



Mémoire présenté le :

**pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA
et l'admission à l'Institut des Actuaire**

Par : Laurent Mann

Titre Provisionnement et réassurance en RC Médicale

Confidentialité : ☐ NON ☒ OUI (Durée : ☐ 1 an ☒ 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

*Membre présents du jury de l'Institut
des Actuaire*

signature

Entreprise :

Nom : Predica

Signature :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Isabelle Joulin

Signature :

Invité :

Nom :

Signature :

**Autorisation de publication et de mise
en ligne sur un site de diffusion de
documents actuariels (après expiration
de l'éventuel délai de confidentialité)**

Signature du responsable entreprise

Secrétariat

Signature du candidat

Bibliothèque :

Résumé

Mots-clés : assurance non-vie, responsabilité civile médicale, Solvabilité II, réassurance, inflation, théorie des valeurs extrêmes, provisionnement, Monte-Carlo, ré-échantillonnage

L'objectif de cette étude est d'estimer l'impact de la réassurance sur la charge sinistre ultime d'un portefeuille de responsabilité civile médicale. La longueur des délais de gestion des sinistres génère une incertitude sur la charge ultime, la part cédée aux réassureurs n'est donc pas connue de façon définitive même après plusieurs années de développement. Pour réduire les difficultés liées à ces délais entre la survenance d'un sinistre et sa prise en compte par les assureurs, les contrats d'assurance ne couvrent plus que les sinistres réclamés au cours de la période de validité du contrat.

Dans un premier temps nous présenterons le cadre juridique de la branche RC Médicale, qui a beaucoup évolué ces dernières années. Ensuite nous détaillerons les méthodes suggérées par la réforme Solvabilité II pour estimer la charge sinistre ultime cédée. Dans le cadre de la formule standard, plusieurs méthodes d'approximation sont proposées tout en conseillant le recours à des modèles stochastiques dans les cas où ces approximations montreraient leurs limites.

Pour pouvoir appliquer des méthodes stochastiques, nous devons disposer d'un seuil séparant les sinistres attritionnels des graves ainsi que d'une loi modélisant la sévérité des sinistres graves. Pour ce faire, nous cherchons dans un premier temps à estimer l'inflation historique sur le cout des sinistres ce qui nous permettra de revaloriser les sinistres historiques. Nous utiliserons ces sinistres revalorisés pour modéliser la sévérité des sinistres individuels graves.

Enfin, nous présenterons deux modèles qui s'appuient sur des simulations de type Monte-Carlo. Ils permettent de modéliser au mieux l'impact des traités de réassurance historiques qui sont en excédent de sinistre et incluent des limites et franchises annuelles. Le premier modèle proposé est paramétrique, tandis que le second s'appuie sur un ré-échantillonnage des coefficients de passage des sinistres historiques.

Abstract

Mots-clés : non-life insurance, medical malpractice, Solvency II, reinsurance, inflation, extreme value theory, reserving, Monte-Carlo, bootstrap

The aim of this study is to estimate the impact of reinsurance on reserves on a medical malpractice liability portfolio. Medical malpractice is known to have a long tail, which implies volatility on ultimate reserves. The ceded part is not fully known to the insurer, even after years of development. The regulator partly addressed this issue by changing policies from an occurrence basis to a claims made basis.

First we will present the french legal framework for medical malpractice liability that changed substantially over the past few years. Then we will detail the Solvency II regulation and guidance to account for reinsurance on non-life ultimate reserves. Solvency II proposes many approximation methods to account for reinsurance, but suggests to use stochastic models when approximations do not provide reliable results.

To build stochastic models, we first need to find a threshold separating attritional and large claims and a distribution modelling large losses. In order to do that, we will first estimate historical inflation of claims costs to obtain an as-if set of losses. We will use this set of losses adjusted for inflation to find a probability distribution function that describes the tail of the individual loss distribution.

Finally, we will predict ultimate ceded loss amounts using two stochastic models based on Monte-Carlo simulations. The advantage of Monte-Carlo simulations is the ability to model any historical reinsurance structure having aggregate terms. The first model we will introduce is parametric, whereas the second one uses bootstrapping of historical loss development factors.

Table des matières

Résumé	2
Abstract	3
1 Introduction	1
2 Présentation de La Médicale	2
2.0.1 Quelques chiffres	2
2.0.2 Clientèle	2
2.0.3 Parts de marché	2
2.0.4 Produits proposés	2
3 Éléments de contexte	4
3.1 Généralités sur la réassurance	4
3.1.1 Introduction	4
3.1.2 L'intérêt de la réassurance	4
3.1.3 Les modes de cession en réassurance	4
3.1.4 Les formes de réassurance	5
3.2 Solvabilité II	9
3.2.1 Introduction	9
3.2.2 Les objectifs de la réforme	10
3.2.3 Les régulateurs et acteurs concernés	10
3.2.4 Le calendrier	11
3.2.5 Les trois piliers	12
3.2.6 Le capital réglementaire	14
3.2.7 Le pilier 1 plus en détail	15
3.3 Mesure du risque de défaut des réassureurs	19
3.3.1 La notation des réassureurs	20
3.3.2 Le modèle Solvabilité II	21
3.3.3 Application aux données de la Médicale	24
3.3.4 Tests de sensibilité du modèle	24
3.3.5 Conclusion	24
3.4 La branche Responsabilité Civile Professionnelle	25
3.4.1 Généralités sur la responsabilité civile médicale	25
3.4.2 Un cadre juridique en perpétuelle évolution	27
4 Analyse de la sinistralité	30
4.1 Présentation des données	30
4.1.1 Les garanties	30
4.1.2 Gestion des sinistres	30
4.1.3 La base de données sinistre de La Médicale	31
4.1.4 Les principales caractéristiques du traité de réassurance de La Médicale	31

4.2	Inflation et revalorisation des sinistres historiques	33
4.2.1	Introduction	33
4.2.2	Importance de l'inflation pour la réassurance	33
4.2.3	Méthode de revalorisation des charges sinistre	34
4.2.4	Décomposition de la charge sinistre	36
4.2.5	Principaux facteurs d'inflation	37
4.2.6	Méthodes d'estimation à partir des données historiques	39
4.2.7	Application aux données de La Médicale	41
4.2.8	Validation des résultats	44
4.2.9	Conclusion sur l'inflation	45
4.3	Étude descriptive de la sinistralité	46
4.3.1	Déroulement des sinistres	46
4.3.2	Fréquence des sinistres	50
4.4	Étude des valeurs extrêmes	51
4.4.1	Éléments de théorie	51
4.4.2	Méthodes graphiques de détermination d'un seuil	54
4.4.3	Application aux données de sinistralité de La Médicale	58
5	Provisionnement et réassurance	66
5.1	Le modèle de provisionnement de La Médicale	66
5.1.1	Les provisions constituées	66
5.1.2	Les différents triangles considérés	67
5.1.3	Obtention des charges sinistres ultimes	67
5.1.4	Calcul de la charge sinistre ultime nette de réassurance	70
5.2	Simulation des sinistres graves : modèle collectif	72
5.2.1	Présentation du modèle collectif	72
5.2.2	Application aux données	74
5.3	Simulation des sinistres graves : modèle bootstrap	80
5.3.1	Introduction	80
5.3.2	Simulation des sinistres graves connus	82
5.3.3	Simulations des sinistres graves inconnus	87
5.3.4	Agrégation des résultats	88
5.3.5	Synthèse des résultats et comparaison avec le modèle collectif	89
5.3.6	Améliorations du modèle et autres applications possibles	91
6	Conclusion	93
A	La méthode Chain-Ladder	96
B	Tests d'ajustement	97
B.1	Le test de Kolmogorov-Smirnov	97
B.2	Le test d'Anderson-Darling	97

Chapitre 1

Introduction

Dans le cadre de la réforme Solvabilité II, il est demandé aux entreprises d'assurance d'évaluer leurs engagements vis-à-vis des assurés pour déterminer quel est le capital à détenir pour que leur probabilité de ruine reste en-dessous d'un seuil. L'estimation de ces engagements se fait de façon différente pour les risques qui relèvent de l'assurance vie ou non.

Les activités non-vie d'une compagnie créent des passifs non couvrables qui doivent être évalués à l'aide d'une méthode actuarielle appropriée. Cette méthode doit permettre de modéliser au mieux tous les flux futurs entrants et sortants liés à un ensemble de contrats, et la réforme laisse aux assureurs une certaine liberté concernant l'évaluation de ces provisions techniques qui ne doit pas être faite de façon prudente : le but de l'évaluation est de refléter au mieux la réalité économique des engagements. Ces engagements sont évalués bruts de réassurance, et il est aussi demandé de déterminer quel est l'impact des programmes de réassurance historiques sur ces passifs. Les structures de réassurance évoluent d'une année à l'autre ainsi que l'indemnisation des sinistres. Nous prêterons donc une attention particulière à l'inflation des montants d'indemnisation. Ensuite, nous présenterons différents modèles déterministes et stochastiques d'évaluation des charges sinistres ultimes cédées puis comparerons les résultats ce qui nous permettra de retenir un modèle.

Chapitre 2

Présentation de La Médicale

La Médicale de France fut fondée en 1948 par un jeune étudiant en médecine, Marcel Lamouroux. L'objectif était de créer une société d'assurances dédiée aux professionnels de santé. Dès le début, la proximité de membres représentatifs de différentes professions de santé permet de satisfaire les exigences très spécifiques liées à ces activités. En 1960, La Médicale de France lance une filiale d'assurance-vie, et se fait acquérir par le groupe Crédit Lyonnais en 1971. Suite à l'absorption du Crédit Lyonnais par le Crédit Agricole, La Médicale de France se voit intégrée à Prédica en 2004. En 2008, La Médicale de France change de nom et de logo pour devenir La Médicale.

La Médicale est un acteur majeur sur le marché de l'assurance des professionnels de santé. Elle dénombre plus de 230 000 clients dont 165 000 praticiens libéraux, ce qui en fait l'assureur n°2 du marché des professions libérales, et le n°1 en ce qui concerne les officines.

2.0.1 Quelques chiffres

En 2012, son chiffre d'affaires s'élève à 429 millions d'euros :

- 208 millions d'euros en assurance de personnes
- 157 millions d'euros en assurance dommages

Le portefeuille compte 522 000 contrats, dont 52 000 affaires nouvelles pour l'année 2012. L'ancienneté moyenne des clients est élevée, elle est de plus de 20 ans. Les graphiques 2.1 et 2.2 illustrent la ventilation du chiffre d'affaire et du nombre de contrats par branches. On note RCP la branche responsabilité civile professionnelle.

2.0.2 Clientèle

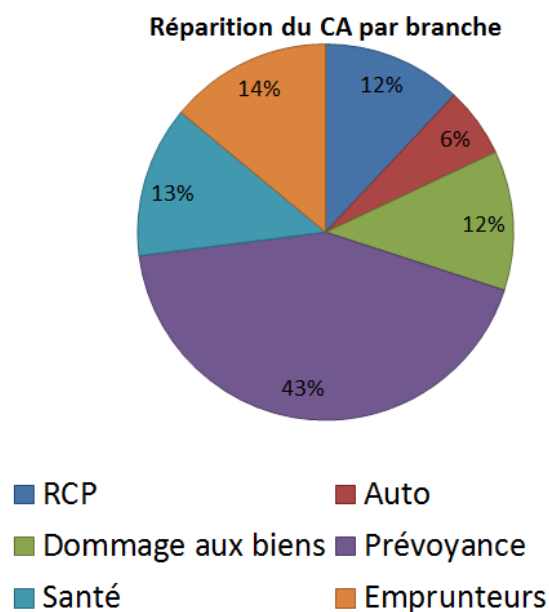
La clientèle de La Médicale est constituée uniquement de professionnels de santé, qu'ils soient libéraux ou salariés. Cela inclut les médecins généralistes ou spécialistes, chirurgiens, dentistes, les vétérinaires, les professions paramédicales, les infirmiers, etc.

2.0.3 Parts de marché

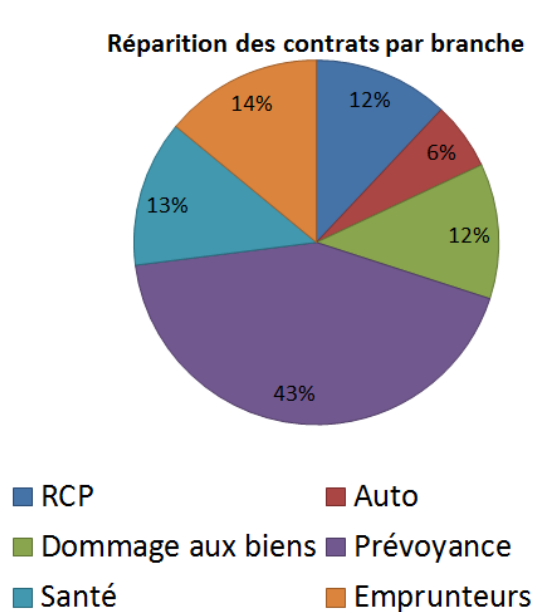
A la fin de l'année 2012, 45 % des professionnels libéraux de santé ont au moins un contrat d'assurance à La Médicale. Le tableau 2.1 donne un aperçu des parts de marché de la Médicale sur les principales catégories de praticiens.

2.0.4 Produits proposés

La Médicale propose une gamme de produits complète qui couvre à la fois les risques liés à l'activité professionnelle, mais aussi ceux liés au quotidien du praticien et de son entourage. En outre, La Médicale propose des produits d'épargne et de retraite.



Graphique 2.1 – Répartition du chiffre d'affaire par branche



Graphique 2.2 – Répartition du nombre de contrats par branche

Profession	Part de marché
Médecins généralistes	55 %
Médecins spécialistes	45 %
Chirurgiens dentistes	50 %
Kinésithérapeutes	40 %
Infirmiers	26 %
Pharmaciens	73 %

Tableau 2.1 – Parts de marché de La Médicale à la fin 2012

Produits concernant l'activité professionnelle La garantie responsabilité civile professionnelle couvre les risques liés à une éventuelle faute du praticien, et inclut une protection juridique devant des juridictions civiles ou pénales. Des produits multirisques spécifiques sont proposés à chaque type de praticien, et incluent non seulement la garantie responsabilité civile professionnelle pour le praticien et ses employés mais aussi des assurances concernant le lieu d'exercice du professionnel : vol, dégâts des eaux, dommages, etc. La médicale propose aussi des produits de prévoyance, d'assurance emprunteur afin d'assurer le maintien du niveau de vie du praticien ou de ses bénéficiaires en cas d'incapacité, invalidité ou décès.

Produits concernant le quotidien ainsi que l'entourage de l'assuré La gamme de produits inclut aussi des garanties qui concernent la famille du praticien ainsi que ses biens personnels. Parmi eux on retrouve l'assurance automobile, habitation, accidents de la vie, prévoyance familiale, médicale santé, etc. Même si ces garanties ne constituent pas une spécificité de La Médicale en terme de savoir-faire, elles constituent la majorité du chiffre d'affaire de l'entreprise.

Produits concernant l'épargne La gamme de produits inclut différents types de contrats :

- retraite : contrat Madelin et Plan Épargne Retraite Populaire (PERP)
- plans d'épargne salariale des employés de praticiens libéraux
- contrats d'assurance vie

Chapitre 3

Éléments de contexte

3.1 Généralités sur la réassurance

3.1.1 Introduction

La réassurance désigne une opération par laquelle une société d'assurance (la cédante) cède un risque aléatoire à un réassureur (le cessionnaire). Cette opération se traduit par un contrat dans lequel le réassureur s'engage à prendre en charge une partie des risques souscrits par la cédante. En contrepartie, la cédante verse une prime de réassurance. Le traité fixe les conditions d'acceptation et de cession des risques. Cet arrangement se fait entre la cédante et le cessionnaire, et celle-là répond seule vis-à-vis des assurés.

3.1.2 L'intérêt de la réassurance

- Diminution du risque
La réassurance permet à l'assureur de diminuer le risque qu'il prend pour faire face à ses engagements. La réassurance permet à l'assureur de réduire la volatilité de sa charge sinistre.
- Accroissement des capacités de souscription
En cédant une partie de ses affaires, l'assureur peut diminuer le montant minimum de capitaux propres dont il doit disposer ou augmenter sa capacité de souscription pour un niveau de fonds propres donné.
- Aide à la souscription
Le réassureur peut aussi conseiller la cédante dans un souci d'amélioration de sa politique de souscription.

3.1.3 Les modes de cession en réassurance

3.1.3.1 Les cessions facultatives

Les facultatives constituent le mode de cession de réassurance le plus ancien. L'assureur propose la cession de risques police par police au réassureur de son choix, qui est libre de les accepter ou non. Les risques considérés correspondent souvent à des exclusions de garantie de traités ou à des risques peu nombreux mettant en jeu des couvertures unitaires élevées. Ces derniers peuvent par exemple être de l'aviation, du transport, du risque construction sur de grands chantiers. Le principal inconvénient de ce mode de cession est sa gestion qui peut s'avérer lourde. De plus le portefeuille se voit déséquilibré du fait de la cession séparée de chaque risque.

3.1.3.2 Les cessions facultatives-obligatoires

Dans ce cas, le réassureur est obligé d'accepter les risques sélectionnés par la cédante dans la mesure où ils présentent des critères prédéfinis contractuellement. En général, elle intervient lorsque l'assureur veut souscrire à des affaires rapidement. En ayant recours à une cession facultative, deux solutions s'offrent à l'assureur :

- Souscrire préalablement et négocier une couverture avec le réassureur par la suite, au risque d'être à découvert car le réassureur peut refuser la cession.
- Demander l'accord des réassureurs avant de souscrire au risque de perdre un client qui validera la cession avec un éventuel concurrent plus rapide.

La réassurance facultative-obligatoire permet d'éviter ces déconvenues. Elle constitue un système intermédiaire entre la réassurance facultative et obligatoire, d'où sa dénomination.

Le cessionnaire n'étant pas dans la possibilité de faire sa sélection, il peut être confronté à un risque d'anti-sélection de la cédante qui pourrait être tentée de ne céder que ses mauvais risques. Cependant, si la cédante n'a pas la crédibilité voulue le réassureur peut ne pas renouveler les accords passés.

3.1.3.3 Les cessions obligatoires (ou traités)

Apparues plus tardivement, elles concernent l'ensemble des risques souscrits par une cédante sur un portefeuille donné. L'assureur a pour obligation de céder l'ensemble des affaires répondant à des critères définis dans le traité de réassurance. Le réassureur quant à lui doit les accepter. Les deux parties ne peuvent donc faire de sélection des risques, c'est pourquoi cette forme de réassurance est qualifiée d'obligatoire. La gestion de la réassurance se voit simplifiée, dans la mesure où un seul traité permet de couvrir un grand nombre de risques. Toutefois les conditions peuvent être nombreuses et détaillées : un traité de réassurance en responsabilité civile peut par exemple comporter plusieurs dizaines de pages spécifiant les conditions de couverture et les exclusions de garanties

3.1.4 Les formes de réassurance

Deux natures de réassurance peuvent s'appliquer à la fois aux cessions facultatives et obligatoires :

- La réassurance proportionnelle.
- La réassurance non proportionnelle.

Ces différentes formes peuvent être combinées par l'assureur afin d'obtenir la couverture adaptée.

3.1.4.1 La réassurance proportionnelle

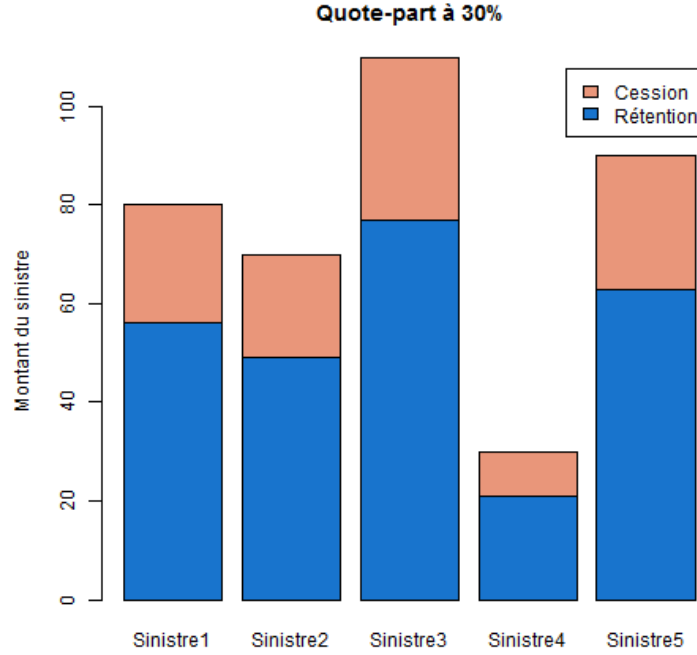
Dans ce type de réassurance, il y a une relation de proportionnalité entre le montant de sinistre couvert par le réassureur et la prime ou le capital assuré. On distingue deux formes de réassurance proportionnelle : le traité en quote-part et le traité en excédent de plein.

Le traité en quote-part

Le principe et l'application du quote-part sont très simples : l'assureur cède un pourcentage fixe de ses primes et le réassureur prend en charge la même part de la sinistralité, modulo des commissions au bénéfice de la cédante qui assume seule les frais de souscription, d'administration et de gestion de ses portefeuilles.

Ce type de traité a pour avantage de suivre un mécanisme simple et peut grandement augmenter la marge de solvabilité ainsi que la capacité de souscription d'une cédante. Il peut être utilisé par des assureurs qui désirent se couvrir lorsqu'ils débutent des souscriptions dans des branches méconnues.

En revanche, le profil du portefeuille de l'assureur reste le même à une transformation près. Dans



Graphique 3.1 – Exemple de quote-part

le cas où le portefeuille contient des risques comportant des garanties illimitées, elles le restent. La figure 3.1 illustre le fonctionnement d'un quote-part.

Le traité en excédent de plein

De la même façon que pour le quote-part, le réassureur reçoit un même pourcentage des primes et des sinistres. La différence avec le traité en quote-part est que ce pourcentage n'est pas défini pour l'ensemble du portefeuille mais police par police. Le plein de rétention, à savoir la valeur conservée par la cédante sur chaque risque est constant.

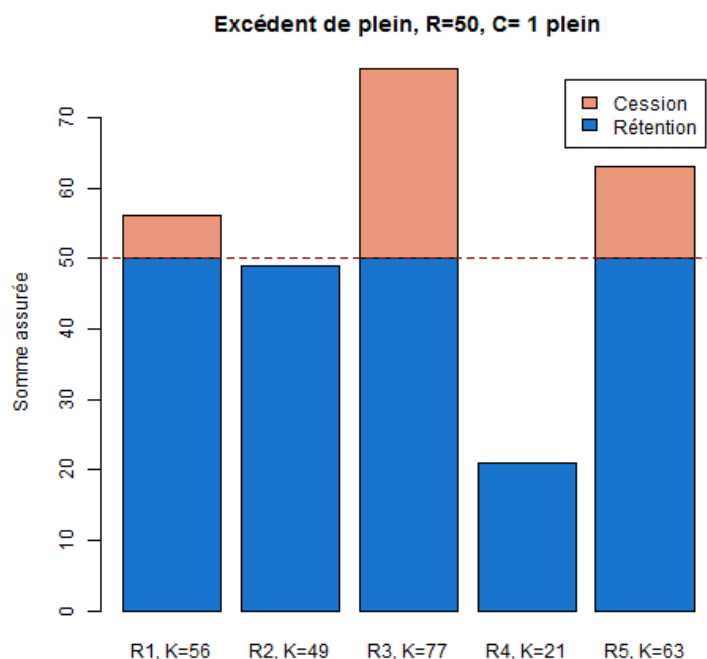
Si on note τ_i le taux de cession correspondant à la police i, on a :

$$\tau_i = \text{Min} \left\{ \text{Max} \left(\frac{K_i - R}{K_i}, 0 \right), \frac{C}{K_i} \right\}$$

- K_i : capital assuré correspondant au risque i
- C : capacité de l'excédent de plein
- R : plein de rétention de la cédante

Comme dans le cas du quote-part, le réassureur versera une commission de réassurance sur l'ensemble des primes cédées. L'avantage de l'excédent de plein pour la cédante est qu'elle peut conserver ses petits et moyens risques. Le profil du portefeuille n'est pas conservé, celui-ci est nivelé : les sinistres les plus importants sont atténués. Ce type de traité a pour inconvénient d'être lourd en terme de gestion, car elle se fait police par police. La modification des sommes assurées nécessite aussi de revoir le traité.

On note que ce traité requiert l'existence d'une somme assurée associée au risque, et ne peut s'appliquer dans le cas des garanties illimitées comme la responsabilité civile. La figure 3.2 illustre le fonctionnement d'un excédent de plein.



Graphique 3.2 – Exemple d’excédent de plein

3.1.4.2 La réassurance non-proportionnelle

Dans le cas de la réassurance non-proportionnelle, le réassureur prend à sa charge soit l’ensemble des sinistres à partir d’un montant donné (excédent de sinistre), soit le montant annuel de la sinistralité à partir d’un certain seuil (excédent de perte annuelle).

L’excédent de sinistre

Ce type de réassurance permet d’écarter les pics de sinistralité de la cédante. Le réassureur prend en charge la partie du sinistre supérieure à la priorité du traité, avec pour limite d’engagement la portée du traité. Le plafond du traité correspond à la somme de la priorité et de la portée. Ces traités sont généralement notés portéeXSpriorité. Par exemple, 4XS2 désignera un traité dont la portée est égale à 4 et la priorité 2.

Ils peuvent être constitués par plusieurs tranches et usuellement le plafond d’une tranche correspond à la priorité de la suivante.

On distingue les traités en excédent par événement ou par risque. La principale différence est la définition de l’évènement qui constitue le sinistre :

- soit le réassureur est engagé dès lors qu’une police est sinistrée pour un montant supérieur à la priorité, ce que l’on appelle un excédent de sinistre par risque.

Pour les garanties vie, le risque peut-être un contrat ou une tête assurée. Dans le premier cas, l’assureur conservera plusieurs franchises lorsqu’un sinistre touche plusieurs contrats d’une même tête. En revanche dans le second cas l’assureur conservera seulement une priorité si plusieurs sinistres surviennent sur la même tête.

- soit le réassureur est engagé dès lors que l’ensemble des sinistres résultant d’un même événement dépasse la priorité du traité. L’évènement est défini dans le contrat, essentiellement par sa nature (incendie, inondation, tempête, etc.) ainsi que la durée maximale pendant laquelle les sinistres peuvent être imputables au même événement. Il peut aussi

y avoir des restrictions géographiques dans la définition de l'évènement.

La prime s'exprime usuellement comme un taux de prime qui s'applique aux primes émises par la cédante.

Ces traités peuvent comporter d'autres caractéristiques, nous définirons celles qui nous seront utiles par la suite, notamment en ce qui concernant le programme de la responsabilité civile professionnelle de La Médicale.

AAL (*Annual Aggregate Limit*) L'AAL est la limite annuelle de l'engagement du réassureur. C'est le montant de remboursement maximal auquel le réassureur s'engage sur la période de couverture.

AAD (*Annual Aggregate Deductible*) Cette clause restreint l'engagement du réassureur et diminue le coût de la réassurance. Il s'agit d'une franchise annuelle qui s'applique à la somme des montants que le réassureur devrait payer au titre du traité avant l'application de cette clause. Elle s'exprime soit en pourcentage de l'assiette soit de façon monétaire.

Reconstitution de garantie Dans certains excédents par évènement le réassureur peut ne s'engager que pour un nombre limité de sinistres. Lorsque le traité entre en jeu une première fois, une partie de l'engagement du réassureur est absorbé, et celui-ci propose un certain nombre de reconstitutions de garanties. Ainsi, moyennant une éventuelle prime calculée au prorata du montant de la tranche traversé par le sinistre et/ou au prorata du temps de couverture restant sur la durée du traité, le réassureur reconstitue la garantie. Ces reconstitutions peuvent parfois être gratuites. Lorsque rien n'est précisé, le traité est censé apporter un nombre illimité de reconstitutions gratuites. Lorsque le nombre de reconstitutions de garantie est fini, on a la relation suivante : $AAL = portée * (\text{nombre de reconstitutions de garantie} + 1)$.

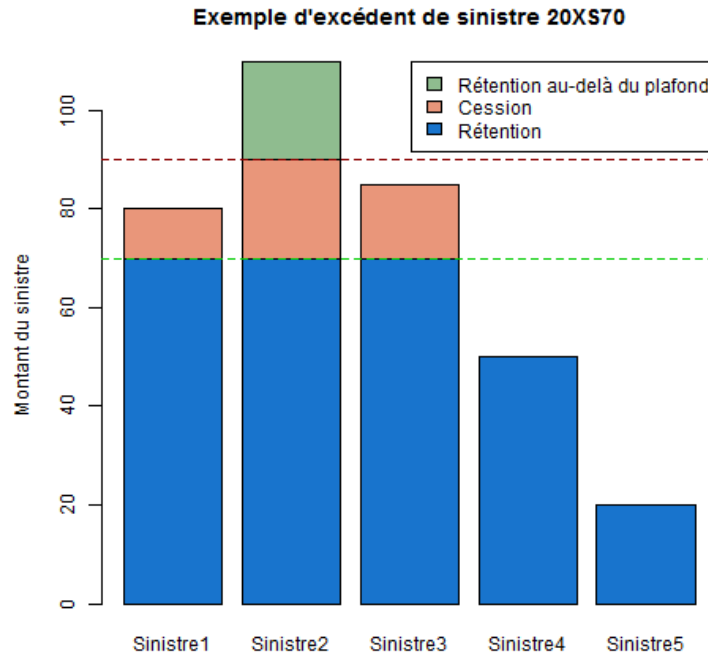
Clause de stabilité Dans certaines branches dites branches longues comme par exemple la responsabilité civile le règlement des sinistres peut s'étaler sur plusieurs dizaines d'années. En raison de l'inflation, le coût du sinistre évolue en fonction du temps et la clause de stabilité permet de répartir ce coût entre l'assureur et le réassureur, le but étant que les proportions des sinistres payées par les deux parties s'il y avait eu une inflation nulle soient conservées. Ainsi, le coût de l'inflation économique est partagé entre l'assureur et le réassureur. Dans certains cas, il existe un seuil à partir duquel la clause est déclenchée.

PMD (Prime minimum et de dépôt) Pour les traités non proportionnels, la prime de réassurance est déterminée par un taux à appliquer à une assiette. L'assiette de prime est le plus souvent le montant des primes acquises ou émises par l'assureur. Le taux de prime peut être fixe ou variable en fonction de la sinistralité. Le montant des primes et donc l'ensemble des risques couverts par le traité sont inconnus au moment de sa signature, car nul ne sait comment le portefeuille concerné va évoluer au cours de l'année suivante. La prime de réassurance est donc elle aussi inconnue, même dans le cas où le taux de prime est fixe.

Le réassureurs perçoivent immédiatement une partie de la prime qui leur est due, appelée la PMD. Elle est en général égale à 80 % de la prime estimée. Elle est ajustée à la fin de l'année du traité lorsque l'assiette de prime et le taux de prime sont déterminés. Elle porte le nom de prime minimum car la prime finale est obligatoirement supérieure ou égale à la prime minimum déposée, l'ajustement ne se faisant que dans un sens.

Notons que la prime minimum peut être différente de la prime de dépôt, et dans ce cas le réassureur perçoit à la signature du traité un montant qui peut être inférieur à la prime minimum.

La figure 3.3 illustre le fonctionnement d'un excédent de sinistre.



Graphique 3.3 – Exemple d'excédent de sinistre

3.1.4.3 L'excédent de perte annuelle

Le traité en excédent de perte annuelle (ou stop-loss) permet à l'assureur de couvrir la totalité du montant des sinistres au cours d'une période donnée. La priorité du stop-loss correspond à la sinistralité annuelle que l'assureur conserve. Cette priorité peut être exprimée en montant ou en pourcentage des primes acquises sur la période.

Ces traités sont importants pour les branches dans lesquelles un grand montant de sinistralité peut-être causé par une multitude de petits sinistres. On peut citer l'exemple de la grêle dont la sinistralité a un caractère cyclique et où le ratio sinistres/primes peut se dégrader fortement en cas d'intempérie.

Il est aussi employé dans les branches récentes et en développement, où les écarts de sinistralité sont difficilement mesurables de par la petite taille du portefeuille.

3.2 Solvabilité II

3.2.1 Introduction

3.2.1.1 Contrat d'assurance et solvabilité

L'assurance se distingue des autres activités économiques du fait de l'inversion de son cycle de production. Ainsi, la prime est payée par l'assuré pour couvrir d'éventuels sinistres durant une période ultérieure au paiement de la prime. Par définition, un contrat d'assurance engage l'assureur à verser une prestation au profit d'un bénéficiaire en cas de réalisation d'un risque ou d'un sinistre, et ce en contrepartie d'une prime ou cotisation. La solvabilité de l'assureur correspond à sa capacité à respecter ses engagements, en faisant face à des événements imprévus. Cette capacité dépend bien sûr du type d'engagement, mais aussi des fonds propres dont

l'assureur dispose pour couvrir ces engagements.

3.2.1.2 De Solvabilité I à Solvabilité II

La première réforme de solvabilité a vu le jour dans les années 1970 par des directives européennes : une pour la branche non-vie puis une pour l'assurance vie. Leur mise à jour en 2002 a créé les règles dites Solvabilité I. La simplicité de ces règles en ont fait un outil objectif et aisément compréhensible. Cependant, il a vite montré certaines limites, principalement :

- Pas d'harmonisation des standards d'évaluation entre les états membres
- Pas de cohérence avec les normes comptables internationales (IFRS ou US-GAAP)
- Pas de corrélation entre l'actif et le passif
- Mauvaise prise en compte de la réassurance

C'est pour palier à ces défauts que la réforme Solvabilité II a été mise en place.

Solvabilité II est une réforme réglementaire qui concerne l'ensemble des organismes d'assurance en Europe. Elle fixe des méthodes de gestion des risques ainsi que des niveaux de fonds propres permettant de couvrir l'ensemble des risques pris par une société d'assurance. Elle consolide l'ensemble des directives existantes et réforme les règles de solvabilité applicables aux entreprises d'assurance et de réassurance. Proposée par la commission européenne au début de l'année 2008, elle n'a été adoptée qu'en novembre 2009, après que le conseil et le parlement européen ont trouvé un compromis au printemps 2009.

3.2.2 Les objectifs de la réforme

Les objectifs de la réforme sont multiples, nous retiendrons principalement :

- Protéger les assurés et les épargnants
- Harmoniser le système prudentiel au niveau européen pour éviter les écarts réglementaires entre états membres
- Renforcer la transparence à l'aide d'indicateurs plus pertinents
- Prendre en compte la totalité des risques auxquels les entreprises d'assurance sont exposées, en se basant sur des principes et non sur des règles strictes
- Rendre l'approche cohérente avec le système prudentiel bancaire
- Augmenter la compétitivité des assureurs de par une meilleure gestion des risques ainsi qu'une vision plus économique du bilan visant à apprécier la solvabilité au niveau global
- Reconnaître au mieux les outils de transfert de risque

3.2.3 Les régulateurs et acteurs concernés

Les institutions européennes (Parlement, Conseil et Commission) sont chargées d'adopter les textes et de définir les mesures d'application en se basant sur l'avis d'organes consultatifs.

Le CEIOPS (Committee of European Insurance and Occupational Pension Supervisors), renommé en EIOPA (pour European Insurance and Occupational Pension Authority) à la fin de l'année 2010, est mandaté par le parlement européen pour répondre aux demandes d'avis techniques de la commission européenne. Il regroupe les représentants des autorités de contrôle des états membres, et permet de remonter au niveau européen les difficultés techniques et particularités rencontrées par les entreprises d'assurance.

Les entreprises d'assurance participent au processus par l'intermédiaire de QIS (Quantitative Impact Studies, études d'impact quantifiées). Ces études offrent à l'EIOPA la possibilité de définir et de calibrer au mieux les règles prudentielles qui vont être appliquées en analysant les résultats fournis par les différents acteurs du marché de l'assurance en Europe.

L'EIOPA publie aussi régulièrement des papiers de consultation afin de recevoir des avis des acteurs des marchés de l'assurance sur différents points de la réforme. Ces commentaires sont en

principe rendus publics via le site internet de l'EIOPA, à moins que l'intéressé n'ait explicitement demandé que les commentaires apportés restent confidentiels.

3.2.4 Le calendrier

L'ampleur de la réforme, ses objectifs ambitieux, la complexité technique sous-jacente, la dimension politique associée ainsi que le nombre d'acteurs impliqués sont autant de facteurs expliquant les modifications successives du calendrier de mise en place. Celui-ci a été retardé plusieurs fois, et les exigences concernant les études techniques ont été un tant soit peu modifiées. Nous nous contenterons donc ici de faire un résumé rapide des nouveautés que l'année 2013 a apporté au calendrier.

