case Reserves	IBNR			IBNR BE/Incurred	Ultimate			Ultimate Stress/BE
			Best Estimate	Moderate Scenario	Stress Scenario		Best Estimate	Moderate Scenario	Stress Scenario	
1 972	7 171	-	-	-	-	0%	7 171	7 171	7 171	100%
1 977	9 119	-	-	-	-	0%	9 119	9 119	9 119	100%
1 978	26 717	-	-	-	-	0%	26 717	26 717	26 717	100%
1 979	40 500	-	-	-	-	0%	40 500	40 500	40 500	100%
1 980	14 488	-	-	-	-	0%	14 488	14 488	14 488	100%
1 981	15 389	-	-	-	-	0%	15 389	15 389	15 389	100%
1 982	109 022	-	-	-	-	0%	109 022	109 022	109 022	100%
1 983	157 204	-	-	-	-	0%	157 204	157 204	157 204	100%
1 984	127 370	-	-	-	-	0%	127 370	127 370	127 370	100%
1 985	150 891	-	-	-	-	0%	150 891	150 891	150 891	100%
1 986	1 008 766	-	-	-	-	0%	1 008 766	1 008 766	1 008 766	100%
1 987	1 019 211	-	180	180	180	0%	1 019 391	1 019 391	1 019 391	100%
1 988	1 282 789	268	526	11 783	13 508	0%	1 283 583	1 294 840	1 296 565	101%
1 989	6 033 990	370	4 341	39 811	48 913	0%	6 038 701	6 074 171	6 083 273	101%
1 990	9 920 713	8 850	11 228	62 899	78 087	0%	9 940 791	9 992 462	10 007 650	101%
1 991	15 224 914	131 923	25 790	117 044	150 327	0%	15 382 627	15 473 881	15 507 164	101%
1 992	10 042 993	200 410	24 726	114 621	150 714	0%	10 268 129	10 358 024	10 394 117	101%
1 993	16 290 393	1 244 215	59 629	200 224	262 547	0%	17 594 237	17 734 832	17 797 155	101%
1 994	11 121 579	766 471	56 255	311 264	451 950	0%	11 944 305	12 199 314	12 340 000	103%
1 995	5 731 885	1 275 722	45 805	198 398	294 368	1%	7 053 412	7 206 005	7 301 975	104%
1 996	10 056 077	367 032	93 751	356 423	564 716	1%	10 516 860	10 779 532	10 987 825	104%
1 997	15 351 317	2 253 694	217 627	654 974	1 027 512	1%	17 822 638	18 259 985	18 632 523	105%
TOTAL	103 742 498	6 248 955	539 857	2 067 621	3 042 822	0%	109 873 439	111 401 203	112 376 404	102%

L'écart ultime entre les différents niveaux de prudence est faible sur cette branche courte.

Ces résultats confirment la différence de comportement de la sinistralité entre les deux zones distinguées au sein de MOTOR.



La volatilité augmente sur les années récentes, ce qui est logique car il reste plus d'incertitude étant donné que le développement connu de la sinistralité est moins long.

• Branche RC générale

20 000 itérations

Options retenues :

