

Promotion :

Proposition de mémoire d'actuariat

Stéphane Kolasa / Julien Psaume

Sur le sujet :

Tarification en IARD et nouvelles contraintes de rentabilité :
Etude d'un produit Flotte Automobile

Directeur de mémoire

Michel LUZI



Confidentiel

Préambule

Ce mémoire a pour but d'étudier la tarification d'un produit d'assurance Flotte Automobile et à travers celui-ci la détermination de la rentabilité et l'impact des nouvelles normes de Solvabilité.

Partie essentielle du métier d'assureur, la tarification est depuis quelques années soumise à des contraintes de plus en plus fortes de la part du marché (le développement des bancasseurs et de la vente en ligne a profondément modifié le paysage « assurantiel » français ces dernières années) ainsi qu'à des exigences accrues de rentabilité de la part des actionnaires de la compagnie d'assurance.

L'apparition de techniques actuarielles de plus en plus élaborées, permettant de pratiquer une segmentation plus fine afin de mieux apprécier chaque risque souscrit est souvent battue en brèche par l'accroissement de la concurrence et les politiques de réduction tarifaires pratiquées ces dernières années. La notion de prix « techniquement juste » étant alors opposée au prix « de marché ».

A contrario, l'étude de la rentabilité d'un produit apparaît de plus en plus cruciale avant tout lancement commercial. L'apparition et l'importance croissante depuis quelques années de nouvelles normes de Solvabilité imposent un devoir de clarté de l'entreprise vis à vis de ses actionnaires, en particulier à propos de la rémunération de ceux-ci.

Les contraintes liées aux flottes automobiles combinées au manque d'information par rapport à des véhicules de particulier nous contraignent à devoir révéler l'information « contenue » à travers l'historique d'une flotte afin de pouvoir appréhender au mieux le risque assuré.

A travers l'exemple de la tarification d'un produit Flotte Automobile, nous étudierons les spécificités de ce secteur ainsi que les contraintes induites par les besoins croissants de rentabilité sur cette tarification.

Synthèse du mémoire

La création d'un produit d'assurance IARD répond à deux problématiques : Commerciales et Techniques.

A travers notre mémoire, nous nous attacherons à étudier le point de vue technique dans une approche globale intégrant aussi bien l'aspect modélisation et tarification que l'aspect évaluation de sa rentabilité future.

Les quatre premières parties de ce mémoire sont consacrées au traitement et à la modélisation d'un tarif flotte automobile tandis que la dernière partie se focalise sur les méthodes d'évaluation et de prise en compte de la rentabilité d'un produit d'assurance.

Ces parties se décomposent de la façon suivante :

Une première partie traitant, à l'aide de techniques d'analyse de données de la sélection et des regroupements de variable nécessaires à notre tarification. L'utilisation de ces techniques conjuguées à l'expérience de notre portefeuille (manifestée par l'intégration de nos statistiques descriptives ainsi que notre expérience propre de souscription) nous permet d'affiner au mieux nos regroupements de modalités ainsi que de limiter au maximum les échantillons sous représentés.

Une deuxième partie portant sur la tarification a priori à l'intérieure de laquelle nous utiliserons la décomposition fréquence - Coût moyen. La tarification, basée sur une approche de masse, telle qu'utilisée lors de la tarification de véhicule de particulier, sera réalisée à l'aide des modèles linéaires généralisés et de l'utilisation de diverses lois: poisson, binomiale négative, gamma, normale,... en fonction des garanties recherchées.

La troisième partie portera sur la tarification a posteriori, en soulignant notamment le traitement spécifique des sinistres graves. Cette partie nous permet de prendre en compte la spécificité de l'approche des flottes automobiles que l'on ne peut assimiler à une tarification de véhicule de particulier. En effet, bien que reposant sur des bases communes (des véhicules), celle ci s'en détache que ce soit par la nature de la population observée (de l'automobile grand public en passant par le transport de personnes à l'engin de chantier), que par le coût et la fréquence des risques s'y rattachant. Une étude spécifique a donc du être menée afin d'analyser correctement tous ces impacts et les différences par rapport à une optique de véhicule de particulier.

Partie importante du tarif, le traitement des sinistres graves fera l'objet d'un traitement spécifique, selon les différentes garanties et la taille de notre flotte.

L'expérience de notre portefeuille combinée à l'expérience propre de notre flotte nous donnera notre tarif a posteriori. L'utilisation de technique de réassurance nous permettra de compenser la perte d'information induite par la spécificité d'une flotte automobile.

Nous conclurons ce chapitre par une application numérique sur le portefeuille Allianz et introduirons la notion de rentabilité.

La dernière partie du mémoire s'emploiera à définir ce que l'on peut entendre par un « bon » tarif ?

Est ce un tarif à l'équilibre ou un tarif pour lequel l'actuaire, le chef de produit, le directeur technique, l'actionnaire est satisfait ? C'est en ces termes que se pose la notion de rentabilité. Dans notre mémoire, nous aborderons l'étude de la rentabilité sous ces différents angles et mettrons en évidence l'impact de données "externes" sur celles ci. Nous mettrons plus précisément l'accent sur l'exemple des produits financiers, des variations de taux, de la rémunération souhaitée par l'actionnaire,....

Par le biais d'une approche de type compte de résultat prévisionnel abordant les différents indicateurs de rentabilité (du SP au Roac en passant par la VAN) ainsi que d'une approche de type taux de rendement Interne

plus technique, nous avons, à l'aide de différents scénarios, simulé les impacts d'une évolution des conditions de marché sur notre rentabilité.

Notre conclusion mettra l'accent sur la prudence nécessaire lors de la réalisation d'un produit et l'analyse de sa rentabilité. Ainsi, du fait de la volatilité de ces variables exogènes (induites par les nombreuses hypothèses portant entre autre sur les taux d'actualisation utilisés dans la projection), il est essentiel de lier toute décision portant sur la rentabilité d'un produit aux hypothèses réalistes s'y rattachant, la rentabilité technique étant à distinguer de la rentabilité exigée par un actionnaire.

Mots Clés : Tarification, Modélisation, Modèle Linéaire Généralisé, Réassurance, Analyse de Données, Classification, Rentabilité, Solvabilité, Solvency II, Stochastique, Provisionnement, Taux de Rendement Interne, Compte de Résultat Prévisionnel.

Abstract

The forming of a P&C insurance product satisfies two problems: commercial and technical.

Through our thesis, we will study the technical point of view in a global approach combining modelling and pricing aspects as well as evaluation aspect of its future profitability.

The first four parts of this thesis are devoted to processing and modelling of motor fleet pricing while the last part focuses on evaluation methods and takes into account the profitability of the insurance product.

These parts are subdivided as follows:

The first part treats selection and consolidation of necessary variables for pricing with the help of data analysis techniques. These techniques combined with the experience of our portfolio (integration of our descriptive statistics and our own underwriting experience) allow us to better refine the consolidation of techniques and to minimize the under-represented samples.

The second part studies “a priori” pricing where we will use decomposition frequency – average cost. Pricing based on a mass approach and applied in pricing of private vehicles, will be implemented with the help of generalised linear model and different laws: poisson, negative binomial, gamma, normal,... depending on intended warranties.

The third part deals with “a posteriori” pricing, in particular emphasizing specific examination of serious loss events. This allows us to take into account the specificity of the motor fleet approach that can not be assimilated to private vehicles pricing. Although being commonly grounded (vehicles), they break away as well by the nature of the population observed (going from large public automobile to conveyance of persons through construction site engines) as by the cost and the frequency of the related risks. A specific study has been carried out in order to properly analyse all these impacts and differences compared to particular vehicle.

The processing of serious loss events, an important part of pricing, will be examined aside in accordance with different warranties and the size of our fleet.

Our price “a posteriori” will be obtained from combination of our portfolio experience and that of our own fleet. The information loss resulting from specificity of automobile fleet can be compensated by applying reinsurance technique.

The fourth part is focusing on confidence theory and its application to our study.

In the last part we will define what can be considered as a « good » price. Is it a well-balanced price or a price which satisfies an actuary, a product manager, a technical director or a shareholder? In our thesis we will approach profitability study under different aspects and will demonstrate the impact of « external » data on it. In particular, we will emphasize the example of financial products, floating rates, financial remuneration expected by the shareholder...

With the help of different scenarios and through approach of a financial result account approaching different profitability indicators as well as a more technical approach of the internal yield to maturity, we have simulated the impacts of market environment development on our profitability.

Our conclusion will place an emphasis on caution necessary for elaboration of a product and its profitability analysis. Thus, due to the volatility of these exogenous variables (resulting from numerous hypotheses dealing with actuarial rate used in estimate) it is very important to relate any product profitability decision to realistic hypothesis. The technical profitability should be differentiated from the profitability requested by a shareholder.

Keywords : Pricing, Modelling, Generalized Linear Model, Reinsurance, Data Analysis, Classification, Profitability, Solvency, Solvency II, Stochastic, Provisioning, Internal rate of Return, Estimated Profit and Loss Account.