3.2.4.1 La directive Omnibus II

La directive Omnibus II a été adoptée le 21 mars 2012 par la commission économique du parlement européen. Elle constitue un amendement de la législation des assurances et de Solvabilité II. Initialement, son but était de mettre en œuvre des mesures transitoires pour permettre la mise en place des nouvelles exigences au sein des organismes d'assurance. Le délai de mise en œuvre a aussi été augmenté. Après plusieurs rectifications, la directive Omnibus II apporte quelques solutions techniques à différents problèmes rencontrés par les assureurs. Ceux-ci se sont vu confrontés à une forte volatilité des ratios de solvabilité, ce qui peut avoir comme conséquence de favoriser les comportements pro-cycliques. Par exemple lors d'une baisse des marchés boursiers, la solvabilité des assureurs baissera elle aussi ce qui pourrait les amener à céder certains actifs, et ce comportement ne ferait qu'accentuer la baisse des marchés. Pour pallier à ce problème, la réforme prévoit la création d'une prime contra-cyclique permettant aux assureurs de ne pas avoir à céder d'actifs pour maintenir leurs ratios de solvabilité lorsque les marchés boursiers font preuve d'instabilité au regard de critères objectifs. De plus, la prime d'adossement, qui correspond à la différence entre « le taux actualisation qui, appliqué aux prestations futures, égalise les engagements futurs de l'assureur à la valeur de marché des actifs » et « le taux actualisation qui, appliqué aux prestations futures, égalise les engagements futurs de l'assureur à la valeur de la provision *Best Estimate* de ces mêmes engagements » devrait pouvoir s'appliquer pour tous les contrats d'assurance à moyen et long terme, qu'ils s'agisse d'assurance vie ou d'assurance non-vie. Cette prime peut permettre aux assureurs d'actualiser les flux de leur passif à des taux supérieurs au taux de rendement de leur actif. Cette mesure est elle aussi contra-cyclique. La dernière grande nouveauté réside dans l'extrapolation de la courbe des taux sans risque. Le dernier point qui constitue la courbe de taux, appelé dernier point liquide est situé à 20 ans pour la courbe en euros. Pour les engagements long-terme au-delà de cette échéance, le taux ultime sera fixé dix ans après ce dernier point afin d'actualiser les engagements à long terme à un taux plus élevé.

3.2.4.2 Les études d'impact quantifiées (QIS)

Afin d'étudier les impacts de la réforme sur les niveaux de fonds propres et permettre aux autorités de calibrer au mieux les méthodes de calcul, des études d'impact ont été menées. Elles permettent aussi de connaître la faisabilité des calculs demandés. Un questionnaire est aussi transmis aux acteurs du marché par l'EIOPA. Il est rempli sur la base du volontariat et permet d'apprécier les difficultés rencontrées et différents commentaires que les professionnels peuvent avoir concernant les principaux points de la réforme. Les deux premières études ont été menées en 2005 et 2006, la troisième en 2007 puis la quatrième en 2008. En 2010, la Commission Européenne a publié les recommandations techniques du QIS 5. C'est sur ces recommandations que l'étude présentée ici se basera. Il s'agit de la deuxième étude qui teste les exigences quantitatives dans

leur globalité. Lors de la planification du QIS 5, cet exercice était censé être le dernier avant la mise en place effective de la réforme.

3.2.4.3 Les *Consultation papers* (CP)

Au cours de la mise en place de la réforme, la Commission Européenne a mandé l'EIOPA afin de soumettre des propositions aux acteurs de l'assurance par le biais d'articles de consultation, les *Consultation Papers*. Ceux-ci couvrent des sujets techniques, en particulier l'établissement des provisions techniques. Les retours des différents acteurs sont fournis sur le site internet de l'EIOPA et les *Consultation Papers* donnent des réponses aux questions soulevées ainsi que des conseils concernant des points particuliers.

3.2.4.4 Les *Quantitative Reporting Templates*

Les *QRT* sont des états de reporting quantitatifs (*Quantitative Reporting Templates*). Ces rapports doivent être remis et parfois publiés annuellement et trimestriellement, avec toutefois un niveau de détail moins élevé pour les rapports trimestriels. Environ 70 états sont demandés, et ils impliquent plusieurs directions au sein de chaque entreprise. De plus, ils sont à produire à un format prédéfini (format XBRL) qui facilite leur analyse par l'EIOPA. C'est pourquoi ils demandent une organisation opérationnelle conséquente qui passe non seulement par la collaboration entre services mais aussi par l'harmonisation des systèmes d'informations. Pour se préparer aux mieux aux futures exigences réglementaires, l'ACPR a demandé en 2013 aux organismes concernés par la réforme de remettre un questionnaire qualitatif ainsi qu'une sélection d'états prudentiels, qui sont à remettre au début du mois de septembre.

3.2.5 Les trois piliers

Comme pour la réglementation bancaire Bâle II, la Commission Européenne a retenu une architecture en trois piliers pour la réforme Solvency II :

- Pilier 1 : les exigences quantitatives (exigences de fonds propres)
- Pilier 2 : les exigences qualitatives et la surveillance de la gestion des fonds propres
- Pilier 3 : la discipline de marché et la transparence

Nous nous concentrerons sur le Pilier 1 de la réforme, car l'objet de cette étude porte sur les exigences quantitatives. Ainsi, après l'avoir présenté rapidement nous détaillerons les différentes composantes de ce premier pilier.

3.2.5.1 Le pilier 1

Le premier pilier définit des règles quantitatives concernant l'évaluation de différents éléments par la compagnie d'assurance :

- les provisions techniques
- l'exigence de capital
- les règles d'éligibilité du capital

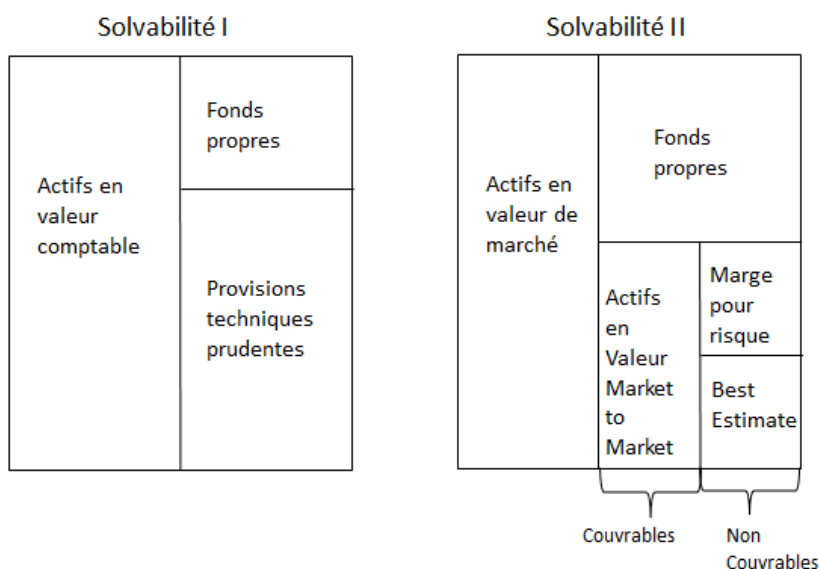
Contrairement à la vision comptable historique, les actifs sont évalués à leur valeur de marché, appelée *fair value* » ou « juste valeur ». Cela correspond à la volonté d'avoir une vision de la solvabilité en adéquation avec la réalité économique. La valeur d'un actif dans cette approche est donc le montant en échange duquel il pourrait être échangé au moment de l'évaluation sur un marché liquide et transparent.

Concernant l'évaluation du passif, on distingue deux types de risques :

- Les risques répliquables ou *hedgeables* dont les flux peuvent être répliqués à l'identique par un portefeuille de couverture. La provision technique se calcule comme le prix du portefeuille

de couverture sur un marché liquide et transparent. Cela concerne principalement les contrats en Unité de Compte (U.C.) sans garantie plancher.

- Les risque non répliquables pour lesquels il n'existe pas de portefeuille de couverture qui reproduit les flux du passif. Ces provisions sont évaluées comme la valeur actuelle probable des flux futurs (appelé *best estimate*) à laquelle est ajoutée une marge de risque. Pour rappel, sous Solvabilité I ces provisions étaient simplement évaluées de manière prudente.



Graphique 3.4 – Bilan schématisé et simplifié sous Solvabilité 1 et Solvabilité 2

3.2.5.2 Le pilier 2

Le pilier 2 définit des normes qualitatives de suivi des risques. Ces normes permettent d'encadrer et d'améliorer le processus de gestion des risques en diffusant une culture du risque au sein des entreprises. Les normes concernent le suivi des risques, la gouvernance, le risk management, la politique de gestion des risques, etc.

Elles définissent aussi comment l'autorité de contrôle exerce sa surveillance. Cette surveillance se voit harmonisée entre les différentes entreprises d'assurance et autorités de contrôle, et celles-ci doit avoir les moyens d'identifier les entreprises qui présentent un risque organisationnel ou financier plus important que les autres.

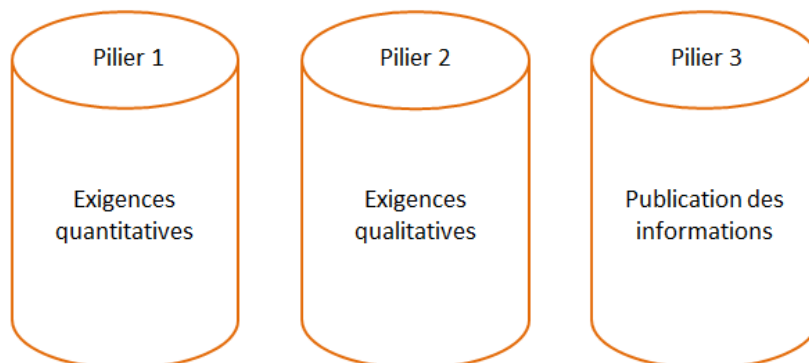
C'est dans le cadre du pilier 2 qu'intervient l'ORSA (*Own Risk and Solvency Assessment*) qui est un ensemble de processus permettant de suivre en continu le besoin global de solvabilité de l'entreprise.

3.2.5.3 Le pilier 3

Le pilier 3 concerne les informations qui doivent être publiées par la société d'assurance. On peut distinguer deux types d'informations, en fonction de leur caractère public ou confidentiel :

- Le SCFR (*Solvency and Financial Condition Report*), qui constitue un rapport annuel et la solvabilité et de la situation financière, est rendu public et informe à la fois les assurés, les actionnaires et les analystes de marché.
- Le RTS (*Reporting To Supervisor*) qui est à destination des autorités de contrôle. Ce document reste confidentiel et détaille trimestriellement le calcul de l'exigence en capital.

- Les QRT (*Quantitative Reporting Templates*) dont nous avons déjà parlé précédemment.



Graphique 3.5 – Les trois piliers de Solvabilité II

3.2.6 Le capital réglementaire

Le premier pilier vise à définir des normes de calcul de provisions techniques et de fonds propres. En ce qui concerne les fonds propres, deux niveaux d'exigence sont définis : le MCR et le SCR.

Définition du SCR

Le *Solvency Capital Requirement* (SCR) correspond au niveau de fonds propres requis pour faire face à la perte maximale possible avec une probabilité de 99.5 % à un horizon d'un an. Il s'agit de la VaR à un horizon d'un an avec un niveau de confiance de 99.5%. Ce niveau de fonds propres doit permettre de limiter la probabilité de ruine à un an à 0,05 %. Le SCR se décompose en plusieurs modules :

- Le risque de marché
- Le risque de contrepartie
- Le risque de souscription en santé
- Le risque de souscription vie
- Le risque de souscription non-vie
- Le risque opérationnel
- Le risque sur actifs incorporels

Dans cette étude nous aborderons deux modules du SCR : le risque de souscription non-vie ainsi que le risque de contrepartie.

Définition du MCR

Dans le cas où le niveau de fonds propres d'une entreprise d'assurance serait inférieur au *Minimum Capital Requirements* (MCR), les intérêts des assurés et créanciers de l'entreprise d'assurance se verraient menacés. C'est pourquoi l'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution (ACPR) intervient lorsque le niveau de fonds propres d'un assureur se situe en-dessous du MCR. L'intervention prudentielle peut impliquer un retrait de l'agrément. L'évaluation du MCR se fait selon une méthode linéaire, et il est borné entre 25% et 45% du SCR. Il doit aussi être supérieur à un plancher absolu quel que soit le SCR, fixé en fonction de l'activité de l'entreprise d'assurance. Nous ne détaillerons pas la méthode de calcul de MCR, car elle n'intervient pas dans cette étude.

Calcul du SCR

Le SCR se calcule à partir de trois éléments :

- Le BSCR, capital de solvabilité requis de base
- Le SCR_{op} , SCR au titre du risque opérationnel
- L'ajustement au titre de la capacité d'absorption des pertes des provisions techniques et des impôts différés, noté Adj dans la formule suivante

$$SCR = BSCR + SCR_{op} + Adj$$

Le BSCR se calcule en combinant les résultats des SCR correspondant aux modules définis dans le paragraphe précédent, à l'aide d'une matrice de corrélation fournie par l'EIOPA. Nous ne détaillerons pas ces calculs car ce n'est pas l'objet de cette étude.

Formule standard et modèle interne

Deux modes de calculs sont proposés pour évaluer les besoins en capital : la formule standard et les modèles internes. Le mode de calcul par un modèle interne est bien plus complexe à mettre en œuvre et doit offrir à l'entreprise d'assurance un meilleur suivi de son risque, contrairement à la formule standard dont le calibrage peut être vu comme trop forfaitaire. Dans le cadre de ce mémoire nous resterons dans le cadre de la formule standard, et présenterons les améliorations qui peuvent être apportées pour mesurer l'impact de la réassurance sur les provisions techniques d'un portefeuille non-vie.

3.2.7 Le pilier 1 plus en détail

Nous détaillerons ici la façon de calculer les provisions techniques pour des risques non-vie. Ces risques ne sont pas couvrables, et les provisions techniques se décomposent comme nous l'avons expliqué ci-dessus en une partie *best estimate* et une partie *risk margin*. Nous prêterons une attention particulière à la façon dont la réassurance s'applique au *best estimate* brut pour avoir un estimateur du *best estimate* net de réassurance, ce qui fera l'objet d'une étude approfondie dans ce mémoire.

3.2.7.1 Le *best estimate*

Le *best estimate* est défini comme étant la meilleure estimation des engagements des assurés et de l'assureur. Il correspond à la moyenne pondérée par leur probabilité de survenance de tous les flux (entrées et sorties) de trésorerie futurs, actualisés à l'aide de la structure de taux adéquate. Par ailleurs, il doit faire appel à des méthodes actuarielles et statistiques qui se basent sur des hypothèses réalistes. L'horizon temporel utilisé pour ces projections de flux de trésorerie correspond à la durée de vie complète de tous les flux liés aux engagements pris par l'assureur. Une autre hypothèse est que le portefeuille est considéré comme en *run-off* c'est à dire que le calcul ne doit pas prendre en compte de nouvelles souscriptions. La courbe des taux est fournie par l'EIOPA, et le calcul se fait par branche (line of business) ou "groupe de risques homogènes". Il doit aussi prendre en compte les frais de gestions de sinistres. Nous verrons par la suite une application pratique de ce calcul.

En assurance non-vie le *best estimate* des provisions pour sinistres à payer et le *best estimate* des provisions pour primes se calculent séparément. Dans cette étude nous nous concentrerons sur le *best estimate* des provisions pour sinistres à payer, et en particulier sur l'impact de la réassurance sur ces valeurs.

Il est difficile de préciser une méthode de calcul adaptée à toutes les branches et tous les risques rencontrés par les compagnies d'assurance. Ainsi, l'évaluation *best estimate* est à considérer comme un ensemble de principes. Un assureur peut donc envisager plusieurs méthodes de calcul du *best estimate*, et évaluer laquelle est la plus compatible avec cette approche.

3.2.7.2 La risk margin

Comme nous l'avons explicité précédemment, la valorisation des provisions techniques fait intervenir deux composantes, le *best estimate* et la *risk margin* ou marge pour risque. Cette marge pour risque correspond au cout d'immobilisation du capital nécessaire pour absorber les pertes imprévues. Ce capital correspond au SCR d'après Solvabilité II. Après avoir déterminé le montant de ce capital, le cout de son immobilisation est déterminé en appliquant un pourcentage fixé par l'EIOPA à ce montant. Ce cout de mobilisation des fonds propres est appelé Cost of Capital, abrégé en CoC.

3.2.7.3 Calcul du *best estimate net*

Le *best estimate* est calculé brut et net de réassurance. Il y a plusieurs possibilités pour calculer le *best estimate* net de réassurance, nous présenterons dans un premier temps les *proxies* proposés, pour ensuite présenter les autres méthodes qui sont applicables. L'application d'une méthode ou d'une autre doit bien sûr tenir compte de la complexité de la branche considérée et de son programme de réassurance.

Les *Proxies* proposés dans le *Report on Proxies*

Le CEIOPS/Groupe consultatif Coordination Group a publié un document nommé *Report on Proxies* où les différents *proxies* proposés sont répertoriés. Ceux-ci sont définis comme des techniques qui permettent de transformer un estimateur brut de réassurance en un estimateur net de réassurance. Ces *proxies* peuvent s'appliquer aux *best estimates* des provisions pour sinistres ou aux *best estimates* des provisions pour primes.

*Gross-to-net proxies are used to convert best estimates of claims or premium provisions into best estimates net of reinsurance, in cases where there is not enough (technically feasible) data to directly derive net estimates.*¹

Ce rapport contient une liste d'une dizaine de *proxies* qui ont été considérés par les groupes d'experts propres à chaque pays. La plupart de ces *proxies* sont basés sur des données comptables historiques, incluant des données comptables, des données de règlements et de provisions. Parmi ces techniques, deux ont été retenues et elles sont toutes deux basées sur des données comptables au sens large.

Les *proxies* retenus

La première étape correspond à évaluer le *best estimate* des provisions techniques brutes de réassurance, ventilé par groupes de risques homogènes ou par branche. On note :

PP_{brut} = *best estimate* de la provision pour primes brut.

PS_{brut} = *best estimate* de la provision pour sinistres brut.

Le facteur de passage du brut au net pour les primes $GN_{primes,k}$ et pour les sinistres $GN_{sinistres,k}$ pour la ligne d'activité ou le groupe de risque homogènes k permet le calcul des provisions nettes $PP_{Net,k}$ en appliquant la formule suivante :

$$PP_{Brut,k} \times GN_{primes,k} = PP_{Net,k}$$

$$PS_{Brut,k} \times GN_{sinistres,k} = PS_{Net,k}$$

Étant donnée une branche d'activité k, nous pouvons calculer ce coefficient pour chaque année de survenance ou groupe d'années de survenance i, et ce de différentes façons. Le Consultation Paper² retient deux *proxies* que nous détaillons ci-dessous. Nous exprimons les formules à un niveau de granularité tel qu'un coefficient de passage est calculé par année de rattachement.

1. Voir *Report on Proxies* [CEIOPS - Groupe consultatif Coordination Group, 2010b]

2. Voir *Consultation Paper no. 76* [CEIOPS - Groupe consultatif Coordination Group, 2009b]

Méthode basée sur les provisions

Notons :

- $PSAP_{dossier_{i,n-i}}^{brut}$ et $PSAP_{Cédée_{i,n-1}}^{net}$ les provisions estimées par les gestionnaires sinistres (provisions pour sinistres à payer) et les provisions cédées aux réassureurs pour l'année de rattachement i , et l'année de développement $n-i$ (on s'intéresse donc aux dernières valeurs connues du triangle). Se référer au lexique pour plus d'informations concernant les provisions.
- PS_i^{brut} le Best Estimate des provisions pour sinistres pour l'année de rattachement i .

On définit le coefficient de passage r_i pour l'année de rattachement i de la façon suivante :

$$r_i = 1 - \frac{PSAP_{Cédée_{i,n-1}}^{net}}{PSAP_{dossier_{i,n-i}}^{brut}}$$

Il permet d'évaluer le *best estimate* net des provisions pour sinistres, pour l'année de rattachement i :

$$PS_i^{net} = r_i \times PS_i^{brut}$$

Le *best estimate* net de réassurance total est évalué en sommant les *best estimate* pour chaque année de survenance.

Méthode basée sur les règlements

Notons :

- $X_{i,n-i}^{brut}$ et $X_{i,n-i}^{net}$ le flux des règlements cumulés bruts et nets observés pour l'année de rattachement i et l'année de développement $n-i$. Ils constituent la dernière diagonale soit les dernières valeurs observables du triangle des règlements.
- PS_i^{brut} le *best estimate* des provisions pour sinistres pour l'année de rattachement i .

Pour chaque année de survenance, on peut calculer le taux moyen de recouvrement du programme de réassurance de la façon suivante :

$$r_i = 1 - \frac{X_{i,n-i}^{net}}{X_{i,n-i}^{brut}}$$

Cela permet d'évaluer le *best estimate* net des provisions pour sinistres, pour l'année de rattachement i :

$$PS_i^{net} = r_i \times PS_i^{brut}$$

Le *best estimate* net de réassurance total est évalué en sommant les *best estimate* pour chaque année de survenance.

Cas particulier des traités en quote-part

Comme nous l'avons vu précédemment, avec un quote-part les charges de sinistres et les primes sont cédées à un taux identique quel que soit la police ou le risque concerné. Le taux de cession du quote-part peut donc être facilement appliqué aux données brutes pour connaître les montants cédés. Avec ce type de cession, des projections brutes sont effectuées et les conditions du traité permettent de déduire automatiquement les volumes cédés sur ces projections. Le principal problème est que cette méthode ne tient pas compte du délai entre les paiements par l'assureur et les recouvrements auprès des réassureurs, ce qui implique un biais.

Les conditions d'application

Nous présentons ici les conditions minimales pour appliquer ces méthodes, puis ensuite les améliorations qui peuvent être apportées. Il va de soi qu'un même coefficient de passage du brut

au net ne devrait pas être appliqué à toutes les branches non-vie et qu'un même coefficient de passage du brut au net ne devrait pas être appliqué à toutes les années de rattachement d'une branche donnée. Ces conditions d'application sont extraites des spécifications techniques du QIS 5.¹

Différenciation entre branche et groupes de risques homogènes

Les coefficients *gross-to-net* devraient être calculés pour chaque branche ou groupes de risques homogènes, en tenant compte de la spécificité de la branche et de son programme de réassurance.

Distinction entre années de rattachement

Au sein d'une branche, il est important de distinguer au moins les années pour lesquelles la charge ultime a été atteinte et les années qui ne sont pas entièrement développées.

Différenciation entre provisions pour primes et pour sinistres

Un coefficient différent devrait s'appliquer aux provisions pour primes et aux provisions pour sinistres. Dans cette étude, nous ne considérerons que les provisions pour sinistres.

Stabilité du portefeuille et du programme de réassurance dans le temps

Lorsqu'on applique le même coefficient de passage pour un ensemble d'années de rattachement, on suppose que pour ces années-là le portefeuille ainsi que le programme de réassurance sont restés relativement stables. Dans le cas contraire, il faut augmenter le niveau de détail pour tenir compte au mieux des évolutions du portefeuille et du programme de réassurance.

Les améliorations possibles

Des coefficients de passage du brut au net différents peuvent être calculés pour chaque année de survenance au sein d'une branche. Par ailleurs, étant donné une année de survenance des coefficients de passage du brut au net différents peuvent être appliqués pour différentes années de développement ou groupes d'années de développement. En effet, il est probable que la sévérité des sinistres soient différente pour les sinistres qui sont réclamés tardivement. L'impact du programme de réassurance sera donc différent.

Les provisions IBNR *Incurred But Not Reported* peuvent se décomposer en deux types de provisions, celles correspondant aux sinistres dont l'assureur n'a pas encore connaissance (IB-NYR pour *Incurred But Not Yet Reported*) et celles qui permettent de faire face à un éventuel sous-provisionnement des sinistres déjà connus (IBNER). Les coefficients appliqués aux provisions IBNYR peuvent être différents de ceux appliqués aux IBNER (*Incurred But Not Enough Reserved*). Cela se justifie par le fait qu'il est probable d'avoir beaucoup plus d'informations concernant les sinistres déclarés, même s'il ne sont pas réglés. Par exemple, un assureur peut parfois être presque sûr qu'aucun des sinistres déclarés au cours d'une année n'affectera le programme de réassurance de part sa connaissance de la branche et des facteurs pouvant rendre un sinistre grave. Cela demande toutefois une méthode de provisionnement différenciant les provisions IBNR et IBNER.

Des méthodes *gross-to-net* différentes peuvent aussi être appliquées pour les sinistres attritionnels et graves au sein d'une même branche. Pour les sinistres les plus graves le montant final net peut souvent être connu à l'avance dans le cas où l'on sait que le programme de réassurance prendra la part du sinistre supérieure à un montant donné, et que le montant total du sinistre ne sera pas revalorisé en-deçà de ce montant, à la stabilisation près. Ainsi le *best estimate* net des sinistres graves peut être calculable plus facilement et avoir une variance moindre, d'où l'idée

1. Voir *QIS 5 Technical Specifications* [CEIOPS - Groupe consultatif Coordination Group, 2010a]

d'appliquer des méthodes différentes.

Enfin, on peut appliquer une méthode différente pour calculer l'impact de plusieurs traités s'appliquant à une même branche. Par exemple si une branche est couverte par un traité proportionnel et un traité non proportionnel, il est judicieux d'appliquer une méthode différente pour étudier l'impact de chaque traité sur le *best estimate*.

Malgré toutes les améliorations que l'on peut apporter à ces méthodes, elles montrent certaines limites. Par exemple, si l'historique des données est de 10 ans, l'impact d'évènements rares ne peut pas être correctement pris en compte. Pour les années récentes, utiliser l'historique des données pour évaluer l'impact de la réassurance suppose que le portefeuille et le programme de réassurance soient stables dans le temps, ce qui n'est pas toujours le cas. Ainsi, on peut avoir recours à d'autres méthodes pour évaluer l'impact de la réassurance sur les provisions *best estimate*.

Les autres méthodes applicables

Application de la réassurance aux triangles directement

Il est possible d'appliquer la réassurance directement aux triangles de règlements ou aux triangles de charges, et d'appliquer une méthode de projection à ces triangles nets de réassurance. Il est aussi possible dans le cas où le programme de réassurance est suffisamment sollicité de projeter des triangles de charges de réassurance. Nous illustrerons ces méthodes par un exemple sur la branche Responsabilité Civile Professionnelle.

Méthode par simulation

Un document du CEIOPS préconise l'utilisation de méthodes par simulation pour le calcul des *best estimate* nets.

*In any case, it may be desirable to encourage the insurance undertakings using Gross-to-Net techniques to move to more sophisticated techniques (including simulations) and finally -if possible- to a direct calculation of the reinsurance recoverables(...).*¹

Nous présenterons par la suite une méthode par simulation qui permet d'évaluer l'impact de la réassurance sur les provisions techniques.

3.3 Mesure du risque de défaut des réassureurs

Le risque de défaut des réassureurs correspond au risque qu'un ou plusieurs réassureurs ne soit pas en mesure de faire face à ses engagements contractuels. Les sources de ce défaut peuvent être multiples et il est important de mesurer cette exposition. Dans la pratique, la faillite est très rare : dans la plupart des cas, les réassureurs ayant des problèmes de solvabilité sont rachetés par d'autres réassureurs qui assument leur passif suite à ce rachat. Ces passifs dits en *run-off* sont ensuite gérés soit par le réassureur acquéreur ou cédés à des sociétés spécialisées dans la gestion de ce type de passifs. Toutefois le risque de contrepartie est important pour les cédantes, dans la mesure où un défaut éventuel chez un réassureur peut être lié à une sinistralité exceptionnelle, c'est à dire au moment où les cédantes sont les plus dépendantes de leurs réassureurs. Des défauts partiels ou des retards dans les paiements peuvent être préjudiciables pour une cédante et il est important de pouvoir mesurer ce risque.

1. Voir *Valuation of the non-life Best Estimate using simplified methods - Issues to consider regarding level 2 measures* [CEIOPS - Groupe consultatif Coordination Group, 2009c]

Moody's	Standard and poor's	Fitch Ratings	AM Best	Solvabilité II	Interprétation
Aaa	AAA	AAA	AAA	AAA	Première qualité
Aa1	AA+	AA+	AA+	AA	Haute qualité
Aa2	AA	AA	AA	AA	"
Aa3	AA-	AA-	AA-	AA	"
A1	A+	A+	A+	A	Qualité moyenne supérieure
A2	A	A	A	A	"
A3	A-	A-	A-	A	"
Baa1	BBB+	BBB+	BBB+	BBB	Qualité moyenne inférieure
Baa2	BBB	BBB	BBB	BBB	"
Baa3	BBB-	BBB-	BBB-	BBB	"
Ba1	BB+	BB+	BB+	BB	Spéculatif
Ba2	BB	BB	BB	BB	"
Ba3	BB-	BB-	BB-	BB	"
B1	B+	B+	B+	autres	Très spéculatif
B2	B	B	B	autres	"
B3	B-	B-	B-	autres	"
Caa1	CCC+	CCC	CCC	autres	Risque élevé
Caa2	CCC	CCC	CCC	autres	Ultra spéculatif
Caa3	CCC-	CCC	CCC	autres	En défaut, recouvrement possible
Ca	CC	CC	CC	autres	En défaut

Tableau 3.1 – Les notations des différentes agences

Dans le cadre de Solvabilité II, une formule standard est proposée pour évaluer ce risque. Dans un premier temps nous allons définir la façon dont les réassureurs sont notés, puis présenter cette formule standard et ses composants pour ensuite présenter les résultats de son application sur l'ensemble des branches non-vie de La Médicale. Enfin, nous présenterons quelques tests de sensibilité effectués sur le modèle Solvabilité II.

3.3.1 La notation des réassureurs

La plupart des réassureurs est notée par des agences de notations, sur des critères qui varient d'une agence à l'autre. La note est attribuée au réassureur et doit correspondre à une probabilité de défaut. Les trois plus grandes agences de notation sont Moody's, Standard and Poor's et Fitch Ratings. Concernant les réassureurs nous pouvons aussi citer l'agence de notation A.M. Best qui est une agence spécialisée dans la notation des entreprises d'assurance et de réassurance. Le tableau 3.1 présente les différentes notes qui peuvent être attribuées par les agences de notation. Les agences de notation attribuent à la fois des notes court-terme qui correspondent à une probabilité de défaut à un horizon d'un an contrairement aux notes long-terme qui évaluent la possibilité de défaut sur un horizon plus long.

3.3.1.1 Les critères de notation

Les plus grandes agences de notations publient leurs méthodes pour évaluer la solidité financière d'une entreprise. Même si ces méthodes incluent des facteurs plus ou moins objectifs, la méthode de notation semble plutôt transparente. Les modèles utilisés par les agences sont déterministes, à l'exception du modèle utilisé par Fitch qui est stochastique (modèle PRISM).

Les principaux éléments pris en compte par ces modèles sont des données financières concernant la solvabilité, les performances de l'entreprise, la structure de son passif, la gestion du risque d'entreprise ainsi que le risque opérationnel. Des facteurs correspondant à l'état de l'économie du secteur concerné par l'activité de l'entreprise entrent aussi en jeu. Si l'entreprise considérée est cotée, la valeur de sa cotation boursière comparée à sa valeur comptable est aussi prise en compte. Pour noter les réassureurs, un ajustement est fait en fonction de leur exposition aux risques catastrophiques. La plupart des agences utilisent un modèle de notation dont l'horizon est de 5 ans.

3.3.2 Le modèle Solvabilité II

Dans cette partie nous présenterons le modèle utilisé dans le cadre de la formule standard Solvabilité II pour mesurer le risque de défaut des réassureurs. Dans un premier temps, nous détaillerons quelles sont les variables prises en compte par le modèle, puis nous présenterons la façon dont le capital requis est calculé.

3.3.2.1 Les éléments constitutifs du modèle

La probabilité de défaut

La probabilité de défaut d'un réassureur noté par des agences de notation est dans le modèle directement liée à sa notation comme le montre le tableau 3.2.

Note	Probabilité de défaut en %
AAA	0,002
AA	0,01
A	0,05
BBB	0,24
BB	1,2
B	6,04
CCC ou moins	30

Tableau 3.2 – Probabilité de défaut en fonction de la note

Pour les réassureurs qui ne sont pas notés mais sont tout de même sujets à la réforme Solvabilité II et dont les fonds propres sont supérieurs à leur MCR, la probabilité de défaut en fonction du ratio de solvabilité du réassureur peut être déterminé comme présenté dans le tableau 3.3. Si les contreparties ont un ratio de solvabilité inférieur au MCR, la probabilité de défaut est de 30%. Pour les autres contreparties non notées, la probabilité de défaut sera égale à 10%.

Ratio de solvabilité	Probabilité de défaut en %
>200%	0,025
>175%	0,05
>150%	0,1
>125%	0,2
>100%	0,5
>90%	1
>80%	2
<80%	10

Tableau 3.3 – Probabilité de défaut en fonction du ratio de solvabilité

La *loss given default* (*LGD*)

La LGD correspond à la perte en cas de défaut. Si un réassureur fait défaut, la perte sur la créance n'est dans la plupart des cas pas égale à 100% de la créance. Pour tenir compte de ce fait, le modèle Solvabilité II propose de calculer la perte en cas de défaut pour la contrepartie *i* de la façon suivante :

$$LGD_i = \max[0, 5 \times (Recoverables_i + RM_i - Collateral_i); 0]$$

où :

- RM_i est l'effet d'atténuation du risque de par la réassurance associée à la contrepartie *i*. Il est évalué comme la différence entre le SCR de souscription non-vie SCR_{nl} en prenant en compte ou non l'effet de la contrepartie *i*, soit
$$RM_i = SCR_{nl, sans prendre en compte i} - SCR_{nl, en prenant en compte i}$$
- $Recoverables_i$ correspond aux provisions *best estimate* cédées pour la contrepartie *i*.
- $Collateral_i$ correspond aux collatéraux du réassureur *i*. Dans notre cas il s'agit de nantisements.

Le calcul de l'effet d'atténuation du risque est compliqué, car il demande un recalcul du SCR non vie pour chaque contrepartie en enlevant uniquement son effet sur le *best estimate* cédé. C'est pour palier à ce problème qu'un *proxi* peut être utilisé pour les risques non vie :

$$SCR_{nl, sans i} - SCR_{nl, avec i} = (SCR_{sans rea} - SCR_{avec rea}) \times \frac{Recoverable_i}{Recoverable_{toutes les contreparties}}$$

3.3.2.2 Calcul du SCR de défaut

Dans le cadre de la formule standard et pour des expositions de type 1 telles que définies dans les *technical specifications* du QIS 5, le SCR de défaut se calcule à l'aide de la formule suivante :

$$\begin{cases} 3 \times \sqrt{V} & si \sqrt{V} \leq 0,05 \sum_i LGD_i \\ \min(\sum_i LGD_i; 5 \times \sqrt{V}) & sinon \end{cases}$$

Les créances des réassureurs dues à des traités de réassurance sont considérées comme des expositions de type 1, nous ne détaillerons donc pas les expositions de type 2.

L'élément V correspond à la variance de la distribution des pertes pour les expositions de type 1. Le calcul du SCR suppose dans le premier cas que la distribution des pertes peut être approximée par une loi lognormale. Le deuxième cas correspond à une distribution qui a une queue plus lourde que la loi log-normale et la deuxième formule est employée lorsque la variance de la distribution des pertes est plus grande relativement à la somme des *Loss Given Default*.

Calcul de la variance de la distribution des pertes

L'annexe A du *Consultation Paper No. 28*¹ détaille le calcul de V. Cela repose sur l'hypothèse d'un modèle à choc commun. Dans ce type de modèle les probabilités de défaut des contreparties sont toutes corélées par le biais d'un même paramètre externe. Introduisons une variable S correspondant à ce choc commun. Les probabilités de défaut se voient affectées par cette variable de la façon suivante, en notant b_i la probabilité de défaut issue de la note attribuée par les agences de notation à la contrepartie *i* :

$$p_i(S) = b_i + (1 - b_i)S^{\frac{\tau}{b_i}}$$

Le paramètre τ est un paramètre de forme qui modélise l'effet du choc sur les notes. Il est fixé par le QIS 5 à 4.

1. Voir *Consultation Paper no.28* [CEIOPS - Groupe consultatif Coordination Group, 2009a]

S est modélisée à l'aide d'une loi beta de paramètre $(\alpha, 1)$ tel que :

$$f(s|\alpha) = \alpha s^{\alpha-1} P(S \leq s) = S^\alpha$$

On a donc :

$$\begin{aligned} p_i &= E[p_i(s)] = \int_0^1 b_i + (1 - b_i) S^{\frac{\tau}{b_i}} f(s) ds \\ &= \int_0^1 b_i + (1 - b_i) S^{\frac{\tau}{b_i}} \alpha s^{\alpha-1} ds \\ &= \left[b_i s^\alpha + \frac{\alpha b_i - \alpha b_i^2}{\tau + \alpha b_i} s^{\frac{\tau}{b_i} + \alpha} \right]_0^1 \\ &= \frac{(\tau + \alpha) b_i}{\tau + \alpha b_i} \end{aligned}$$

En inversant l'équation ci-dessus, on obtient :

$$b_i = \frac{p_i \tau}{\alpha(1 - p_i) + \tau}$$

Les covariances entre les défauts des k contreparties sont données par la matrice $\Omega = \omega_{ij}$ telle que :

$$\omega_{ii} = p_i(1 - p_i) \quad i = 1, \dots, k$$

$$\omega_{ij} = \frac{\alpha(1 - b_i)(1 - b_j)}{\alpha + \tau b_i^{-1} + \tau b_j^{-1}} - (p_i - b_i)(p_j - b_j) \quad i, j = 1, \dots, k \text{ et } i \neq j$$

On en déduit l'expression de la moyenne et de la variance de la distribution des pertes en notant y_i la perte en cas de défaut de la contrepartie i.

$$\begin{aligned} \text{moyenne} &= \sum_{i=1}^k p_i y_i \\ \text{variance} &= V = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \omega_{ij} y_i y_j \end{aligned}$$

On regroupe ensuite les contreparties selon les N classes de rating définies précédemment, et la matrice Ω peut s'écrire :

$$\Omega = U + V - w^t w$$

où

$$\begin{aligned} U &= \begin{bmatrix} u_{11} & \dots & u_{1N} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ u_{N1} & \dots & u_{NN} \end{bmatrix} \\ u_{ij} &= \frac{\alpha(1 - b_i)(1 - b_j)}{\alpha + \tau b_i^{-1} + \tau b_j^{-1}} \quad i, j = 1 \dots N \\ V &= \begin{bmatrix} p_1(1 - p_1) + (p_1 - b_1)^2 - \frac{\alpha(1 - b_1)^2}{\alpha + 2\tau b_1^{-1}} & \dots & \dots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_N(1 - p_N) + (p_N - b_N)^2 - \frac{\alpha(1 - b_N)^2}{\alpha + 2\tau b_N^{-1}} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$w = \begin{bmatrix} p_1 - b_1 \\ \dots \\ p_n - b_n \end{bmatrix}$$

En regroupant les contreparties par classe de notation K, on peut définir le vecteur y^* :

$$y_k^* = \sum_{i \in K} LGD_i \quad z_k = \sum_{i \in K} (LGD_i)^2$$

On en déduit l'expression de V :

$$V = {}^t y^* U y^* + {}^t z - ({}^t w y^*)^2 = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N u_{jk} y_k^* y_j^* + \sum_{i=1}^N v_i z_i - \left(\sum_{i=1}^N w_i y_i^* \right)^2$$

Cette formule simplifiée rend le calcul plus simple et permet à l'EIOPA de fournir une maquette Excel qui implémente le calcul.