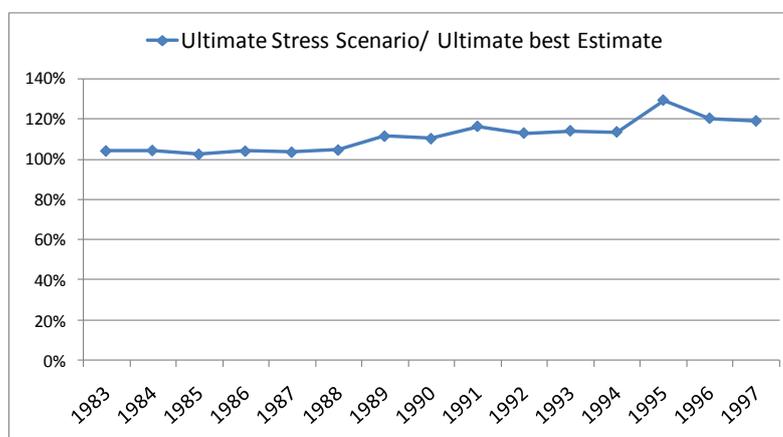
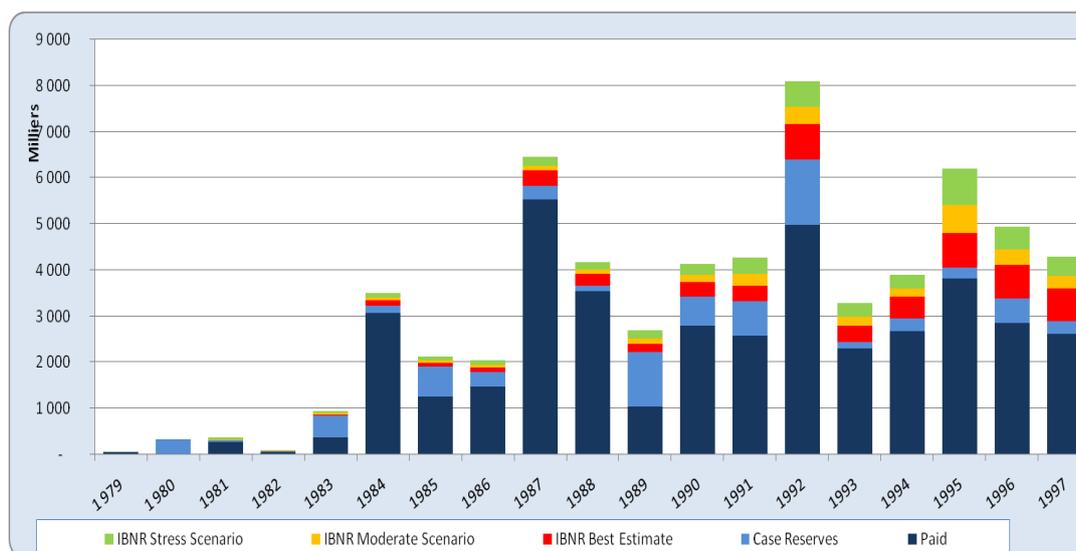
- « Fix random seed »
- « Proportionnal fitting »
- « Import parameters from Chain Ladder »
- « Use Chain Ladder parameters »

Le triangle présente des irrégularités considérables, il n'est pas fiable nous préférons donc choisir les options qui présentent les IBNR les plus élevés, et qui présentent une meilleure stabilité des résultats. Après essai des différentes options, les plus prudentes sont celles citées ci-dessus.

IBNR Q4 2010 = 9 891 502 €

Exercice	Paid	Case Reserves	IBNR			IBNR BE/Incurred	Ultimate			Ultimate Stress/BE
			Best Estimate	Moderate Scenario	Stress Scenario		Best Estimate	Moderate Scenario	Stress Scenario	
1978	252	0					252	252	252	100%
1979	52 795	-					52 795	52 795	52 795	100%
1980	51	326 088					326 139	326 139	326 139	100%
1981	272 003	38 400	5 676	29 416	68 932	2%	316 079	339 819	379 335	120%
1982	58 628	17 537	1 768	12 771	32 082	2%	77 933	88 936	108 247	139%
1983	383 544	468 078	24 425	46 420	93 014	3%	876 047	898 042	944 636	108%
1984	3 062 900	163 988	112 245	172 754	285 457	3%	3 339 133	3 399 642	3 512 345	105%
1985	1 254 000	660 904	79 674	130 361	214 959	4%	1 994 578	2 045 265	2 129 863	107%
1986	1 484 576	310 328	88 405	145 023	249 003	5%	1 883 309	1 939 927	2 043 907	109%
1987	5 540 714	280 517	336 741	450 239	640 847	6%	6 157 972	6 271 470	6 462 078	105%
1988	3 543 675	121 378	247 516	347 673	510 566	7%	3 912 569	4 012 726	4 175 619	107%
1989	1 053 508	1 178 559	175 195	288 592	469 463	8%	2 407 262	2 520 659	2 701 530	112%
1990	2 798 829	632 952	312 036	463 865	705 328	9%	3 743 817	3 895 646	4 137 109	111%
1991	2 587 505	734 940	349 177	594 497	952 463	11%	3 671 622	3 916 942	4 274 908	116%
1992	4 977 655	1 416 229	775 680	1 157 891	1 705 575	12%	7 169 564	7 551 775	8 099 459	113%
1993	2 311 113	137 632	342 751	547 348	836 554	14%	2 791 496	2 996 093	3 285 299	118%
1994	2 679 567	273 147	476 982	659 332	940 101	16%	3 429 696	3 612 046	3 892 815	114%
1995	3 821 750	228 340	755 883	1 367 016	2 159 197	19%	4 805 973	5 417 106	6 209 287	129%
1996	2 847 853	531 414	730 010	1 080 641	1 561 992	22%	4 109 277	4 459 908	4 941 259	120%
1997	2 617 133	270 954	724 108	998 550	1 407 969	25%	3 612 195	3 886 637	4 296 056	119%
1998	20 580 617	-	-	-	-	0%	20 580 617	20 580 617	20 580 617	100%
TOTAL	61 928 668	7 791 385	5 538 272	8 492 388	12 833 503	8%	75 258 325	78 212 441	82 553 556	110%