Introduction.....	9
I. Traitement des Variables	13
I.1. Introduction :.....	13
I.2. Choix des indices Synthétiques	14
I.3. Domaine Etudié et Statistiques Descriptives	14
I.4. Sélection des variables.....	16
I.5. Techniques de regroupement des modalités.....	18
I.5.1. Choix et retraitement de la variable à expliquer.....	19
I.5.2. Analyse numérique.....	20
I.6. Conclusion :.....	30
II. Tarification a Priori et Modèle Linéaire Généralisé	32
II.1. Introduction :.....	32
II.2. Test d'Adéquation aux différentes lois.....	33
II.2.1. Test du Chi-Deux.....	35
II.2.2. Test du Rapport des Vraisemblances Maximales(RVM)	36
II.3. Modélisation de la Fréquence de Sinistre.....	39
II.3.1. Méthodologie Utilisée et variables sélectionnées	39
II.3.2. Sélection des variables.....	40
II.3.3. Traitement de la Sur dispersion.....	41
II.3.4. Mesure de la qualité de l'ajustement	41
II.3.5. Application au cas de la Fréquence RC Matérielle	41
II.4. Modélisation de la Charge Sinistre	47
II.4.1. Domaine et variables étudiées	47
II.4.2. Problématique des Sinistres dits « Graves »	47
II.4.3. Modélisation de la Charge Sinistre	48
II.4.4. Traitement des sinistres « Graves »	49
II.5. Conclusion :.....	50
III. Tarification à Posteriori et mise en œuvre du tarif	52
III.1. Introduction.....	52
III.2. Tarification selon l'expérience du portefeuille	57
III.2.1. Observation d'une garantie sur un exercice de survenance.....	58
III.2.2. Observation d'une garantie sur plusieurs exercices de survenance.....	60
III.2.3. Ajustement de la base de données utilisée	61
III.2.4. Choix des fonctions de distribution	62
III.2.4.1. Nombres de sinistres en excédent d'un seuil X.....	62
III.2.4.2. Montants de sinistres en excédent d'un seuil X.....	63
III.3. Détermination du seuil	65
III.3.1. La recherche du seuil	65
III.3.1. Applications numériques.....	68
III.4. Tarification selon l'expérience de la flotte (partie inférieure au seuil)	71
III.4.1. L'actualisation des montants	71
III.4.2. L'écrêtement.....	71
III.4.3. La liquidation des sinistres.....	72
III.4.4. L'actualisation pour tenir compte de la transformation du portefeuille	80
III.4. 5. Tarification sur l'expérience du portefeuille (partie supérieure au seuil).....	82
III.5. Application du tarif flottes.....	83
III.5.1. Combinaison du tarif « a priori » et du tarif « a posteriori »	83
III.5.2. Liaison des deux tarifications basées sur l'expérience du portefeuille.....	83
III.5.3. Liaison des tarifs « a priori » et « a posteriori »	84
III.6. Simulation tarifaire	87
III.7. Conclusion.....	90
IV. Etude de rentabilité	92
IV.1. Introduction.....	92
IV.2. Indicateurs de rentabilité.....	94

IV.2.1.	Ratio de sinistralité S/P	94
IV.2.1.1.	Composante Sinistre	94
IV.2.1.2.	Composante Prime	95
IV.2.2.	Ratio Combiné	96
IV.2.2.1.	Définition	96
IV.2.2.2.	Méthodologie	97
IV.2.3.	Ratio de rentabilité RoAC	97
IV.3.	Estimation d'un montant de capital alloué	99
IV.3.1.	Démarche adoptée	99
IV.3.2.	Méthodes de calcul du Risk Capital	100
IV.3.2.1.	Solvabilité 1	100
IV.3.2.2.	Modèle RBC de S&P	101
IV.3.2.3.	Modèle interne Allianz	102
IV.3.3.	Prise en compte des corrélations	104
IV.3.3.1.	Corrélations entre risques	104
IV.3.3.2.	Corrélations entre garanties	106
IV.3.4.	Applications	106
IV.3.4.1.	Risque de souscription (C3)	106
IV.3.4.2.	Risque de provisionnement (C4)	109
IV.3.4.3.	Risque d'actif (C1)	114
IV.3.4.4.	Risques de business (C6) et opérationnels (C7)	114
IV.3.4.5.	Synthèse des résultats	114
IV.4.	Analyse de rentabilité	115
IV.4.1.	Périmètre retenu	115
IV.4.2.	Analyse du compte de résultat prévisionnel	120
IV.4.3.	Le taux de rendement interne (TRI)	124
IV.5	Conclusion	130
	Conclusion	132

Introduction

L'assurance automobile n'est pas nouvelle en France et les méthodes de tarification la concernant sont nombreuses et bien maîtrisées par les actuaires. Toutefois, bien que de nombreux mémoires traitent de la tarification de véhicules de particuliers, l'aspect flotte automobile est le plus souvent négligé.

Sa part de marché reste cependant non négligeable et mérite qu'on s'y attarde : alors que l'assurance automobile représente près de 40% (soit 17,9 Mds d'Euros en 2008) du chiffre d'affaire en assurance de biens et de responsabilité, l'assurance des flottes représente près de 12% de ce total. (Source étude FFSA Septembre 2008 et Assurer N° 139).

Regroupées au sein d'une même direction, les études concernant les véhicules de particuliers et les flottes automobiles restent strictement différenciées.

Les flottes automobiles évoluant dans un environnement professionnel, celles ci sont confrontées et obéissent à des règles et contraintes différentes de l'univers plus « standard » du grand public. Nous aurons l'occasion tout au long de notre mémoire de souligner ces particularités.

Avant tout traitement et réflexion préalable concernant la mise en place d'un tarif, il est important de bien définir ce que l'on entend par « Flotte Automobile ».

On appelle **Flotte Automobile** le regroupement de plusieurs véhicules appartenant à un même assuré. Par ailleurs, le terme « automobile » doit être entendu au sens large puisqu'il englobe tous les véhicules terrestres à moteur autres que les motocyclettes. Ces véhicules peuvent donc être de catégorie similaire ou totalement différente (Camion, Véhicules 1ère Catégorie, Véhicules 2^{ème} Catégorie, Tracteur, Engins de Chantier, ...).

Les véhicules dits d'entreprise (ou flotte automobile) se décomposent en 4 catégories :

- 1ère catégorie: les véhicules de tourisme et les véhicules commerciaux dont le poids total autorisé en charge (PTAC) n'excède pas 3,5 Tonnes ($\leq 3,5 T$)
- 2ième catégorie: composée des camions, remorque et semi remorque d'un PTAC $< 3,5 T$ et des tracteurs routiers d'un poids roulant autorisé (PTRA) $> 3,5 T$
- 3ième catégorie: les 2 roues, cycles, tricycles et quadricycles à moteur
- 4ième catégorie: (ou véhicules spéciaux) les remorques $< 3,5 T$, les engins de manutention et de chantiers, les tracteurs et machines agricoles, les tondeuses et engins assimilés.

Contrairement aux véhicules dits de particuliers, ces contrats ne sont pas assujettis à la clause de bonus / malus et seront ainsi revalorisés annuellement en fonction, d'une part des sinistres déclarés par l'assuré et d'autre part, des résultats techniques observés par la compagnie. Seuls les véhicules et leurs conducteurs, dans les limites contractuelles, sont couverts par ce contrat. Les modifications du parc assuré devant être communiquées à l'assureur.

Il n'existe pas de définition précise du nombre minimum de véhicules composant une flotte, la seule référence que l'on puisse trouver dans le code des assurances est la règle selon laquelle la clause réglementaire de bonus-malus n'est pas obligatoire « pour les contrats garantissant plus de trois véhicules appartenant à un même propriétaire » (Article 121.2 du code des Assurances).

La frontière avec les véhicules dénommés « Particuliers » est donc soumise à hypothèse, il arrive même que certaines flottes automobiles soient des flottes de 1 véhicule !!! Par souci de simplification, il est fréquent de considérer que les flottes d'au moins cinq véhicules nécessitent une approche spécifique différente de l'approche véhicule par véhicule utilisée pour des véhicules Particuliers.

Une des différences majeures avec les risques automobiles dits de « Particuliers » réside également dans la gestion des Exclusions de Garantie. Ainsi, alors que pour des véhicules individuels, des exclusions telles que les marchandises transportées et l'alcoolisme sont courantes, ces dernières ne sont pas prises en compte pour les garanties «standards» des flottes automobiles (RC, Dommage, Vol). En effet, l'assuré étant une entreprise, la conduite du chauffeur est distinguée de celle de l'assuré. Cela n'empêche pas la possibilité de recours contre le chauffeur de la part de la compagnie (notamment en RC).

Contrairement aux contrats de véhicule de particuliers, de nombreux montages peuvent coexister pour des contrats flottes.

On distingue ainsi des contrats dits révisables : la prime de la flotte automobile est revue en fonction d'une variable définie contractuellement (principalement le Chiffre d'Affaire, masse salariale, nombre de kilomètre parcourus,...). Les flottes concernées doivent être homogènes au cours des exercices (garanties identiques par catégories de véhicules) et doivent refléter correctement le risque. Ainsi, un contrat au chiffre d'affaire garantissant des représentants de commerce, ne sera plus représentatif du risque en période de crise ou un plus grand kilométrage peut correspondre à un plus faible chiffre d'affaire.

L'aspect tarification automobile d'une flotte de véhicule est souvent, à tort, assimilée à une tarification de véhicule de particulier auquel il convient simplement d'appliquer ensuite un coefficient de « Mutualisation » des risques proportionnels à la taille de la Flotte.

Cette méthode, bien que pratique, ne correspond pas à la réalité de la tarification d'une Flotte Automobile :

1. Les flottes de véhicule sont souvent constituées de véhicule de classe et de catégories très hétérogènes (du véhicule de particulier au camion, en passant par les taxis et les engins de chantier...). Une flotte peut donc aussi bien contenir des camions, des engins de chantier et la voiture de fonction du directeur.
2. Contrairement aux approches de véhicules de particuliers, il est rare que l'assureur dispose d'informations précises et mises à jour sur le conducteur d'un véhicule de flotte automobile. Ainsi, toutes les données correspondant aux caractéristiques du conducteur (bonus malus, date d'obtention du permis de conduire, CSP, sexe,...) doivent être considérées comme inexactes voire inexistantes. Afin de compenser cette perte d'information, nous analyserons la sinistralité de la flotte et nous la comparerons à celle de notre portefeuille Flotte Automobile.
3. L'information concernant le détail des véhicules n'est pas toujours connue : elle dépend de la nature de la flotte, que l'on décompose en deux groupes : Les Flottes à Véhicules Désignés et Les Flottes à Véhicules Non Désignés.

On appelle Flotte à Véhicules Non Désignés une flotte dont on ne connaît pas l'immatriculation des véhicules. Des informations synthétiques (nombre de véhicule, type de véhicule) sont fournies par l'intermédiaire (Agent ou Courtier) et ne sont souvent mises à jour qu'annuellement. Généralement ce type de flotte correspond à des flottes de taille importante ou à des flottes pour lesquelles l'information est imparfaite suite à des problèmes divers (migrations informatiques,...). Les expositions ne sont alors connues qu'imparfaitement.

On appelle Flotte à Véhicules Désignés des flottes pour lesquelles on dispose des immatriculations de chaque véhicule. Nous disposons pour ces flottes de toutes les informations nécessaires (usage, exposition du véhicule, type de véhicule, flux d'entrée et de sortie de véhicule,...) et pouvons ainsi croiser ces informations avec la sinistralité de chaque véhicule. Le détail de la codification des modalités des variables Genre et Usage est disponible en Annexe II.

Selon les types de véhicules la composant, la flotte est intégrée à un des produits composant notre portefeuille.

Les Garanties :

L'obligation d'assurance fait l'objet de l'article L.211.1 du code des assurances.

En assurance automobile, deux garanties sont obligatoires : la Responsabilité Civile (RC) et la Catastrophe Naturelle.