3.3.3 Application aux données de la Médicale

Nous allons maintenant présenter les résultats de l'application de ce modèle au portefeuille non-vie de La Médicale.

Calcul du SCR_{def}

Les données dont nous avons besoin sont la notation des réassureurs, les nantissements, les dépôts en espèces ainsi que les SCR_{nl} bruts et nets de réassurance. En utilisant la feuille de calcul fournie par l'EIOPA on trouve le résultat suivant :

$$SCR_{def,rea,type1} = 2\,089\,072$$

3.3.4 Tests de sensibilité du modèle

Effectuons à présent quelques tests de sensibilité, pour voir quel est l'effet des variables d'entrées sur les résultats du modèle.

Sensibilité à la diversification des charges cédées

Il est intéressant de voir comment le modèle réagit à la diversification du panel de réassureurs pour lesquels des charges sinistre sont cédées. Nous avons à partir de la maquette fournie par l'EIOPA recalculé le $SCR_{def,rea,type1}$ en regroupant les contreparties par note. Nous obtenons une hausse du capital requis d'environ 10% en regroupant les réassureurs par catégorie de note.

Sensibilité aux notes des réassureurs

Nous avons testé deux scénarios :

- baisse de la note de tous réassureurs d'un cran
- baisse de la note de tous les réassureurs de deux crans

Le premier scénario aboutit à une augmentation du SCR de 20 % tandis que le deuxième implique une hausse de plus de 50 %. Il est donc important de choisir des réassureurs ayant des notes de bonne qualité.

3.3.5 Conclusion

La mesure du risque de défaut des réassureurs pour des risques non-vie se fait dans Solvabilité II sans réelle difficulté technique. Les outils d'évaluation fournis par l'EIOPA permettent de

s'affranchir de tous les calculs, et la plus grande partie du travail consiste à estimer l'exposition aux réassureurs en calculant le *best estimate* des provisions cédées. Ensuite il est important d'avoir une procédure de suivi des contreparties afin de connaître l'exposition à chacune d'entre elle net de dépôts ainsi que sa note. Les tests de sensibilité que nous avons effectué sur le modèle nous indiquent qu'il est important de choisir des réassureurs dont la probabilité de défaut est faible selon les agences de notation afin de réduire l'exposition au risque de défaut. C'est pour cela que l'équipe de souscription de La Médicale ne choisit pas ses réassureurs uniquement sur des critères commerciaux, mais en tenant compte aussi de leur stabilité financière.

3.4 La branche Responsabilité Civile Professionnelle

Dans ce chapitre, nous allons présenter la branche responsabilité civile professionnelle de La Médicale, sur laquelle nous allons porter un intérêt particulier. En effet, elle représente la branche non-vie la plus importante en terme de provisions cédées, à hauteur de 90% des cessions. Ses particularités juridiques influent grandement l'évolution de la sinistralité et des méthodes de provisionnement.

La méthode de provisionnement de La Médicale est spécifique, dans la mesure où elle tient compte des évolutions de ce cadre juridique. Cette branche de responsabilité civile présente un déroulement très long : le délai entre l'ouverture d'un sinistre et sa clôture peut être de plus de dix ans, et une part non-négligeable des sinistres est déclarée tardivement.

Le calcul des *best estimate* utilisés pour Solvabilité II est donc plus complexe que sur les autres branches.

3.4.1 Généralités sur la responsabilité civile médicale

On peut distinguer deux types de responsabilités : la responsabilité pénale ou disciplinaire mène ou peut mener à des sanctions, tandis que la responsabilité civile ou administrative est source d'indemnisations. Ces deux notions sont distinctes, et nous allons détailler brièvement quelles sont les obligations des médecins et des professionnels de santé et comment leur responsabilité peut-être mise en jeu.

La responsabilité médicale civile

Depuis un arrêt de la cour de cassation datant de 1936, la responsabilité médicale civile est considérée comme une responsabilité civile contractuelle. Ci-dessous un extrait de cet arrêt :

*"entre le médecin et son client, se forme un véritable contrat, comportant pour le praticien l'engagement, sinon bien évidemment de guérir le malade, ce qui n'a jamais été allégué, du moins de lui donner des soins non pas quelconques mais conscien-
cieux, attentifs et réserves faites de circonstances exceptionnelles, conformes aux
données actuelles de la science ; que la violation, même involontaire de cette obliga-
tion contractuelle est sanctionnée par une responsabilité de même nature, également
contractuelle."*¹

Le contrat médical

Le contrat médical est oral et ne requiert aucune formalité à son établissement. Il est conclu intuitu personae, c'est à dire que le médecin s'engage à porter des soins à son patient personnellement. Chaque contractant a des obligations. Pour le patient, il s'agit simplement de régler les honoraires du médecin.

1. Arrêt "Mercier" de la cour de cassation, 1936

Les obligations des médecins

La principale obligation d'un médecin est l'obligation de soins. Il doit en effet porter à son patient des soins de qualité en essayant de le guérir et de le soulager. La qualité des soins est à rapporter au contexte, et des soins adaptés reposent sur des données scientifiques acquises au moment où le soin est prodigué. L'obligation du médecin est donc uniquement une obligation de moyen, il n'y a pas d'obligation de résultat dans la plupart des cas. Dans le cas où l'acte médical ne présente aucun caractère aléatoire (actes de routine par exemple), il peut y avoir une obligation de résultat. Le médecin a aussi un devoir d'informer le patient et d'obtenir son consentement.

La mise en œuvre de la responsabilité civile d'un médecin

Trois principaux éléments sont nécessaires pour que la responsabilité d'un médecin soit retenue :

- La faute, établie dans la plupart des cas lorsque l'obligation du médecin n'a pas été respectée
- Le dommage, qui peut être un dommage physique ou un préjudice moral
- Le lien de causalité entre la faute et le dommage. Ce lien de causalité doit être direct et établi de façon certaine.

La responsabilité médicale administrative

Les règles concernant la responsabilité administrative sont différentes de celles concernant la responsabilité civile. Les procédures juridiques éventuelles relèvent dans ce cas d'un tribunal administratif. Les règles appliquées dans le cadre de la responsabilité administrative ne se rapportant pas au droit civil, la jurisprudence a permis d'élaborer des règles au fil du temps. Le droit hospitalier a repris les règles issues du droit civil pour définir les obligations du médecin. L'obligation de moyen de l'hôpital se traduit en terme de matériel et d'organisation des services de soins.

La faute

Concernant la responsabilité administrative, il y a une distinction entre la faute due à un acte médical et celle liée aux actes de soin et à l'organisation du service. Les actes de soins et d'organisation du service correspondent aux actes qui ne relèvent ni de diagnostic ni de traitement. Les conditions de mise en cause de la responsabilité restent les mêmes. La responsabilité civile du praticien hospitalier peut être sollicitée dans des cas extrêmes (faute professionnelle grave et conséquences lourdes).

On définit l'aléa thérapeutique comme :

*" la réalisation, en dehors de toute faute du praticien, d'un risque accidentel inhérent à l'acte médical et qui ne peut être maîtrisé "*²

La prise en charge de cet aléa thérapeutique ne se faisait que pour les dossiers de responsabilité civile administrative, nous verrons dans le paragraphe suivant qu'il n'en est plus ainsi depuis la loi Kouchner (2002).

La responsabilité médicale pénale ou disciplinaire

La responsabilité pénale

Les actes répréhensibles par le code pénal sont appelés infractions, et ils sont divisés en 3 catégories par ordre de gravité : les contraventions, les délits, les crimes. Les infractions qu'un

2. Définition de Pierre Sargos, conseiller à la Cour de cassation

médecin peut effectuer peuvent pour la plupart être l'acte de tout citoyen. Parmi ces infractions on dénombre principalement la violation du secret professionnel, l'abstention de secours à personne en péril et les atteintes à l'intégrité corporelle. Les infractions reprochées aux médecins sont pour la plupart des délits, et elles relèvent donc du Tribunal correctionnel. Des recours éventuels peuvent être faits devant la Cour d'Appel.

La responsabilité disciplinaire

Les médecins adhèrent aux règles de la déontologie médicale, et un manquement à ces règles constitue une faute disciplinaire. Les sanctions associées à ces manquements sont l'avertissement, le blâme, une interdiction d'exercer temporaire ou permanente voir même une radiation du tableau de l'Ordre. La procédure disciplinaire est indépendante des actions civiles et pénales, et n'est pas d'un grand intérêt dans cette étude, car les sanctions prononcées ne mènent pas à des indemnisations.

3.4.2 Un cadre juridique en perpétuelle évolution

Dans ce paragraphe nous nous concentrerons sur les points juridiques qui sont nécessaires à la compréhension de la méthode de provisionnement utilisée par La Médicale. En 2002, deux lois ont changé la façon de provisionner les sinistres et de les prendre en charge pour les assureurs du secteur.

Loi Kouchner (2002)

La principale mesure de cette loi est l'obligation pour les professionnels de santé de s'assurer.

Cette loi offre aussi la possibilité de plafonds de garantie, d'un montant de 3 millions par risque et 10 millions par année de rattachement. Les plafonds de garantie de La Médicale étaient à ce moment de 7 millions d'euros par risque et 11 millions par année. Sous certaines conditions, la loi Kouchner de 2002 prévoit une indemnisation de l'aléa thérapeutique. Avant cela, seul les dossiers traités au tribunal administratif pouvaient prétendre à des indemnisations dans ce cas. Pour qu'un aléa thérapeutique soit avéré, plusieurs conditions sont nécessaires :

- exclusion de toute faute médicale ou opérationnelle
- dommage en relation directe avec l'acte médical
- accident sans rapport avec l'état du patient

Après la création de cette loi, l'Office Nationale d'Indemnisation des Accidents Médicaux (ONIAM) a vu le jour. Il a pour but d'indemniser les victimes de l'aléa thérapeutique, et peut se substituer à un assureur ou un praticien concernant l'indemnisation, lorsque le professionnel de santé n'est pas assuré, si le plafond de garantie de l'assureur est dépassé ou lorsque l'assureur a refusé d'assurer le praticien. Aussi, des pools d'assurance et de réassurance (GTAM renommé en GTREM) ont été créés pour assurer les praticiens ayant essuyé plus de deux refus de la part d'assureurs. Le création du pool GTREM a pour but de réassurer les praticiens affectés d'office à un assureur par le Bureau Central de Tarification Médical. Celui-ci a vu le jour par la loi Kouchner, et a pour rôle de décider à quel tarif un assureur, choisi par l'assuré mais lui ayant opposé un refus, peut être contraint à garantir l'assuré.

Loi About (2002)

La loi About modifie la prise en compte des sinistres. Elle prévoit qu'un sinistre doit être couvert par le contrat en vigueur au moment de la première réclamation. Avant cette loi, la gestion des sinistres se faisait suivant la date de survenance du fait dommageable, et les résultats ainsi que les provisions associés aux années même très anciennes restaient très volatiles. Cela devrait exclure pour l'assureur les sinistres qui ne sont pas encore connus à la fin de l'exercice, et en contrepartie il peut être amené à indemniser des préjudices réclamés tardivement dans les exercices suivants.

Cette loi prévoit aussi que la responsabilité civile couvre les praticiens 10 ans après leur départ à la retraite. Cela mène à la constitution de provisions pour sinistres subséquents, que nous détaillerons dans le chapitre 5 de cette étude.

Le rapport Johannet

Ce rapport, remis au ministre de la Santé au début de l'année 2011, définit les conditions de mise en place d'un mécanisme de mutualisation pour régler les problèmes d'assurabilité rencontrés principalement par les gynécologues-obstétriciens. Le rapport propose 11 mesures, et vise à mettre fin aux difficultés rencontrées par un certain nombre de praticiens pour s'assurer.

Le fonds de garantie RC Médicale

Par le Décret numéro 2012-548 du 23 avril 2012 un fonds de garantie destiné à résoudre les problèmes d'assurance des professionnels de santé libéraux a été mis en place. Il est géré par la Caisse Centrale de Réassurance (CCR). Ce fond a pour but de prendre en charge les indemnisations qui relèvent de la responsabilité civile des praticiens lorsque ces indemnisations dépassent un montant donné. Chaque praticien financera ce fonds par une cotisation dont le montant est modulé en fonction de la profession exercée. Cette cotisation, perçue par les assureurs, est ensuite reversée au fonds de garantie. Les indemnisations intervenant après le délai de validité du contrat d'assurance seront prises en charge par l'ONIAM.

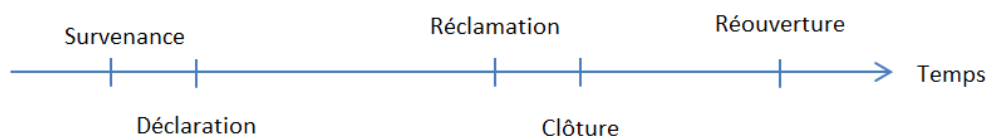
Ce fonds de garantie prend en charge les sinistres à partir d'un montant de 8 millions d'euros par risque et 15 millions par garantie. Pour s'adapter à cela La Médicale a modifié ses plafonds de garantie pour qu'ils soient adaptés au fonds de garantie. Les plafonds sont donc actuellement de 8 millions d'euros par risque et 15 millions par année et par assuré, au cumul de tous les sinistres.

3.4.2.1 Le déroulement d'un sinistre

Un sinistre en RC médicale peut comporter plusieurs faits successifs au cours du temps :

- La survenance qui correspond au moment où le fait dommageable a lieu.
- La déclaration qui a lieu lorsque l'assuré déclare le sinistre à l'assureur. Elle peut être postérieure à la réclamation, si la victime signale le sinistre à l'assureur avant que l'assuré ne se manifeste.
- La réclamation qui est faite par la victime.
- La clôture, lorsque le montant d'indemnisation a été défini.
- Une éventuelle réouverture par la suite.

Le graphique 3.6 illustre cette succession d'événements dans le temps.



Graphique 3.6 – Déroulement d'un sinistre

On parle de garantie subséquente lorsque la réclamation intervient après la résiliation du contrat. Nous reviendrons sur cette notion par la suite.

3.4.2.2 Le marché de la RC médicale en France

Selon l'autorité de contrôle prudentiel, les primes pour l'année 2009 s'élevaient à environ 480 millions d'euros sur cette branche, soit 0,75% seulement du marché de l'assurance non-vie. Ainsi, les grands assureurs généralistes ne sont pas très présents sur ce marché où il n'existe qu'une quinzaine d'assureurs. Pour les professions à risque (chirurgie, anesthésie réanimation, gynécologues-obstétrique) les deux plus grands acteurs se partagent plus des trois quart des parts de marché. Le faible nombre d'assurés limite la mutualisation du risque, et les assureurs ne sont pas toujours de taille à faire face à la volatilité de la sinistralité, c'est pourquoi la réassurance joue un rôle important. Le marché est donc de petite taille, et il est difficile d'obtenir des données chiffrées concernant la sinistralité sur ce marché.

Chapitre 4

Analyse de la sinistralité

4.1 Présentation des données

Dans cette partie nous introduisons différents éléments que nous allons utiliser par la suite, en commençant par la procédure de gestion des sinistres de La Médicale.

4.1.1 Les garanties

La Médicale commercialise des contrats Responsabilité Civile Professionnelle et Protection Juridique qui incluent une garantie responsabilité civile professionnelle, une protection juridique pour le praticien mais aussi une garantie en réparation des fautes inexcusables de l'employeur et une garantie de défense pénale des salariés. Ces deux dernières garanties concernent les éventuels salariés que l'assuré peut employer. Lorsque le fait dommageable a lieu pendant la période de validité du contrat, le contrat garantit les sinistres dont la réclamation est faite dans un délai de cinq ans à partir de la date d'expiration ou de résiliation des garanties. Lorsque le contrat est résilié en raison du décès du praticien ou d'une cessation d'activité, ce délai est de dix ans. Le contrat inclut un plafond pour les dommages corporels à hauteur de 8 M€ par évènement et 15 M€ par contrat et par année. Les plafond des dommages matériels est de 300 k€ par année et par sinistre.

4.1.2 Gestion des sinistres

Lors de l'ouverture d'un sinistre, les gestionnaires sinistres allouent un montant forfaitaire au sinistre en fonction de la profession de l'assuré, jusqu'à ce qu'ils obtiennent plus d'informations concernant le sinistre. Cette provision est appelée provision dossier-dossier. Elle fait partie des provisions pour sinistres à payer (PSAP en abrégé). Nous verrons plus en détail dans la partie consacrée au provisionnement les différents types de provisions constituées par La Médicale. Les sinistres déclarés par l'assuré sans avoir fait l'objet d'une réclamation sont ouverts avec un montant de 1 €. Les sinistres a priori non graves sont ouverts en utilisant une grille forfaitaire par profession, tandis que les sinistres les plus graves font l'objet d'une évaluation au cas par cas. Nous verrons dans l'analyse des données que ces provisions forfaitaires peuvent poser un problème dans le cadre d'une étude statistique. Les sinistres sont considérés comme graves à partir du seuil de 150 000 €. Ces sinistres sont traités de façon spécifique par les gestionnaires sinistre.

Le tableau 4.1 explique comment sont provisionnés les sinistres en fonction du contrat auquel ils se rapportent.

Tout au long de la présentation du provisionnement, nous utiliserons ces trois groupes de sinistres, et les deux bases de rattachement correspondantes : survenance et réclamation. Pour la

Groupe	Contrat	Date de réclamation	Base de rattachement	Nature juridique du sinistre
1	Clôturé avant le 01/01//03	N'importe quelle date	Survenance	Survenance
2	Renouvelé ou souscrit après le 01/01/03	Avant la réforme	Réclamation	Survenance
3	Renouvelé ou souscrit après le 01/01/03	Après la réforme	Réclamation	Réclamation

Tableau 4.1 – Sinistres et bases de rattachement

base réclamation, les provisions pour sinistres calculées sont de type IBNER uniquement, car les sinistres qui sont inconnus de l'assureur à la clôture seront rattachés à l'exercice futur au cours duquel ils feront l'objet d'une réclamation. Pour les sinistres en base survenance, on constitue à la fois des provisions de type IBNYR et IBNER.

4.1.3 La base de données sinistre de La Médicale

La base de données des sinistres de La Médicale contient l'ensemble des informations sinistre par sinistre depuis 1986. Certaines données anciennes sont manquantes, nous ne les utiliserons donc pas dans le cadre de cette étude. Nous considérerons des données annuelles, sauf dans la partie qui présente le modèle de provisionnement de La Médicale. La base de données contient un certain nombre de sinistres dont le montant est très faible (suite à une ouverture forfaitaire à 1 euro par exemple), et nous prendrons soin de ne pas les prendre en compte lorsque nous serons amenés à calculer des moyennes.

4.1.4 Les principales caractéristiques du traité de réassurance de La Médicale

Pour l'année 2013, deux traités de réassurance permettent de couvrir cette branche : un traité par victime en deux tranches, et un traité par événement en une seule tranche. Pour ce qui est du traité par victime, l'ensemble des dommages supportés par une seule et même victime à l'occasion d'un seul et même fait du praticien sera considéré comme un sinistre. Concernant le deuxième traité, un seul et même sinistre peut affecter plusieurs victimes.

Les risques couverts sont ceux correspondant à la Responsabilité Civile Professionnelle et/ou Médicale y compris les garanties responsabilité civiles professionnelles délivrées dans le cadre de polices multirisques, notamment aux pharmaciens d'officine. Pour les deux traités, la rétention est de 2 millions d'euros.

AAL¹

Le traité comporte toujours une clause d'AAL sur la période considérée.

AAD¹

Le traité contient historiquement une clause d'AAD, qui a été supprimée à partir de 2009. Nous en tiendrons compte dans notre étude de sinistralité.¹

1. Voir définition dans le chapitre 3

Clause de stabilité / Clause d'indexation

Lorsqu'un sinistre est déclaré, la priorité de la cédante et la portée des réassureurs sont stabilisés à l'aide d'un indice. L'indice utilisé est l'indice du salaire moyen mensuel brut de l'ensemble des ouvriers de l'industrie métallurgique. Cet indice, appelé indice G.I.M.R.P. est publié tous les 6 mois au Bulletin du groupe des Industries Métallurgiques de la Région Parisienne. La valeur de référence (Indice de Base) est la valeur de l'indice G.I.M.R.P. au deuxième semestre 2012 pour le traité couvrant l'année 2013.

La date à prendre en compte pour les paiements et les provisions est la date du jour de paiement si ce paiement ne découle pas d'une décision judiciaire, ou la date de la dernière décision modifiant l'indemnisation si celle-ci est modifiée au cours d'une procédure judiciaire faisant intervenir plusieurs décisions.

Lorsqu'un sinistre est déclaré, La Médicale fournit aux réassureurs une liste des règlements effectués ainsi que les provisions restantes, accompagnés de la date définie ci-dessus. Si l'écart entre la dernière valeur connue de l'indice à la date considérée et l'indice de base est inférieur à 10 %, alors les paiements et provisions stabilisés sont égaux aux paiements effectués et réserves telles qu'elles ont été révisées au cours du dernier arrêté comptable. Si cet écart est supérieur à 10%, alors le montant des réserves et des paiements sera stabilisé à l'aide de la formule ci-dessous :

On note P_n le paiement effectué en n et P_n^* le paiement stabilisé effectué en n . De la même façon, on note R_n les réserves en n et R_n^* les réserves stabilisées en n .

On a :

—

$$P_n * \frac{\text{Indice de base en } n}{\text{Indice de référence défini précédemment}} = P_n^*$$

—

$$R_n * \frac{\text{Indice de base en } n}{\text{Indice de référence défini précédemment}} = R_n^*$$

La priorité et la portée stabilisées pour chaque sinistre sont obtenues en multipliant la priorité et la portée du traité par le facteur suivant :

$$\frac{\text{Somme des paiements effectués} + \text{Réserves}}{\text{Somme des paiements effectués stabilisés} + \text{Réserves stabilisées}}$$

Dans le cas où l'indice de référence serait indisponible, on utilisera un nouvel indice de référence ainsi qu'un nouvel indice de base.

Pour les sinistres donnant lieu au paiement d'une rente, la détermination du sinistre total se fait en évaluant le capital constitutif de la rente. Ce capital constitutif prend en compte l'indexation des rentes. Toutefois, le sinistre total stabilisé est déterminé en évaluant le capital constitutif de la rente sans prendre en compte l'indexation des rentes.

Il n'est pas nécessaire pour cette étude de présenter les caractéristiques du traité par assuré plus en détail, car il n'existe qu'à partir de l'année 2013 et les résultats présentés seront basés sur les données du quatrième trimestre 2012.

4.2 Inflation et revalorisation des sinistres historiques

4.2.1 Introduction

Hypothèse clé en actuariat non-vie, l'évaluation de l'inflation de la charge sinistre intervient dans la plupart des problématiques auxquelles un actuaire est confronté : le provisionnement, la tarification, la gestion des risques, etc. Cette problématique est d'autant plus centrale lorsque les branches sont à déroulement long, du fait qu'il peut s'écouler plus de dix ans entre la réclamation d'un sinistre et sa clôture. Dans le cadre de cette étude, nous utiliserons des données revalorisées dans le cadre de l'étude de la sinistralité et du modèle de provisionnement. Dans certains cas, une estimation de l'inflation passée est suffisante, tandis que dans d'autres il est nécessaire de faire une hypothèse concernant l'inflation future. Cette hypothèse d'inflation permettra la revalorisation des sinistres historiques, appelée aussi mise *as-if*. Par exemple, un sinistre grave réclamé en 2000 présente un montant inférieur à un sinistre grave réclamé en 2010, à gravité équivalente. Afin de pouvoir comparer la sinistralité historique à la sinistralité telle qu'elle serait si les sinistres étaient survenus à la date de l'étude, ils nous faut passer des euros courants aux euros constants. Dans un premier temps, nous expliquerons pourquoi les réassureurs sont plus concernés par l'inflation que les assureurs, en raison de l'effet levier que l'inflation peut avoir, tempérée par la clause de stabilisation. Après avoir présenté les différents facteurs susceptibles d'impacter la sévérité des sinistres, nous présenterons les méthodes et les données que nous avons à disposition, pour enfin appliquer ces méthodes aux données de La Médicale. Enfin, nous validerons le modèle de revalorisation sélectionné.

4.2.2 Importance de l'inflation pour la réassurance

Les réassureurs accordent beaucoup d'importance à l'augmentation des couts d'indemnisation, car celle-ci a un effet levier pour les traités en excédent de sinistre. Par exemple, considérons un sinistre dont le montant est de 110 €. Si on considère une tranche 100xs100, le cout de ce sinistre dans la tranche sera de 10 €. Si le sinistre augmente de 10%, son montant sera de 121 €, et son cout dans la tranche xs sera de 21 €, soit une augmentation de plus de 100%.

Plus généralement, considérons une tranche en excédent de sinistre A xs B, où A désigne la portée et B la priorité. Supposons une fréquence f au-delà du seuil t et une sévérité des sinistres qui suit une loi de Pareto de paramètre α . Dans ce cas, l'espérance du cout des sinistres dans la tranche s'écrit :

$$\begin{aligned} E[Cout_{A,B}] &= f * \int_B^{B+A} f_{Pareto}(x, t, \alpha)(x - B)dx \\ &= f * \int_B^{B+A} \frac{\alpha t^\alpha}{x^{\alpha+1}}(x - B)dx \\ &= f * \alpha t^\alpha * \int_B^{B+A} \frac{1}{x^\alpha} - \frac{B}{x^{\alpha+1}}dx \\ &= \frac{t^\alpha}{\alpha - 1} \left(\frac{1}{B^{\alpha-1}} - \frac{1}{(A+B)^{\alpha-1}} \right) * f \end{aligned}$$

Si les sinistres subissent une inflation de $k\%$, la sévérité des sinistres au-delà du seuil $(1 + k\%) * t$ suit une loi de Pareto de paramètre α . L'espérance du cout des sinistres dans la tranche devient :

$$\frac{((1 + k\%) * t)^\alpha}{\alpha - 1} \left(\frac{1}{B^{\alpha-1}} - \frac{1}{(A+B)^{\alpha-1}} \right) * f$$

L'inflation du cout dans la tranche est donc de $(1 + k\%)^\alpha$ comparé à $(1 + k\%)$ si l'on considère les sinistres au premier euro.

On remarque que pour la loi de Pareto l'inflation de la charge sinistre en excédent de sinistre ne dépend pas de la tranche considérée, mais du paramètre α de la loi de Pareto. Plus le paramètre alpha est grand, et plus l'effet levier est important.

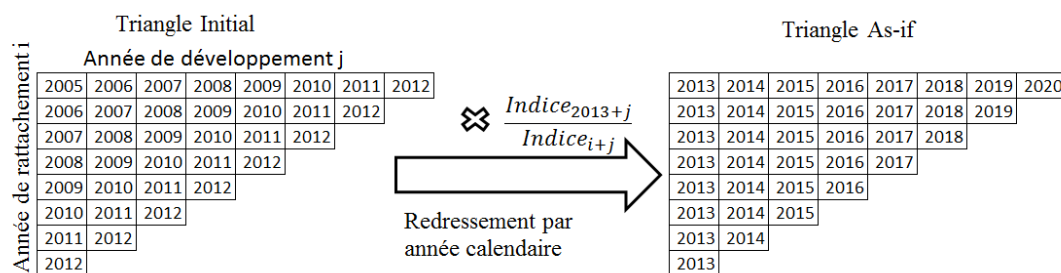
Le suivi de l'inflation pour les sinistres graves est donc très important pour les réassureurs. Dans le cadre de cette étude, nous utiliserons partiellement les résultats d'études publiés par des réassureurs, ainsi que les hypothèses d'inflation fournies par les réassureurs de La Médicale.

4.2.3 Méthode de revalorisation des charges sinistre

Il existe plusieurs façons de revaloriser les sinistres historiques, et chaque méthode a ses avantages et ses inconvénients.

4.2.3.1 La mise as-if prospective

La méthode prospective permet de considérer une inflation future différente de l'inflation passée. L'indexation est liée directement à l'année calendaire uniquement. Dans un premier temps, les montants des charges sinistres (provisions dossier et règlements nets de recours) sont redressés en fonction de leur année calendaire, pour obtenir un triangle où tous les montants sont exprimés comme à l'année d'évaluation. Ensuite, on applique à ces montants une inflation future pour obtenir le triangle as-if final, comme le montre le graphique 4.1 page 34.



Graphique 4.1 – Transformation "as-if" d'un triangle, méthode prospective

Cette méthode a l'avantage d'être plus flexible que la suivante, dans la mesure où elle permet de spécifier une inflation future différente de l'inflation passée.

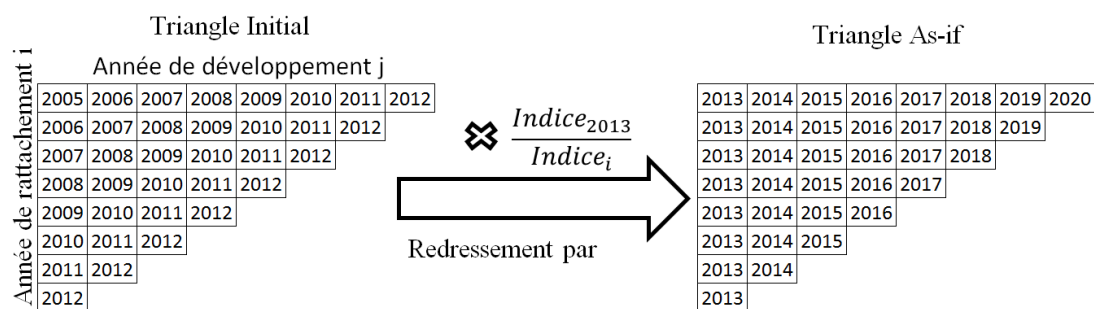
4.2.3.2 La mise *as-if* rétrospective

La méthode rétrospective suppose que l'inflation future sera similaire à l'inflation passée. L'indexation est liée à l'année de rattachement des sinistres, et un facteur est utilisé pour réévaluer les montants des sinistres rattachés à l'année en question. Ainsi pour les années historiques on redressera tous les montants associés à l'année de rattachement au même taux. Le graphique 4.2 page 35 illustre ce mécanisme.

Cette méthode a l'avantage d'être facile à mettre en place, cependant elle ne permet pas la prise en compte des variations de l'inflation entre l'année de rattachement et l'année d'évaluation. L'hypothèse d'inflation future égale à l'inflation passée peut elle aussi être irréaliste.

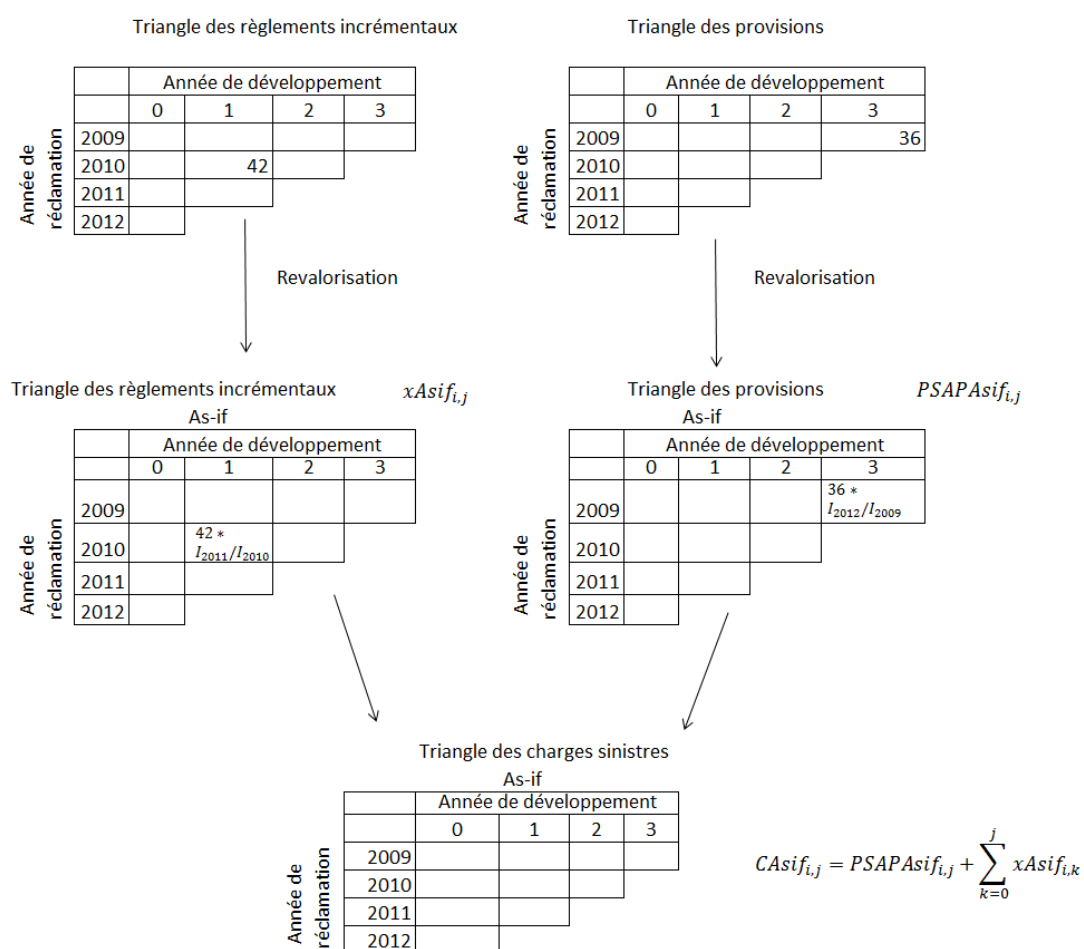
4.2.3.3 Calculs détaillés

Pour illustrer cette présentation schématique, détaillons la méthode de calcul dans le cas d'une mise as-if prospective. On remarque que les provisions ainsi que les règlements sont traités à part puis cumulés par la suite. Les paiements incrémentaux sont actualisés puis cumulés aux



Graphique 4.2 – Transformation "as-if" d'un triangle, méthode rétrospective

provisions pour sinistres à payer revalorisées. Le graphique 4.3 page 35 illustre ce propos et détaille les formules.



Graphique 4.3 – Revalorisation de données historiques

4.2.4 Décomposition de la charge sinistre

La charge sinistre est composée des règlements cumulés ainsi que d'une provision dossier-dossier. Dans le cas des sinistres graves, la provision est évaluée par poste de préjudice. L'outil de référence en ce qui concerne l'indemnisation des dommages corporels est la nomenclature "Dintilhac". Elle a été élaborée par M. Jean-Pierre DINTILHAC, Président de la 2ème chambre civile de la Cour de cassation et remise au Garde des Sceaux en octobre 2005.

Cette nomenclature n'a pas été officialisée par le législateur, cependant le Ministère de la Justice ainsi que les assureurs recommandent son application. Elle permet une plus grande égalité ainsi qu'une transparence dans l'évaluation du cout associé à un sinistre corporel. Elle est systématiquement utilisée par les médecins, les gestionnaires sinistres, les tribunaux, les avocats et tous les acteurs concernés par l'évaluation des sinistres corporels. Cette nomenclature comporte une liste de postes de préjudices pour les victimes directes et indirectes du sinistre, qui sépare les préjudices temporaires et permanents, les préjudices patrimoniaux et extra-patrimoniaux, passés et futurs. Les préjudices patrimoniaux correspondent aux pertes subies ou aux gains manqués, tandis que les préjudices extra-patrimoniaux ne présentent pas un caractère pécuniaire. Leur évaluation est donc d'autant plus difficile.

Les préjudices patrimoniaux

Préjudices patrimoniaux temporaires (avant consolidation)

- Dépenses de santé actuelles
- Frais divers
- Pertes de gains professionnels actuels

préjudices patrimoniaux permanents (après consolidation)

- Dépenses de santé futures
- Frais de logement adapté
- Frais de véhicule adapté
- Assistance par tierce personne
- Pertes de gains professionnels futurs
- Incidence professionnelle
- Préjudice scolaire, universitaire ou de formation

Les préjudices extra-patrimoniaux

Préjudices extra-patrimoniaux temporaires (avant consolidation)

- Déficit fonctionnel temporaire
- Souffrances endurées
- Préjudice esthétique temporaire

Préjudices extra-patrimoniaux permanents (après consolidation)

- Déficit fonctionnel permanent
- Préjudice d'agrément
- Préjudice esthétique permanent
- Préjudice permanent
- Préjudice sexuel
- Préjudice d'établissement
- Préjudices permanents exceptionnels

Préjudices extra-patrimoniaux évolutifs (hors consolidation)

– Préjudices liés à des pathologies évolutives

L'évaluation des provisions dossier se fait sur cette base, et le taux d'inflation réel peut être différent en fonction du poste considéré. Une étude sur l'indemnisation des dommages corporels graves en France effectuée par la CCR (Indemnisation des dommages corporels graves en France)¹ peut nous donner une idée de l'évolution des couts associés à ces différents postes. L'étude est effectuée sur environ 1400 victimes d'accidents corporels automobiles dont les montants sont supérieurs à 1 000 000 €. Selon cette étude, le cout moyen de l'indemnisation des victimes graves a progressé de 37 % entre 2005 et 2011, soit une augmentation moyenne annuelle de 5 %. Toujours d'après cette même étude, les postes de préjudices les plus importants sont l'assistance par tierce personne (43%), les dépenses de santé futures (11%) ainsi que les frais divers (11%).