L'écart ultime entre les différents niveaux de prudence est relativement élevé sur cette branche longue, avec en moyenne une augmentation de 10 % du *best estimate* au scénario de stress. On considère qu'il y'a encore beaucoup de volatilité, il vaut mieux être très prudent sur cette branche.



La volatilité augmente sur les années récentes, ce qui est logique car il reste plus d'incertitude étant donné que le développement connu de la sinistralité est moins long.

• Risques financiers

20 000 itérations

Options retenues :

- « Fix random seed »
- « Proportionnal fitting »
- « Import parameters from Chain Ladder »

Pas d'exclusion des résidus de Pearson nécessaire.

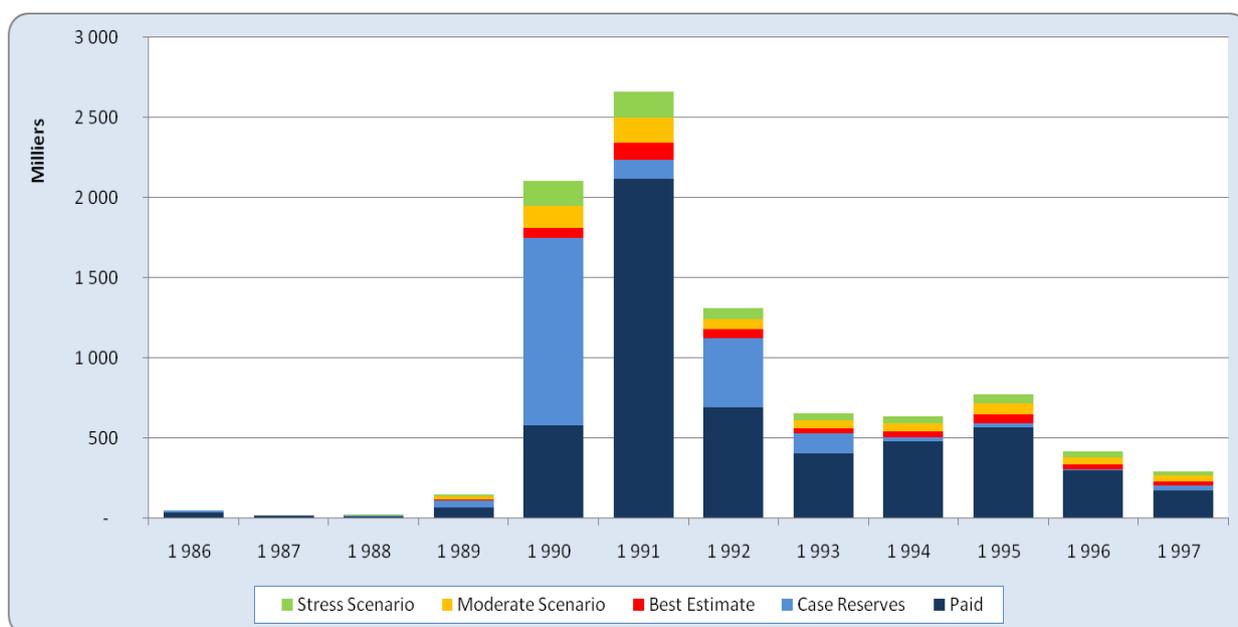
L'option « use CL parameters » ne peut être appliquée dans ce cas car de nombreuses exclusions de la méthode Chain Ladder utilisée nécessitent tout de même d'être intégrées dans le calcul de la volatilité.