La RC est décomposée en deux catégories :

- Corporelle (RC Corp), couvrant les dommages corporels subis par le tiers
- Matérielle (RC Mat), couvrant les dommages matériels subis par le tiers.

La garantie de Catastrophe Naturelle (Cat Nat) correspondant aux évènements survenus lors de catastrophe naturelle est obligatoire depuis la loi du 13 juillet 1982 (articles L125-1 à L125-6 du code des assurances) pour tous les contrats, dès lors que le contrat comporte une garantie Dommages aux Biens.

L'article R221-8, instaurant que les dommages subis par la personne conduisant le véhicule ne sont pas pris en charge, quelles que soient leurs natures, a eu pour conséquence le développement de garanties supplémentaires ayant pour but de protéger un patrimoine ou une personne.

Parmi toutes ces garanties « complémentaires », on recense principalement :

- Dommage (DOM) : Cette Garantie reprend l'ensemble des autres garanties de type Dommage (Dommage tout accident et Dommages accidents par collisions) résultant de la collision avec un corps fixe ou mobile ou d'un versement.
La garantie Dommages tous accidents est un bon exemple de la spécificité d'une flotte automobile : cette garantie intègre en base les actes de vandalisme, la rupture d'arrimage, d'objets et/ou de marchandises transportées pour les véhicules de + de 3t5.
- Bris de Glace (BDG) : Garantie des dommages consécutifs aux bris des parties vitrées du véhicule
- Assistance,
- Vol : Garantie du préjudice résultant de la disparition ou de la détérioration du véhicule assuré à la suite d'un vol ou d'une tentative de vol
- Incendie

A ces garanties, on peut adjoindre selon les besoins des options différentes (Nombre Maximum de Km parcouru, Remboursement à Valeur Neuve, Présence de Franchise,...).

Au sein du portefeuille Agents Flottes Automobiles d'Allianz, la répartition en charge et véhicule des différentes garanties est la suivante :

Décomposition par Garantie du Portefeuille	Nbre Véhicule	Nbre Sinistre	Charge Brute	Prime Portefeuille
VOL	131 101	924	2 179 761	9 736 533
BDG	115 425	12 114	4 018 282	5 067 758
RC	156 031	9 596	16 112 509	28 842 388
DOM	131 802	11 796	19 859 740	30 521 706

La garantie Catastrophe Naturelle, bien qu'obligatoire ne sera pas étudiée dans ce mémoire en raison de la fixation de son tarif par la réglementation (6% de la prime correspondant à la prime Vol et Incendie ou 0,5% de la prime Dommage Tous Accidents). Une étude sur la rentabilité incluant cette garantie soumettra notre tarif à des aléas exceptionnels qui en eux-mêmes, mériteraient un mémoire supplémentaire.

L'objectif de ce mémoire n'étant pas de tarifer toutes les garanties présentes sur le marché ainsi que leurs dérivées possibles, nous nous limiterons à la tarification de la garantie RC et des garanties BDG, Dommage et Vol qui sont les plus courantes.

A travers la création d'un produit Automobile, et plus spécifiquement, celui d'une Flotte Automobile, nous analyserons à l'aide de méthodes actuarielles la mise en place de ses normes tarifaires, ainsi que sa validation en fonction de critères de rentabilité techniques et financiers.

Le tarif de notre produit sera le résultat d'une tarification dite a priori et d'une tarification a posteriori. Le lien entre ces 2 tarifs sera réalisé à l'aide de la théorie de la crédibilité.

On appelle tarification a priori, les méthodes de tarification basées sur des risques nouvellement assurés ou dont on ignore la statistique sinistre, la prise en compte de la sinistralité (et par la même de l'expérience propre de la flotte) étant elle, prise en compte dans la tarification dite a posteriori.

Nous conclurons la mise en place de notre tarif par une simulation tarifaire ainsi qu'une comparaison avec le tarif technique existant.

La deuxième partie de notre mémoire traitera de la problématique liée à l'estimation de la rentabilité d'un produit. En effet, créer un produit est toujours possible, mais sur quels critères peut-on estimer sa rentabilité actuelle et future et ainsi, l'intérêt de le commercialiser ?

Cette question, bien que souvent débattue n'a pas encore dans notre processus de décision la place qui lui revient. A travers l'étude des différentes composantes de la rentabilité, notamment celles créées par les contraintes liées à Solvency 2, nous tenterons, à l'aide de différentes méthodes, de déterminer des indicateurs de celle-ci ainsi que des réponses pouvant être apportées à une demande supplémentaire de rentabilité.

I. Traitement des Variables

I.1. Introduction :

Après avoir défini dans notre introduction la nature d'une flotte automobile ainsi que la différence d'appréciation nécessaire avec une approche de véhicule de particulier, nous étudierons dans cette partie les spécificités de ce portefeuille afin d'affiner au mieux notre approche.

A partir des bases de données Allianz, nous avons dans un premier temps défini la population que nous désirions tarifier. Notre choix s'est porté sur les véhicules de première catégorie pour des raisons de mesure de risque mais également afin de pouvoir conserver un lieu dans notre méthodologie avec l'approche des véhicules de particuliers.

Une fois notre population définie, nous nous sommes attachés à créer une base de données globale comportant l'ensemble des informations dont nous pouvons disposer pour réaliser notre étude. Dans ce but, nous avons croisé les informations issues de nos bases « sinistres » avec celles issues de nos bases « portefeuille ».

Du fait de la faible représentation de certaines variables, une sélection de celles-ci « par défaut » sera préalablement réalisée.

Pour les autres, l'utilisation de statistiques descriptives afin de mieux connaître l'environnement dans lequel évoluent les flottes automobiles, conjuguée à l'emploi de méthodes d'analyse de données, nous apparaît comme une bonne alternative afin de pouvoir mieux appréhender les composantes de notre étude et également d'effectuer les regroupements et la sélection des variables nécessaires.

La vision « statistique et brute » de nos résultats sera ensuite pondérée par une vision réaliste et cohérente au vu de notre expérience.

Deux des composantes majeures de notre tarif, les variables Usage et taille de la flotte, seront étudiées en détail, de même que leurs possibles interactions avec les autres variables explicatives.

Le traitement des autres variables ne sera pas pour autant négligé, mais, afin de faciliter la lecture de ce mémoire, nous ne présenterons que la synthèse des résultats. Le détail de ces analyses sera disponible en Annexe II.

Nous introduirons la « cible » privilégiée de notre étude : les véhicules commerciaux et de tourisme, ainsi que les raisons de ce choix : cette population apparaît en effet comme la population la plus représentée au sein des flottes d'entreprise, est facilement identifiable et surtout est moins soumise à des risques extrêmes (tant en coût, qu'en fréquence). Ce parti pris se verra conforté par l'analyse réalisée à l'aide de nos statistiques descriptives. Les autres types de véhicules seront également analysés, notamment en raison de la possibilité d'assurer plusieurs catégories de véhicule au sein d'une flotte et en raison de la diversité nécessaire de notre portefeuille.

Notre produit s'adressant à des flottes composées majoritairement de véhicules dits de 1ère catégorie, il sera intéressant de comparer les variables mises à notre disposition avec celles prises en compte lors d'une tarification de véhicule de particulier, sans pour autant négliger dans notre analyse les autres catégories de véhicule, du fait de leur présence fréquente dans chaque flotte (voir en totalité selon les cas).

Rappel sur les principes d'une tarification de véhicules particuliers :

La tarification des véhicules particuliers en France est soumise à des contraintes réglementaires :

- Instauration d'une clause de Bonus-malus,
- Limitation des majorations tarifaires appliquées aux conducteurs novices (Article 335.9 code des assurances)

I.2. Choix des indices Synthétiques

Notre domaine d'étude s'étendant sur plusieurs années, il est nécessaire de pratiquer l'actualisation de nos sinistres afin de pouvoir les traiter et les comparer sur des bases identiques.

Pour cela, nous nous baserons sur des indices professionnels, dont les indicateurs nous sont fournis par l'environnement économique (Insee, ffsa,...). Selon le type de garantie et notre appréciation du risque (notamment en cas de dérive jurisprudentielle), l'évolution de cet indice pourra se trouver majoré.

Un sinistre clôt ayant un coût de 100 pour l'année N sera comparable à un coût actualisé de $100 \cdot (1+X\%)$ l'année N+1, avec X un indice d'inflation prédéfini.

En fonction des différentes garanties à tarifer, les indices utilisés seront différents (Cf. Annexe I). Par exemple, les sinistres Corporels seront actualisés avec l'indice du coût d'hospitalisation tandis que les sinistres matériels seront actualisés à partir de l'indice du coût des réparations.

I.3. Domaine Etudié et Statistiques Descriptives

Nous venons de voir sur quel type de véhicule portait notre étude ainsi que les garanties prises en compte.

Allianz dispose depuis l'année 2001 d'un système informatique spécifique permettant de retracer les historiques et les informations nécessaires.

Afin de prendre en compte le plus efficacement possible les évolutions de notre portefeuille, tant du point de vue des sinistres que des véhicules, nous utiliserons les informations disponibles entre janvier 2002 et décembre 2007 soit 5 années.

Du fait de contrainte informatique, nous nous cantonnerons à l'étude d'un produit sur le réseau des Agents. Il pourrait être intéressant par la suite de mesurer l'adéquation de ce produit sur notre portefeuille issu du Courtage.