Intéressons-nous plus en détail à ces postes de préjudice.

L'assistance par tierce personne

Le cout moyen de l'assistance tierce personne a augmenté de 41 % entre 2005 et 2011, soit une augmentation d'environ 6 % par an. Ces augmentations sont expliquées par la hausse du cout horaire, l'augmentation du nombre d'heure d'assistance allouées aux victimes ainsi que la diversification des besoins en tierces personnes des victimes. Dans la nomenclature Dinthillac, ces frais sont indemnisés dans le poste préjudices frais divers (avant consolidation) ou dans le poste assistance tierce personne (après consolidation).

Le poste frais divers

Le poste frais divers indemnise la victime des frais avant la date de consolidation, tels que les frais médicaux, les frais permettent de compenser les activités qui ne peuvent pas être effectuées par la victime. Toujours d'après la même étude de la CCR, 54 % de ces frais sont liés au cout de la tierce personne avant consolidation. Le cout de ce poste "frais divers" a subi entre 2005 et 2011 une augmentation annuelle de 17%.

Le poste dépenses de santé actuelles et futures

Ces postes correspondent à l'indemnisation des frais hospitaliers, médicaux, paramédicaux et pharmaceutiques. Ces dépenses de santé ont augmenté de 3% en moyenne par an sur l'échantillon de victimes considéré par l'étude (Indemnisation des dommages corporels graves en France)¹.

Sans détailler les autres postes de préjudice, on peut voir que l'augmentation des dépenses varie d'un poste de préjudice à l'autre. Ces données sont calculées sur des sinistres automobiles dont le montant total de l'indemnisation est supérieur à 1 million d'euros. Ces données nous donnent donc une idée de l'inflation qui peut affecter les sinistres corporels graves de La Médicale, Il faut toutefois faire attention à la composition de l'échantillon des victimes d'accidents automobiles : la répartition des victimes par classe d'âge et par sexe (71 % d'hommes dans l'étude mentionnée ci-dessus) ne correspond pas à la répartition des victimes des sinistres de La Médicale. Ils nous donnent toutefois une bonne idée de l'évolution du cout des sinistres qui comme le montrent ces chiffres augmente de façon bien plus importante que l'indice des prix à la consommation.

4.2.5 Principaux facteurs d'inflation

Les facteurs qui peuvent influencer le cout moyen des sinistres sont variés. Certains facteurs influent sur la fréquence des sinistres, d'autres sur la sévérité. Nous tâcherons de présenter les

1. Voir Indemnisation des dommages corporels graves en France [CCR, 2012]

principaux éléments susceptibles d'affecter le cout des sinistres, tout en sachant que la liste est loin d'être exhaustive.

4.2.5.1 Changements de politique de souscription

La politique de souscription est directement liée à la sinistralité d'un portefeuille. Certains risques ont une probabilité plus grande de causer des sinistres graves que d'autres. En RC Médicale, la sélection se fait principalement sur la profession de l'assuré.

4.2.5.2 Changements de la limite de garantie

Il existe à l'heure actuelle un minimum légal en France et un fonds de garantie couvrant les sinistres au-delà du minimum légal. Cependant, la situation était différente avant 2012 et les limites de garantie d'un assureur pouvaient changer tout en restant en-deçà du minimum légal.

4.2.5.3 L'inflation des salaires

Dans le cas d'un sinistre corporel grave, une partie du dédommagement peut être liée directement au salaire de la victime. Par exemple, si la victime se trouve dans l'incapacité de travailler, elle sera indemnisée pour ses pertes de gains professionnels passés et futurs. D'autres postes de préjudice, tels que l'assistance tierce personne ou le poste concernant les dépenses de santé actuelles et futures sont sujets à l'inflation des salaires des professionnels de santé.

4.2.5.4 L'indexation des rentes

Dans le cas où le sinistre donne lieu au paiement d'une rente (viagère ou non), les paiements périodiques versés à la victime sont revalorisés au cours du temps. Cela peut expliquer une augmentation des couts des sinistres, dans la mesure où le provisionnement initial peut ne pas tenir compte de cette inflation.

4.2.5.5 Les changements législatifs et jurisprudentiels

Les changements juridiques influent la charge sinistre pour l'assureur. Par exemple, la réforme de la responsabilité civile médicale au 1er janvier 2012 a impacté le cout des sinistres pour les assureurs. Dans un premier temps, elle a augmenté le montant minimum légal de garantie qui passe de 3 à 8 millions d'euros pour les contrats renouvelés ou modifiés après le 01/01/2012. Par ailleurs, un fonds de garantie des accidents médicaux indemnise les assurés dans le cas où le sinistre excède la limite de garantie ou lorsque la garantie est épuisée. La jurisprudence influe aussi sur l'indemnisation des sinistres corporels : les montants alloués aux différents postes de préjudice évoluent avec le temps, comme nous l'avons vu dans la partie consacrée à la décomposition des charges sinistres. Les conditions qui définissent la responsabilité d'un professionnel de santé ont elles aussi changé au cours des dernières années. Le poste de préjudice qui a contribué le plus à l'augmentation des sinistres graves est le poste Assistance Tierce Personne (ATP) : le cout horaire de la tierce personne ainsi que le nombre de jours d'assistance tierce personne entrant dans l'évaluation du montant de ce poste de préjudice ont augmenté bien plus vite que les salaires du secteur médical au cours des dernières années.

4.2.5.6 Les progrès médicaux

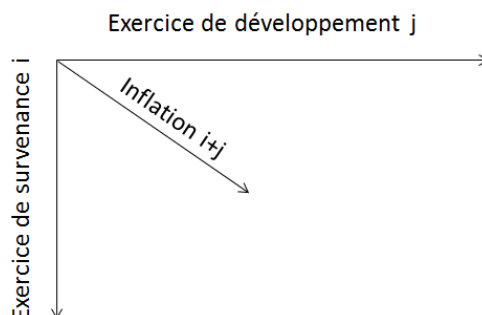
Les progrès de la science peuvent aussi influencer sur le cout des sinistres. Les conséquences de certaines erreurs médicales pourraient être amoindries par des progrès de la médecine, les rendant éventuellement réversibles.

4.2.6 Méthodes d'estimation à partir des données historiques

Dans cette partie nous présenterons la méthode d'estimation que nous allons utiliser pour mesurer l'inflation à partir des données de sinistralité, ainsi que les différentes variantes que nous pouvons considérer.

4.2.6.1 Visualisation de l'inflation dans les triangles

Dans un triangle de règlements ou de charges sinistres, l'inflation s'applique aux années calendaires, c'est à dire de façon diagonale comme le montre le graphique 4.4.



Graphique 4.4 – Visualisation de l'inflation dans un triangle

Il n'est cependant pas possible de mesurer l'inflation suivant les années calendaires. En effet, plus un sinistre est grave plus il va être réglé tardivement. Autrement dit, si on compare les montants $X_{i,j}$ et $X_{i+1,j+1}$ ou $C_{i,j}$ et $C_{i+1,j+1}$, le délai entre la date de réclamation et la date de flux change ce qui rend les montants considérés non homogènes.

4.2.6.2 Indice surinflaté ou inflation constante

Nous pouvons considérer plusieurs indices pour redresser les montants de l'inflation :

- l'indice GIMRP, dont nous avons déjà parlé précédemment
- indices de salaires généraux
- indice des prix à la consommation

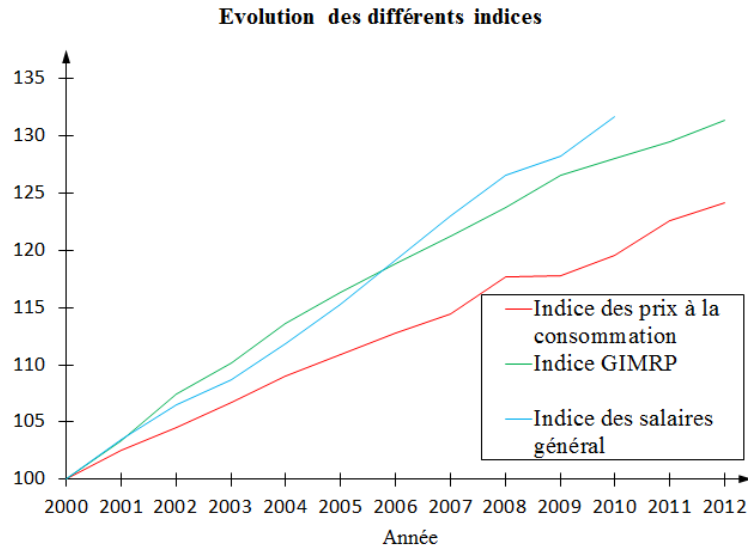
Le graphique 4.5 illustre l'évolution de ces différents indices sur la période 2000-2010.

L'utilisation d'un indice surinflaté peut donner de meilleurs résultats si la variation des coûts passés est fortement liée à cet indice. Par exemple pour sur-inflater l'indice GIMRP on procède de la façon présentée dans le schéma 4.6.

Dans notre cas, les facteurs d'inflation sont divers et variés. Pour les sinistres les plus graves, l'augmentation des coûts semble être plus liée à des dérives jurisprudentielles. Ainsi il n'est pas nécessairement plus judicieux d'utiliser un indice de salaires surinflaté. Nous choisissons donc d'utiliser un inflation constante. Cela facilitera aussi l'évaluation ainsi que l'interprétation des résultats.

4.2.6.3 Triangles de règlements ou triangles de charge sinistre

Nous pouvons mesurer l'inflation soit sur le triangle des règlements cumulés ou sur le triangle des charges sinistres cumulées. Le triangle des charges sinistres contient certes plus d'informations que le triangle des règlements, cependant il est sujet à l'évolution des méthodes de provisionnement dossier-dossier. En effet, le montant des provisions d'ouverture a un impact sur le montant



Graphique 4.5 – Évolution des différents indices

Annee	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Indice GIMRP	100,00	103,39	107,40	110,17	113,64	116,34	118,84	121,24	123,67	126,59	128,05	129,48	131,38
Indice surinflaté	100,00	105,46	111,73	116,92	123,01	128,45	133,83	139,27	144,90	151,28	156,09	161,00	166,62

$\otimes 103,39/100 \cdot (1 + \tau_{surinf})$

Graphique 4.6 – Revalorisation avec l'indice GIMRP surinflaté de 2%

des charges sinistres en particulier sur les premières années de développement. Le triangle des règlements contient des données qui ne sont pas sujettes à l'évaluation des gestionnaires sinistres. Nous verrons par la suite que les données du triangle des règlements sont insuffisantes pour les années les plus récentes.

4.2.6.4 Méthode d'estimation

Nous choisissons d'estimer l'évolution des couts sur des périodes de développement constantes, en faisant une régression sur les couts moyens. Nous verrons par la suite qu'il est nécessaire d'exclure les sinistres les plus graves qui ont un impact trop important sur la charge sinistre moyenne. En notant $V_1, \dots, V_n$ les n moyennes connues (règlements ou charges sinistres) pour une année de développement donnée, on effectue une régression exponentielle pour trouver le taux d'inflation τ tel que :

$$V_i = b * (1 + \tau)^i$$

Ensuite, nous choisirons d'estimer le taux moyen en utilisant plusieurs années de développement judicieusement choisies.

Nous remarquons aussi que pour estimer l'inflation des sinistres les plus graves, il est important de sélectionner des périodes de développement plus grandes, car les montants figurant sur les premières années de développement sont trop influencés par les montants des provisions d'ouverture. En sélectionnant des années de développement plus grandes, on perd aussi l'information des années les plus récentes.

4.2.7 Application aux données de La Médicale

Nous appliquons maintenant la méthode présentée précédemment aux données de sinistralité historique, en excluant les données non significatives de notre périmètre.

4.2.7.1 Données considérées

Nous choisissons de considérer les données sur un historique de dix ans, de 2000 à 2012, en base réclamation. Cela nous permet d'avoir un volume de données conséquent. Nous choisissons aussi de supprimer les sinistres les plus petits, pour que le nombre de sinistres ouverts par année de réclamation ne soit pas influencé par le nombre de sinistres ouverts sans suite. Sur le périmètre des sinistres réclamés entre 2000 et 2012, ils représentent environ un tiers des sinistres. L'échantillon considéré est composé d'environ 11 000 sinistres, comme le montre le tableau 4.2. Afin d'éviter au maximum les erreurs, nous ne considérons que les sinistres dont le maximum de la charge sinistre au cours du temps est supérieur à 1000 €. Les sinistres qui ne dépassent pas ce seuil représentent seulement 1.1% de la charge sinistre de la dernière diagonale, mais 39% en nombre. Cela nous permet de ne pas considérer dans notre étude les sinistres ouverts avec un montant forfaitaire à un euro ainsi que les éventuelles erreurs de la base de données. Ces sinistres ne sont pas significatifs dans cette partie de l'étude, nous les réintégrerons à la base par la suite.

Ouvert	Reouverts	Clos	Total
2440	249	8098	10787

Tableau 4.2 – Sinistres considérés

Par la suite, nous réduirons encore un peu le périmètre afin d'avoir des données plus significatives.

4.2.7.2 Application aux triangles de règlements

Si l'on considère la moyenne des règlements sur l'ensemble des sinistres défini précédemment, nous obtenons des résultats moyens qui ne sont pas significatifs. Nous choisissons de calculer la moyenne des règlements sur les n_i sinistres les plus graves pour chaque année de réclamation i . Nous choisissons de sélectionner 500 sinistres pour l'année 2012, et nous réévaluons ce nombre de sinistres pour chaque année de réclamation en fonction du nombre de polices souscrites pour chaque année. Les 5 sinistres les plus graves ont aussi été exclus pour chaque année de réclamation, car ils ont un impact trop grand sur la charge sinistre moyenne et nous empêchent de mesurer une tendance. Nous obtenons les résultats suivants présentés dans le graphique 4.7.

On remarque que les résultats sont relativement stables suivant les années de développement considérées dans le calcul de la moyenne.

4.2.7.3 Application aux triangles de charge sinistre

En suivant la même méthode que pour les triangles de règlements, nous obtenons les résultats suivants :

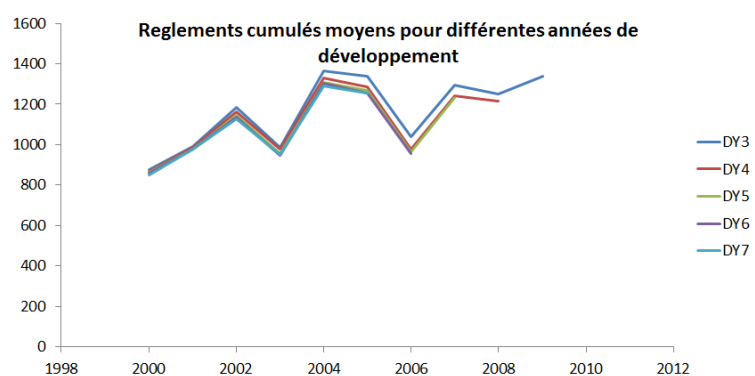
L'inflation mesurée sur le triangle de charge sinistre moyenne donne des résultats plus volatiles, en particulier pour les années de développement récentes. Par exemple, pour la première année de développement l'inflation mesurée est de plus de 14 %. L'évolution des montants forfaitaires des provisions d'ouverture explique cette mesure qui semble aberrante.

	DY0	DY1	DY2	DY3	DY4	DY5	DY6	DY7	DY8	DY9	DY10	DY11
2000	893	869	918	877	867	862	859	852	850	850	850	850
2001	1118	1071	1022	991	987	978	978	977	978	1533	1533	1533
2002	1176	1149	1218	1185	1161	1144	1137	1129	1129	1451	1451	
2003	1146	1003	927	988	977	955	946	949	946	944		
2004	1667	1426	1428	1365	1328	1309	1304	1289	1295			
2005	1636	1404	1401	1337	1286	1267	1255	1253				
2006	1515	1241	1106	1039	979	963	957					
2007	1881	1433	1383	1292	1242	1232						
2008	2139	1617	1345	1252	1215							
2009	2016	1602	1344	1340								
2010	2273	1683	1393									
2011	2458	1781										
2012	2540											

Taux InfConstante 1.092 1.061 1.037 1.037 1.034 1.037 1.035 1.077 1.084

Moyenne 2-4	3.59%
Moyenne 3-5	3.59%
Moyenne 4-6	3.51%
Moyenne 5-7	4.95%

Graphique 4.7 – Inflation mesurée sur les règlements



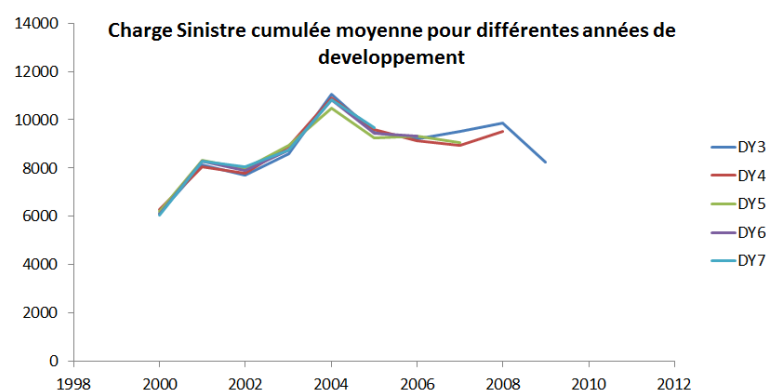
Graphique 4.8 – Règlements cumulés moyens pour différentes années de développement

	DY0	DY1	DY2	DY3	DY4	DY5	DY6	DY7	DY8	DY9	DY10	DY11
2000	8852	8958	7337	6632	6577	6500	6438	6454	6533	6536	6539	6539
2001	11757	11085	10071	8733	8975	9390	9317	9421	9429	9443	9446	9446
2002	12000	10599	8690	8405	9133	9247	9158	9150	9745	9745	9145	
2003	11834	11199	10380	9075	9388	9253	9166	9247	9308	9332		
2004	12755	11429	10728	11310	10886	10667	11020	11093	11074			
2005	13146	11391	11131	10380	10610	10348	10560	10554				
2006	27161	19684	10209	9836	9750	10149	10245					
2007	27898	19064	10564	9469	8908	9560						
2008	25037	16405	13760	10617	10303							
2009	28450	15451	11873	8729								
2010	31568	16245	11455									
2011	24624	11516										
2012	20819											

Taux InfConstante 1.142 1.068 1.039 1.028 1.034 1.043 1.068 1.088

Moyenne 2-4	3.40%
Moyenne 3-5	3.53%
Moyenne 4-6	4.84%
Moyenne 5-7	6.64%

Graphique 4.9 – Inflation mesurée sur les charges sinistre



Graphique 4.10 – Charge sinistre cumulée moyenne pour différentes années de développement

4.2.7.4 Cas des sinistres graves

En réduisant le nombre de sinistres considéré dans le calcul de la moyenne, on peut chercher à mesurer l'inflation sur les sinistres les plus graves. Ainsi si on sélectionne les 100 sinistres les plus graves pour l'année 2012, tout en excluant les 5 plus graves, on obtient les résultats présentés dans le graphique 4.11

	DY0	DY1	DY2	DY3	DY4	DY5	DY6	DY7	DY8	DY9	DY10	DY11
2000	11258	13415	14552	13350	11676	11641	10867	10454	10539	10203	10125	10486
2001	28731	29991	28957	22681	21427	21609	20267	19626	19475	19475	19475	19475
2002	35549	25214	19744	18731	19599	18571	19039	17865	21102	21125	16360	
2003	29597	23925	21886	18370	18233	15719	14687	14870	14772	14510		
2004	30038	24953	21073	24702	21378	19940	19171	18959	19032			
2005	35543	24626	23151	22495	20996	20288	20344	19537				
2006	27161	27824	20754	17751	16518	18568	19093					
2007	27898	27544	24073	19300	16214	16817						
2008	28268	24093	22620	19866	17968							
2009	28450	20321	18212	17001								
2010	31568	24406	19232									
2011	24624	15319										
2012	20819											
Taux InflConstante	1.039	1.015	1.001	1.007	1.012	1.028	1.063	1.085				

Moyenne 2-4	0.66%
Moyenne 3-5	1.56%
Moyenne 4-6	3.41%
Moyenne 5-7	5.84%

Graphique 4.11 – Inflation mesurée sur les charges sinistre pour les 100 sinistres les plus graves

Les moyennes calculées sur les premières années de développement ne sont pas significatives, on remarque toutefois que la moyenne calculée sur les années de développement 5 à 7 n'est supérieure aux résultats précédents. Les montants moyens considérés sont trop faibles pour être comparables à ceux des études citées précédemment, et notre base sinistre ne contient pas assez de données pour nous permettre d'avoir des résultats robustes sur des sinistres très graves.

4.2.7.5 Valeurs retenues

Nous choisissons de retenir une inflation passée et future de 4.5 %, ce qui est en ligne avec les résultats précédents. Sans pouvoir mesurer l'inflation plus précisément pour les sinistres les

plus graves, nous choisissons de leur appliquer le même taux d'inflation.

4.2.8 Validation des résultats

Pour valider nos résultats, nous avons recours à une méthode graphique.

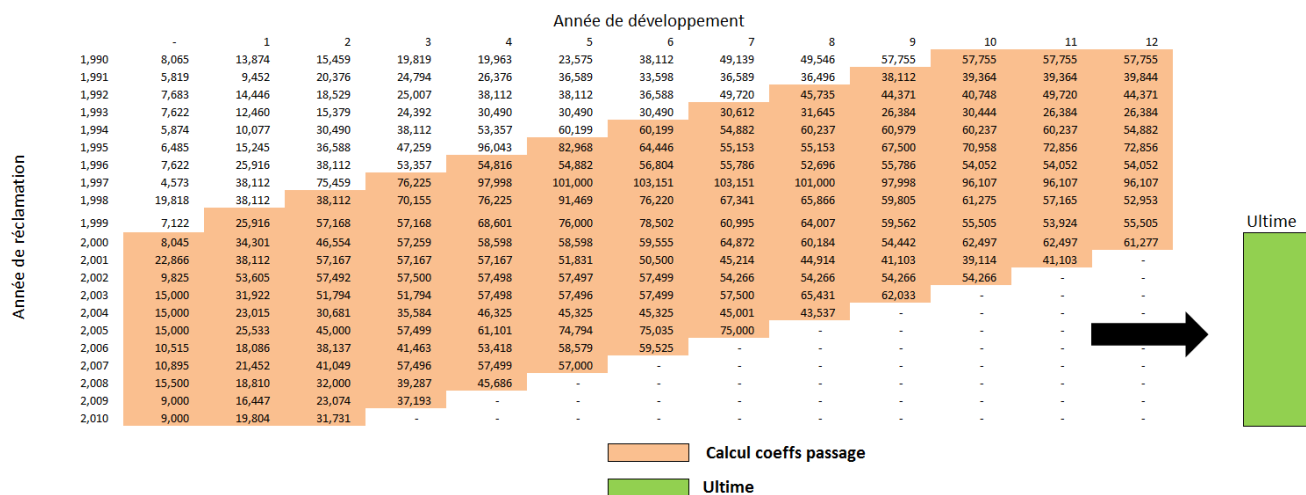
4.2.8.1 Méthode graphique

La méthode graphique que nous utilisons pour valider nos hypothèses consiste à calculer la charge sinistre moyenne projetée à l'ultime avant et après redressement, pour vérifier que le graphique ne laisse plus apparaître de tendance.

Projection des sinistres à l'ultime

Pour projeter les moyennes, médianes et quantiles à l'ultime, nous considérons un triangle en base de rattachement réclamation auquel nous appliquons une méthode Chain-Ladder standard comme présenté en Annexe A. Afin de réduire la volatilité des derniers coefficients de passage, nous choisissons d'utiliser des diagonales antérieures à 2000, même si l'étude des couts se base sur les sinistres réclamés entre 2000 et 2010. Le graphique 4.12 explique schématiquement la méthode sur des données fictives.

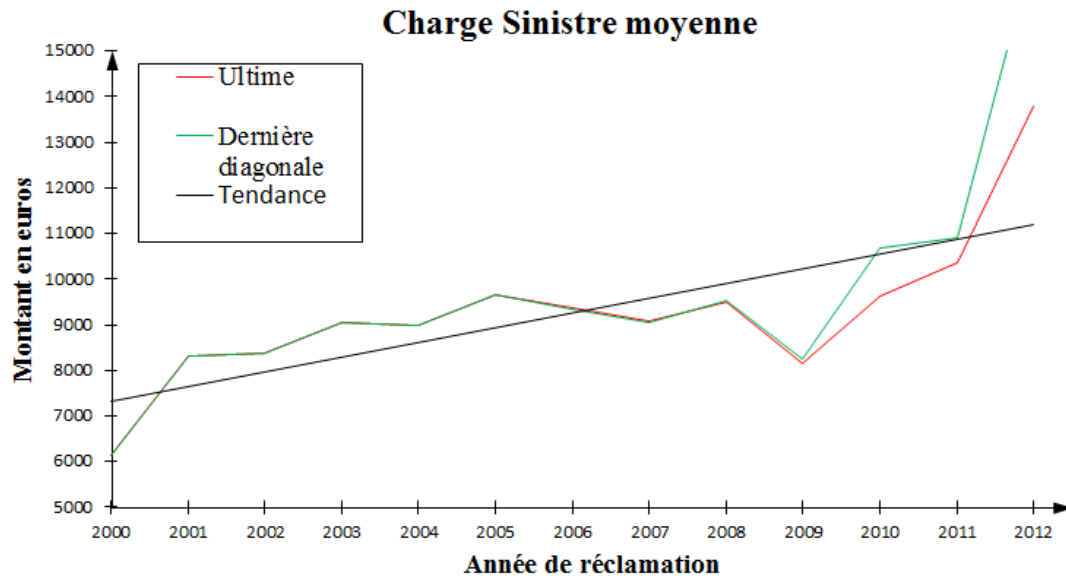
La méthode Chain-Ladder employée calcule des coefficients de passage qui correspondent uniquement au développement des sinistres. Nous ne sommes pas étonnés d'avoir des coefficients de passage inférieurs à 1, dans la mesure où le provisionnement dossier-dossier est effectué de manière prudente. De plus, beaucoup de sinistres sont ouverts avec une provision standard, qui est plus souvent sur-évaluée que l'inverse. On verra donc dans les prochains graphiques une valeur à l'ultime le plus souvent inférieure à la charge sinistre de la dernière diagonale du triangle considéré.



Graphique 4.12 – Projection à l'ultime

Résultat

On voit sur les graphiques 4.13 et 4.14 que la tendance qui apparaît avant le redressement a été effacée par la mise *as-if* des données historiques.

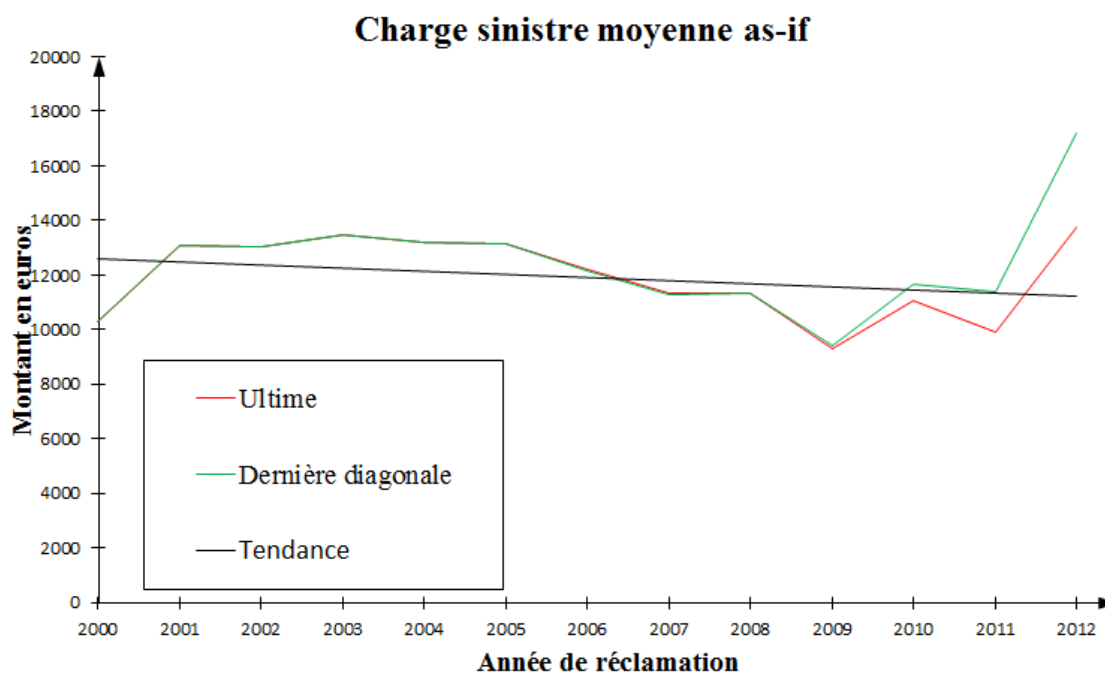


Graphique 4.13 – Charge sinistre cumulée moyenne, données originales

4.2.9 Conclusion sur l'inflation

Nous avons vu dans cette section que l'augmentation du cout des sinistres est un phénomène complexe. Mesurer l'inflation sur des données de sinistralité historique n'est pas une chose évidente, et les résultats dépendent grandement des données sélectionnées. L'hypothèse d'inflation que nous avons choisie semble toutefois correspondre aux données transmises par nos réassureurs, et la méthode graphique utilisée semble conforter l'hypothèse.

Pour affiner l'étude, en particulier pour les sinistres graves, il aurait été intéressant de connaître pour chaque sinistre la décomposition de la provision constituée par poste de préjudice, ainsi que les hypothèses d'inflation éventuellement utilisées dans le calcul de cette provision. Ces données sont disponibles, mais ne sont pas stockées de façon informatique : les gestionnaires les créent avec des éditeurs de texte sans qu'un format standard puisse permettre de les numériser et de les intégrer à nos données de sinistralité.



Graphique 4.14 – Charge sinistre cumulée moyenne, données as-if

4.3 Étude descriptive de la sinistralité

Nous présenterons ici quelques statistiques descriptives de la sinistralité de La Médicale. Afin que les données concernant la sévérité ainsi que la fréquence des sinistres au-delà d'un seuil soient cohérentes nous utilisons les sinistres revalorisés à l'étape précédente. Dans cette partie de l'étude nous choisissons d'exclure les sinistres dont le montant de la charge est inférieur à 100 € tout au cours de leur développement, pour les mêmes raisons que précédemment.

Ouvert	Réouverts	Clos	Total
2450	259	12946	15655

Tableau 4.3 – Sinistres considérés

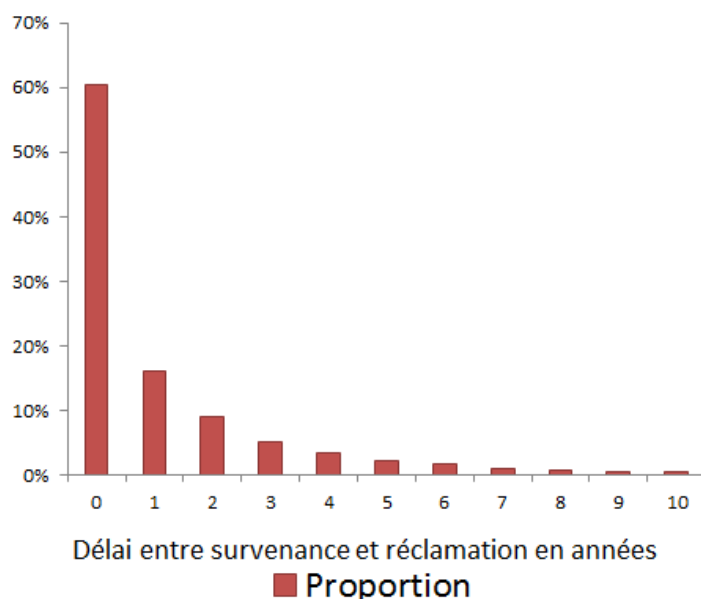
Dans un premier temps nous considérerons les aspects temporels du déroulement des sinistres, puis nous nous intéresserons à la fréquence puis la sévérité des sinistres.

4.3.1 Déroulement des sinistres

4.3.1.1 Délai entre la survenance et la réclamation

Pour les sinistres les plus anciens, la date de réclamation n'a pas forcément été mise à jour lors de la réclamation du sinistre dans les cas où la clôture a eu lieu avant le passage en base réclamation. Les données historiques des délais survenance / réclamation ne sont fiables que pour les années les plus récentes. Nous considérons donc ici les sinistres réclamés après 2003. Comme le montre l'histogramme 4.15, la majorité des sinistres réclamés après 2003 sont survenus l'année précédant leur réclamation.

Répartition des sinistres par délai entre survenance et réclamation



Graphique 4.15 – Répartition des délais entre survenance et réclamation

4.3.1.2 Délai entre la réclamation et la clôture

Nous considérons ici les sinistres clos, réclamés entre 2000 et 2010 et nous nous intéressons au délai entre la réclamation du sinistre et la clôture. L'histogramme 4.16 montre que le délai moyen entre la réclamation et la clôture accroît en fonction du maximum de la charge sinistre au cours du développement. En d'autres termes, plus les sinistres sont graves plus il s'écoule du temps avant leur clôture.

4.3.1.3 Développement de la charge sinistre par année de réclamation

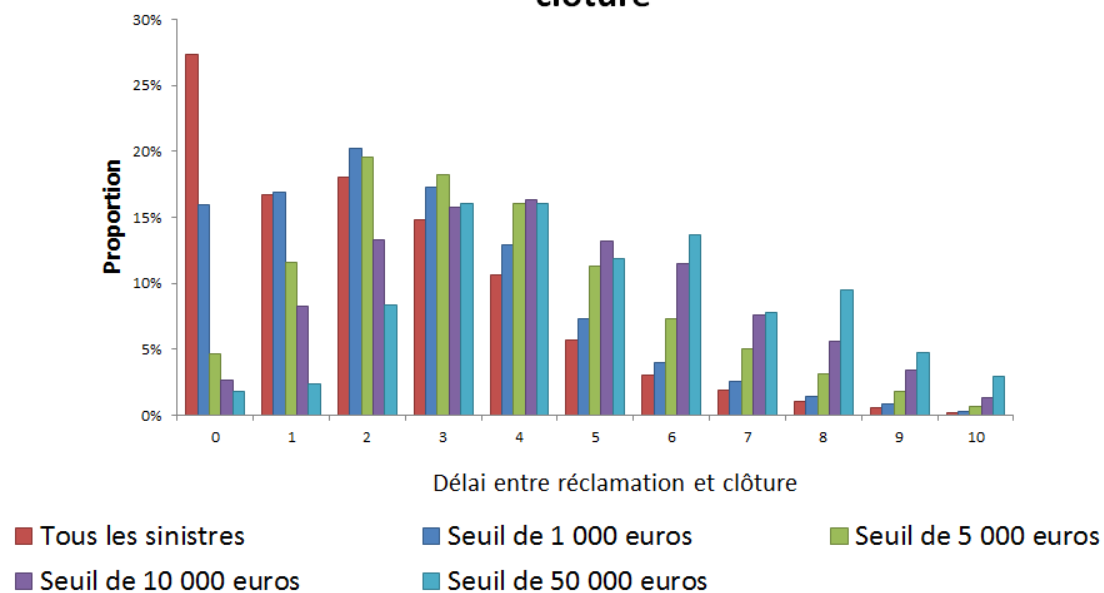
Au bout d'un délai d'environ 4 à 5 ans après la date de réclamation, la charge sinistre tend à se stabiliser, comme le montre le graphique 4.17 page 48. Les données présentées sont toutes rattachées à la base de réclamation. On peut comparer l'évolution de la charge sinistre cumulée sur des données as-if à celle sur les données originales. On remarque sur le graphique 4.18 que la dispersion des charges sinistres par année de réclamation est bien plus grande.

Comme nous l'avons vu précédemment, les sinistres plus graves se développent sur des périodes plus longues. Ainsi, même si la charge sinistre semble se stabiliser autour de la cinquième année de développement, les sinistres les plus graves risquent d'évoluer grandement même après ce délai. Cela est souvent lié à des décisions judiciaires.

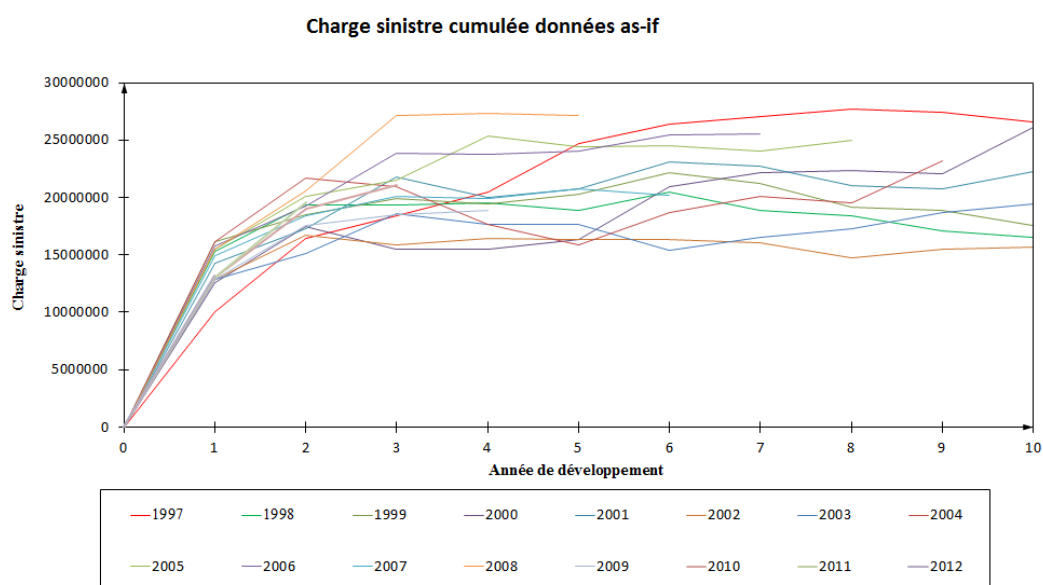
4.3.1.4 Développement des règlements par année de réclamation

Le développement des paiements est différent de celui de la charge sinistre. Les paiements moyens sont strictement croissants et ils se stabilisent après un délai plus long, comme le montre la figure 4.19.