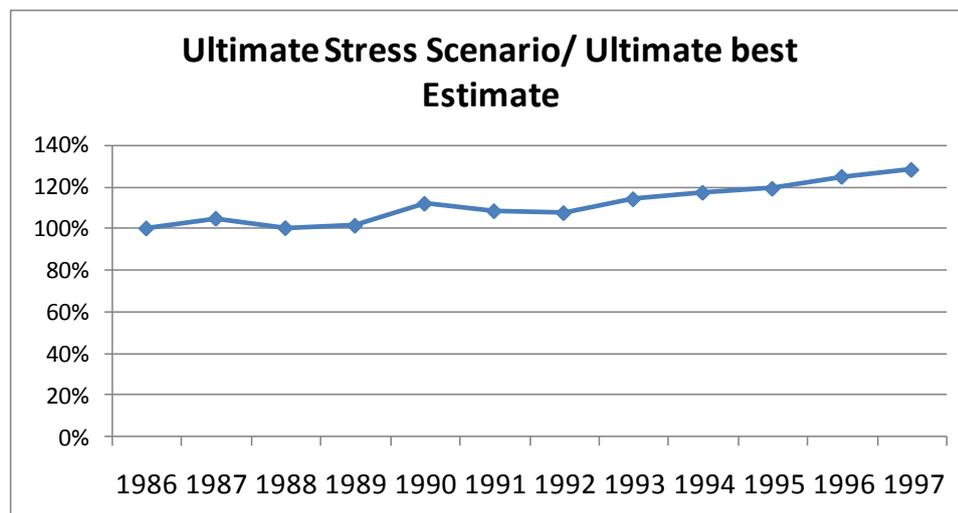
Nous ne pouvons donc pas nous baser sur les mêmes exclusions pour la méthode Bootstrap.

IBNR Q4 2010 = 3 518 748 €

Exercice	Paid	Case Reserves	IBNR			IBNR BE/Incurred	Ultimate			Ultimate Stress/BE
			Best Estimate	Moderate Scenario	Stress Scenario		Best Estimate	Moderate Scenario	Stress Scenario	
1 984	265	-	-	-	-	0%	265	265	265	100%
1 985										
1 986	38 615	10 794	825	825	825	2%	50 234	50 234	50 234	100%
1 987	16 031	-	341	4 474	4 778	2%	16 372	20 505	20 809	127%
1 988	11 558	4 949	437	3 709	8 189	3%	16 944	20 216	24 696	146%
1 989	70 440	41 934	3 627	24 748	39 498	3%	116 001	137 122	151 872	131%
1 990	581 061	1 162 562	67 752	202 386	359 142	4%	1 811 375	1 946 009	2 102 765	116%
1 991	2 116 009	119 570	103 553	260 368	420 534	5%	2 339 132	2 495 947	2 656 113	114%
1 992	691 764	428 428	61 414	123 180	192 414	5%	1 181 606	1 243 372	1 312 606	111%
1 993	407 177	121 354	34 120	79 991	125 370	6%	562 651	608 522	653 901	116%
1 994	479 199	27 198	38 359	87 939	131 706	8%	544 756	594 336	638 103	117%
1 995	568 110	27 367	53 351	121 492	177 057	9%	648 828	716 969	772 534	119%
1 996	301 849	3 138	28 770	75 301	111 402	9%	333 757	380 288	416 389	125%
1 997	175 737	28 237	25 605	62 033	90 216	13%	229 579	266 007	294 190	128%
TOTAL	5 457 550	1 975 531	418 157	1 046 447	1 661 132	6%	7 851 238	8 479 528	9 094 213	116%

L'écart ultime entre les différents niveaux de prudence est relativement élevé sur cette branche longue, avec en moyenne une augmentation de 16 % du *best estimate* au scénario de stress. Cependant, les montants ne sont pas très importants comparés aux branches RC G et RC Auto LT.