Les produits correspondent aux véhicules les plus représentés au sein d'une flotte. Il est fréquent (notamment dans notre étude) que de multiples types de véhicules soient présents au sein d'une flotte précise. Le portefeuille Agents d'Allianz par produit Flotte Automobile est au 30/09/2009 le suivant :

Portefeuille	Code produit	Nbre Contrat au Portefeuille	Nbre Véhicule	Nbre Moyen de Véhicules par Flottes	Prime Portefeuille	Prime Moyenne par Véhicule	Prime Portefeuille Moyenne par Flotte
ENGIN AGRICOLE OU FORESTIER	19099	176	3 478	20,1	784 131	222	4 458
VEH 1ERE CAT (moins de 3,5 tonnes)	19199	4 828	91 767	19,1	48 501 544	525	10 032
TRANSPORT PRIVE (plus de 3,5 tonnes)	19399	595	13 893	23,3	8 582 937	615	14 350
ENGIN DE CHANTIER	19499	122	2 925	24,0	1 300 446	444	10 636
COLLECTIVITES LOCALES OU TERRITORIALES	19599	118	9 252	78,8	3 660 250	394	30 995
T.P.M.	19699	569	23 467	41,1	19 820 749	840	34 544
T.P.V. - AUTOCAR	19773	3	18	6,0	7 716	429	2 572
T.P.V. - DIVERS	19799	235	4 035	17,1	4 327 585	1 072	18 298
ENGINS DE MANUTENTION ET CHARIOTS	19899	83	1 486	17,5	363 603	254	4 445
VEHICULES SPECIAUX	19A99	50	977	19,9	364 286	367	7 286
MISSION ET CONVOYAGE	19B99	434	3 161	7,3	451 806	143	1 041
LOCATION DE PLUS OU MOINS DE 3,5 TONNES	19C99	56	1 592	28,4	1 338 254	840	23 897
Total		7 269	156 031	21,5	89 503 307	574	12 313

Afin d'offrir à notre étude un nombre de police et de véhicule le plus significatif possible, nous décidons de concentrer notre mémoire sur le produit 19199, correspondant aux véhicules de 1^{ère} catégorie (voitures particulières et véhicules utilitaires de PTAC inférieurs à 3,5 tonnes), soit 92 000 véhicules en cours pour près de 5 000 polices.

Selon l'approche étudiée (Sinistres ou portefeuille), le spectre des informations utilisées sera plus ou moins large.

Afin de mettre en valeur les différentes analyses ainsi que leur application concrète, des statistiques portant sur le coût des sinistres seront présentées dans la partie a Posteriori du mémoire.

Nous nous intéresserons ici plus particulièrement aux aspects concernant notre portefeuille ainsi qu'aux évolutions de fréquence. Des résultats plus détaillés sont eux présentés en Annexe II.

Au 30/09/2009, la répartition des affaires nouvelles des véhicules en fonction de leurs caractéristiques est la suivante :

Suivi des Affaires Nouvelles	Code produit	Nbre Affaires Nouvelles	Nbre Véhicule	Nbre Moyen de Véhicules par Flottes	Prime Portefeuille	Prime Moyenne par Véhicule	Prime Portefeuille Moyenne par Flotte
ENGIN AGRICOLE OU FORESTIER	19099	22	521	23,4	111 974	215	5 037
VEH 1ERE CAT (moins de 3,5 tonnes)	19199	450	6 896	15,3	3 339 202	484	7 417
TRANSPORT PRIVE (plus de 3,5 tonnes)	19399	37	575	15,6	380 695	663	10 308
ENGIN DE CHANTIER	19499	15	298	20,1	125 806	422	8 507
COLLECTIVITES LOCALES OU TERRITORIALES	19599	13	3 811	290,6	1 800 026	472	137 290
T.P.M.	19699	63	1 360	22,0	1 282 329	930	20 456
T.P.V. - AUTOCAR	19773	2	9	6,0	2 465	274	1 643
T.P.V. - DIVERS	19799	19	221	11,4	231 192	1 045	11 876
ENGINS DE MANUTENTION ET CHARIOTS	19899	3	308	88,9	28 286	92	8 179
VEHICULES SPECIAUX	19A99	5	75	15,8	14 352	191	3 014
MISSION ET CONVOYAGE	19B99	104	832	8,0	117 889	142	1 130
LOCATION DE PLUS OU MOINS DE 3,5 TONNES	19C99	8	70	8,4	24 007	342	2 858
Total		742	14 995	20,2	7 456 223	497	10 053

A ce stade de notre étude, plusieurs constatations s'imposent déjà :

- Notre produit de référence, le 19199 n'est pas composé uniquement de véhicules de première catégorie. Le nombre total de véhicules de première catégorie étant de 54 000, alors que le nombre de véhicule du 19199 est de 92 000.
- En fonction des types de véhicules, on constate des montants de prime moyenne fortement différents. On peut ainsi intuitivement supposer que les variables mettant en relief les spécificités des véhicules peuvent être discriminantes dans notre analyse. Parmi celles ci, nous nous intéresserons plus particulièrement aux variables Genre et Usage.

Ce tableau nous permet également d'illustrer l'une des spécificités majeures des flottes automobiles par rapport à une analyse de véhicule individuel : l'hétérogénéité des types de véhicules rend délicate et complexe une tentative de tarification incluant l'utilisation d'un simple coefficient de mutualisation.

Cette analyse se retrouve confirmée par l'observation ci dessous de notre parc Affaire Nouvelles par Genre de Véhicule :

Répartition des Véhicules	Nbre Véhicule	Prime Portefeuille	Prime Moyenne par Véhicule
VEHICULES PREMIERE CATEGORIE	53 864	38 634 155	680
VEHICULES DEUXIEME CATEGORIE	11 494	9 427 721	820
VEHICULES TPM	13 775	15 396 716	1 118
VEHICULES TPV	4 083	4 660 327	1 141
ENGINS AGRICOLES	5 623	675 028	120
VEHICULES SPECIAUX	17 043	4 925 866	289
VEHICULES TROISIEME CATEGORIE	609	235 464	387
VEHICULES DE COLLECTION	149	22 753	153
FLOTTES à VEHICULES NON DESIGNES	49 391	17 525 277	355
Total	156 031	89 503 307	574

La création d'un nouveau produit devra donc prendre en compte cette spécificité et ne pas se cantonner à une étude des seuls véhicules de 1^{ère} catégorie mais à des véhicules de type différents.

I.4. Sélection des variables

Les sociétés de transport étant composées de chauffeur issus d'expériences différentes, il n'existe pas de coefficient de bonus / malus spécifique à un employeur. Il convient alors de le recréer en fonction des antécédents « à usage professionnel » de l'entreprise.

Nous disposons de deux catégories principales de fichiers exploitables à l'aide de requêtes SAS :

- Des données issues de nos tables dites portefeuilles regroupant les informations relatives aux contrats et aux véhicules (N° de police, N° d'immatriculation du véhicule, Date de Création de la police, Date de Résiliation de la police, Garanties Souscrites, Primes,...).
- Des données issues de nos tables dites sinistres regroupant toutes les informations relatives aux sinistres (N° de Sinistre, date d'ouverture du sinistre, date d'enregistrement du sinistre, Code Garantie Sinistrée, ...).

Les informations concernant les primes et les sinistres seront ensuite intégrées afin de mesurer les écarts engendrés par leur apport.

Ces tables sont disponibles sous format annuel, trimestriel ou mensuel selon les besoins.

Les variables sous représentées ou pour lesquelles l'information retranscrite est insuffisante ne feront pas l'objet d'études spécifiques. Celles-ci seront dès le départ supprimées. C'est notamment le cas de variables essentielles lors de la tarification de véhicule de particulier telles que l'âge du conducteur, la marque du véhicule, la couleur du véhicule,...

Une présélection des variables sera réalisée à l'aide des techniques d'analyse de données.

Les résultats obtenus à l'aide de diverses statistiques descriptives mettent déjà en valeur des différences notables, aussi bien en terme de fréquence qu'en terme de coût moyen, pour les variables Usage et Genre.

Fréquence et Coût Moyen de la variable Usage :

Usage \ Fréquence	Matérielle	Corporelle	Dommmage	Bris De Glace	Vol
AUTRES USAGES	7,4%	0,3%	10,6%	10,0%	0,3%
BESOINS NON PROFESS. ET PROF	7,6%	0,9%	16,5%	14,6%	1,1%
CHANTIER MANU AGRI	4,0%	0,1%	5,0%	5,9%	0,4%
DEPLACEMENTS TECHNIQUES	7,1%	0,9%	15,2%	13,7%	1,1%
TOUS DEPLACEMENTS	8,9%	1,2%	19,8%	16,2%	1,3%
TPM	15,5%	1,2%	17,9%	28,2%	0,3%
Transport propres comptes	12,1%	0,6%	11,6%	11,8%	0,4%

Usage \ Cout Moyen	Matérielle	Corporelle	Dommmage	Bris De Glace	Vol
AUTRES USAGES	1 291	6 894	2 310	381	3 829
BESOINS NON PROFESS. ET PROF	1 204	6 124	1 559	298	2 367
CHANTIER MANU AGRI	1 295	2 464	3 773	532	4 452
DEPLACEMENTS TECHNIQUES	1 224	3 095	1 574	314	2 078
TOUS DEPLACEMENTS	1 664	2 835	1 561	311	2 076
TPM	1 284	4 831	3 546	321	3 175
Transport propres comptes	1 296	2 101	1 898	401	3 202

Selon les garanties et les Usages, la fréquence ainsi que le Coût Moyen sont très différents. Ainsi, si pour la RC Matérielle, on obtient un Coût Moyen de près de 1 200 € pour les « Déplacements Techniques » et les « Besoins non-Profess », ce coût est de près de 1 664 € en cas d'Usage de type « Tous Déplacements ». La même diversité est obtenue en observant les fréquences, pour lesquelles les « TPM » apparaissent les plus sinistrées (particulièrement en BDG).

* Transport Privé de Marchandise

Fréquence et Coût Moyen de la variable Genre :

Genre \ Fréquence	Matérielle	Corporelle	Domage	Bris De Glace	Vol
Ambu_Taxi	10,6%	1,4%	24,0%	21,3%	0,2%
Autocar	6,8%	0,9%	12,3%	6,7%	0,3%
Camion	15,3%	0,7%	11,6%	10,5%	0,4%
Camionnette	9,0%	1,0%	15,0%	14,5%	1,0%
Engins Agri	3,6%	0,1%	3,3%	3,9%	0,1%
Engins de Chantier	5,8%	0,1%	5,6%	7,9%	0,5%
Engins de Manutention	3,0%	0,0%	6,5%	2,9%	0,0%
Remorque	0,2%	0,0%	0,2%	0,4%	0,1%
Scooter	3,0%	1,0%	4,9%	1,4%	2,3%
Tracteur Routier	17,4%	0,9%	14,6%	21,4%	0,4%
Veh 1er Cat Div	2,4%	0,1%	10,1%	3,0%	0,2%
Veh Commercial	8,5%	1,0%	16,1%	14,0%	1,3%
Veh Particulier	7,6%	1,0%	20,0%	15,8%	1,2%
Veh Special	5,0%	0,2%	6,0%	6,3%	0,2%

Genre \ Cout Moyen	Matérielle	Corporelle	Domage	Bris De Glace	Vol
Ambu_Taxi	1 142	2 708	1 581	299	2 986
Autocar	995	5 781	2 380	723	-
Camion	1 248	2 678	2 405	381	3 323
Camionnette	1 198	7 259	1 618	276	2 258
Engins Agri	1 145	3 912	3 122	371	932
Engins de Chantier	1 571	33 296	4 786	568	5 637
Engins de Manutention	1 197	10 927	2 328	495	5 326
Remorque	1 096	234	1 051	464	1 776
Scooter	972	731	1 089	263	1 955
Tracteur Routier	1 488	10 607	3 288	391	10 629
Veh 1er Cat Div	991	-	1 449	302	2 797
Veh Commercial	1 219	3 582	1 543	290	2 255
Veh Particulier	1 599	2 326	1 546	338	2 138
Veh Special	1 150	1 584	2 380	510	1 190

On constate la forte représentativité des Véhicules Particulier et des camionnettes. Cette représentativité étant conforme à notre objectif (tarifier des flottes composées majoritairement de véhicules de 1ere catégorie), nous décidons d'analyser ces données à l'état brut.