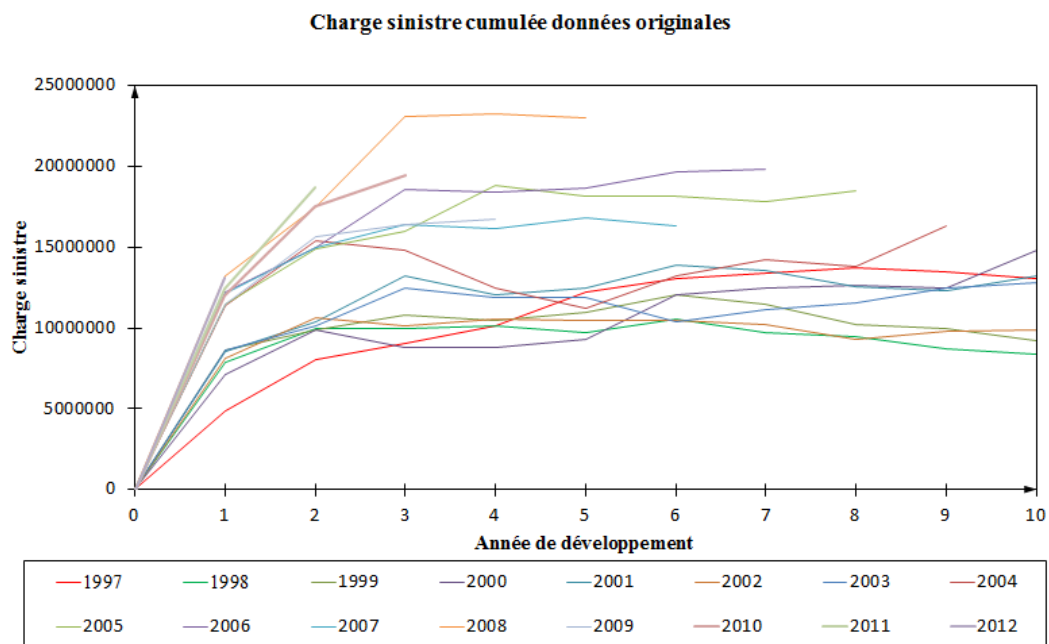
Répartition des sinistres par délai entre réclamation et clôture



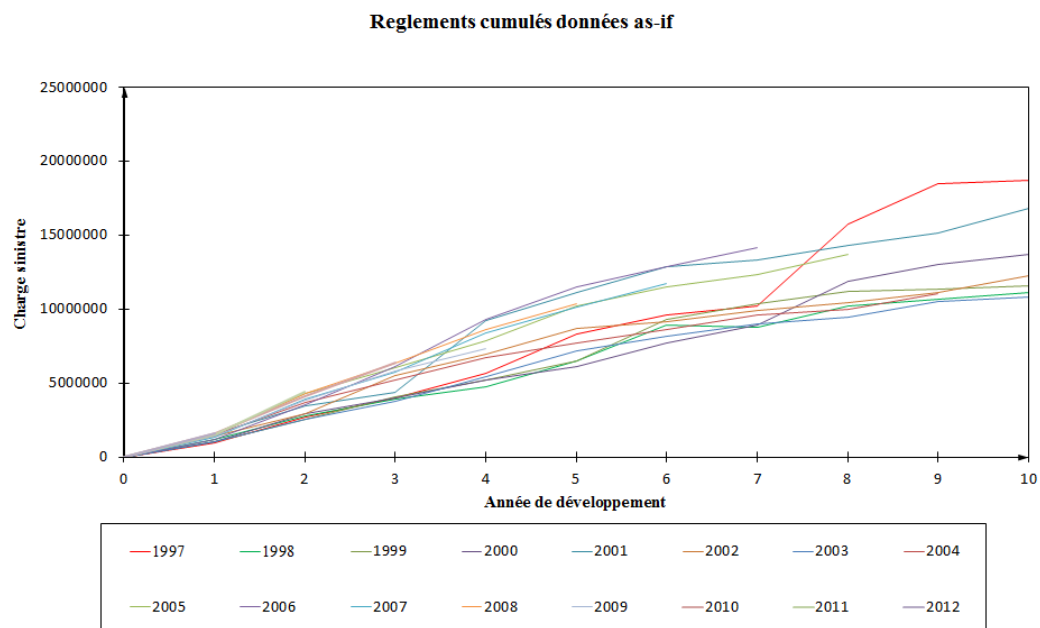
Graphique 4.16 – Répartition des délais entre réclamation et clôture



Graphique 4.17 – Évolution de la charge sinistre *as-if* par année en base réclamation



Graphique 4.18 – Évolution de la charge sinistre par année en base réclamation, données originales

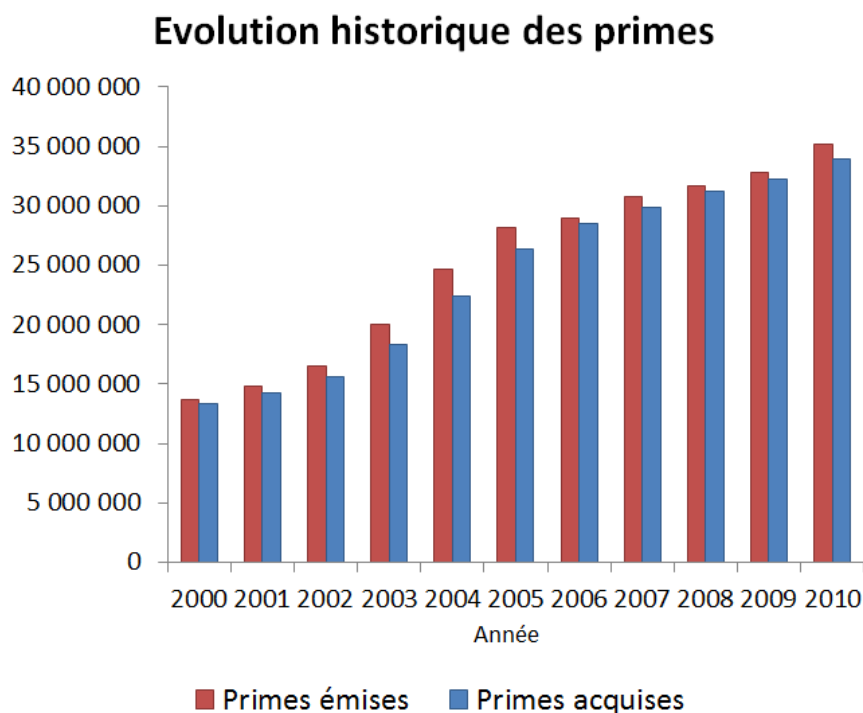


Graphique 4.19 – Évolution des paiements cumulés, données as-if

4.3.2 Fréquence des sinistres

4.3.2.1 Assiette de prime

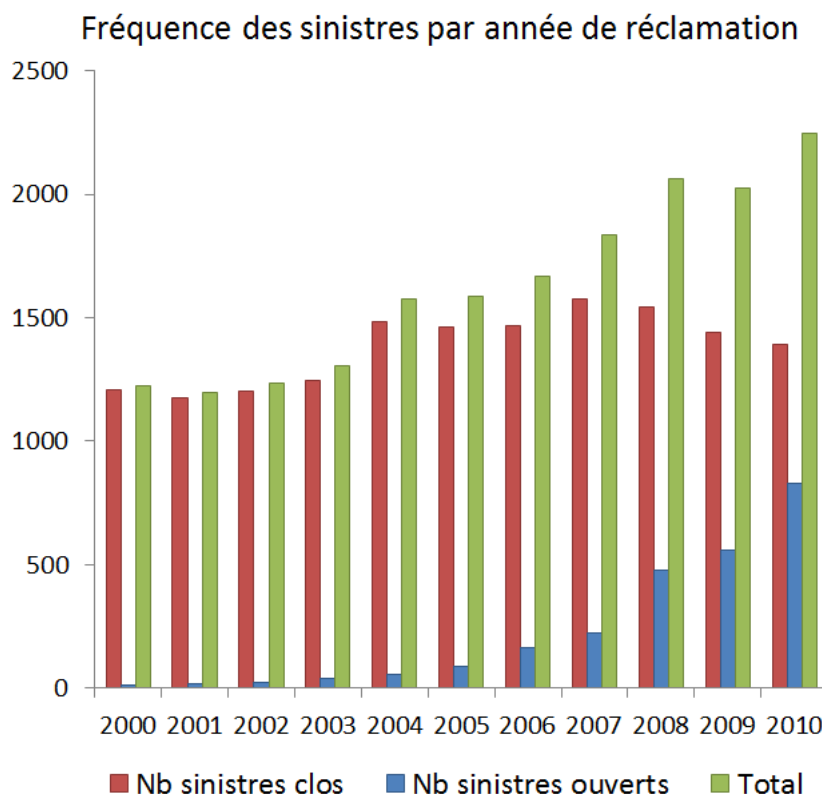
Pour interpréter la fréquence, en particulier la fréquence au-delà d'un seuil, il est important de considérer la variation de l'exposition du portefeuille. Pour mesurer cette exposition, on se base sur les primes acquises par année de réclamation. L'histogramme 4.20 montre un historique de primes croissant au cours du temps. La prime acquise correspond à la moyenne de la prime émise de l'année considérée et de l'année précédente. Cet indice est plus représentatif des risques susceptibles d'être réclamés au cours de la période considérée, car les polices ont des couvertures annuelles. Ainsi, une police souscrite en septembre l'année n couvrira l'assuré jusqu'à septembre l'année prochaine. Les survenances au cours de l'année suivante correspondent donc à moitié seulement à des risques souscrits au cours de cette année



Graphique 4.20 – Évolution des primes acquises

4.3.2.2 Fréquences des sinistres au premier euro

La fréquence des sinistres augmente sur la période 2000-2010. Sans surprise, la part des sinistres ouverts est plus grande sur les dernières années.



Graphique 4.21 – Fréquence des sinistres au premier euro

4.4 Étude des valeurs extrêmes

Nous allons dans un premier temps présenter des éléments de théorie des valeurs extrêmes. La théorie des valeurs extrêmes a pour but d'étudier le comportement asymptotique de la queue de distribution d'une variable aléatoire. On distingue deux approches différentes, la première consistant à étudier la distribution asymptotique du maximum, la seconde consiste à étudier la loi des excès. Nous présenterons les bases de la théorie des valeurs extrêmes ainsi que quelques méthodes graphiques permettant à la fois d'estimer un seuil optimal à partir duquel une observation peut être qualifiée d'extrême, mais aussi d'avoir une idée du comportement de la queue de distribution de la variable aléatoire considérée. Ensuite, nous verrons comment cela peut être appliqué aux données de La Médicale. Le seuil obtenu sera ensuite utilisé dans un modèle de provisionnement séparant les sinistres graves.

4.4.1 Éléments de théorie

Une étude basée sur la loi du maximum de n variables aléatoires nous amènerait à étudier le maximum de sous-populations de notre échantillon de taille identique, puis à considérer le maximum de chaque sous-population. Chacun de ces blocs pouvant contenir plusieurs valeurs extrêmes, cette procédure implique une perte de données. La seconde méthode permettant d'utiliser plus d'observations, nous fonderons notre étude sur celle-ci et ne présenterons que les bases théoriques de la première méthode à titre informatif.

4.4.1.1 Convergence du maximum de n variables aléatoires

On considère n variables aléatoires $(X_i)_{i=1..n}$ indépendantes et identiquement distribuées (iid) et on s'intéresse à leur maximum noté ici M_n . Ce maximum a pour fonction de répartition :

$$P(M_n \leq x) = P(X_1 \leq x, \dots, X_n \leq x) = F^n(x), x \in R, n \in N$$

où F est la fonction de répartition de X. Si on note

$$x_F = \sup\{x \in R \text{ tel que } F(x) < 1\}$$

Alors on peut montrer que :

$$M_n \xrightarrow[p.s.]{} x_F, n \rightarrow \infty$$

Cela ne fournit pas beaucoup d'informations sur le maximum, vu qu'il converge presque sûrement vers une loi dégénérée. Ainsi, une première étape consiste à normaliser le maximum en introduisant des constantes de normalisation, qu'on note ici c_n et d_n .

On cherche donc à caractériser la probabilité suivante :

$$P(M_n \leq c_n x + d_n) \text{ soit } P(c_n^{-1}(M_n - d_n) \leq x)$$

Lois du même type

On dit que deux variables aléatoires X et Y sont du même type s'il existe des constantes a et b telles que X a la même loi que aY + b. Ces deux variables aléatoires ont donc la même loi à un facteur de localisation et d'échelle près.

On cherche donc des suites c_n et d_n telles que $c_n^{-1}(M_n - d_n)$ converge en distribution vers une loi continue H. Dans ce cas, on dit que X fait partie du domaine d'attraction du maximum (DAM) de la variable aléatoire H. le théorème de Fischer-Tippett nous renseigne sur la forme de la variable aléatoire H si elle existe :

Theorem 1 (Théorème de Fischer-Tippett, loi limite des maxima).

Soit X_n une suite de variables aléatoires iid. S'il existe des constantes $c_n > 0$, $d_n \in R$ et une fonction de répartition non dégénérée H telle que :

$$c_n^{-1}(M_n - d_n) \xrightarrow{D} H$$

alors H est du même type que l'une de ces trois fonctions de répartitions.

- Fréchet

$$\Phi_\alpha(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ \exp(-x^{-\alpha}) & \text{si } x > 0 \end{cases}, \alpha > 0$$

- Weibull

$$\Psi_\alpha(x) = \begin{cases} \exp(-(-x)^\alpha) & \text{si } x \leq 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}, \alpha > 0$$

- Gumbel

$$\Delta(x) = \exp(-e^{-x}), x \in R$$

Il s'agit d'un des théorèmes fondamentaux de la théorie des valeurs extrêmes. Ce théorème est analogue au théorème central limite (TCL) qui lui fait intervenir une somme et non un maximum. On peut proposer une écriture unifiée pour cette fonction H appelée loi GEV pour *Generalized Extreme Value* (représentation de Jenkinson-von Mises) :

$$G_\xi(x) = \begin{cases} \exp(-(1 + \xi(\frac{x-\mu}{\sigma}))^{-1/\xi}) & \text{si } \xi \neq 0 \\ \exp(-\exp(-(\frac{x-\mu}{\sigma}))) & \text{si } \xi = 0 \end{cases}$$

où :

- $\xi = 0$ correspond à la loi de Gumbel
- $\xi = \alpha^{-1} < 0$ correspond à la loi de Weibull
- $\xi = \alpha^{-1} > 0$ correspond à la loi de Fréchet

Le paramètre ξ de la loi GEV nous renseigne sur l'épaisseur de la queue de la distribution :

- $\xi > 0$ indique une loi à queue épaisse comme la loi de Pareto, de Cauchy ou de Student
- $\xi = 0$ indique une loi à queue fine ou moyenne comme la loi Normale, Exponentielle, Log-normale, Gamma ou Weibull
- $\xi < 0$ indique une queue finie, soit une loi bornée à droite comme la loi uniforme ou la loi beta.

Ce paramètre est appelé paramètre de queue. Pour les lois qui font partie du domaine d'attraction de Fréchet $\xi > 0$, la queue décroît comme une fonction puissance tandis que pour les lois qui appartiennent au domaine d'attraction de Gumbel $\xi = 0$, la queue décroît de façon exponentielle.

4.4.1.2 Loi des excès au-delà d'un seuil

Pour modéliser l'ensemble des sinistres graves au-delà d'un seuil, et non le comportement du sinistre le plus élevé au sein d'un sous ensemble de sinistres, une autre méthode est souvent utilisée. Il s'agit de la méthode *Peaks Over Threshold* (POT). Cette méthode consiste à observer les réalisations de la variable aléatoire au-delà d'un seuil afin de modéliser le comportement de la variable aléatoire au-delà de ce seuil. Pour la variable aléatoire X , on définit la fonction de répartition au-delà du seuil u ($u < x_F$) par :

$$F_u(y) = P(X - u \leq y | X > u) = \begin{cases} \frac{F(u+y)-F(u)}{1-F(u)} & \text{si } y \geq 0 \\ 0 & y < 0 \end{cases}$$

La loi asymptotique de ces excès est donnée par le théorème de Pickands-Balkema-De Haan et fait apparaître la loi de Pareto généralisée (GPD).

Theorem 2 (Théorème de Pickands-Balkema-De Haan (1975)).

Pour tout $\xi \in \mathbb{R}$, $F \in MDA(G_\xi)$ si et seulement si

$$\lim_{u \rightarrow x_F} \sup_{0 < x < x_F - u} \{|F_u(x) - H_{\xi, \sigma(u)}(x)|\} = 0$$

où $H_{\xi, \sigma(u)}(y)$ est la fonction de répartition de la loi de Pareto généralisée (GPD pour Generalized Pareto Distribution), définie telle que :

$$G_{\xi, \sigma(u)}(y) = \begin{cases} 1 - (1 + \xi \frac{y}{\sigma(u)})^{-1/\xi} & \text{si } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp(-\frac{y}{\sigma(u)}) & \text{si } \xi = 0 \end{cases}, \text{ pour tout } y > 0 \text{ si } \xi \geq 0 \text{ et } 0 \leq y \leq \frac{-\sigma(u)}{\xi} \text{ si } \xi < 0$$

où $\sigma(u)$ est une fonction positive.

La loi de Pareto généralisée est étroitement liée à la loi GEV présentée précédemment. On peut exprimer H en fonction de G sous la forme :

$$H_{xi}(y) = 1 + \log(G_\xi(y))$$

En effet, si dans la formule précédente on choisit un paramètre de dispersion $\sigma = 0$, on vérifie l'équation précédente. Le paramètre σ est d'ores et déjà pris en compte dans le cas de la distribution GEV par la suite c_n .

4.4.2 Méthodes graphiques de détermination d'un seuil

Dans cette partie nous allons présenter quelques approches graphiques en vue de déterminer le seuil u au-delà duquel les observations des charges sinistres ultimes peuvent être considérées comme extrêmes. Certaines permettent en outre d'estimer l'indice de queue. Dans un premier temps, nous appliquons ces méthodes à des données simulées, puis nous les appliquerons à nos données de charges sinistre ultime.

4.4.2.1 Le QQ-plot ou diagramme quantile-quantile

Le QQ-plot permet de tester graphiquement l'adéquation d'un échantillon à une famille de loi choisie. Notons x_i l'échantillon de nos observations, pour i allant de 1 à n . Le diagramme quantile-quantile consiste à opposer les quantiles de l'échantillon considéré aux quantiles de la distribution théorique choisie, soit tracer les points :

$$(F^{-1}(\frac{i}{n+1}); x_i)$$

où x_i est la $i^{ème}$ valeur de l'échantillon ordonné et F^{-1} l'inverse de la fonction de répartition de la loi choisie.

Si l'échantillon provient de la loi envisagée, les points du QQ-plot seront alignés. Dans le cas de la loi exponentielle, la fonction de répartition est $F(t) = 1 - \exp(-t/\lambda)$ pour $t \geq 0$. Son inverse s'exprime donc facilement comme $F^{-1}(p) = -\lambda * \log(1 - p)$ et le QQ-plot exponentiel consiste à représenter graphiquement l'ensemble des points :

$$(-\ln(1 - \frac{i}{n+1}); x_i)$$

Lorsque l'on veut interpréter le QQ-plot exponentiel, on peut se trouver dans trois cas de figure :

- Les points sont alignés suivant une droite de pente $1/\lambda$. Dans ce cas, on peut supposer que les données de l'échantillon suivent une loi exponentielle.
- La graphique QQ-plot est convexe : la distribution des données considérées a une queue plus lourde que la loi exponentielle
- Le graphique QQ-plot est concave : la distribution des données considérées a une queue plus légère que la loi exponentielle.

Pour illustrer ce propos, on peut tracer des diagrammes quantile-quantile exponentiels pour différents types de lois, tel que présentés dans le graphique 4.22.

4.4.2.2 Le Mean excess plot

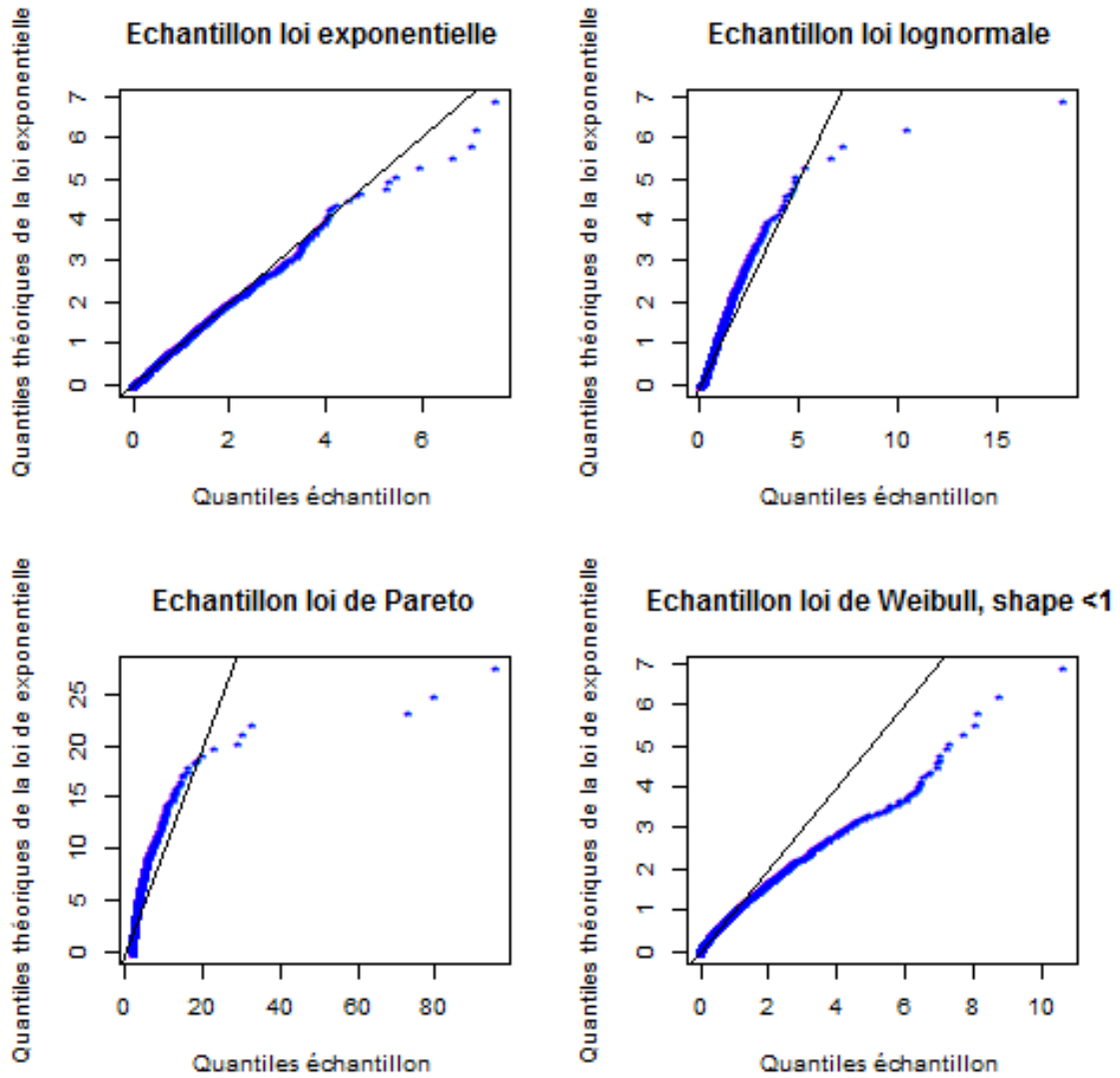
Pour une variable aléatoire X d'espérance finie, on définit la fonction moyenne des excès par :

$$e(u) = \frac{E[x - u | x > u]}{u}$$

Pour chaque seuil u , la moyenne des excès au seuil est calculée. L'estimateur de la valeur de cette fonction est donc défini par :

$$\hat{e}(u) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - u)}{\sum_{i=1}^n \mathbf{1}_{X_i > u}}$$

Dans le cas où la variable aléatoire suit une loi de Pareto généralisée, on peut montrer que $e(u) = \frac{\sigma}{1-\xi} + \frac{\xi}{1-\xi}u$. La fonction $e(u)$ est donc linéaire en u . Cela peut nous aider à déterminer



Graphique 4.22 – Diagrammes quantile-quantile d’échantillons simulés

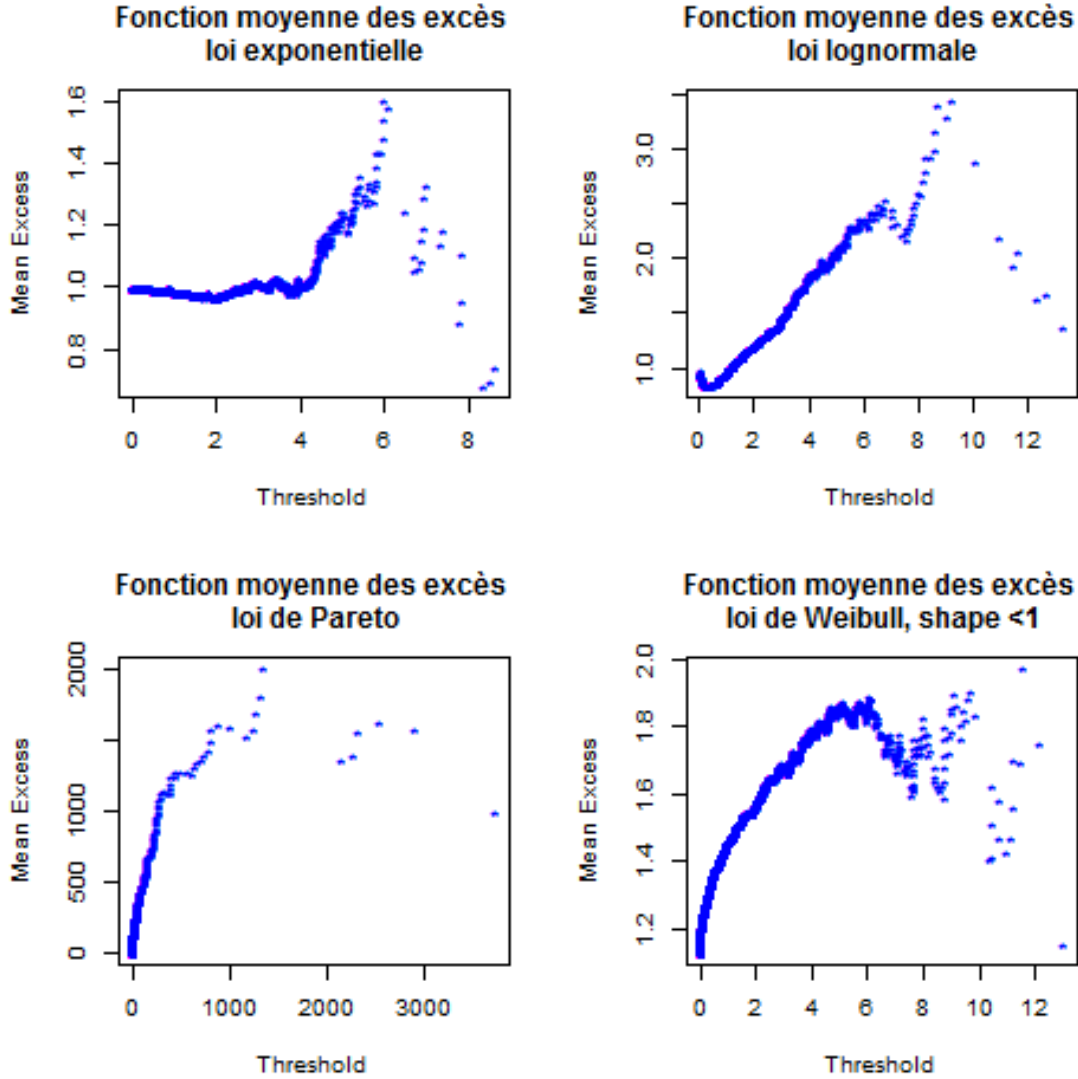
le seuil optimal en cherchant la valeur à partir de laquelle l’estimateur se comporte comme une fonction linéaire du seuil. Concernant la queue de distribution, si la fonction moyenne des excès est croissante, la queue est lourde. Si elle est constante, alors la queue est similaire à une exponentielle et s’il est décroissante, la queue est plus légère qu’une exponentielle. A titre d’exemple, le graphe 4.23 de quelques *mean excess plot* basés sur des données simulées se trouve page 56.

4.4.2.3 Hill-plot

Il a été introduit par Hill en 1975, et permet de mesurer l’indice de queue graphiquement. Soit $(X_1, \dots, X_n)$ n réalisations d’une variable aléatoire. En notant k le nombre d’observations supérieures au seuil u , l’estimateur de Hill de l’indice de queue est donnée de la façon suivante :

$$\hat{\xi}^{Hill}(u) = \frac{1}{k} \sum_{i < k} \log\left(\frac{X_i}{X_k}\right)$$

Le hill plot est la représentation des points $(u, \hat{\xi}^{Hill}(u))$. Dans le cas d’une loi de type GDP



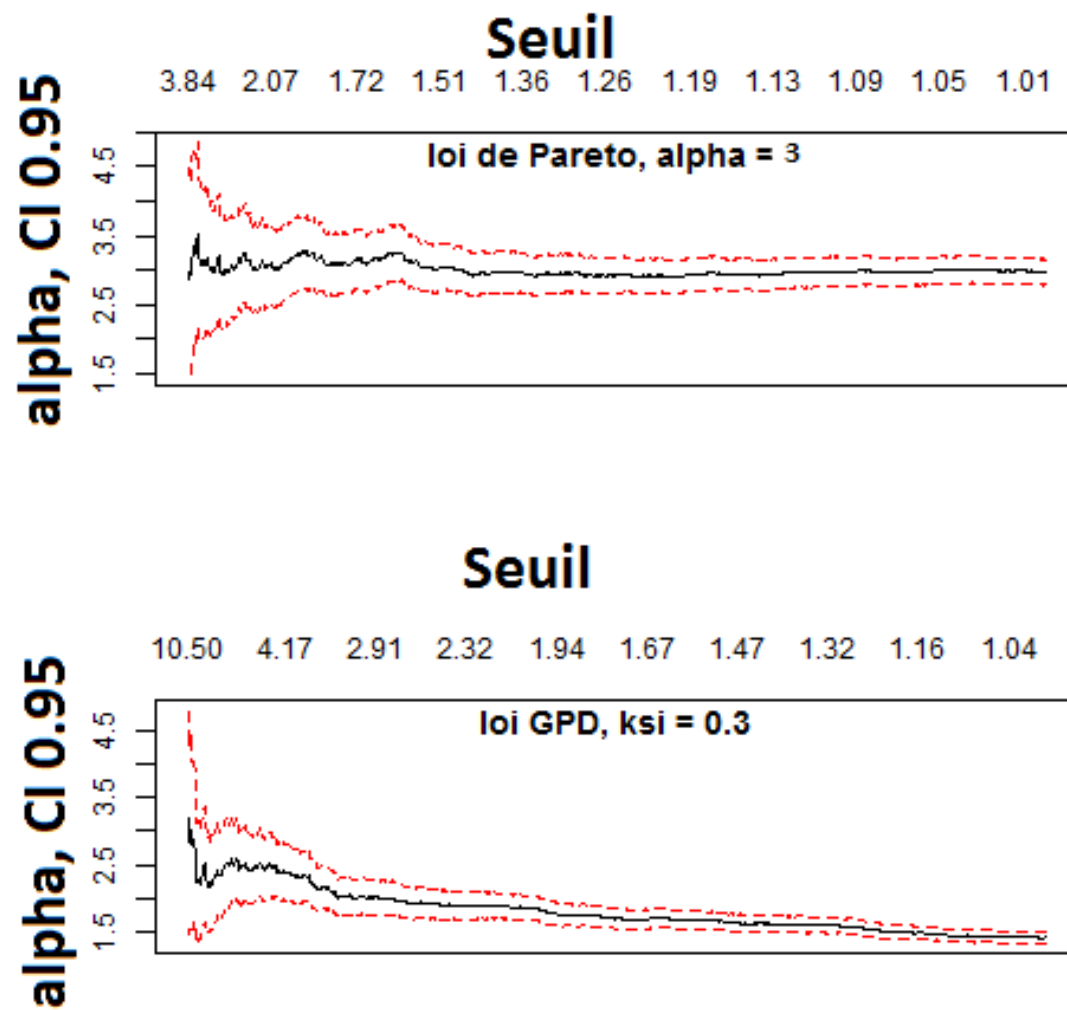
Graphique 4.23 – *mean excess plots* avec des données simulées

avec $\xi > 0$, l'estimateur de hill converge vers l'inverse de l'indice de queue. Graphiquement, on peut déterminer la première valeur du seuil u à partir de laquelle l'estimateur de Hill de l'indice de queue devient stable. La volatilité de $\hat{\xi}^{Hill}(u)$ diminue avec u . Dans le cas où l'on veut estimer l'indice de queue, il est néanmoins préférable de choisir une petite valeur de u pour minimiser le biais. Pour illustrer ce propos, nous avons tracé deux graphiques page 57. La volatilité de l'estimateur en fonction du seuil peut être mesurée par la courbe rouge (intervalle de confiance à 95%), qui comme on le voit sur le graphique se resserre autour de la courbe noire.

On peut aussi noter que l'estimateur de Hill correspond à l'estimateur du maximum de vraisemblance d'une loi de Pareto classique. En effet, la fonction densité de la loi de Pareto classique s'écrit, pour $x > x_m$:

$$f(x) = \alpha \frac{x_m^\alpha}{x^{\alpha+1}} \quad (4.1)$$

Si on considère n observations $X = (X_1, \dots, X_n)$ au-delà du seuil x_m , la fonction de vraisemblance s'écrit alors :



Graphique 4.24 – *Hill-plot* avec des données simulées

$$L(\alpha) = \prod_{i=1}^n \alpha \frac{x_m^\alpha}{X_i^{\alpha+1}} = \alpha^k x_m^{k\alpha} \prod_{i=1}^n \frac{1}{X_i^{\alpha+1}}$$

La log-vraisemblance s'écrit donc :

$$\log L(\alpha) = k \ln(\alpha) + k \alpha \ln(x_m) - (\alpha + 1) \sum_{i=1}^n \ln(X_i)$$

En dérivant par rapport à α , on obtient :

$$\frac{d \log L(\alpha)}{d\alpha} = \frac{k}{\alpha} + k \ln(x_m) - \sum_{i=1}^n \ln(X_i)$$

En posant $\frac{d \log L(\alpha)}{d\alpha} = 0$, on obtient :

$$\hat{\alpha} = \frac{k}{\sum_{i=1}^n (\ln(X_i) - \ln(x_m))}$$

Ce qui correspond donc bien à l'inverse de l'estimateur Hill de ξ

4.4.2.4 Pickands *plot*

Le Pickands-*plot* est similaire au Hill-*plot*. Notons $X_{1:n} \leq X_{2:n} \leq \dots \leq X_{n:n}$ la statistique d'ordre croissante de notre échantillon $X_1, \dots, X_n$. Avec ces notations, l'estimateur de Pickands s'écrit :

$$\hat{\xi}^{Pickands}(k) = \frac{1}{\log(2)} \frac{X_{n-k+1,n} - X_{n-2k+1,n}}{X_{n-2k+1,n} - X_{n-4k+1,n}} \text{ pour } k = 1, \dots, \lfloor n/4 \rfloor$$

où $\lfloor \cdot \rfloor$ désigne la fonction partie entière. Le désavantage de cet estimateur est qu'il est plus volatile que le précédent. En effet, il ne tient compte que de trois observations. Cependant, il reste valable dans le cas d'une loi GDP où $\xi < 0$. En utilisant le même échantillon de loi GDP et Pareto que pour l'estimateur de Hill, on obtient le graphe 4.25.