La volatilité augmente clairement sur les années récentes, ce qui est logique car il reste plus d'incertitude étant donné que le développement connu de la sinistralité est moins long.

• Autres

20 000 itérations

Options retenues :

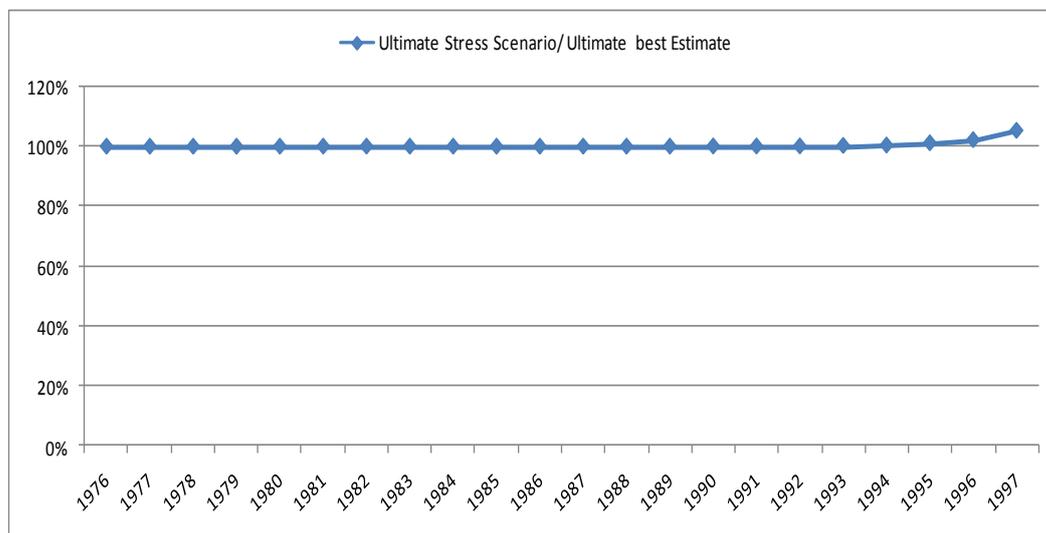
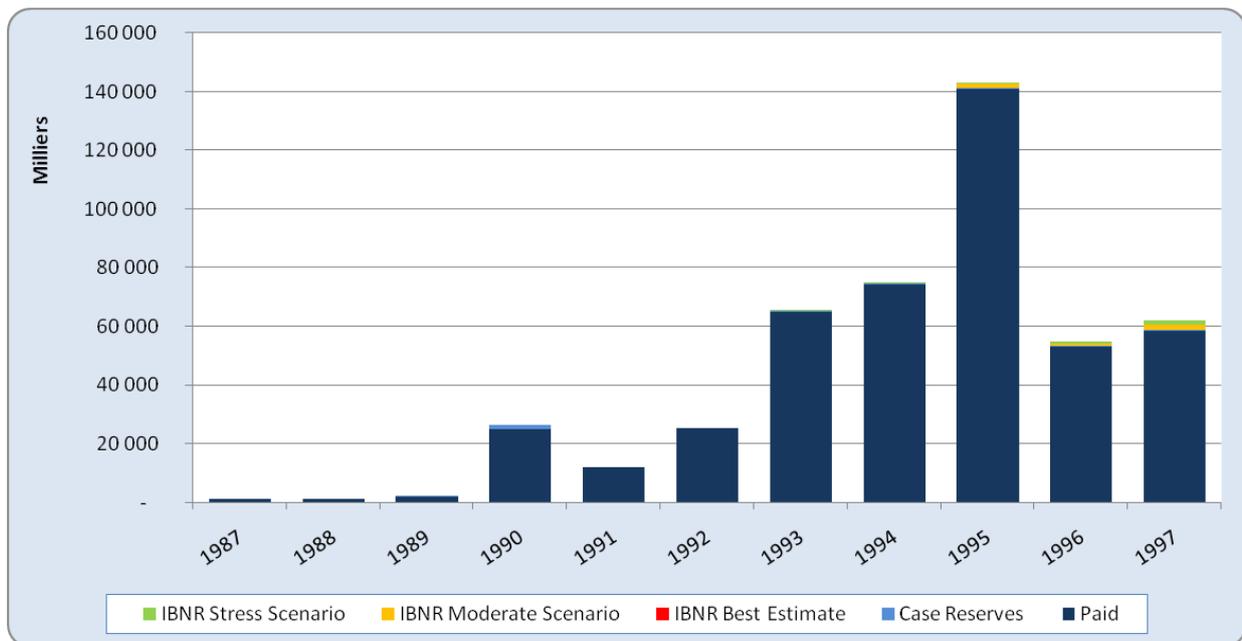
- « Fix random seed »
- « Proportionnal fitting »
- « Import parameters from Chain Ladder »
- « Use Chain Ladder parameters »