On constate la plus forte sinistralité de certains Usages (toutes garanties confondues), c'est le cas des Camions et Tracteurs Routiers.

Fréquence et Coût Moyen de la variable Dep (Département) :

En raison de l'importance des données concernant cette variable, l'intégralité de cette analyse est disponible en Annexe II et III.

La réalisation d'une Analyse des Correspondances Multiples sur notre portefeuille nous confortera dans nos choix, nous permettant ainsi de limiter le nombre de variables à étudier.

L'analyse des statistiques descriptives (cf. Annexe II et statistiques ci dessus), ainsi que les résultats obtenus par l'Analyse des Correspondances multiples montrent que les variables Départements (Dep) et Usage du Véhicule semblent bien adaptées à notre portefeuille. Une variable spécifique, intégrant la taille des flottes et que l'on regroupera partiellement en classe (Cl_Flo) fera également partie de notre étude.

D'autres variables explicatives pourront également être intégrées, en fonction de leur représentativité et de leur importance, c'est entre autre le cas de la variable Genre de Véhicule. Les modalités de chacune de ses variables sont disponibles dans l'Annexe III.

La variable Département semble également discriminante, bien que son utilisation pour ce type de produit soit soumise à discussion. En effet, l'utilisation de ce critère pour une flotte n'est pas évident : bien qu'appropriée pour des véhicules ayant un usage local (artisan, engins de chantier, collectivité locale,...), son importance reste secondaire pour les véhicules ayant un usage national, voir international (TPM,...). Ne disposant pas de la variable nombre de kilomètres parcourus par véhicules par an, nous décidons toutefois de conserver cette information nous permettant d'avoir une vision « géographique » de notre portefeuille.

I.5. Techniques de regroupement des modalités

Une des problématiques de notre étude réside dans la multiplicité des informations disponibles.

Il serait beaucoup plus fiable de disposer d'un codier le plus précis possible, mais, la multiplicité des modalités de nos variables laisserait trop de zones sans observations dans nos estimations. Il convient donc de regrouper les modalités ayant un comportement statistique similaire.

Cependant, établir un regroupement uniquement en fonction des statistiques sinistres s'avérerait maladroit compte tenu de l'influence croisée des variables sur la sinistralité.

A titre d'illustration, le fait d'avoir une catégorie plus représentée que la moyenne (les taxis par exemple) dans un département, n'implique pas forcément que ce département est plus sinistré que les autres à population identique.

Le traitement de ces « surreprésentations » permettra de traiter les effets croisés induits par ses variables et d'analyser l'effet propre de chacune d'entre elles.

Une attention particulière sera portée au cas de la variable Usage dont nous détaillerons l'analyse ci dessous.

Regroupement de certaines modalités :

La zone géographique, le Genre et l'Usage, bien qu'apportant une information très précise sur la sinistralité à un endroit, pour un type de véhicule donné ne sont pourtant pas exploitables en l'état.

En effet, leur intégration sans retraitement conduirait à un modèle de tarification trop « lourd ». Le nombre de paramètres en jeu serait trop important et les modalités concernées seraient alors non significatives du fait de leur faible importance. De plus, cela augmenterait considérablement le risque de corrélation entre chaque type de modalité.

Afin d'éviter des problèmes, nous allons dans un premier temps déterminer les regroupements des modalités à l'aide des techniques d'analyse de données. Ces analyses seront ensuite affinées à l'aide de notre expérience sur le portefeuille des flottes.

Communément l'étude d'une population statistique de taille n passe le plus souvent par le recueil d'un nombre élevé p de données quantitatives par élément observé. L'utilisation de l'analyse des données permet de tenir compte de leurs caractères multidimensionnels et révéler les liaisons existantes entre leurs composantes.

Afin d'établir ces liaisons, nous aurons recours principalement à 3 méthodes :

- L'Analyse des Correspondances Multiples (ACM)
- L'Analyse des Composantes Principales (ACP)
- La Classification Hiérarchique Ascendante (CHA)

I.5.1. Choix et retraitement de la variable à expliquer

Selon la problématique envisagée, les variables à expliquer sont le « nombre de sinistres » ou la « charge sinistre ».

Les critères de regroupement, de sélection et d'agrégation seront donc fonction de ces variables.

Afin d'éviter de se retrouver avec deux segmentations différentes et un nombre de classe différent par variable expliquée, la segmentation définitive sera fonction du « nombre de sinistres » pour plusieurs raisons :

- Le nombre de sinistres ultime est stable beaucoup plus rapidement que la charge ultime. Des travaux seront menés à ce sujet dans la partie du tarif « a posteriori » afin de déterminer au mieux la liquidation des coûts et des nombres de sinistres.
- L'étude du nombre de sinistres portant sur l'intégralité du portefeuille, et non uniquement sur les sinistres comme pour la charge, le nombre d'observations utilisées est plus important. Nos critères tarifaires seront ainsi plus complets et nous limiterons au maximum l'effet « cellule tarifaire vide ».

Dans notre approche, les charges seront des charges nettes de recours. Les sinistres négatifs seront inclus dans notre analyse ainsi que les sinistres sans suite.

Avant toute tentative de classification, il convient d'effectuer le retraitement de certaines variables en fonction des Usages.

En effet, nous avons observé dans les études précédentes (cf. Annexe II et statistiques descriptives ci dessus) la forte influence de l'USAGE sur les autres variables.

Cette influence est caractérisée par plusieurs aspects :

- Une répartition inégale de cette variable entraîne un biais important dans les calculs de Distance entre les populations, la distance n'étant plus rapportée à la sinistralité moyenne de la population
- Un effet « taille » surestimant certaines modalités plutôt que d'autres du fait de leur sur représentativité.

Afin de résoudre ce défaut, nous allons modifier le calcul de nos distances afin de prendre en compte ce biais. Chaque fréquence sera pondérée en fonction de son poids dans la représentation totale et de sa répartition à l'intérieur des cases tarifaires.

Par exemple :

Si on se place sur un échantillon de 400 polices répartis de la façon suivante :

	Usage 1	Usage 2	Total
DEP 1	60	40	100
DEP 2	90	70	160
DEP 3	80	60	140
Total	230	170	400

La répartition des sinistres étant :

	Usage 1	Usage 2	Total
DEP 1	12	4	16
DEP 2	2	7	9
DEP 3	9	4	13
Total	23	15	38

Nous supposons une répartition homogène des polices par lignes tarifaires. Un poids représentant la proportion des polices par rapport à la moyenne par lignes sera affecté à la répartition des nombres de sinistre. Les nombres corrigés de sinistre sont alors calculés de la façon suivante :

	Usage 1	Usage 2
DEP 1	12*50/60	4*50/40
DEP 2	2*80/90	7*80/70
DEP 3	9*70/80	4*70/60

Et donc, les fréquences corrigées sont alors :

	Fréquence réelle	Fréquence corrigée
DEP 1	0,16	0,15
DEP 2	0,056	0,061
DEP 3	0,093	0,09

1.5.2. Analyse numérique

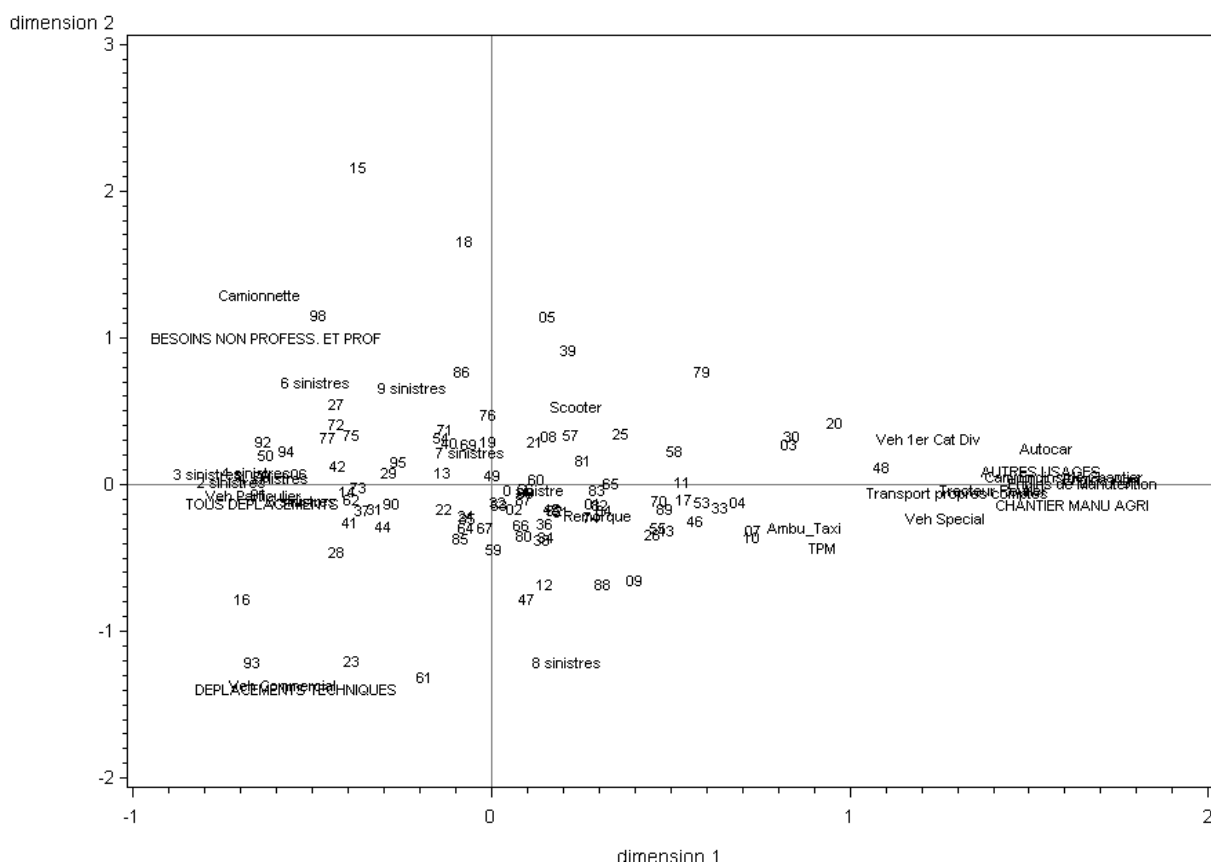
La métrique utilisée sera celle utilisée pour une AFC classique (chi2).