4.4.2.5 L'estimateur Dellers-Einmahl-DeHann (DEDH)

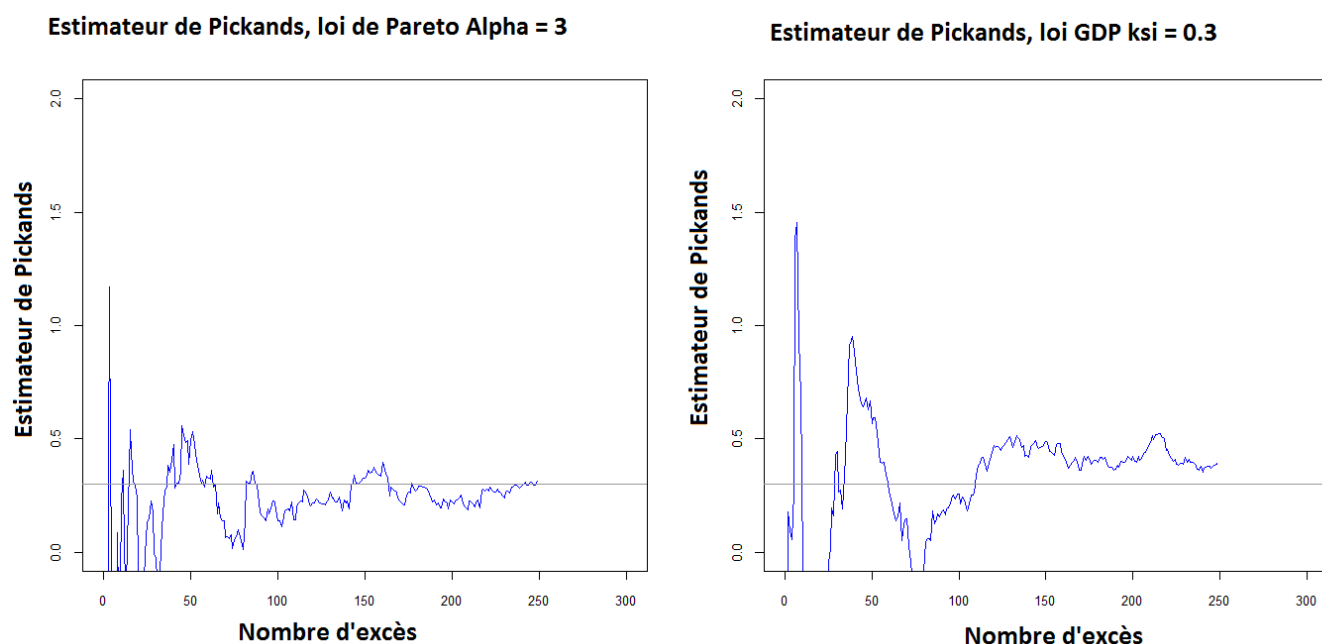
L'estimateur de Hill ne converge que lorsque l'indice de queue ξ est strictement positif. L'estimateur DEDH est une extension de l'estimateur de Hill qui est valable pour tout ξ réel. Il est donné par la formule suivante, en notant k le nombre d'observations supérieures au seuil.

$$\xi^{DeDH}(u) = \xi^{Hill(1)}(u) + 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\xi^{Hill(1)}}{\xi^{Hill(2)}} - 1 \right) \text{ avec } \xi^{Hill(r)} = \frac{1}{r} \sum_{i < k} \ln\left(\frac{X_i}{X_k}\right) \quad (4.2)$$

Nous n'utiliserons pas cet estimateur par la suite. Comme nous le verrons, l'indice de queue ξ est strictement positif pour les données que l'on considère.

4.4.3 Application aux données de sinistralité de La Médicale

Appliquons maintenant les méthodes présentées précédemment aux données de sinistralité de La Médicale. On choisit d'appliquer ces méthodes aux données de charge sinistre projetées à l'ultime obtenues dans la partie concernant la mise *as-if* des sinistres. Nous conservons le même périmètre des sinistres supérieurs à 1000 euros.



Graphique 4.25 – *Pickands-plot* avec des données simulées

Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
1000	2500	4770	16180	9486	7002000

Graphique 4.26 – Statistiques descriptives des données

4.4.3.1 *QQ-plot*

Commençons par tracer un QQ-plot de notre échantillon pour avoir une idée de la queue de notre distribution. Le qq-plot exponentiel est de forme concave, ce qui sans surprise nous confirme que nos données de sinistralité suivent une distribution à queue épaisse. Nous sommes donc dans le cas $\xi > 0$.

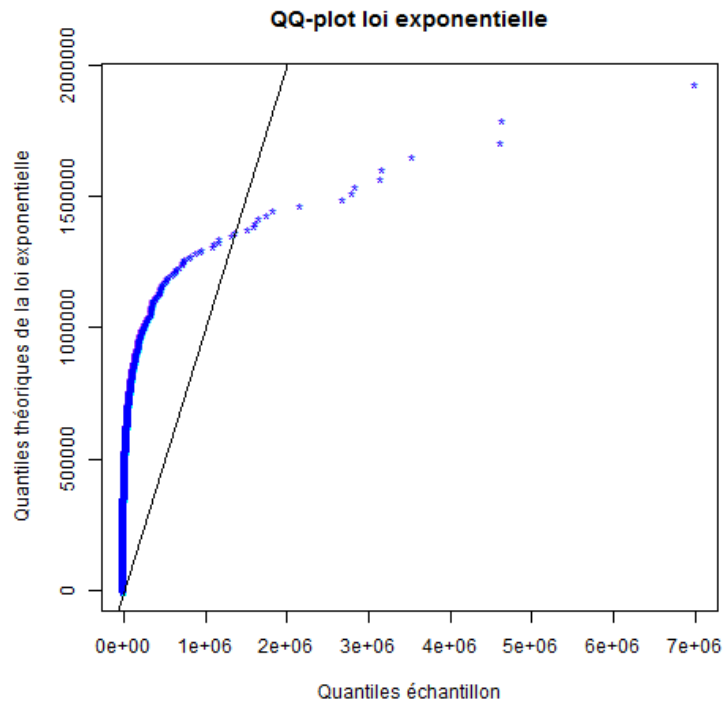
4.4.3.2 *ME-plot*

Le graphe des excédents moyens est croissant, ce qui confirme la queue lourde. Ce graphique nous permet aussi d'avoir une idée du seuil séparant les sinistres attritionnels et graves. On peut sur ce graphe chercher un seuil à partir duquel les points s'alignent. On trouve plusieurs plages de linéarité, marqués sur le graphique par des lignes pointillées vertes. Les seuils correspondant sont : 190 k€, 225 k€, 330 k€, 380 k€, 700 k€.

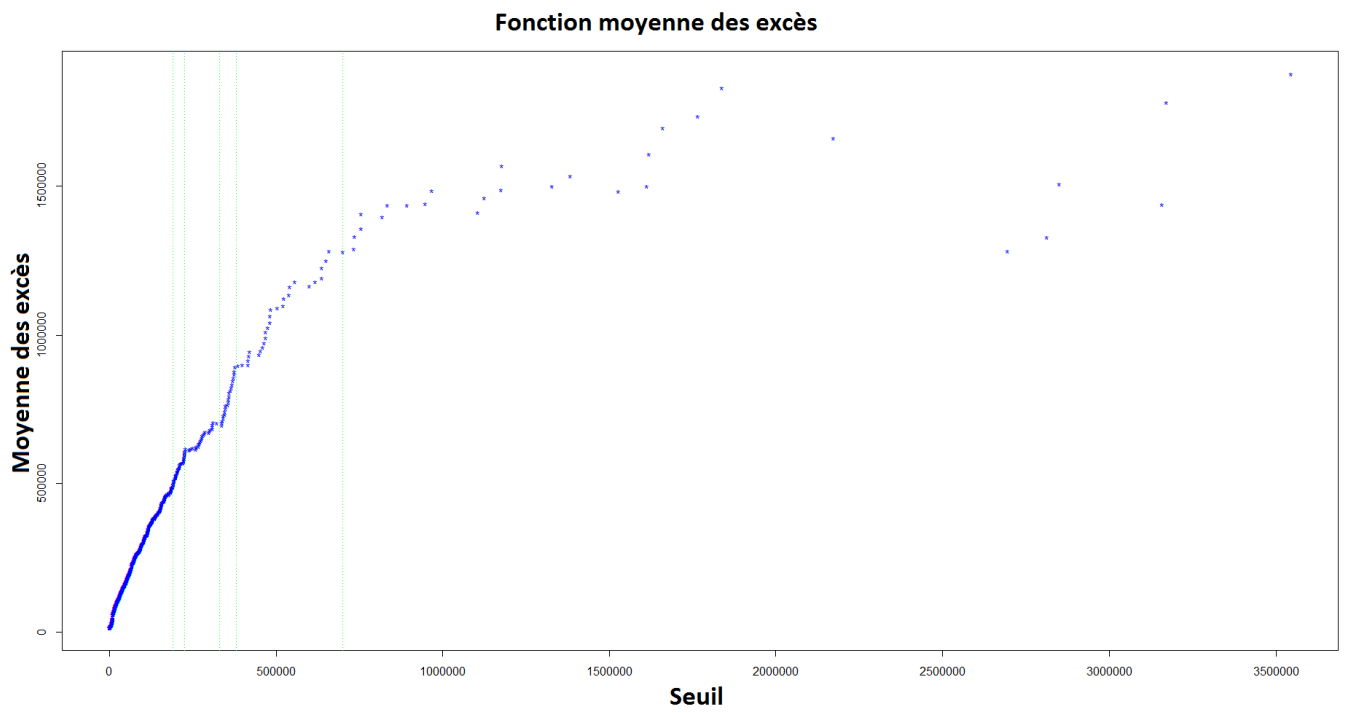
4.4.3.3 *Hill-plot*

L'estimateur de Hill est très volatile sur les premières observations, et se stabilise à partir d'environ 27 observations, comme le montre la droite verticale bleue sur le graphe 4.29. Nous choisissons donc de zoomer sur cette partie du graphique, pour essayer de trouver d'autres zones de stabilité après 25 excès.

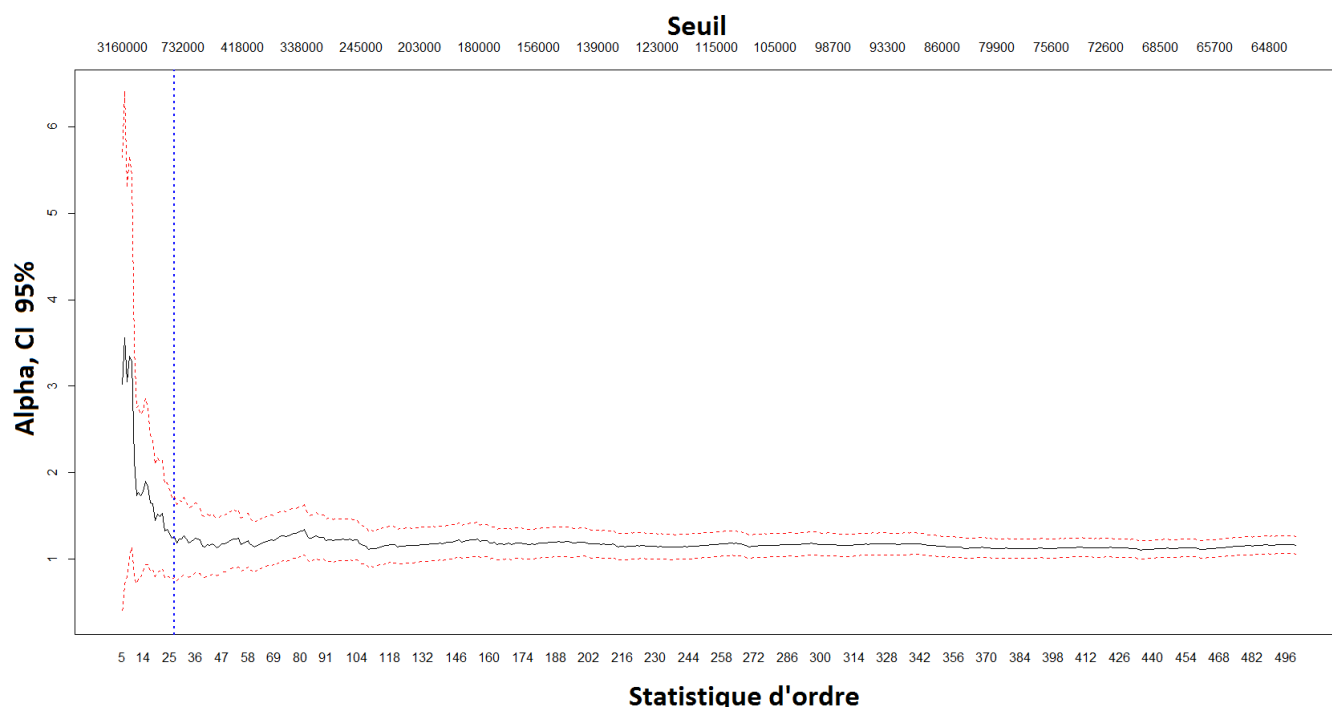
Le paramètre alpha (l'inverse de ξ) est assez stable sur ces régions, il est donc difficile d'estimer dans quelles zones le paramètre est stable. Une étude graphique nous permet tout de même d'estimer des tranches sur lesquelles le paramètre reste stable. Celles-ci sont marquées en jaune sur le graphique 4.30. Les points d'entrée de ces tranches correspondent aux seuils : 65.7



Graphique 4.27 – QQ-plot exponentiel



Graphique 4.28 – ME-plot sur données de sinistralité as-if



Graphique 4.29 – Hill plot sur données de sinistralité as-if

k€, 90 k€, 114 k€.

4.4.3.4 Estimateur de pickands

L'estimateur de Pickands est plus volatile que l'estimateur de Hill. Il nous permet cependant d'estimer des zones de stabilité. Celles-ci sont représentées sur le graphique 4.31. Les seuils d'entrée de ces zones sont 65 k€, 90,2 k€, 123 k€ ainsi que 484 k€.

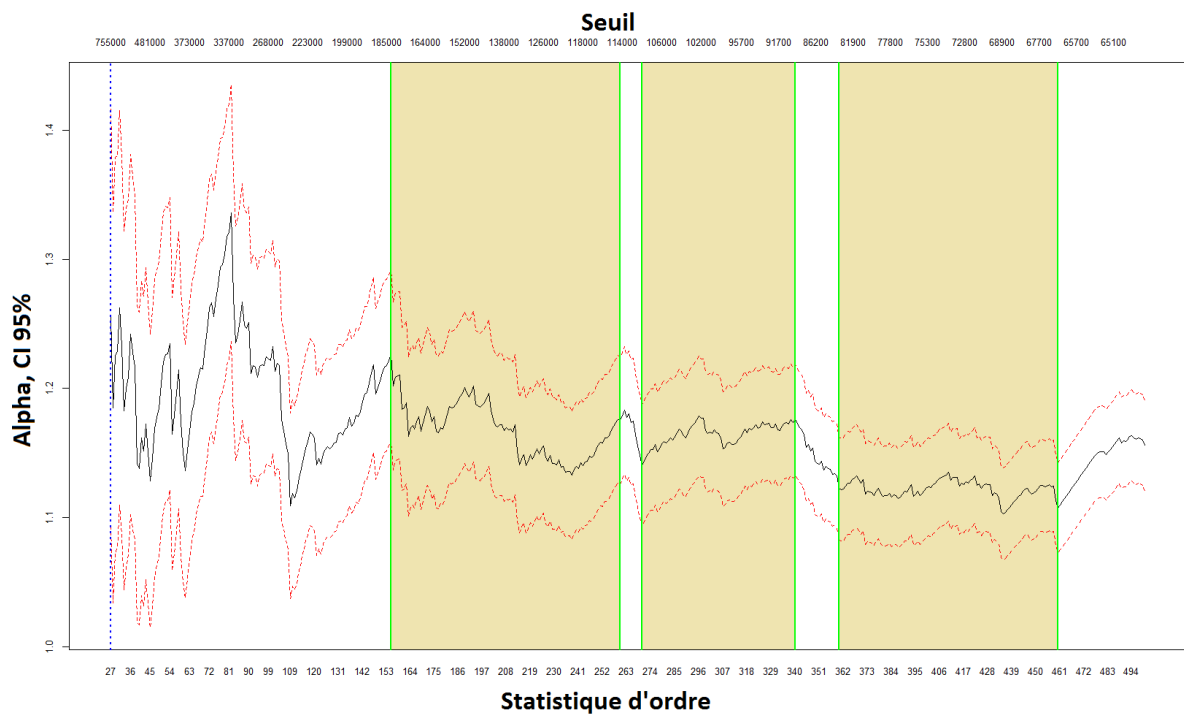
4.4.3.5 Synthèse des résultats

Les différentes méthodes graphiques appliquées nous donnent les résultats suivants :

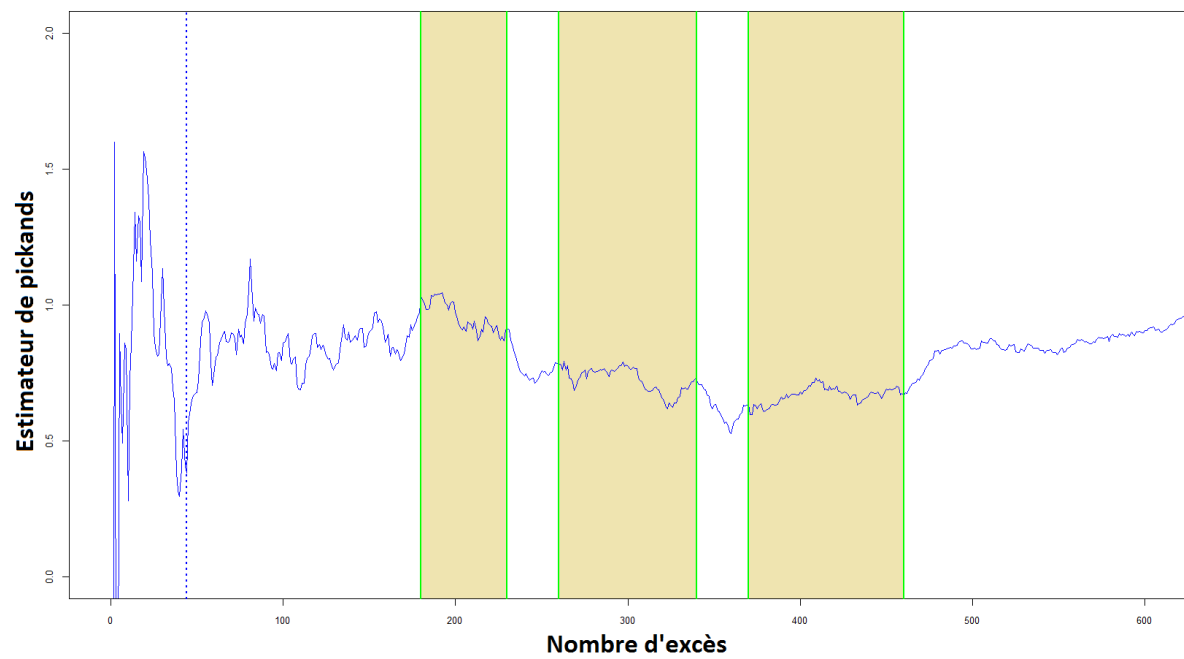
Méthode	Seuils retenus
Mean excess plot	190 k€, 225 k€, 330 k€, 380 k€, 700 k€
Hill plot	65.7 k€, 90 k€, 114 k€
Pickands plot	65 k€, 91 k€, 123 k€, 484 k€

Tableau 4.4 – Synthèse des résultats suggérés par les méthodes graphiques

Les différentes méthodes donnent des résultats différents. Des seuils proches de 120 k€ reviennent dans deux des trois méthodes, nous choisissons donc de séparer les sinistres attritionnels des graves à ce seuil indexé. Sur la période 2000-2011, ils sont au nombre de 236 et représentent 53% de la charge sinistre. Le nombre total de sinistres sur la période est d'environ 21000. On ne peut cependant pas facilement comparer le nombre de sinistres considérés comme graves au nombre de sinistres total, car comme nous l'avons déjà mentionné beaucoup de sinistres dans la base de donnée ont un montant négligeable (1 €). Le modèle de provisionnement par simulation que nous utiliserons suggère une séparation au sein des sinistres graves, entre les graves et très graves. Nous retiendrons pour cela le seuil de 700 k€.



Graphique 4.30 – *Hill plot* sur données de sinistralité as-if



Graphique 4.31 – *Pickands plot* sur données de sinistralité as-if

4.4.3.6 Validation des résultats

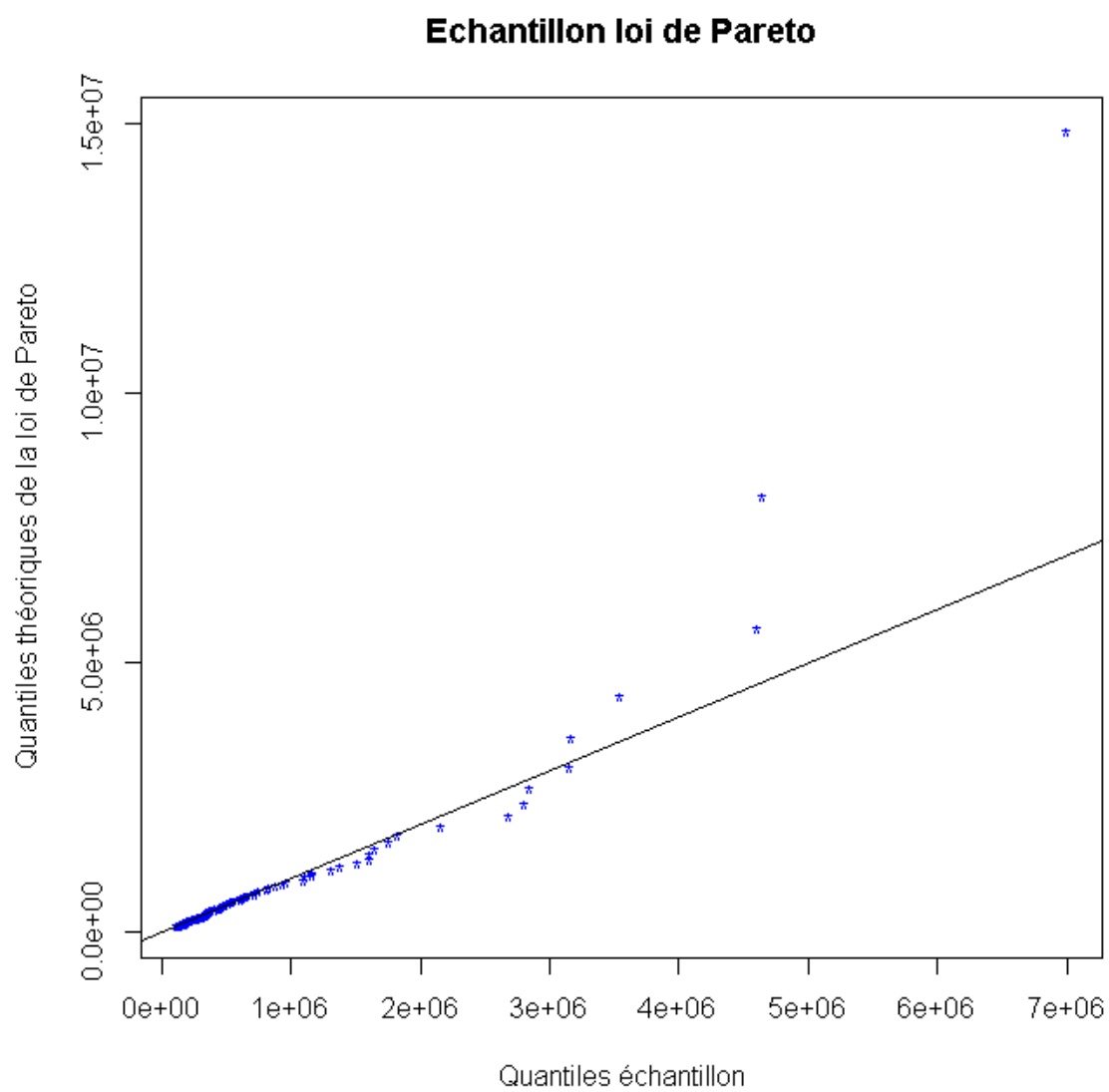
Pour valider notre hypothèse de seuil, nous choisissons d'effectuer un test d'adéquation à une loi de Pareto sur ces 237 sinistres. Nous utilisons les tests d'Anderson-Darling et de Kolmogorov-Smirnov sur notre échantillon de charges sinistres as-if projetées à l'ultime et obtenons les résultats présentés dans le tableau 4.5. Ces tests statistiques sont présentés en annexe.

Test	P-valeur
Kolmogorov-Smirnov	0.82
Anderson-Darling	0.84

Tableau 4.5 – Résultat des différents tests d'adéquation

Les résultats des tests indiquent que ces deux tests statistiques ne rejettent pas l'hypothèse d'une loi de Pareto pour modéliser cet échantillon de sinistres. Le seuil utilisé pour la loi de Pareto classique a été choisi comme la plus petite valeur de l'échantillon, et le paramètre alpha a été estimé par maximum de vraisemblance comme expliqué précédemment. La valeur du paramètre alpha estimé à ce seuil est 1.13.

Le diagramme quantile-quantile permet lui aussi de valider cette hypothèse graphiquement : on remarque que pour les quantiles les plus élevés la loi de Pareto a une queue "plus lourde".



Graphique 4.32 – *QQ-plot* sinistres graves et loi de Pareto

4.4.3.7 Conclusion

Les différentes méthodes graphiques que nous avons utilisées donnent des résultats discutables et différents. Le seuil que nous avons retenu nous semble correct en terme de montant et est proche du seuil de 150 k€ utilisé par les gestionnaires sinistre. La loi de Pareto nous donne un ajustement correct, et s'applique bien à la modélisation de la sévérité de ce type de risques.¹

1. Voir *Quantitative Methods in Reinsurance* [Dr. Peter Antal, 2003]

Chapitre 5

Provisionnement et réassurance

Nous présenterons ici la méthode de provisionnement qui est utilisée pour calculer les charges sinistres ultimes et qui sert de base de calcul du *best estimate* pour les *quantitative impact studies* de Solvabilité II. Le but de cette étude étant de mesurer les cessions à l'ultime, nous nous contenterons de présenter le modèle de provisionnement utilisé par La Médicale. Ensuite, nous présenterons deux modèles par simulation qui s'appliquent mieux à l'estimation des charges sinistres ultimes nettes de réassurance. Pour des raisons de confidentialité, des transformations ont été appliquées aux résultats concernant les fréquences, les montants ainsi que les cessions.

5.1 Le modèle de provisionnement de La Médicale

5.1.1 Les provisions constituées

Différents types de provisions sont constituées par la direction de l'actuariat. Certaines d'entre elles sont communes à toutes les branches non-vie, tandis que d'autres sont propres à la responsabilité civile. Nous nous concentrerons par la suite sur les provisions pour sinistres à payer de type IBNER, donc celles du triangle en base réclamation.

Les provisions pour primes non acquises (PPNA)

La plupart des contrats sont renouvelés annuellement, et la période de couverture d'un contrat court depuis le début du contrat jusqu'à son échéance, qui n'est pas forcément en phase avec l'année calendaire. Ainsi, si la société d'assurance réalise son bilan au 31/12, les contrats souscrits ou renouvelés au cours de l'année dont la prime a déjà été encaissée couvrent une période postérieure à cette date d'arrêté comptable. Une fraction des primes émises doit donc être allouée à l'exercice comptable suivant, et l'assureur constitue pour cela une provision appelée provision pour primes non acquises.

Les provisions pour sinistres à payer (PSAP)

La provision pour sinistres à payer correspond au coût total estimé que l'ensemble des sinistres connus à la date d'évaluation de la provision représentera, déduction faite des sommes déjà réglées pour ces sinistres. Elle est calculée brute de réassurance. La Médicale fait appel à des gestionnaires sinistres, qui procèdent à une évaluation de la provision pour chaque sinistre. Ensuite, le service actuariat constitue des provisions additionnelles, de type IBNR et IBNER.

Distinction entre provisions IBNR et IBNER

Deux types de provisions statistiques sont constituées. La première est une provision de type IBNER qui concerne les sinistres déjà connus mais dont la charge sinistre estimée n'est pas connue définitivement. Les provisions de type IBNR concernent les sinistres dont le fait dommageable a eu lieu mais qui sont pour lors inconnus de l'assureur. En fonction de la base de rattachement, les

provisions calculées sont de type IBNER uniquement ou alors des deux types, comme expliqué dans le chapitre 4.

Les provisions pour sinistres subséquents

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe consacré aux garanties, les assurés sont couverts après la résiliation du contrat s'il a été résilié en raison d'un changement d'assureur ou d'une cessation d'activité. Pour faire face à cet engagement, l'assureur doit constituer une provision pour sinistres subséquents. Ces sinistres peuvent être réclamés pendant 5 ans si la résiliation intervient pour motif de changement d'assureur, et 10 ans si le motif de résiliation est la cessation d'activité de l'assuré.

5.1.2 Les différents triangles considérés

Le calcul des cadences de développement se fait en deux étapes. On distingue les sinistres en base survenance des sinistres en base réclamation. Comme nous l'avons vu précédemment la loi About a bouleversé les méthodes de gestion de sinistres. Pour s'y adapter, La Médicale a développé une méthode de provisionnement qui sépare les sinistres dits « en base réclamation » des sinistres « en base survenance ».

En agrégeant les données des sinistres selon leur nature juridique, on constitue deux triangles que l'on va utiliser pour calculer des cadences de développement.

Le premier, « en base survenance », n'inclut que les sinistres du groupe 1. Le second, « en base réclamation » inclut l'ensemble des sinistres du portefeuille, agrégés suivant leur date de réclamation. Les sinistres des catégories 1 et 2 sont ajoutés au deuxième triangle afin d'avoir un historique de données suffisant pour calculer les cadences de développement. Nous verrons par la suite à quels sous-ensemble de contrats ces cadences de développement s'appliquent.

Nous allons considérer différents types de données, pour lesquelles nous allons adopter les notations suivantes :

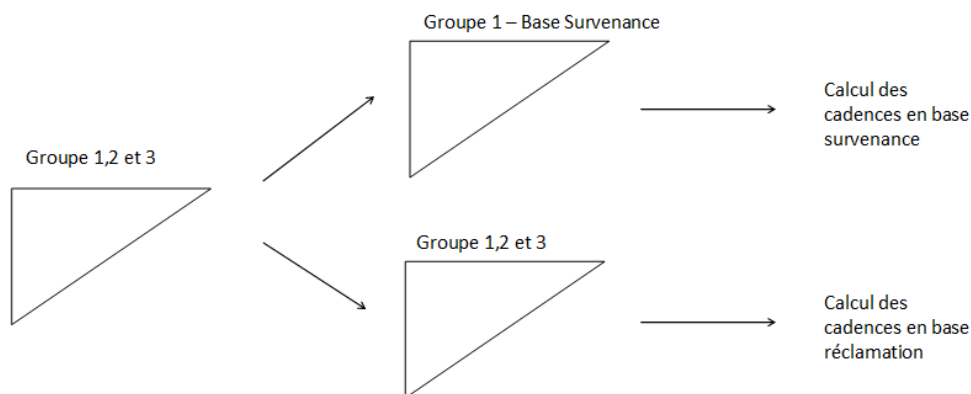
- $X_{i,j}$: montant des règlements cumulés pour la période de rattachement i et la période de développement j .
- $PSAP_{i,j}$: montant des provisions dossier-dossier cumulées pour la période de rattachement i et la période de développement j .
- $R_{i,j}$: montant des recours cumulés pour la période de rattachement i et la période de développement j , auquel on ajoute les prévisions de recours.
- $C_{i,j}$: montant de la charge sinistre cumulée pour la période de rattachement i et la période de développement j .
- La charge sinistre cumulée se calcule de la façon suivante : $C_{i,j} = X_{i,j} - R_{i,j} + PSAP_{i,j}$.

Lorsqu'on considère un triangle en base survenance, le semestre de rattachement sera le semestre de survenance tandis que lorsqu'on considère un triangle en base réclamation le semestre de rattachement sera le semestre de réclamation. La méthode de provisionnement utilise un pas semestriel, ce qui augmente le nombre de données à manipuler et la taille des triangles, d'autant plus que les périodes de développement sont très longues. Cependant, la méthode a l'avantage de réduire la volatilité des provisions estimées.¹

5.1.3 Obtention des charges sinistres ultimes

La méthode de provisionnement est de type Chain Ladder, des cadences de développement sont calculées à partir des triangles de charges pour chaque base de rattachement. Pour calculer les cadences de développement, nous nous basons sur un triangle de charge sinistre. L'estimation des cadences se fait en plusieurs étapes : dans un premier temps, des coefficients de passage bruts sont calculés, puis une extrapolation et un lissage sont effectués.

1. Voir Mémoire d'actuaire - Provisionnement Responsabilité Civile Médicale [Eric Maniable, 2013]



Graphique 5.1 – Calcul des cadences pour les deux bases de rattachement

Estimation des coefficients bruts

La loi brute est calibrée par une pondération entre une moyenne arithmétique et géométrique de l'ensemble des facteurs de développement de l'année considérée.

Notons

$$f_{i,j} = \begin{cases} \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} & \text{si } i + j < n + 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Par définition de la moyenne arithmétique et de la moyenne géométrique, on a :

–

$$F_j = \text{MoyenneAri}_j = \frac{\sum_i C_{i,j+1}}{\sum_i C_{i,j}}$$

–

$$F_j^* = \text{MoyenneGeom}_j = \left(\prod_i f_{i,j} \right)^{\frac{1}{N}}$$

, où N correspond aux nombres de valeurs pour lesquelles $C_{i,j}$ est connu.

Le coefficient de la loi brute pour l'année j Λ_j est calculé comme une pondération de la moyenne arithmétique et géométrique :

$$\Lambda_j = \alpha \times F_j^* + (1 - \alpha) \times F_j$$

où α est le poids associé à la moyenne arithmétique. Une fois cette loi brute estimée, un lissage de ces coefficients est effectué.

Lissage de la loi

Pour calculer les coefficients de la loi lissée, nous ne retenons que les coefficients supérieurs à un seuil, noté ici $\theta > 1$. En effet, en raison des éventuelles variations de provisions dossier-dossier la charge sinistre n'est pas forcément croissante d'une année de développement à l'autre pour une année de rattachement donnée. Le lissage ne prend donc pas en compte certaines observations.

La méthode de lissage est elle aussi assez spécifique, la première partie consiste à ajuster un modèle exponentiel sur les coefficients supérieurs à θ . Le modèle s'écrit :

$$\Lambda_j = \theta + a \times e^b$$

Les paramètres a et b sont estimés en utilisant la méthode des moindres carrés, soit :

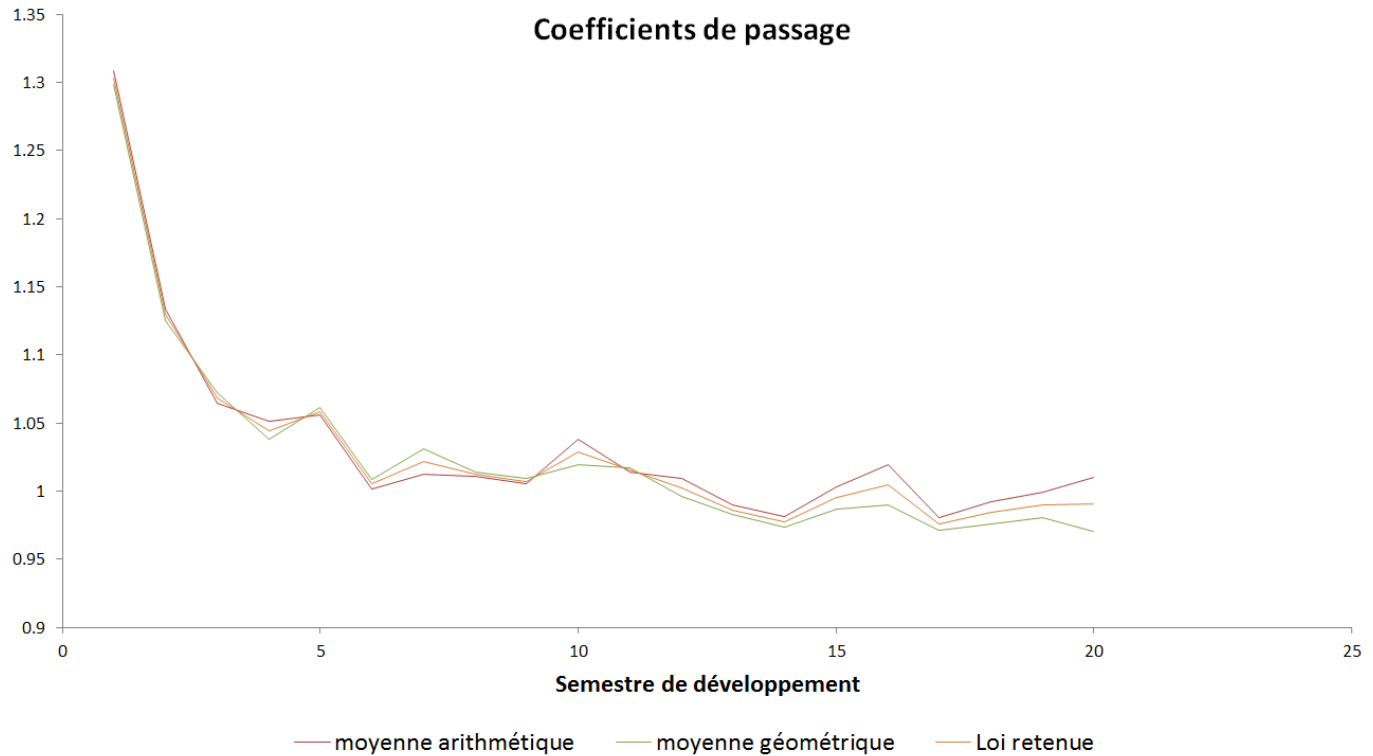
$$(\hat{a}, \hat{b}) = \min_{a,b} \sum_j [(\Lambda_j - \theta) - (\theta + a \times e^b)]^2 1_{\Lambda_j > \theta}$$

Ensuite, en supposant que les résidus de ce modèle sont des variables i.i.d. normales centrées, nous pouvons trouver un intervalle de confiance des coefficients de passage à un niveau de confiance donné. L'extrapolation effectuée correspond à prendre la moyenne de la borne supérieure de cet intervalle de confiance sur les 4 dernières périodes. Le taux de confiance de l'intervalle est paramétrable.