Pas d'exclusion des résidus de Pearson nécessaire.

IBNR Q4 2010 = 9 814 851 €

Exercice	Paid	Case Reserves	IBNR			IBNR BE/Incurred	Ultimate			Ultimate Stress/BE
			Best Estimate	Moderate Scenario	Stress Scenario		Best Estimate	Moderate Scenario	Stress Scenario	
1976	1						1	1	1	100%
1977	72						72	72	72	100%
1978	8						8	8	8	100%
1979	53 779	-	-	-	-	0%	53 779	53 779	53 779	100%
1980	83 988	178	0	46	118	0%	84 166	84 212	84 284	100%
1981	31 127	304	0	177	567	0%	31 431	31 608	31 997	102%
1982	32 948	-	0	309	932	0%	32 948	33 258	33 880	103%
1983	33 834	-	0	248	732	0%	33 834	34 083	34 567	102%
1984	155 277	-	0	235	706	0%	155 277	155 512	155 983	100%
1985	284 352	-	0	350	1 079	0%	284 352	284 702	285 431	100%
1986	90 998	33	0	115	213	0%	91 031	91 147	91 244	100%
1987	1 027 475	9 792	0	2 643	4 178	0%	1 037 267	1 039 909	1 041 445	100%
1988	913 108	8 189	0	2 251	2 455	0%	921 297	923 548	923 752	100%
1989	1 963 612	80 118	0	4 912	7 409	0%	2 043 730	2 048 642	2 051 139	100%
1990	24 819 511	1 454 246	0	49 278	97 605	0%	26 273 757	26 323 035	26 371 362	100%
1991	11 927 026	12 873	0	37 031	75 877	0%	11 939 899	11 976 930	12 015 776	101%
1992	25 185 906	3 019	0	53 298	108 099	0%	25 188 925	25 242 223	25 297 024	100%
1993	65 036 483	197 202	0	149 229	255 161	0%	65 233 685	65 382 914	65 488 846	100%
1994	74 409 570	99 639	0	171 802	287 572	0%	74 509 209	74 681 011	74 796 781	100%
1995	140 931 102	452 640	0	1 183 459	1 585 603	0%	141 383 742	142 567 201	142 969 345	101%
1996	53 144 602	338 716	0	689 910	1 160 746	0%	53 483 318	54 173 228	54 644 064	102%
1997	58 315 314	591 639	0	1 753 993	3 099 457	0%	58 906 953	60 660 946	62 006 410	105%
Total	458 440 093	3 248 588	0	4 099 284	6 688 508	0%	461 688 681	465 787 965	468 377 189	101%

L'écart ultime entre les différents niveaux de prudence est très faible sur cette branche longue, avec en moyenne une augmentation de 1 % du *best estimate* au scénario de stress. Il y'a très peu de volatilité.



La volatilité augmente sur les années récentes, ce qui est logique car il reste plus d'incertitude étant donné que le développement connu de la sinistralité est moins long.