On évitera le plus possible de construire des classes d'effectifs trop faibles, ceci afin de ne pas perturber les résultats.

L'utilisation d'une ACM sur l'ensemble des variables disponibles au sein de nos bases de données n'a pas été possible du fait de la sous représentation de la majorité d'entre elles.

Un seuil de 5% semble acceptable comme taille d'effectifs minimale (nous verrons ci dessous que l'application de ce critère nous oblige à ne pas traiter la variable Département par cette méthode).

Nous avons du nous résoudre à ne considérer que les variables ayant une représentation significative (plus de 50%) et à réaliser un traitement spécifique pour la variable DEP (Département).



En effet, l'importance de son nombre de modalités (égales au nombre de département français) ne nous permet pas en l'état d'étudier correctement les interactions et similitudes entre les différentes variables, comme nous le démontre la représentation graphique ci dessus. Cette dispersion d'information perturbe toute analyse et nous contraint à analyser séparément la variable Dep.

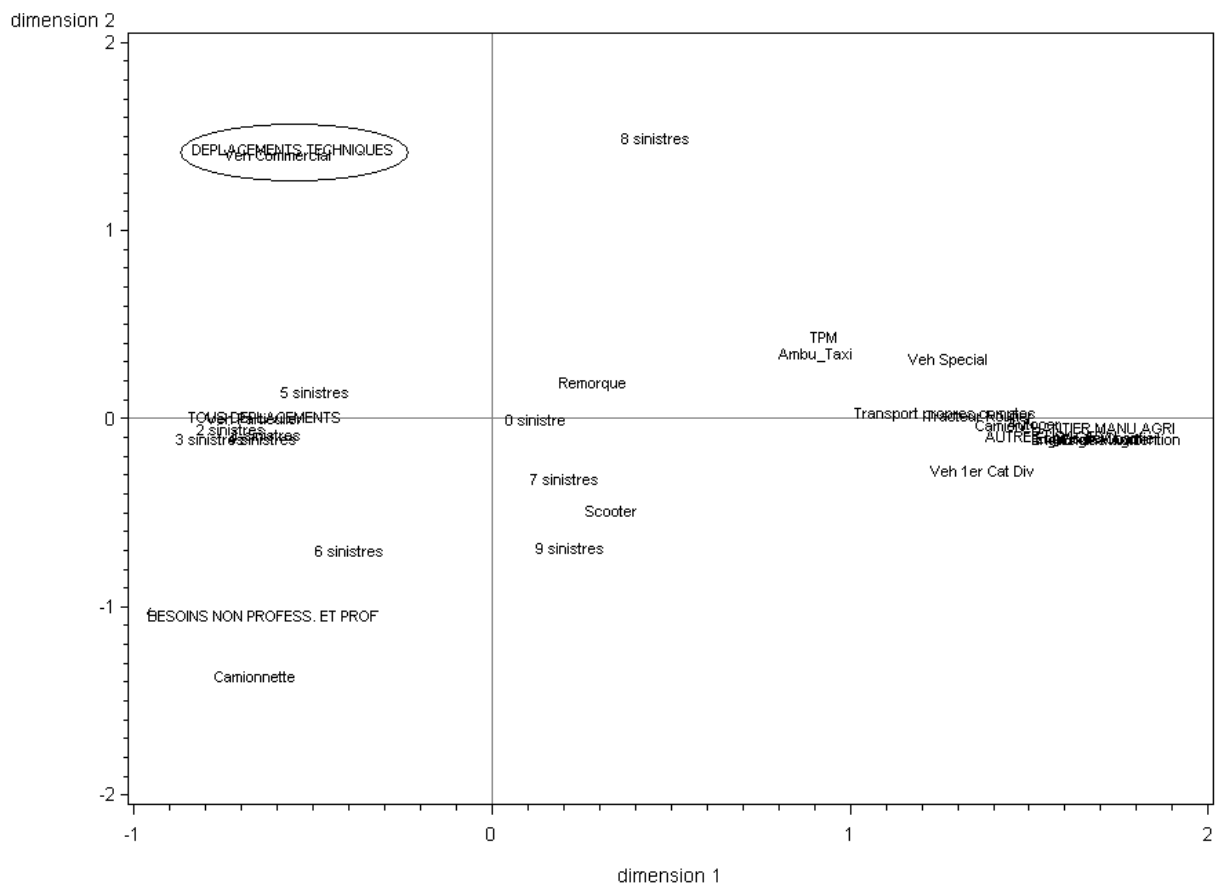
Une fois la variable Département « sortie » de notre analyse, nous allons, à l'aide d'une série d'ACM, étudier les relations entre les variables nous semblant pertinentes.

Les variables analysées seront: Genre (Genre du Véhicule), Usage (Usage du véhicule), Cflo (Taille de la Flotte), Clsin (Nombre de Sinistres).

La variable Clsin donne le nombre de sinistres observés par véhicule sur 3 années.
Les modalités de celle ci sont :

0 sinistre, 1 sinistre, 2 sinistres,....k sinistres

La variable Cflo donne le nombre de véhicules observé dans la flotte du véhicule concerné.



L'analyse graphique nous révèle déjà certains regroupements possibles (Déplacement Technique et Veh Commercial).

L'observation des différentes contributions des modalités aux axes nous permet de confirmer notre sentiment et de définir le tableau récapitulatif suivant :

Modalités à forte contribution sur l'axe 1 avec une coordonnée négative.	Modalités à forte contribution sur l'axe 1 avec une coordonnée positive.
<u>Genre</u> : Camionnette(4,6%), Veh Part (5,8%); Veh Comm (3,24%) <u>Clsin</u> : 1 sinistre (2,1%) <u>Usage</u> : Transport Propres(2,5%); Besoin non-Prof (6,2%)	<u>Genre</u> : Veh Spéciaux (19,6%), Tracteur Agricole(3,3%); Camion (4,6%); <u>Usage</u> : Autres Usages (23,7%), Chantier (8,4%); Transport Propres(2,4%), Depl Tech (3,2%)

De même sur l'Axe 2 :

Modalités à forte contribution sur l'axe 2 avec une coordonnée négative.	Modalités à forte contribution sur l'axe 2 avec une coordonnée positive.
<u>Genre</u> : Camionnette (21,8%); <u>Usage</u> : Besoin non-Prof (18,0%), Tous Deplcts (3,9%) <u>Ciflo</u> : >100 (1,6%)	<u>Genre</u> : Veh Comm (24,7%) <u>Usage</u> : Depl Tech (30,1%)

On remarque la forte contribution des variables de type Genre et Usage. En revanche, la forte dispersion des variables Clsin et Ciflo explique la sous représentativité de celles ci.

Des regroupements de variables s'avèrent nécessaires au niveau des variables sous représentées. Ainsi, pour la variable Genre : les modalités Tracteur Agricole et Tracteur routier seront regroupées.

Un test du chi² confirme le rejet de l'hypothèse d'indépendance des variables entre elles. On ne peut donc uniquement se tenir aux similitudes observées à partir des ACM.

Malgré de nombreuses tentatives de regroupements, la variable Clsin n'apparaît pas comme utilisable sous cette forme. Il conviendra donc de l'utiliser sous sa forme « non transformée » en tant que données brutes.

L'intégration de résultats plus détaillés étant très volumineuse, nous ne l'avons pas inséré dans le mémoire.

Bien que les résultats obtenus par cette dernière ACM nous permettent de déterminer certains regroupements, cette information reste parcellaire et insuffisante pour le reste de notre étude.

On peut cependant déjà remarquer des différences de comportement selon le type d'Usage et de Genre de Véhicule.

La taille des flottes et le nombre de sinistres, bien que semblant être des facteurs discriminants, nécessiteront un traitement adapté afin de prendre en compte leur trop grand nombre d'observation (de même que la variable Dep).

A ce stade de notre analyse, les regroupements restent encore intuitifs et nécessiteront d'être affinés et validés à l'aide d'autres méthodes.

L'utilisation d'autres méthodes d'Analyse de Données devrait nous permettre d'infirmer ou non les similitudes mentionnées ci dessus ainsi que de mieux expliciter la dépendance entre nos variables (et entre lesquelles).

Le traitement de la Variable USAGE :

Des ACP ont été réalisées à l'aide du logiciel SAS sur les différentes variables présélectionnées afin de pouvoir affiner les regroupements nécessaires à l'intérieur de chacune d'entre elles.

Par souci de simplicité, nous ne présenterons ici que l'étude de l'ACP de la Variable **USAGE** (dont les différentes modalités sont présentées en Annexe IV). Les analyses des autres variables seront disponibles en Annexe VI.

Les données, issues des nombres de sinistre, seront étudiées « Brutes », sans tenir compte d'éventuelle interaction entre les autres variables. Le traitement d'éventuelles interactions sera développé un peu plus loin dans le mémoire.

L'observation et l'analyse des résultats obtenus pour la variable USAGE seront réalisées à partir des tableaux ci dessous (sortie SAS).

Le premier tableau nous présente une vision descriptive (Moyenne et Ecart Type) des différents types de sinistres en fonction de leur nombre de sinistre : Dommage(sindom1), RC Corporelle (sincorp1), Bris de Glace (sinbdg1), Vol (sinvol1), Rc Matérielle (sinmat1).

Simple Statistics					
	sindom1	sincorp1	sinbdg1	sinvol1	sinmat1
Mean	0,137688	0,007257	0,142832	0,006813	0,089348
StD	0,050820	0,004073	0,068579	0,004319	0,037510

L'étude de la matrice des corrélations nous permet de voir l'existence d'une corrélation négative entre le vol et la Rc matérielle.