Enfin, la loi retenue est soit :

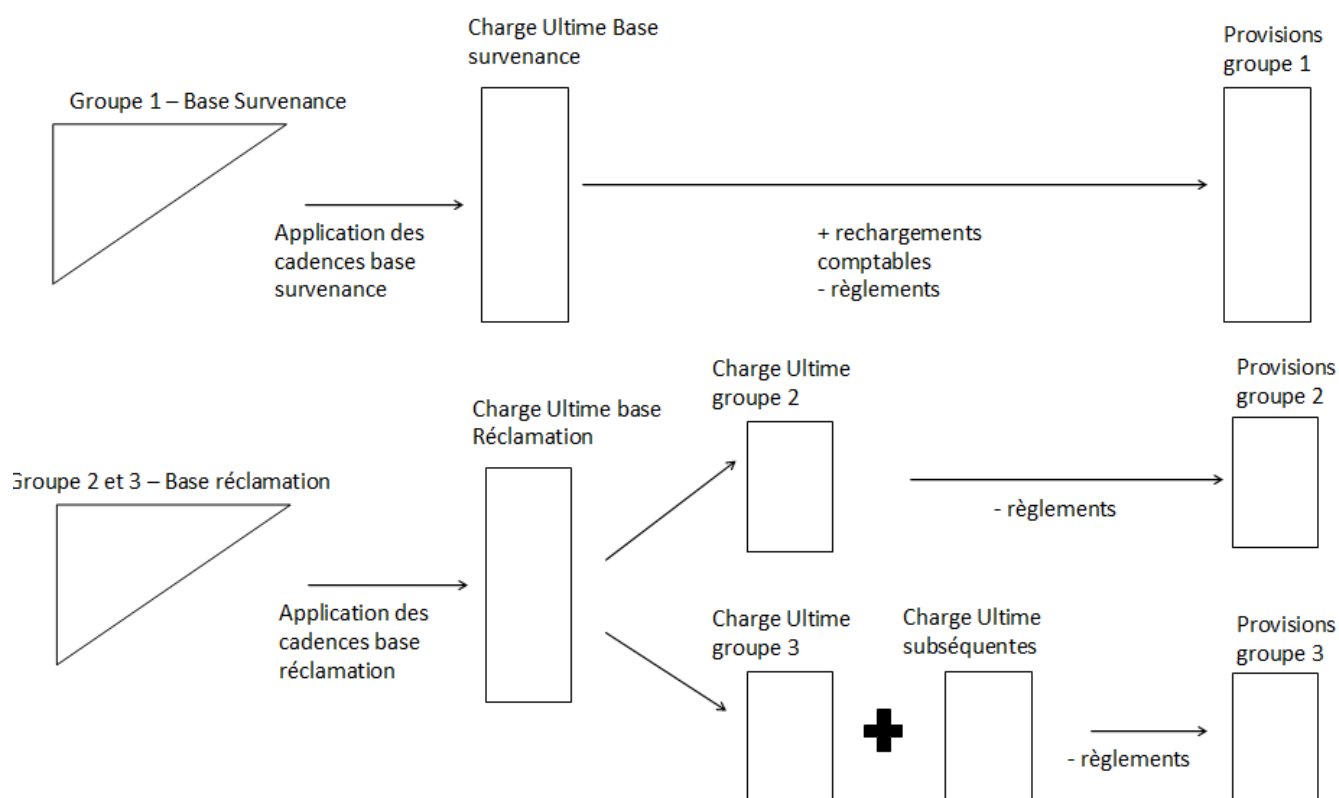
- La loi brute pour les périodes pour lesquelles le coefficient brut est supérieur à θ
- La loi lissée si le coefficient brut est inférieur à θ
- La loi extrapolée pour les périodes allant au-delà des valeurs connues du triangle

La figure 5.2 représente graphiquement les coefficients de passage obtenus pour le triangle en base réclamation.



Graphique 5.2 – Coefficients de passage obtenus pour le triangle en base réclamation

Une fois les cadences calculées, nous calculons la charge ultime en application au groupe 1 la loi de cadence en base survénance et au groupe 2 et 3 la loi de cadence en base réclamation. Après quelques rechargements comptables que nous ne détaillerons pas ici, nous obtenons la charge ultime par année de rattachement. En enlevant à cette charge ultime le montant des règlements cumulés net de recours, nous obtenons la provision pour sinistres comme l'illustre le



Graphique 5.3 – Calcul des provisions pour sinistres

Conclusion sur le modèle de provisionnement

Le modèle de provisionnement peut sembler à première vue atypique de par l'utilisation d'une moyenne géométrique des coefficients pour le calcul des cadences. Il a fait l'objet d'une étude détaillée récemment, et le lecteur pourra se référer à des études présentant le modèle de provisionnement de La Médicale¹ pour plus d'informations. Nous réutiliserons les coefficients de passage issus de ce modèle dans le cadre de l'application des méthodes d'approximation suggérées par Solvabilité II.

5.1.4 Calcul de la charge sinistre ultime nette de réassurance

La charge sinistre ultime calculée dans la méthode présentée précédemment ne tient pas compte des traités de réassurance historiques de La Médicale. Nous présentons donc ici une première méthode permettant d'estimer la charge sinistre ultime nette de réassurance.

5.1.4.1 Les données

Nous allons appliquer la méthode de provisionnement de La Médicale à un triangle net de réassurance. Le traité de réassurance étant comme nous l'avons détaillé précédemment un traité de type excédent de sinistre, les données des triangles agrégés ne nous permettent pas

1. Voir Mémoire d'actuaire - Provisionnement Responsabilité Civile Médicale [Eric Maniable, 2013]

d'appliquer les conditions du traité de réassurance directement aux triangles pour déterminer des charges ultimes nettes de réassurance. Une base de données répertoriant toutes les données des traités de réassurance a été mise à jour récemment pour les besoins du projet Solvabilité II. Nous utiliserons ces données pour connaître les caractéristiques des traités de réassurance.

5.1.4.2 Application des programmes de réassurance sur les triangles de charges

Dans cette partie nous présenterons comment à partir d'un triangle de charge sinistre on peut trouver un triangle de charge sinistre nette de réassurance en utilisant les données des traités.

Calcul d'un triangle de charge sinistre

Dans un premier temps nous calculons la charge sinistre cumulée pour chaque année de développement du triangle de liquidation sinistre par sinistre. C_k^l représente la charge sinistre cumulée nette de recours pour le sinistre k à la période de développement l.

Stabilisation des montants

Nous stabiliserons les priorités et portées pour chaque sinistre comme décrit dans le chapitre 3.

Application des traités de réassurance

Nous disposons pour chaque année des informations suivantes :

- Priorité stabilisée pour le sinistre k, notée $P_{r,k}$
- Plafonds stabilisés pour le sinistre k de la tranche 1, 2 et 3 notés $Pt_{1,k}$, $Pt_{2,k}$, $Pt_{3,k}$
- Taux de cession des tranches 1, 2 et 3 notés $Txcess_1$, $Txcess_2$, $Txcess_3$,
- La charge sinistre cumulée se calcule de la façon suivante : $C_{i,j} = X_{i,j} - R_{i,j} + PSAP_{dossier i,j}$

Pour calculer la charge de réassurance pour un sinistre k donné à l'année de développement j, on applique la formule suivante :

$$ChargeRea_{j,k} = Txcess_1 * (\min(Pt_{1,k}, C_{brut,j}) - P_{r,k}) \times 1_{C_{brut,j} > P_{r,k}} + Txcess_2 * (\min(Pt_{2,k}, C_{brut,j} - Pt_{1,k})) 1_{C_{brut,j} > Pt_{1,k}} + Txcess_3 * (\min(Pt_{3,k}, C_{brut,j} - Pt_{2,k})) 1_{C_{brut,j} > Pt_{2,k}}$$

$$C_{net,j,k} = C_{brut,j,k} - ChargeRea_{j,k}$$

5.1.4.3 Méthode des ratios appliquée aux charges sinistres ultimes

Cette méthode nous fournit pour chaque année de rattachement le rapport entre la charge sinistre cédée et la charge sinistre brute. Nous appliquons ce rapport aux données des charges sinistres ultimes obtenues à l'aide de la méthode de provisionnement et obtenons les résultats présentés dans le tableau 5.1 pour le triangle en base réclamation.

Nous remarquons que pour les années 2007, 2011 et 2012, aucun sinistre n'a atteint la priorité. Cependant, la charge sinistre ultime nette de réassurance dans l'approche *best estimate* ne devrait pas être égale à la charge sinistre brute : pour ces années, nous devons donc appliquer des moyennes historiques de cession. Le nombre d'années sur lequel cette moyenne devrait être calculé n'est pas facile à définir et les résultats de cette méthode ne sont pas satisfaisant pour fournir des estimateurs viables.

5.1.4.4 Limites de la méthode

Cette méthode permet certes d'obtenir des estimateurs des charges sinistres ultimes nettes de réassurance, mais elle a plusieurs défauts. Elle ne permet pas d'effectuer des calculs sur les

Annee	Charge sinistre brute	Charge sinistre cédée	% de cession
2003	11 936 778	2 386 035	12%
2004	16 142 778	4 335 565	14%
2005	17 863 133	5 099 920	23%
2006	21 214 444	4 053 406	19%
2007	16 155 427	-	0%
2008	22 105 567	3 514 014	16%
2009	16 902 360	206 582	1%
2010	19 597 130	562 862	3%
2011	18 797 333	-	0%
2012	13 228 024	-	0%

Tableau 5.1 – Charge sinistre cédée, sinistres en base réclamation

années les plus récentes. En effet, appliquer des moyennes historiques aux années récentes ne prend pas en compte l'évolution de la structure de réassurance dans le temps. Nous allons donc présenter deux autres méthodes par simulation permettant d'obtenir des meilleurs estimateurs de ces valeurs.

5.2 Simulation des sinistres graves : modèle collectif

La méthode précédente ne permettait pas de prendre en compte les traités de réassurance historiques de façon adéquate. Nous appliquons donc un premier modèle par simulation sur le triangle en base réclamation pour obtenir un meilleur estimateur des charges ultimes cédées. Le modèle de risque collectif peut être appliqué pour estimer ces montants.¹

5.2.1 Présentation du modèle collectif

Le modèle collectif consiste à modéliser la sinistralité d'un portefeuille d'assurance en simulant à la fois le nombre de sinistres survenus et leur sévérité. l'expression de la charge sinistre en fonction du nombre de sinistres et de leurs montants est la suivante :

$$S = \sum_{i=1}^N X_i$$

où X_i la variable aléatoire qui modélise le cout du sinistre i à l'ultime et N la variable aléatoire qui modélise le nombre de sinistres.

Si l'on fait les hypothèses suivantes :

- La loi du nombre de sinistres admet une espérance $E(N)$ et une variance $V(N)$
- Les sinistres sont modélisés par des variables aléatoires i.i.d d'espérance $E(X)$ et de variance $V(X)$
- La sévérité des sinistres est indépendante du nombre de sinistres survenus

Alors la moyenne et la variance de S existent et sont donnés par la relation suivante :

$$E(S) = E(N) * E(X)$$

$$V(S) = E(N)V(X) + V(N)E^2(X)$$

Plusieurs types de méthodes permettent d'approximer la loi de la variable aléatoire S en fonction des lois de N et X . Elles peuvent être regroupées en trois types de méthodes :

- Approximation analytique

1. Voir *Stochastic Loss Reserving with the Collective Risk Model* [Glenn Meyers, 2008]

- Distributions approchées
- Méthode de Monte-Carlo

Approximation analytique

Si l'on note :

- $F(x)$ la fonction de répartition de S
- $G(x)$ la fonction de répartition de X

Alors on a :

$$F(x) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k G^{*k}(x), x \geq 0$$

où $G^{*k}(x)$ est la k-ième convolution de G, c'est à dire la fonction de répartition de la somme de k variables aléatoire i.i.d de même loi que X et $p_k = P(N = k)$. Les méthodes analytiques consistent à calculer cette fonction sous certaines hypothèses. On note parmi elles l'algorithme de Panjer qui sous certaines hypothèses concernant la loi du nombre de sinistres et celle du montant des sinistres fournit une méthode récursive permettant d'évaluer directement la distribution de S.

Distributions approchées

L'approximation *Normal Power* est une méthode répandue pour approximer la distribution de S. Elle consiste à transformer la variable aléatoire centrée réduite $X^* = \frac{X-E(X)}{\sigma_x}$ en une variable symétrique $Y = f(X^*)$. f est choisie pour que Y puisse être approximée par une variable aléatoire normale centrée réduite.

Ensuite, on peut prouver que¹ :

$$X^* \approx Y + \frac{\gamma}{6}(Y^2 - 1)$$

où Y est une variable aléatoire de loi normale centrée réduite et γ est le coefficient de dissymétrie de S. On en déduit l'approximation Normal Power :

$$F(x) = \Phi\left(\frac{-3}{\gamma} + \sqrt{1 + \frac{9}{\gamma^2}} + 6 \frac{(x - E(X))}{\gamma \sigma_x}\right)$$

où Φ est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

Méthode de Monte-Carlo

Il s'agit d'une méthode simple et très flexible, dont l'algorithme permettant de calculer la moyenne pour une période se compose des étapes suivantes :

Pour $i = 1$ jusqu'à nombre de simulations **faire**

 Tirer un nombre de sinistres N ;

Pour $j=1$ jusqu'à N **faire**

 Tirer un montant pour le sinistre X_j ;

 Ajouter ce montant au montant annuel ;

FinPour

FinPour

Diviser le montant annuel total par le nombre de simulations ;

Renvoyer la moyenne annuelle ;

Algorithme 1 : Méthode de Monte-Carlo pour estimer la moyenne de S

1. Voir *Risk Theory* [R.E. Beard, T. Pentikainen, E. Pesonen, 1984] p. 108-111

On estime la distribution de S à partir des périodes simulées de cette façon. L'avantage de cette méthode est qu'elle ne requiert que peu de contraintes concernant la distribution du montant et des fréquences des sinistres. Elle permet aussi d'appliquer des structures de réassurance non proportionnelles par la simulation de chaque sinistre individuel. Le nombre de simulations à effectuer pour atteindre une précision donnée dépend de la distribution de la fréquence et de la sévérité. Si on cherche par exemple à estimer l'espérance de S , la variance de l'estimateur considéré augmentera avec la variance de la distribution des couts et des fréquences. Pour valider nos simulations, nous utiliserons une méthode de type bootstrap, qui consiste à refaire les simulations plusieurs fois pour estimer la variance des estimateurs trouvés.

Nous utiliserons ici la méthode de Monte-Carlo, car les propriétés statistiques des variables aléatoires qui suscitent notre intérêt sont difficiles à exprimer : il faudrait pour chaque programme de réassurance estimer les propriétés statistiques des charges ultimes nettes, et ce en tenant compte de toutes les clauses des traités historiques.

5.2.2 Application aux données

5.2.2.1 Données considérées

Nous sélectionnons tous les sinistres réclamés après 2000 dont la charge sinistre cumulée *as-if* a dépassé le seuil au cours de leur développement. Nous disposons de 368 sinistres, répartis par année de réclamation comme présenté dans le tableau 5.2.

Année de réclamation	Nombre de sinistres
2000	33
2001	30
2002	34
2003	38
2004	41
2005	43
2006	31
2007	36
2008	32
2009	22
2010	15
2011	12

Tableau 5.2 – Répartition des sinistres par année de réclamation

5.2.2.2 Modélisation de la fréquence des sinistres à l'ultime

Deux lois sont couramment utilisées pour modéliser la fréquence des sinistres : la loi de Poisson et la loi binomiale négative.

La loi de Poisson

La loi de Poisson est une loi discrète à un paramètre λ . Sa moyenne et sa variance sont égales à λ . Sa fonction de masse est définie par l'expression suivante :

$$P(k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

Une autre propriété intéressante de la loi de Poisson est son additivité : si X suit une loi de Poisson de paramètre a et Y suit une loi de Poisson de paramètre b , alors $X+Y$ suit une loi de Poisson de paramètre $(a+b)$.

La loi Binomiale négative

La loi binomiale négative est une loi discrète qui dépend de deux paramètres. Plusieurs paramétrisations existent, nous présentons celle qui semble être la plus courante, prenant comme paramètres r et p :

$$P(k) = \binom{k+r-1}{k} * (1-p)^r * Ck$$

Si on tire des variables aléatoires suivant une loi de Bernoulli de probabilité p , la loi binomiale négative correspond à la probabilité d'obtenir r échecs avant le premier succès. Son avantage par rapport à la loi de Poisson est qu'elle permet de modéliser une sur-dispersion : sa variance peut être supérieure à sa moyenne. Elles sont données par les expressions suivantes :

$$E(X) = \frac{pr}{1-p} \quad V(X) = \frac{pr}{(1-p)^2}$$

Il est donc aussi possible de paramétrer la loi binomiale négative à l'aide de sa moyenne et de sa variance (ou sa sur-dispersion).

5.2.2.3 Projection des fréquences historiques observées

Pour estimer les fréquences des sinistres graves à l'ultime, nous devons projeter les fréquences observées sur la dernière diagonale du triangle des fréquences. En effet, le nombre de sinistres supérieurs au seuil évolue entre la dernière diagonale et l'ultime. Nous pourrions utiliser une méthode de type Chain-Ladder pour projeter le nombre de sinistres en excédant du seuil à l'ultime. Nous rencontrerions le même problème que précédemment pour l'année 2012, l'estimateur à l'ultime du nombre de sinistres graves par la méthode Chain-Ladder étant 0. Par ailleurs, le fait que la dernière année de rattachement considérée ait deux fois plus de sinistres entrés dans le périmètre au cours de la première période de développement ne veut pas forcément dire qu'à l'ultime il y aura deux fois plus de sinistres dans le périmètre.

Nous choisissons d'utiliser une autre méthode, qui consiste à supposer que la fréquence des sinistres graves par unité d'exposition pour une période de développement est indépendante des périodes de développement précédentes et suivantes. Nous choisissons comme indice d'exposition le nombre de contrats en portefeuille. Nous considérons donc le triangle incrémental du nombre de sinistres graves présenté dans le tableau 5.3.

Rapporté au nombre de polices, il nous permet d'estimer pour chaque année de développement la fréquence moyenne par centaine de milliers de contrats en portefeuille. Les résultats sont présentés dans le tableau 5.4.

Nous en déduisons les développements des fréquences pour obtenir les montants présentés dans le tableau 5.5 en terme de fréquence ultime.

Nous aurions pu choisir le montant des primes acquises comme indice d'exposition. Cela nous aurait demandé de faire une hypothèse supplémentaire de changement de tarifs d'assurance au cours du temps.

La fréquence modélisée à l'ultime rapportée à l'exposition est représentée par le graphique 5.4. On remarque que la fréquence calculée à l'ultime est stable sur les dernières années de réclamation, car elle est principalement composée de la moyenne calculée sur les années antérieures.

Année de réclamation	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2000	2	7	-1	9	5	0	1	0	-1	0	1	0	-1
2001	5	3	5	3	0	-1	-2	1	1	0	0		
2002	5	7	3	6	1	0	-2	-1	2	-1			
2003	2	6	10	-1	2	-4	2	4	1				
2004	5	10	2	-3	4	2	1	-4					
2005	4	5	9	9	3	2	2						
2006	2	5	9	7	2	-1	2						
2007	1	6	10	6	5	1							
2008	3	12	10	4	-1								
2009	2	5	5	8									
2010	2	7	6										
2011	2	9											
2012	0												

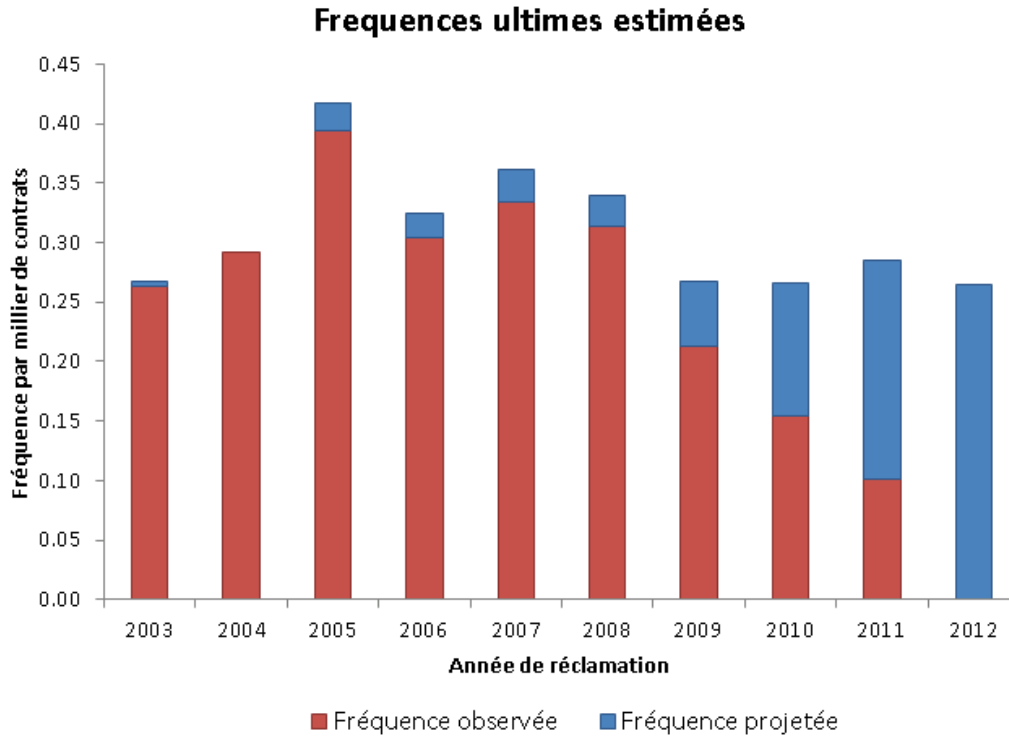
Tableau 5.3 – Fréquences des sinistres au delà du seuil des graves

Fréquence	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2000	2.6	9.1	1.3	11.7	6.5	0	1.3	0	1.3	0	1.3	0	1.3
2001	6.5	3.9	6.5	3.9	0	1.3	2.6	1.3	1.3	0	0	2.6	
2002	6.5	9.1	3.9	7.8	1.3	0	2.6	1.3	2.6	1.3	3.9		
2003	2.5	7.5	12.5	1.3	2.5	5.0	2.5	5.0	1.3	1.3			
2004	6.1	12.1	2.4	3.6	4.9	2.4	1.2	4.9	8.5				
2005	4.8	6.0	10.8	10.8	3.6	2.4	2.4	1.2					
2006	2.3	5.9	10.5	8.2	2.3	1.2	2.3						
2007	1.2	6.9	11.5	6.9	5.8	1.2							
2008	3.4	13.5	11.2	4.5	1.1								
2009	2.1	5.3	5.3	8.5									
2010	2.1	7.2	6.2										
2011	1.8	8.3											
2012													

Tableau 5.4 – Fréquences par centaine de milliers de contrats

Année de réclamation	Fréquence dernière diagonale	Fréquence Ultime
2000	22	22.0
2001	17	17.0
2002	17	18.0
2003	21	21.3
2004	24	23.8
2005	33	34.9
2006	26	27.8
2007	29	31.4
2008	28	30.3
2009	20	25.1
2010	15	25.8
2011	11	30.9
2012	0	32.6

Tableau 5.5 – Fréquence à l'ultime par année de réclamation



Graphique 5.4 – Fréquences estimées à l’ultime rapportées à l’exposition

5.2.2.4 Modélisation du nombre de sinistres à l’ultime

Pour modéliser le nombre de sinistres à l’ultime pour chaque année de réclamation, nous utilisons une loi de Poisson. Si nous considérons les observations des fréquences rapportées à l’indice d’exposition à l’ultime pour les années de réclamations 2000 à 2012, la variance des observations est inférieure à leur moyenne. Rien n’indique donc de sur-dispersion dans la loi des fréquences à l’ultime, il n’est pas nécessaire d’avoir recours à une loi binomiale négative.

5.2.2.5 Modélisation du montant des sinistres à l’ultime

Pour modéliser le montant des sinistres *as-if*, nous utilisons la modélisation de la sévérité effectuée dans le chapitre 4. La loi de Pareto classique n’admet pas de variance pour ce paramètre alpha, nous décidons d’appliquer une censure à la loi de Pareto. En utilisant la notation de Klugman et al., la loi de Pareto censurée peut s’écrire de la façon suivante :

$$F_{cs}(x) = F(x) \text{ pour } x < Max$$

$$F_{cs}(x) = 1 \text{ pour } x > Max$$

Cette troncature implique un saut dans la fonction de répartition. Nous choisissons 15 M€ comme maximum. Les programmes de réassurance considérés sur la période ne couvrent pas les risques au-delà de ce montant, cette censure n’aura donc pas d’impact sur le montant de la charge sinistre cédée sur chaque simulation.

5.2.2.6 Estimation de la charge sinistre ultime brute et net de réassurance

Pour simuler la charge cédée pour une année de réclamation donnée, nous répétons la procédure suivante :

Pour $i = 1$ jusqu'à nombre de simulations **faire**

 Tirer un nombre de sinistres N ;

Pour $j=1$ jusqu'à N **faire**

 Tirer une sévérité *as-if* pour le sinistre X_j ;

 Calculer le montant original ;

 Ajouter ce montant au montant annuel brut ;

 Calculer le montant original net de réassurance ;

 Ajouter ce montant au montant annuel net ;

FinPour

FinPour

Diviser le montant annuel total brut par le nombre de simulations ;

Diviser le montant annuel total net par le nombre de simulations ;

Renvoyer la moyenne annuelle brute et nette ;

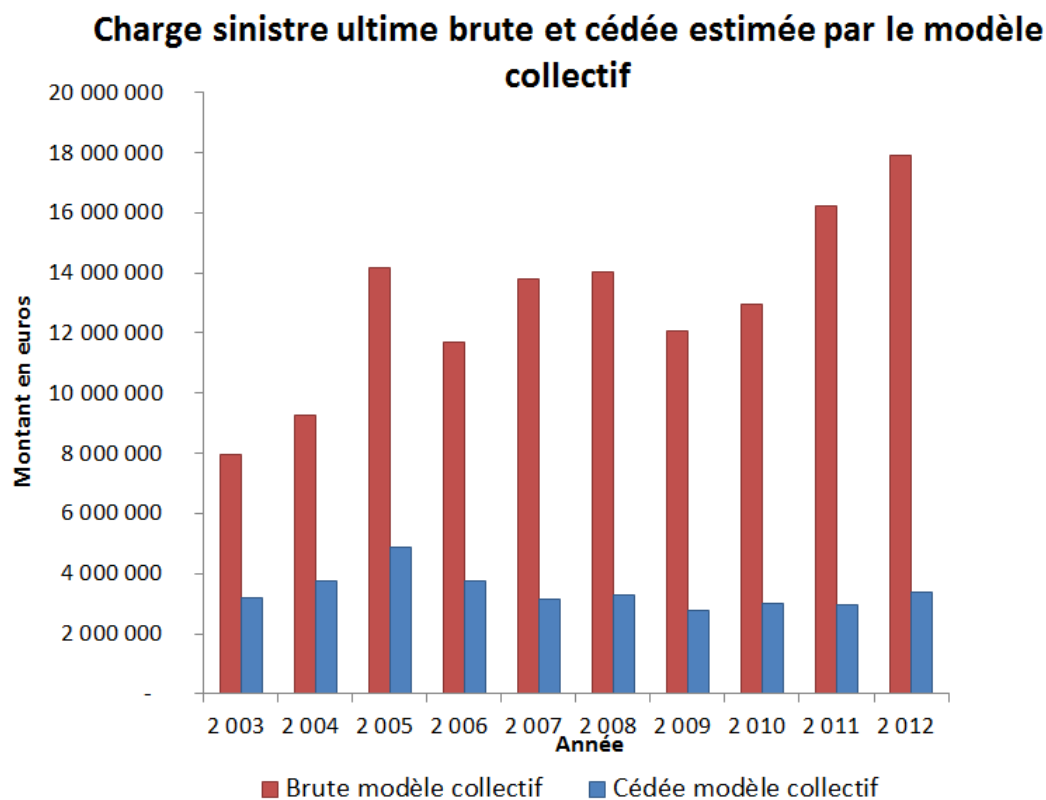
Algorithme 2 : Méthode de Monte-Carlo pour calculer la charge ultime brute et nette de réassurance

On remarque qu'il est nécessaire d'estimer le montant original du sinistre : la loi de sévérité simule des sinistres *as-if* et nous appliquons des structures de réassurances historiques. L'hypothèse d'inflation constante au cours du temps nous permet de calculer facilement le montant original du sinistre à l'ultime sans avoir besoin d'informations supplémentaires concernant le développement du sinistre. Nous obtenons les résultats présentés dans le tableau 5.6 et le graphique 5.5 en effectuant 10 000 simulations pour chaque année de réclamation.

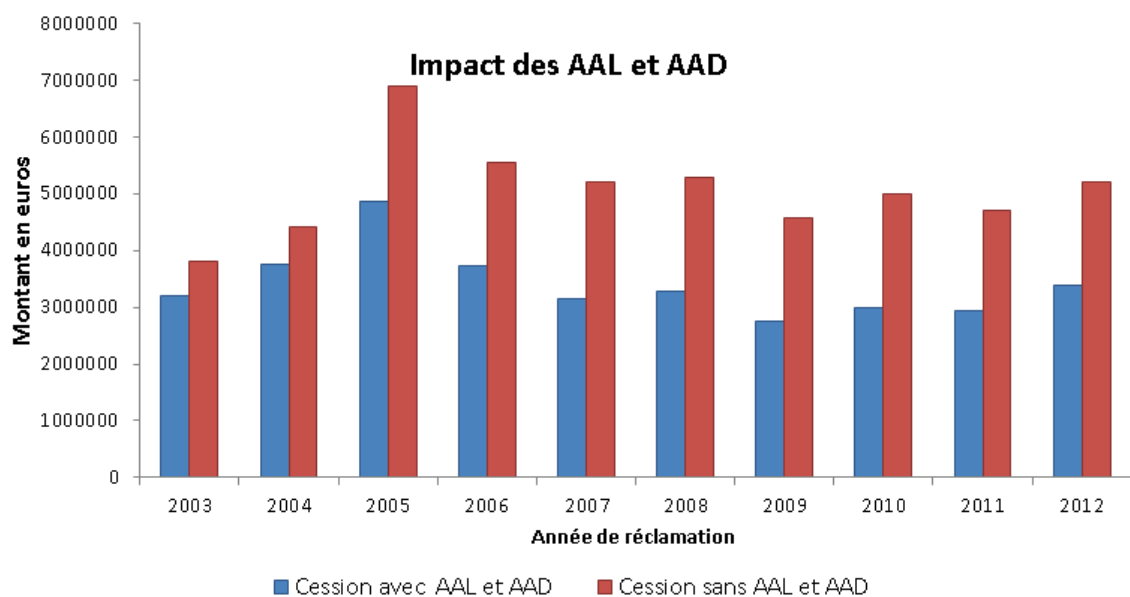
Année	Charge sinistre ultime brute	Charge sinistre ultime cédée	Ecart-type de la charge cédée
2 003	7 939 217	3 204 986	3 149 848
2 004	9 244 884	3 743 579	3 571 079
2 005	14 178 803	4 866 718	4 803 394
2 006	11 682 002	3 740 051	3 697 296
2 007	13 809 863	3 162 075	3 111 029
2 008	14 047 256	3 277 515	3 113 753
2 009	12 080 230	2 761 174	2 774 730
2 010	12 949 685	2 988 516	3 031 362
2 011	16 239 452	2 950 470	2 954 047
2 012	17 897 182	3 376 478	3 405 433

Tableau 5.6 – Résultats des simulations du modèle collectif

Ce modèle nous permet aussi de mesurer l'impact des AAL et AAD sur les cessions à l'ultime. Les résultats sont présentés dans le graphique 5.6



Graphique 5.5 – Charge sinistre ultime brute et cédée estimée par le modèle collectif



Graphique 5.6 – Impact des AAL et AAD sur les cessions estimées par le modèle collectif

5.2.2.7 Erreur d'estimation de la Méthode de Monte-Carlo

Il nous est difficile de mesurer l'erreur de prédiction de la méthode de Monte-Carlo pour l'estimateur de la charge sinistre nette de réassurance. Les propriétés statistiques de la sévérité nette de réassurance ne sont pas triviales en raison d'un programme de réassurance changeant avec le temps, nous choisissons d'utiliser une méthode de type bootstrap pour mesurer l'erreur d'estimation de notre modèle.

Nous décidons de ré-effectuer 50 fois les simulations décrites dans l'algorithme 2 pour l'année 2012 et obtenons les résultats suivants concernant l'estimateur de la charge ultime cédée :

	1000 simulations	10 000 simulations
Ecart-type	156 132	40 331
Moyenne	3 344 473	3 359 597
Ecart-type en % de la moyenne	5.04%	1.12%

Tableau 5.7 – Moyennes et écart-type des charges sinistres brutes obtenues avec le modèle collectif

Les résultats sont acceptables en terme d'erreur de simulation si l'on effectue 10 000 simulations par année de réclamation.

5.3 Simulation des sinistres graves : modèle bootstrap

Le modèle présenté précédemment simule des montants de sinistres *as-if* à l'ultime basé sur l'estimation paramétrique de la sévérité à l'ultime faite dans le chapitre 4. Nous allons maintenant utiliser une approche différente. Cette méthode non-paramétrique présentée dans *A Method For Projecting Individual Large Claims*¹ permet de simuler le développement des sinistres individuels en se basant sur le développement historique des sinistres graves.

5.3.1 Introduction

Le modèle montant-fréquence présenté précédemment donne des résultats intéressants, mais il ne prend pas en compte l'ensemble des informations contenues dans nos données de sinistralité : le nombre de sinistres ouvert parmi les graves connus n'est pas pris en compte. Nous considérerons le même ensemble de sinistres que pour le modèle montant-fréquence, à savoir les sinistres réclamés après 2000 dont le montant de la charge sinistre *as-if* a dépassé le seuil des sinistres graves au cours de leur développement. Dans le cadre de cette étude, nous utilisons les résultats de ce modèle pour estimer la charge sinistre ultime cédée. Il pourrait cependant avoir d'autres applications, comme l'estimation de la variance des provisions à l'ultime ou la tarification d'une structure de réassurance. La présentation du modèle suggère de faire une distinction entre les sinistres graves et les sinistres très graves, nous utilisons donc le seuil de 700 000 € pour séparer les sinistres graves des sinistres très graves. Le tableau 5.8 résume les principales statistiques concernant les sinistres sélectionnés dans ce modèle.

1. Voir *A Method For Projecting Individual Large Claims* [Karl Murphy et Andrew McLennan, 2010]

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Nombre de graves	28	24	28	33	34	39	26	34	31	20	14	12	
Nombre de très graves	5	6	6	5	7	4	5	2	1	2	1	0	
Total	33	30	34	38	41	43	31	36	32	22	15	12	
Proportion de sinistres ouverts	15%	20%	18%	34%	41%	51%	68%	67%	78%	86%	93%	92%	

Tableau 5.8 – Sinistres sélectionnés pour le modèle

5.3.2 Simulation des sinistres graves connus

5.3.2.1 Introduction et exemple

La simulation des sinistres graves et très graves se fait selon une méthode de type Chain-Ladder stochastique, et les facteurs Chain-Ladder simulés sont générés à partir des facteurs observés historiquement. Le statut du sinistre (ouvert, clos ou réouvert) est aussi simulé dans l'exercice. Par exemple pour simuler le développement d'un sinistre clos nous génèrerons un facteur de développement en fonction de l'ensemble des coefficients de passage observés historiquement sur les sinistres clos. Un autre paramètre à prendre en compte est l'ancienneté du sinistre, qui ne sera pas mesurée depuis la date de réclamation mais depuis la date d'entrée dans l'ensemble des sinistres graves.

Pour chaque sinistre de notre ensemble de sinistres graves, nous tirerons des coefficients de passage d'autres sinistres graves à chaque développement et ce jusqu'à l'ultime. Pour définir l'ensemble des coefficients de passage parmi lesquels le tirage est fait à chaque étape, on considère :

- le statut du sinistre : ouvert ou clos
- le type de sinistre : grave ou très grave
- le délai depuis le passage en grave

Par exemple pour un sinistre réclamé en 2010 ayant dépassé le seuil pour la première fois en 2012, nous tirerons les coefficients de passage parmi l'ensemble des coefficients de passage des sinistres graves dont l'ancienneté depuis le passage dans la catégorie grave est de deux ans et dont le type et le statut est le même que celui du sinistre considéré.

Illustrons ce propos à l'aide de l'exemple proposé dans (*A Method For Projecting Individual Large Claims*)¹. On considère 6 sinistres sur trois périodes, dont les montants, les coefficients de passage et les statut sont présentés dans les tableaux 5.9, 5.10 et 5.11.

	Développement		
Sinistre	1	2	3
A	400 000	800 000	800 000
B	500 000	1 600 000	850 000
C	1 100 000	1 000 000	1 500 000
D	200 000	500 000	
E	300 000	200 000	
F	150 000		

Tableau 5.9 – Montant des charges sinistre

	Développement	
Sinistre	1 à 2	2 à 3
A	2.00	1.00
B	3.20	0.53
C	0.91	1.50
D	2.50	
E	0.67	
F		

Tableau 5.10 – Coefficients de passage d'une période à l'autre

1. Voir *A Method For Projecting Individual Large Claims* [Karl Murphy et Andrew McLennan, 2010]

	Développement		
Sinistre	1	2	3
A	Ouvert	Clos	Clos
B	Ouvert	Ouvert	Clos
C	Ouvert	Ouvert	Clos
D	Ouvert	Ouvert	
E	Ouvert	Clos	
F	Ouvert		

Tableau 5.11 – Status des sinistres

Pour développer le sinistre D à l'ultime, on sélectionne un sinistre qui était ouvert à la période de développement 2. Les sinistres B et C étaient ouverts à la période 2, le facteur de développement sera donc soit 0.53 soit 1.5. Pour développer le sinistre E à l'ultime, on sélectionne le sinistre A car c'est le seul sinistre clos à l'exercice 2. Pour développer le sinistre F, on peut sélectionner pour le projeter à la période les coefficients des sinistres A à F, car ils étaient tous ouverts à la période 1. Le statut à la période 2 sera "Ouvert" (si on tire B, C ou D) ou "Clos" (si on tire A ou E). Ensuite, on développe le sinistre de la période 2 à la période 3 comme nous l'avons fait pour les sinistres D et E, en fonction du statut du sinistre F à la période 2 dans la simulation considérée. Les montants possibles à l'ultime pour le sinistre D vont de 265 625 à 750 000.