Correlation Matrix					
	sindom1	sincorp1	sinbdg1	sinvol1	sinmat1
sindom1	1,0000	0,9595	0,7673	0,5804	0,5442
sincorp1	0,9595	1,0000	0,8545	0,5020	0,6362
sinbdg1	0,7673	0,8545	1,0000	0,0072	0,8372
sinvol1	0,5804	0,5020	0,0072	1,0000	-0,2867
sinmat1	0,5442	0,6362	0,8372	-0,2867	1,0000

Les autres variables sont corrélées positivement.

On remarque la forte corrélation du nombre de sinistres matériels et corporels avec les sinistres Bris de Glace ainsi que des sinistres corporels avec les sinistres Dommage.

Eigenvalues of the Correlation Matrix				
	Eigenvalue	Difference	Proportion	Cumulative
1	3,3921	1,9414	0,6784	0,6784
2	1,4507	1,3370	0,2901	0,9685
3	0,1137	0,0719	0,0227	0,9913
4	0,0418	0,0400	0,0084	0,9996
5	0,0018		0,0004	1,0000

Ne voulant retenir que les valeurs propres supérieures à 1, nous ne retiendrons ici que les 2 premiers axes. Nous produirons également les sorties graphiques sur ces 2 premières composantes principales, soient 96% de la représentation totale.

L'observation des coordonnées des usages en fonction de ses différentes composantes nous permet de mieux situer celles ci, ainsi que les regroupements et similitudes possibles :

NAME	c1	c2	contr1	contr2	cos1	cos2	qua1
sindom1	0,6178	0,4289	0,2631	0,0542	0,3816	0,1840	0,5656
sincorp1	0,6417	0,2586	0,2838	0,0197	0,4118	0,0669	0,4786
sinbdg1	0,6011	-0,4888	0,2491	0,0704	0,3613	0,2389	0,6002
sinvol1	0,2271	0,9459	0,0356	0,5994	0,0516	0,9331	0,9846
sinmat1	0,4944	-0,9324	0,1685	0,2563	0,2444	0,8693	0,9137

L'étude des coordonnées des axes de la première composante principale nous montre la présence d'un effet taille (coordonnées positives des différentes variables).

La première composante principale C1(axe 1) opposera donc les véhicules ayant un usage à forte fréquence, aux véhicules ayant un usage faiblement sinistrés.

La deuxième composante principale C2 (axe 2) nous montre une opposition entre le Bdg, le Matériel et le reste des types de fréquences.

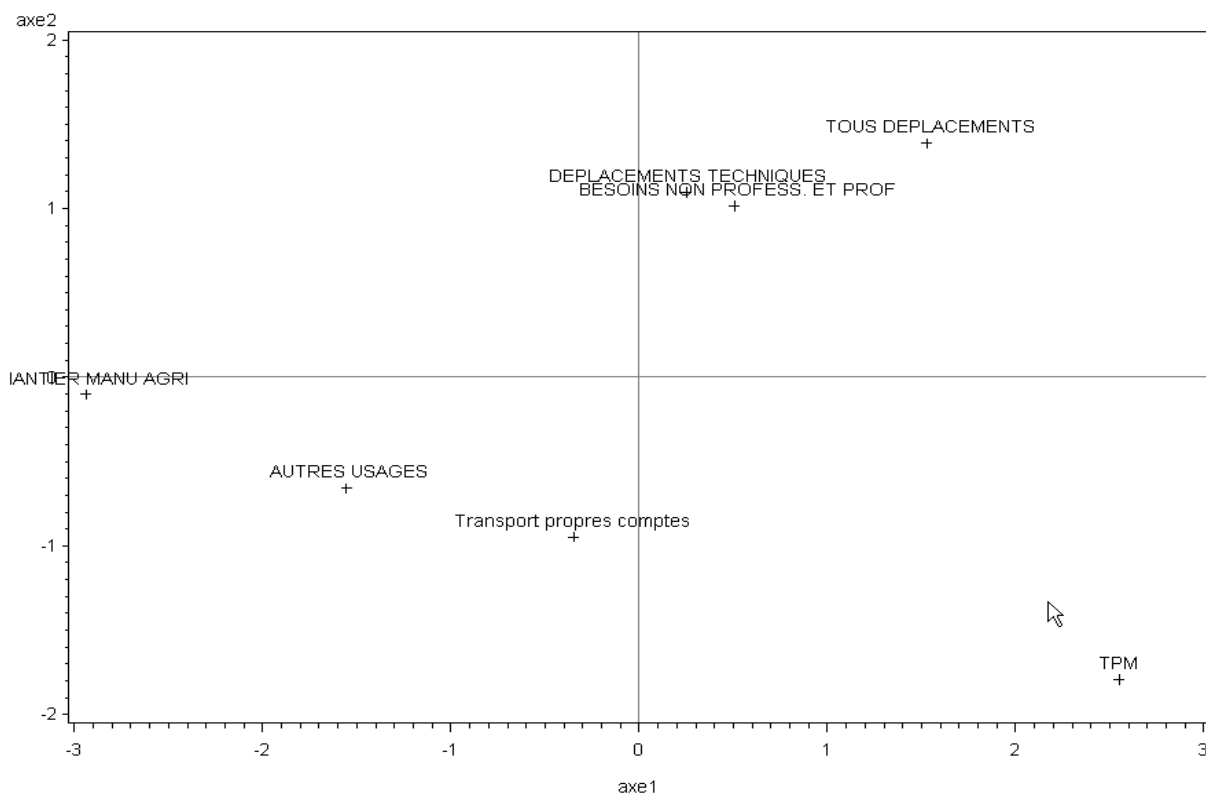
- Du côté positif de l'axe 2, c'est la variable Vol qui contribue le plus.
- Du côté négatif de l'axe 2, c'est la variable Matérielle qui a la plus forte contribution.

La qualité de représentation (indiquée par la variable Qua1) sur les deux premiers axes est correcte pour toutes les variables sauf pour la variable Corporelle et Dommage.

Les différents axes nous permettent de voir des comportements différents et opposés selon les différents types de sinistre. On constate l'importance de l'Usage sur les Fréquences de type BDG, Dommage et Corporelle. A contrario, le Vol est peu influencé par l'Usage.

L'observation et l'interprétation des résultats par type d'Usage nous apporte également une autre vision :

représentation des individus



Usage	Prin1	Prin2	cos1	cos2	qual
AUTRES USAGES	-1,5554	-0,6575	0,8024	0,1434	0,9458
BESOINS NON PROFESS, ET PROF	0,5085	1,0153	0,1986	0,7919	0,9905
CHANTIER MANU AGRI	-2,9398	-0,1034	0,9834	0,0012	0,9846
DEPLACEMENTS TECHNIQUES	0,2513	1,0972	0,0490	0,9345	0,9835
TOUS DEPLACEMENTS	1,5310	1,3863	0,5466	0,4481	0,9947
TPM	2,5506	-1,7912	0,6624	0,3267	0,9891
Transport propres comptes	-0,3463	-0,9467	0,0801	0,5986	0,6786

L'axe 1(Prin1) met en valeur l'opposition entre les modalités : Autres Usages, Transports Propres Comptes, Chantiers, Manu, Agri avec les autres types d'usage.

La lecture de ce résultat nous laisse penser que les véhicules de type Chantier, Manutention et Agricole seraient donc plus sujets à des sinistres de fréquence plus faible que les autres (hormis pour la variable Vol pour laquelle on ne peut conclure car peu influencée par l'Usage). Ces observations nous sont confirmées par les statistiques descriptives figurant en Annexe II.

De la même façon, l'axe 2 (Prin2) nous montre l'opposition entre les véhicules ayant des déplacements fréquents(Tous Déplacements, Déplacements Techniques, Chantier, Besoins non-Prof) et professionnels et les véhicules ayant des déplacements plus spécifiques (Transport Propres Comptes, TPM : coursiers et livreurs, Autres Usages).

Les résultats donnés par cette ACP apparaissent encourageants. En effet, la qualité de représentation des variables et des individus est élevée. Des regroupements cohérents avec nos statistiques ont été mis en relief. Il convient cependant d'approfondir cette analyse en étudiant les interactions possibles entre la variable Usage et les autres variables.

Nous nous pencherons donc dans un second temps sur ces effets croisés afin de mieux cerner les regroupements de modalités.

Cette analyse nous apporte également une meilleure connaissance de l'influence des Usages sur les fréquences et même sur les natures de sinistres.

L'examen des résultats obtenus par les Analyses en Composantes Multiples et les Analyses en Composantes Principales, combiné à la connaissance du portefeuille, nous permet d'envisager la plupart des regroupements de modalités à effectuer.

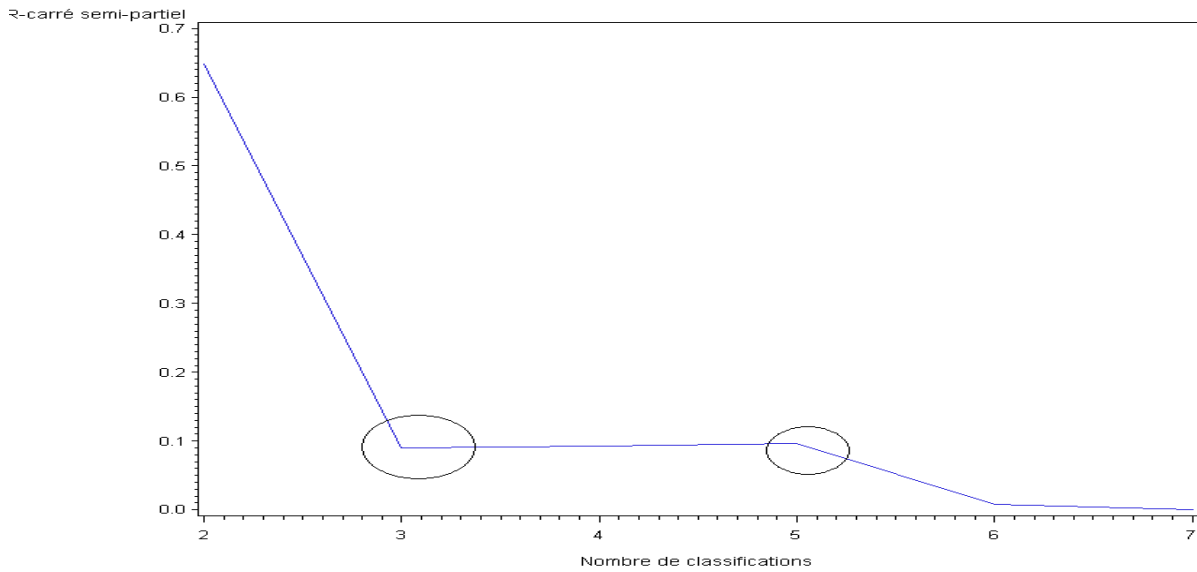
Certaines variables restent toutefois à analyser , c'est notamment le cas de la variable DEP pour laquelle nous utiliserons une autre méthode d'Analyse de Données, la Classification Hiérarchique Ascendante. Afin de compléter et de valider nos analyses, nous appliquerons également cette méthode aux variables Usage et Genre. Nous établirons ensuite les regroupements appropriés en tenant compte des conclusions obtenues par l'analyse en composantes principales. Les résultats seront ensuite synthétisés sous la forme d'un tableau récapitulatif.