5.3.2.2 Formalisation du modèle

Après avoir présenté un exemple, décrivons le modèle de façon plus générale. Les principales hypothèses sur lesquelles repose le modèle sont l'indépendance des coefficients de passage d'une période de développement à l'autre pour un type de sinistre et un statut donné. Considérons un sinistre dans l'ensemble des sinistres graves et notons :

- $Nb_{possibilites}$ le nombre de trajectoires possibles jusqu'à l'ultime
- Nb_{dev} le nombre de périodes de développement restantes jusqu'à l'ultime
- $C_{derdiag}$ la charge sinistre connue sur la dernière diagonale
- $fdev_j^k$ le facteur de développement de j à j+1, sachant qu'il a été tiré depuis le sinistre historique k
- P_j^k la probabilité de tirer le sinistre k à la période de développement j

Alors l'espérance du cout du sinistre à l'ultime s'écrit de la façon suivante :

$$E(C_{Utime}) = C_{derdiag} * \sum_{k=1}^{Nb_{possibilites}} \prod_{j=1}^{Nb_{dev}-1} fdev_j^k * P_j^k$$

L'expression de l'espérance du cout à l'ultime a le mérite d'avoir une expression analytique simple, cependant il est difficile de calculer ces espérances de cout à l'ultime, en raison du trop grand nombre de trajectoires possibles. Notre variable d'intérêt est toujours la charge ultime cédée, l'espérance du cout à l'ultime présente donc pour nous un intérêt réduit.

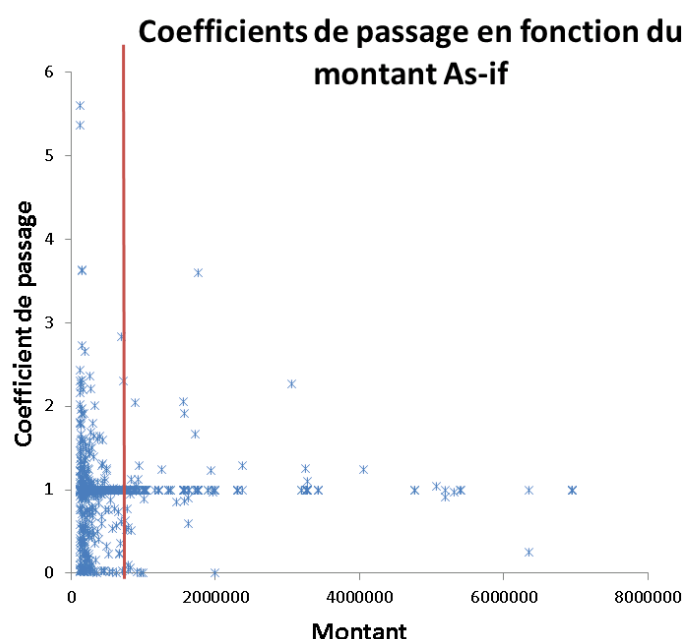
5.3.2.3 Application aux données de sinistralité historiques

En considérant les coefficients de passage de la période considérée à la période suivante, nous obtenons la répartition du nombre de coefficients présentée dans le tableau 5.12. On remarque que les cas de réouverture sont rares. Le graphique 5.7 illustre la répartition des coefficients de passage en fonction du montant du sinistre revalorisé. La volatilité des coefficients de passage semble diminuer grandement avec le montant des sinistres, même en séparant les sinistres graves des sinistres très graves. L'hypothèse d'indépendance des coefficients de passage d'une période

à l'autre n'est donc graphiquement pas vérifiée, et ce même en séparant les sinistres graves des très graves.

		Délai depuis le passage en grave											
Type	Status	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Très Graves	Ouverts	41	33	23	16	14	12	4	1	1	1	1	1
	Clos	3	5	5	7	5	6	6	4	3	2	1	0
Graves	Ouverts	261	193	120	75	40	17	14	9	3	1	1	1
	Clos	15	34	38	40	37	33	26	15	11	8	4	0

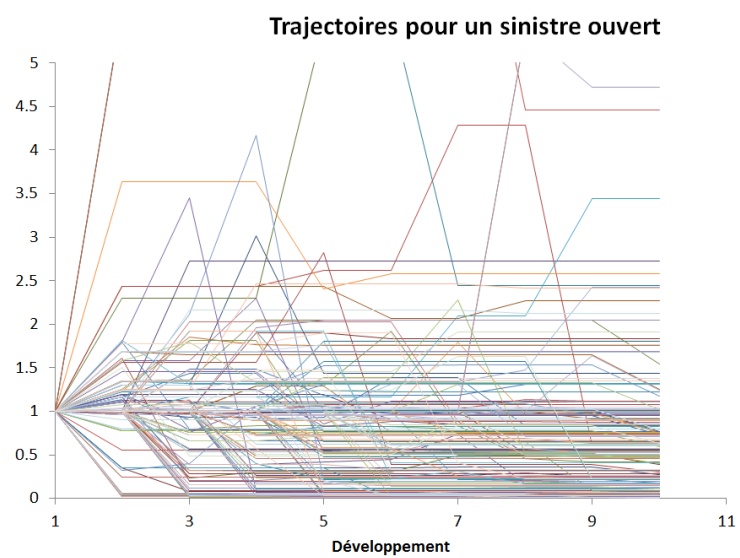
Tableau 5.12 – Nombre de coefficients de passage contenus dans notre ensemble de sinistres



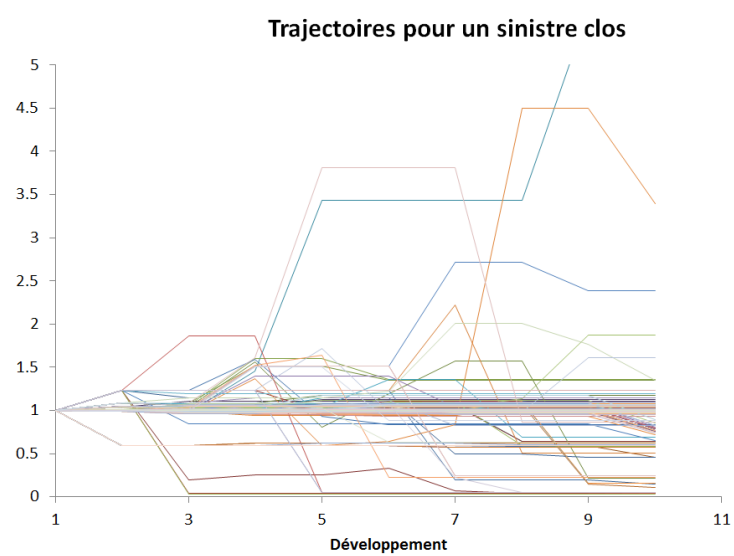
Graphique 5.7 – Coefficients de passage vers $N+1$ en fonction du montant as-if du sinistre en N

Pour illustrer le fonctionnement des simulations, on peut aussi représenter graphiquement les trajectoires prises par un sinistre à l'ultime. Si l'on considère un sinistre grave réclamé en 2010, entré dans l'ensemble des sinistres graves en 2012 on obtient graphiquement les résultats présentés dans les graphiques 5.8 et 5.9. Ces graphiques illustrent 200 trajectoires possibles. On remarque graphiquement que les résultats sont moins volatiles dans le cas d'un sinistre clos. Le modèle permet certes aux sinistres clos d'être réouverts au cours de leur développement, mais la probabilité de réouverture est faible.

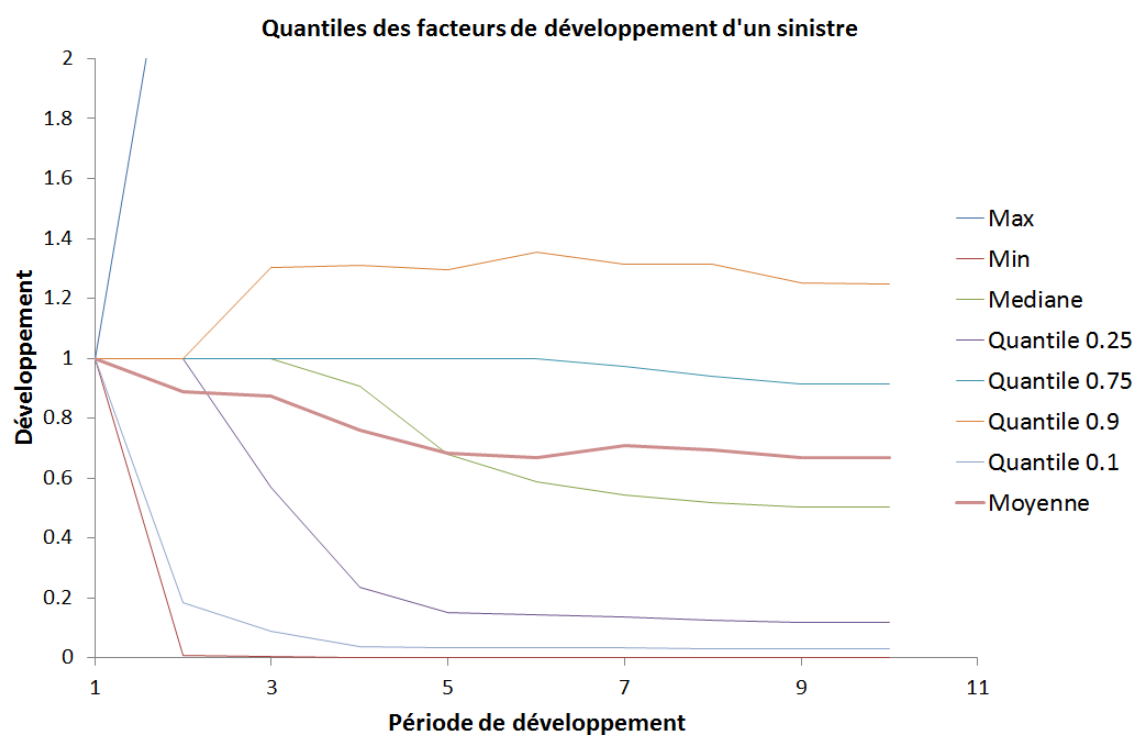
Le graphique 5.10 représente les quantiles du développement du même sinistre ouvert.



Graphique 5.8 – Représentation graphique des trajectoires d'un sinistre ouvert



Graphique 5.9 – Représentation graphique des trajectoires d'un sinistre clos



Graphique 5.10 – Quantiles des développements d'un sinistre

5.3.3 Simulations des sinistres graves inconnus

Pour l'instant nous avons simulé les valeurs ultimes sinistres graves présents sur la dernière diagonale, et ceux-ci ont la possibilité de passer en dessous du seuil au cours du temps. D'autres sinistres peuvent entrer dans l'ensemble des sinistres graves au cours du développement d'une année, ce que nous devons prendre en compte dans le modèle. Nous allons estimer les fréquences en utilisant la même méthode que dans le modèle collectif, à la différence du triangle considéré : nous ne considérons ici que les sinistres qui entrent dans le périmètre dans le triangle du nombre de sinistres. En effet, les sinistres sortant du périmètre sont déjà modélisés dans la première partie du modèle. La mesure d'exposition reste la même, à savoir le nombre contrats en portefeuille. Nous simulerons comme précédemment, et ce pour chaque année et chaque période de développement future, un nombre de sinistres suivant une loi de poisson.

On obtient les résultats présentés dans le tableau 5.13 pour la modélisation du nombre de sinistres entrant dans l'ensemble des sinistres graves.

Année Réclamation	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2000													
2001													0,0
2002												0,0	0,0
2003											0,3	0,0	0,0
2004										0,5	0,4	0,0	0,0
2005									3,1	0,5	0,4	0,0	0,0
2006								2,7	3,2	0,5	0,4	0,0	0,0
2007							2,6	2,7	3,2	0,5	0,4	0,0	0,0
2008						3,0	2,7	2,8	3,3	0,6	0,4	0,0	0,0
2009					4,9	3,2	2,8	3,0	3,5	0,6	0,4	0,0	0,0
2010				7,9	5,0	3,3	2,9	3,1	3,6	0,6	0,4	0,0	0,0
2011			9,0	8,8	5,6	3,6	3,3	3,4	4,0	0,7	0,5	0,0	0,0
2012		10,2	10,3	10,0	6,4	4,2	3,7	3,9	4,6	0,8	0,5	0,0	0,0

Tableau 5.13 – Fréquences des sinistres entrant dans le périmètre

Pour simuler la sévérité des sinistres entrant dans le périmètre après la dernière année calendaire, le premier montant du sinistre sera tiré parmi l'ensemble des sinistres à leur date de passage en grave, en veillant à retraiter les montants de l'inflation. Le reste du développement du sinistre jusqu'à l'ultime sera simulé de la même façon que précédemment.

5.3.4 Agrégation des résultats

Pour chaque année de réclamation, nous simulons dans un premier temps les sinistres existants dans l'ensemble des sinistres graves, puis nous ajoutons à ce montant les sinistres qui entrent dans le périmètre par la suite. Le processus pour une année de réclamation peut être décrit par l'algorithme suivant, où N est le nombre de simulations effectuées :

Pour $j=1$ jusqu'à N faire

Pour tous les sinistres graves connus dans l'année de réclamation faire

Simuler aléatoirement le développement à l'ultime ;

Calculer montant original correspondant ;

Ajouter ce montant au montant annuel brut ;

Calculer montant original net de réassurance ;

Ajouter ce montant au montant annuel net ;

FinPour

Pour toutes les période de développement futures faire

Simuler un nombre de sinistres graves NBG ;

Pour $j=1$ jusqu'à NBG faire

Simuler aléatoirement un montant de sinistre ;

Simuler aléatoirement le développement à l'ultime ;

Calculer montant original correspondant ;

Ajouter ce montant au montant annuel brut ;

Calculer montant original net de réassurance ;

Ajouter ce montant au montant annuel net ;

FinPour

FinPour

FinPour

Diviser le montant annuel total brut par le nombre de simulations ;

Diviser le montant annuel total net par le nombre de simulations ;

Renvoyer la moyenne annuelle brute et nette ;

Algorithme 3 : Méthode de simulation pour calculer la charge ultime brute et nette de réassurance

Pour calculer les résultats, nous avons mis en place une maquette VBA. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 5.14.

Année	Charge sinistre ultime brute	Charge sinistre ultime cédée	Ecart-type
2 003	8 117 894	2 917 204	1 358 082
2 004	9 515 522	4 061 711	2 189 525
2 005	11 455 825	4 019 434	2 004 361
2 006	11 539 182	3 574 271	3 081 960
2 007	7 941 047	657 312	1 666 914
2 008	12 765 561	3 440 460	3 100 109
2 009	9 705 971	1 585 390	2 641 032
2 010	12 461 940	2 651 501	3 424 222
2 011	13 810 741	2 000 996	2 943 027
2 012	18 030 890	2 743 989	3 631 955

Tableau 5.14 – Charge sinistre ultime par année de réclamation estimée par le modèle bootstrap

5.3.5 Synthèse des résultats et comparaison avec le modèle collectif

Nous comparons ici les résultats obtenus en terme de charge sinistre brut et cédée à l'ultime avec ceux obtenus avec le modèle collectif, présenté dans le tableau 5.15 et le graphique 5.12. Nous remarquons que les deux modèles donnent des résultats similaires, différents de ceux fournis par la méthode des ratios.

Année	Charge sinistre ultime brute estimée par le modèle bootstrap	Charge sinistre ultime brute estimée par le modèle collectif	Charge sinistre ultime cédée estimée par le modèle bootstrap	Charge sinistre ultime cédée estimée par le modèle collectif
2 003	8 117 894	7 939 217	2 917 204	3 204 986
2 004	9 515 522	9 244 884	4 061 711	3 743 579
2 005	11 455 825	14 178 803	4 019 434	4 866 718
2 006	11 539 182	11 682 002	3 574 271	3 740 051
2 007	7 941 047	13 809 863	657 312	3 162 075
2 008	12 765 561	14 047 256	3 440 460	3 277 515
2 009	9 705 971	12 080 230	1 585 390	2 761 174
2 010	12 461 940	12 949 685	2 651 501	2 988 516
2 011	13 810 741	16 239 452	2 000 996	2 950 470
2 012	18 030 890	17 897 182	2 743 989	3 376 478

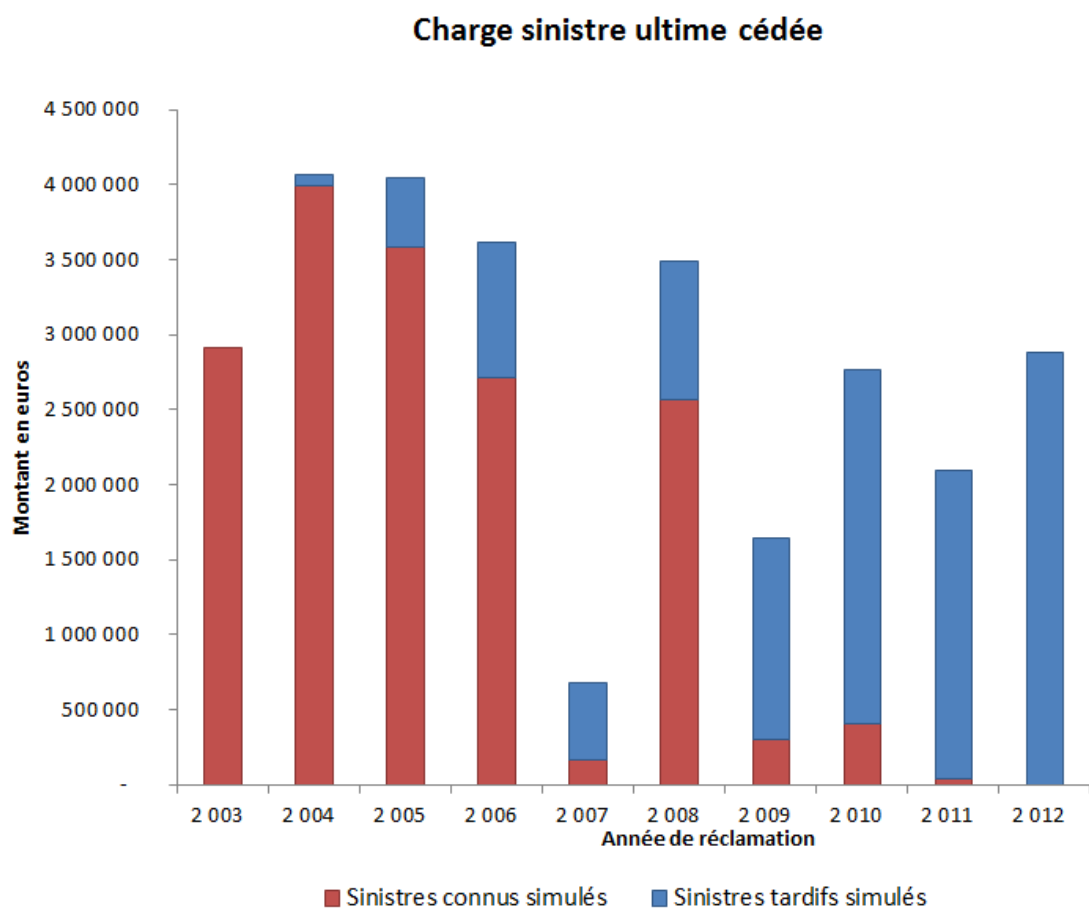
Tableau 5.15 – Résultats des deux modèles par simulation

Les différences de résultat entre les deux modèles peut s'expliquer par le fait que le modèle collectif fait une hypothèse de sévérité *as-if* constante pour toutes les années de réclamation. Le modèle bootstrap prend en compte les sinistres connus à la dernière évaluation sur la dernière diagonale. Ainsi, les années de réclamation où la différence est la plus grande entre les deux modèles sont celles où la charge sinistre moyenne des sinistres connus sur la dernière diagonale diffère beaucoup de la moyenne comme le montre le tableau 5.16. Le graphique 5.11 nous permet de confirmer cela en ventilant la charge sinistre ultime calculée entre les sinistres connus ou non. Le changement de priorité du programme de réassurance en 2007 ainsi qu'une sinistralité meilleure en terme de sinistres graves explique une cession moindre.

Année de réclamation	Moyenne <i>as-if</i> des sinistres connus
2003	318 567
2004	341 325
2005	363 967
2006	439 941
2007	230 154
2008	410 722
2009	263 938
2010	331 051
2011	206 081
2012	-

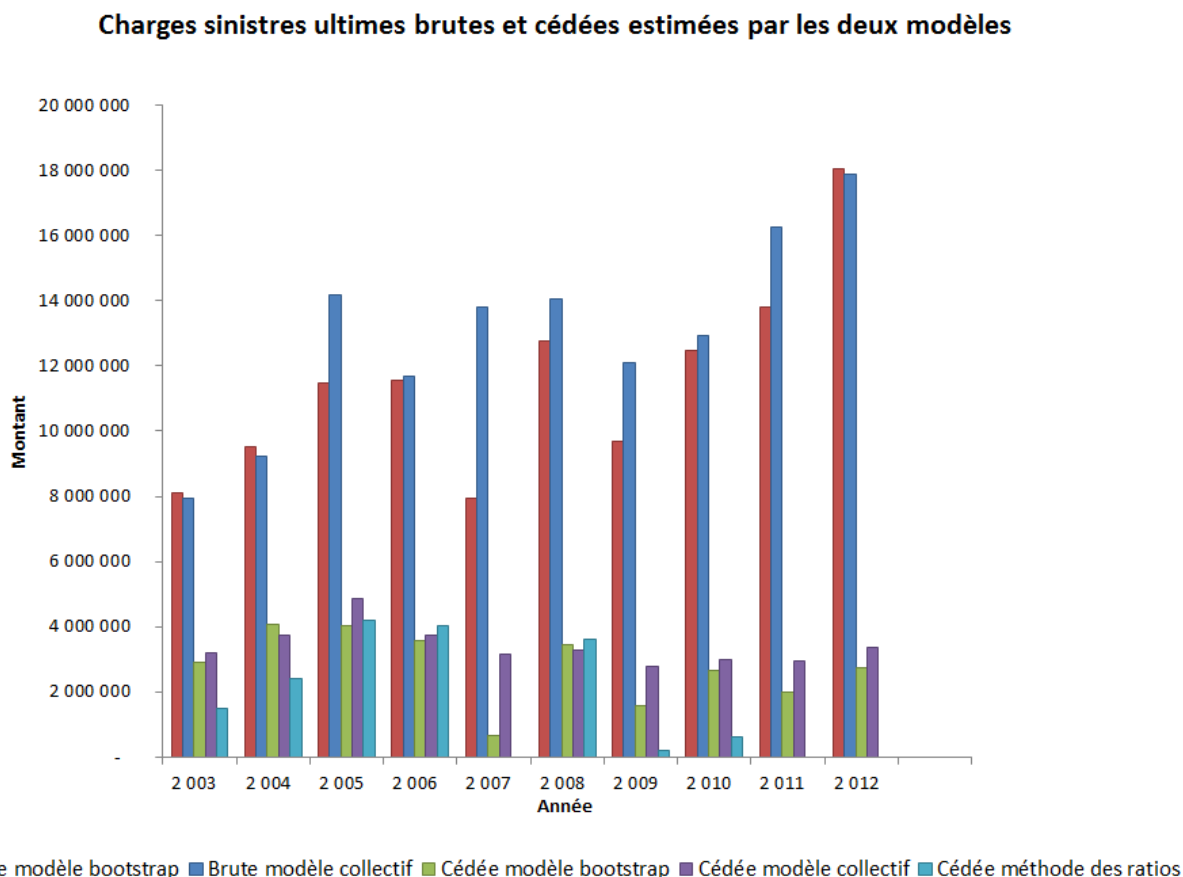
Tableau 5.16 – Charge sinistre moyenne des sinistres connus sur la dernière diagonale

Les résultats des deux modèles sont présentés dans les graphiques 5.12 et 5.13. Nous préférons les résultats du modèle par rééchantillonnage aux résultats du modèle collectif, car il prend en



Graphique 5.11 – Résultats détaillés, modèle bootstrap

compte plus d'informations.



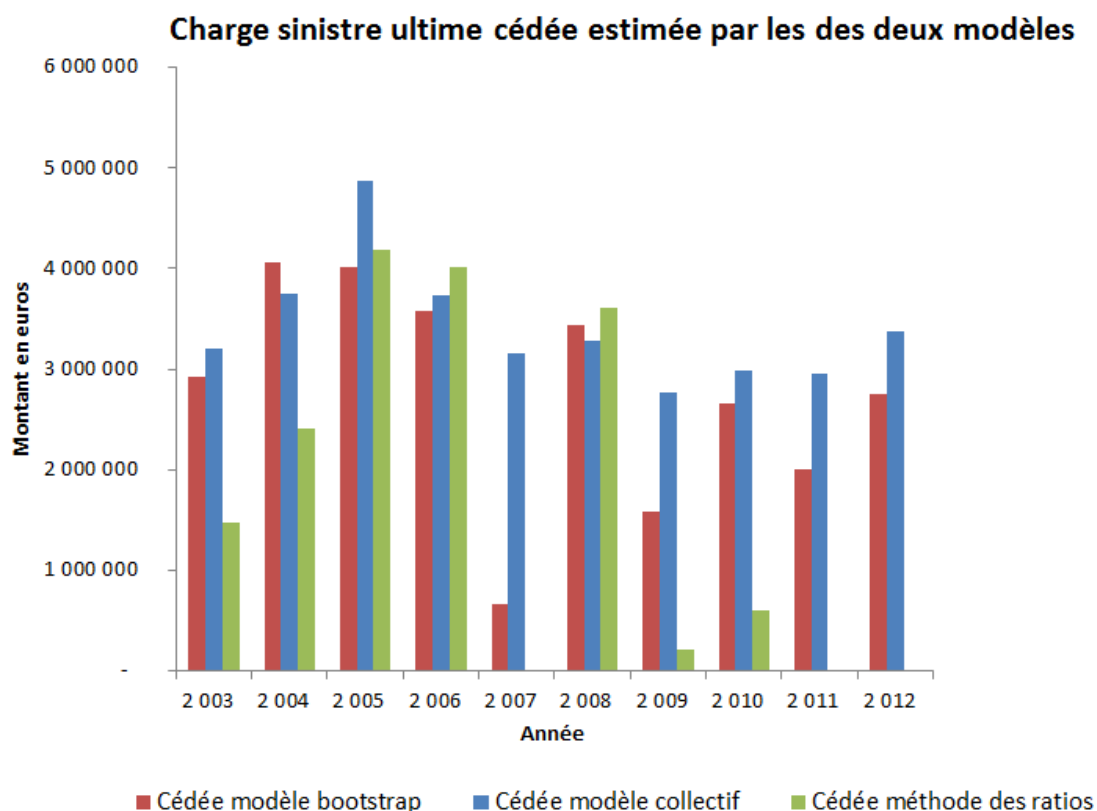
Graphique 5.12 – Résultats des deux modèles par simulation

Nous résumons les avantages et inconvénients des deux modèles dans le tableau 5.17.

5.3.6 Améliorations du modèle et autres applications possibles

Dans le modèle, nous avons appliqué un facteur de stabilisation moyen à toutes les priorités et portées, afin de pouvoir comparer les résultats de ce modèle à ceux du modèle montant-fréquence. Nous aurions pu appliquer un facteur de stabilisation propre à chaque sinistre en évaluant à chaque période de simulation le montant stabilisé du sinistre. Par ailleurs, toutes les clauses des traités historiques n'ont pas été modélisées : nous n'avons pas fait de retraitement particulier des sinistres en rentes, qui ne sont pas nécessairement provisionnés au même taux que la clause de capitalisation des traités.

Nous aurions aussi pu appliquer ce modèle à la mesure de la variance des provisions totales, en appliquant un modèle stochastique au triangle des montants totaux écrêtés à partir du seuil séparant les attritionnels des graves. Enfin, il serait intéressant de réévaluer la sévérité des sinistres projetés à l'ultime en utilisant cette méthode, pour les comparer à ceux trouvés dans le chapitre 4. Les résultats de ce modèle pourraient aussi permettre d'utiliser une loi de sévérité différente par année de réclamation pour affiner le modèle collectif. Nous ne l'avons pas fait précédemment car nous ne bénéficions pas de données suffisantes pour chaque année. L'application de cette méthode nous permettrait d'avoir suffisamment de sinistres générés pour chaque année de réclamation.



Graphique 5.13 – Résultats des deux modèles par simulation en terme de charge sinistre ultime cédée

Modele bootstrap		Modèle collectif	
Avantages	Inconvénients	Avantages	Inconvénients
Prend en compte le status des sinistres connus	Modèle plus difficile à implémenter	Simulations faciles à implémenter	Etude de la sinistralité préalable
Prend en compte le montant des sinistres pour chaque année de réclamation	Demande des données historiques de qualité concernant le statut des sinistres	Facilement reparamétrable	Ne prend pas en compte toute l'information contenue dans les données historiques
	Hypothèses difficiles à vérifier		Sévérité as-if identique pour toutes les années
	Paramétrisation		

Tableau 5.17 – Avantages et inconvénients des deux modèles présentés

Chapitre 6

Conclusion

La réforme Solvabilité II fournit comme nous l'avons vu des méthodes pour étudier l'impact de la réassurance sur les provisions constituées, qui sont difficiles à appliquer dans le cas des traités de réassurance non proportionnels. Par ailleurs, la spécificité de la branche RC Médicale complique l'évaluation de par la longueur des développements. Nous avons donc eu recours à des simulations pour modéliser l'impact de ces traités de réassurance historiques, en faisant une étude préalable de la fréquence et de la sévérité des sinistres graves. Dans le cadre de l'étude de la sinistralité, nous avons eu recours à des méthodes similaires à celles utilisées pour les sinistres corporels en assurance automobile, dans la mesure où l'évaluation du coût des sinistres est similaire.

Cette étude s'insère difficilement dans le processus du provisionnement qui se fonde sur des hypothèses différentes et se fait sur la base de données agrégées. Beaucoup d'ouvrages traitent donc de la mesure de la variance à un an de ces provisions et le plus souvent le traitement de la réassurance se fait soit en utilisant des approximations soit en appliquant les méthodes applicables aux données brutes à des données nettes de réassurance. Il aurait été intéressant d'utiliser à la fois un modèle de provisionnement standard sur des données écrêtées et un des modèles présentés dans cette étude pour voir quel est l'impact d'une méthode ou d'une autre sur la volatilité des provisions nettes de réassurance. Nous nous sommes contentés d'estimer la moyenne et la variance des cessions à l'ultime. Les deux modèles que nous avons présentés donnent des résultats similaires, mais nous préférons utiliser ceux issus du modèle par ré-échantillonnage, qui a l'avantage d'utiliser l'ensemble des données dont nous disposons à la date de l'étude, en particulier le statut des sinistres à la dernière date d'arrêt.

Les modèles que nous avons présentés pourraient avoir d'autres applications, comme la tarification d'un traité de réassurance ou le suivi des performances des traités passés. Le modèle par ré-échantillonnage pourrait être appliqué à la tarification d'un traité de type *Loss Portfolio Transfer*, qui consiste à céder le passif correspondant à des sinistres déjà connus de l'assureur.

Lexique des notations utilisées

PSAP - Provisions Pour Sinistre à Payer

Terme générique incluant les PSAP dossier ainsi que les IBNR.

PSAP dossier

Provisions constituées sinistre par sinistre par les gestionnaires sinistre.

Provisions IBNR (*Incurred But Not Reported*)

Provisions agrégées pour les sinistres survenus, mais inconnus de l'assureur ou dont la provision dossier n'est pas suffisante. Ces provisions se décomposent en IBNER et IBNYR.

Provisions IBNER (*Incurred But Not Enough Reserved*)

Provisions agrégées constituées pour refléter le fait que des sinistres connus de l'assureur sont sous-provisionnés.

Provisions IBNYR (*Incurred But Not Yet Reported*)

Provisions agrégées constituées pour les sinistres non connus de l'assureur.

Règlements

Ensemble des paiements faits par l'assureur pour indemniser un sinistre.

Charge sinistre

Somme des PSAP et des règlements.

Charge sinistre ultime

Évaluation de la charge sinistre à l'année de développement correspondant à l'ultime.

Charge sinistre cédée

Part de la charge sinistre à charge du traité de réassurance concerné.

Bibliographie

- [Autorité de contrôle des assurances et mutuelles, 2008] Autorité de contrôle des assurances et mutuelles (2008). Rapport du groupe de travail sur le calcul du best estimate en assurance dommages.
- [CCR, 2012] CCR (2012). Indemnisation des dommages corporels graves en france.
- [CEIOPS - Groupe consultatif Coordination Group, 2009a] CEIOPS - Groupe consultatif Coordination Group (2009a). Consultation paper no. 28.
- [CEIOPS - Groupe consultatif Coordination Group, 2009b] CEIOPS - Groupe consultatif Coordination Group (2009b). Consultation paper no. 76.
- [CEIOPS - Groupe consultatif Coordination Group, 2009c] CEIOPS - Groupe consultatif Coordination Group (2009c). Valuation of the non-life best estimate using simplified methods.
- [CEIOPS - Groupe consultatif Coordination Group, 2010a] CEIOPS - Groupe consultatif Coordination Group (2010a). Qis 5 technical specifications.
- [CEIOPS - Groupe consultatif Coordination Group, 2010b] CEIOPS - Groupe consultatif Coordination Group (2010b). Report on proxies.
- [Docteur Clotilde ROUGE-MAILLART,] Docteur Clotilde ROUGE-MAILLART. La responsabilité médicale.
- [Dr. Peter Antal, 2003] Dr. Peter Antal (2003). Quantitative methods in reinsurance.
- [Eric Maniable, 2013] Eric Maniable (2013). Mémoire d'actuaire - provisionnement responsabilité civile médicale.
- [Glenn Meyers, 2008] Glenn Meyers (2008). Stochastic loss reserving with the collective risk model.
- [Karl Murphy et Andrew McLennan, 2010] Karl Murphy et Andrew McLennan (2010). A method for projecting individual large claimsa method for projecting individual large claims.
- [Mark Flower, 2007] Mark Flower (2007). Giro 2007 reinsurance counterparty credit risk.
- [Nicolas Thabault, 2002] Nicolas Thabault (2002). Mémoire d'actuaire - la responsabilité civile professionnelle des médecins libéraux.
- [Partrat, 2007] Partrat, C. (2007). *Provisionnement technique en assurance non-vie*. Economica.
- [R.E. Beard, T. Pentikainen, E. Pesonen, 1984] R.E. Beard, T. Pentikainen, E. Pesonen (1984). Risk theory.
- [Sabrina Savarre et Benoit Payre, 2012] Sabrina Savarre et Benoit Payre (2012). Charge ultime nette de réassurance en rc corporelle : 2 modèles stochastiques pour les flottes automobiles.

Annexe A

La méthode Chain-Ladder

La méthode Chain Ladder est une méthode de provisionnement déterministe qui repose sur l'indépendance des facteurs de développement. Soit le facteur de développement individuel $f_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$ pour $i=1..n$ $j=1..n$ En supposant que les facteurs de développement $f_{i,j}$ sont indépendants de l'année de survenance, on les estime par :

$$\hat{f} = \frac{\sum_{i=0}^{n-j+1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j+1} C_{i,j}} \text{ pour } j = 0, \dots, n$$

Ces facteurs nous permettent d'estimer :

- les charges sinistre ultimes par exercice de survenance $\hat{C}_{i,n} = C_{i,n-i} * \prod_{j=n-i}^{n-1} \hat{f}_j$
- les provisions par exercice de survenance $\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i}$

Annexe B

Tests d'ajustement

Ces tests d'ajustement sont utilisés pour déterminer si un échantillon observé suit une fonction connue (dont on connaît la fonction de répartition).

B.1 Le test de Kolmogorov-Smirnov

Soit $(x_1, \dots, x_n)$ l'échantillon observé. Sa fonction de répartition empirique est définie par :

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_{x_i \leq x}$$

$$\sup_x |F_n(x) - F(x)|$$

La distribution de Kolmogorov est la distribution de la variable aléatoire :

$$K = \sup_{t \in [0,1]} |B(t)| \quad (\text{B.1})$$

où $B(t)$ est un pont brownien. Sous l'hypothèse que l'échantillon vient de la distribution considérée, on a la convergence en distribution suivante :

$$\sqrt{n}D_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \sup_t |B(F(t))| \quad (\text{B.2})$$

Ce qui nous permet de construire le test d'ajustement.

B.2 Le test d'Anderson-Darling

Le test d'Anderson-Darling consiste à mesurer la distance entre la fonction de répartition de l'échantillon observée $F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_{x_i \leq x}$ et la fonction de distribution théorique Φ . Si l'on considère les données observées ordonnées $Y_1, \dots, Y_n$, le test statistique s'écrit :

$$A^2 = -n - \sum_{i=1}^n \frac{2i-1}{n} [\ln(\Phi(Y_i)) + \ln(1 - \Phi(Y_{n+1-i}))] \quad (\text{B.3})$$

On peut ensuite comparer A^2 aux quantiles théoriques de la distribution considérée.