Le logiciel SAS fournit pour chaque méthode de classification, une sortie type indiquant les regroupements possibles ainsi que les impacts de ceux ci. Afin de ne pas surcharger la lecture du mémoire, nous ne présenterons ici que l'analyse détaillée réalisée à l'aide de la méthode de Ward.

Un tableau récapitulant les différentes étapes de la classification et comportant les différents indicateurs (définis dans la partie théorique).

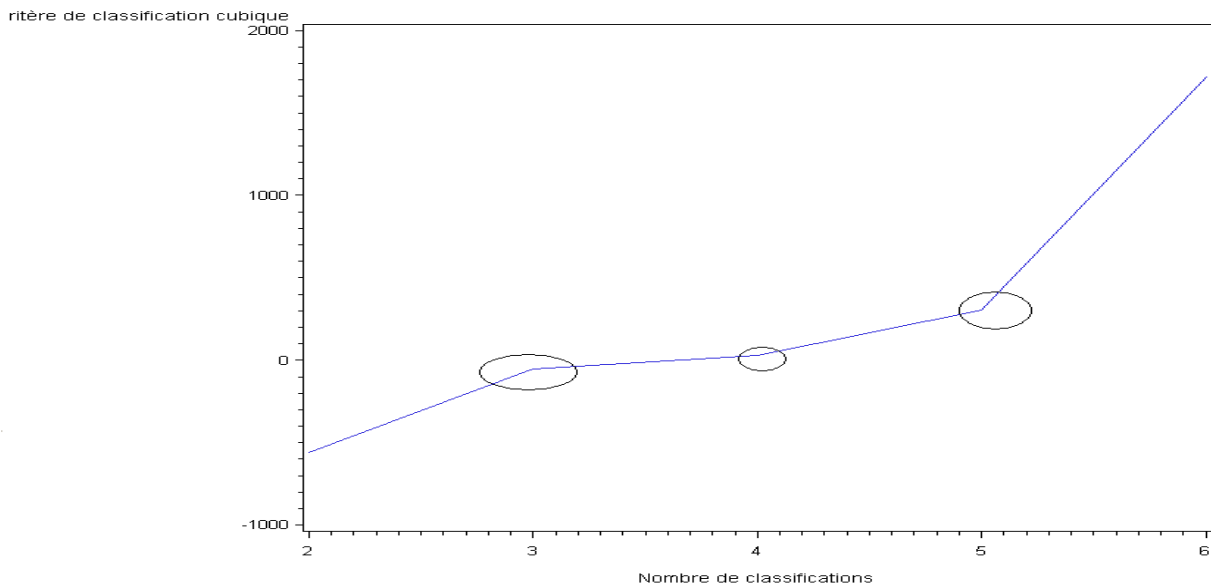
NCL	Clusters Joined		FREQ	SPRSQ	RSQ	ERSQ	CCC	PSF	PST2
6	BESOINS NON PROFESS, ET PROF	DEPLACEMENTS TECHNIQUES	131 153	0,0085	0,991	0,855	1 719	5 900 000	0
5	CL6	TOUS DEPLACEMENTS	180 357	0,0964	0,895	0,830	302	540 000	2 000 000
4	AUTRES USAGES	CHANTIER MANU AGRI	63 566	0,0926	0,802	0,793	30	340 000	
3	CL5	Transport propres comptes	187 501	0,0896	0,713	0,732	-51	310 000	160 000
2	CL4	CL3	251 067	0,6485	0,064	0,808	-560	17 000	570 000
1	CL2	TPM	252 444	0,0644	0,000	0,000	0	,	17 000

Les visions graphiques ci dessous nous permettent d'affiner notre vision du nombre de classe nécessaire pour chaque critère.



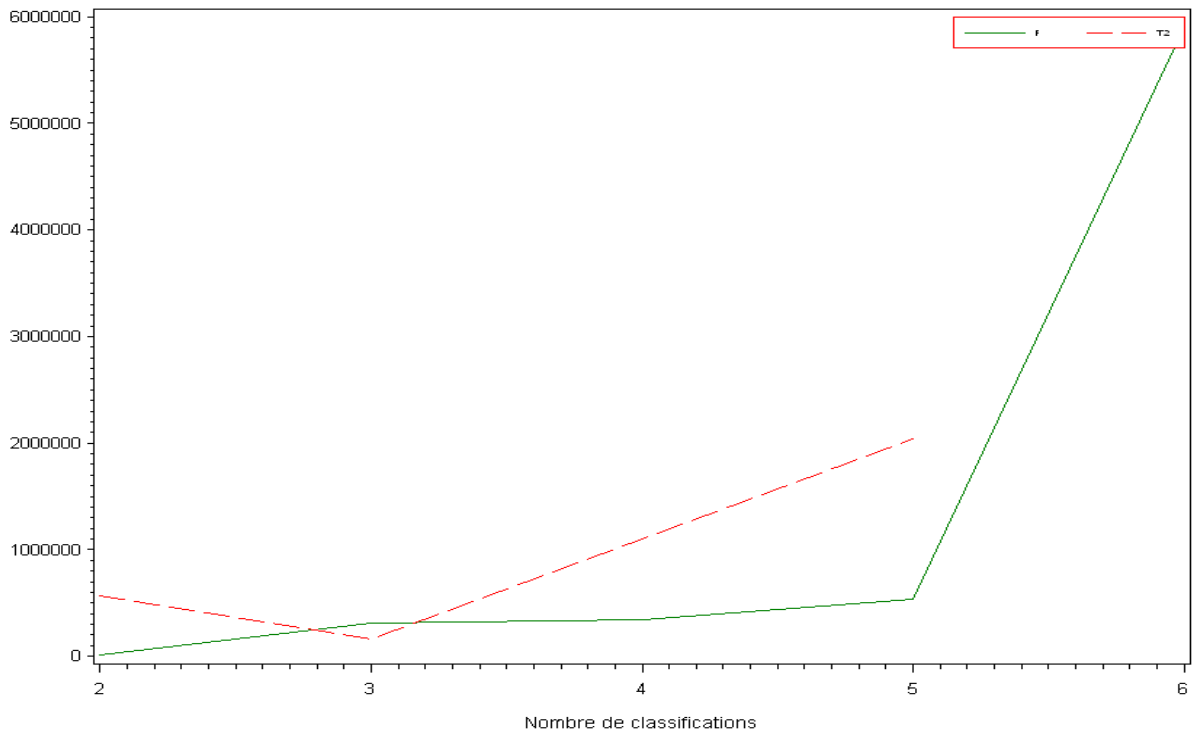
Le graphique représentatif du SemiPartialR² représente un coude pour 3 et 4 zones. Par la suite, celui-ci décroît progressivement.

Le critère du Cubic Clustering Criterion (ci dessous) CCC croît à partir de 2 classes avec des minis coudes à 3,4 et 5 zones. Au-dessus de 3 classes, sa valeur est supérieure à 2.



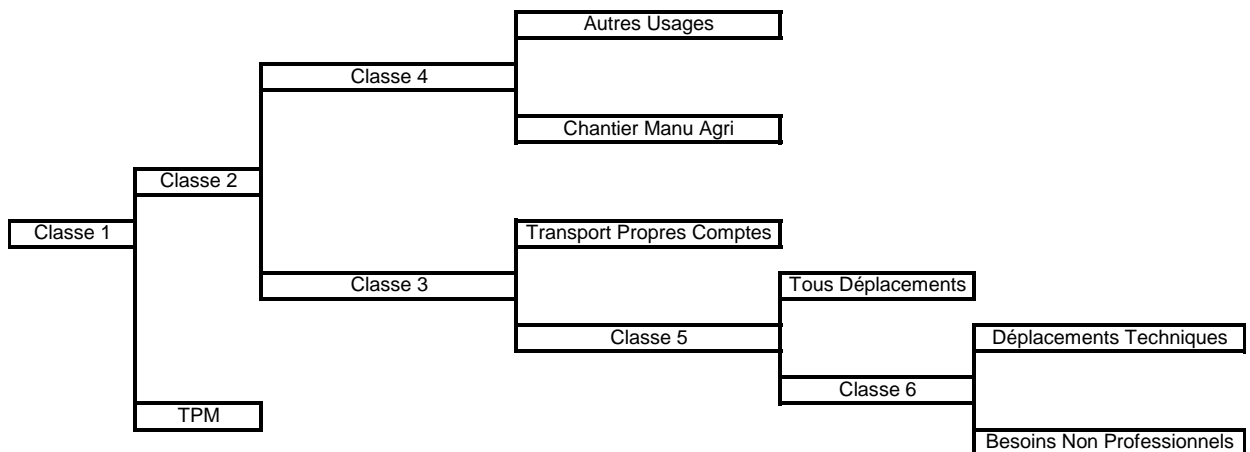
Le pseudo F a une pente légèrement croissante entre 2 et 5 zones, on observe une forte hausse à partir de 5 zones.

On constate une baisse du T² au niveau de la zone 3 et une forte remontée sur les agrégations suivantes.



Au vu des différentes analyse, on décide de réaliser une partition en 4 classes.

On arrive à un dendrogramme de la forme :



Un tableau récapitulatif des différentes méthodes nous donne les regroupements par classes obtenus :

Usage	Ward	Average	Median	EML	Centroid	Hybrid
BESOINS NON PROFESS. ET PROF	1	1	1	1	1	2
TOUS DEPLACEMENTS	1	3	1	1	1	2
TPM	4	3	4	2	4	4
AUTRES USAGES	2	2	2	3	2	1
Transport propres comptes	3	2	3	2	3	1
CHANTIER MANU AGRIC	2	4	2	4	2	3
DEPLACEMENTS TECHNIQUES	1	1	1	1	1	2

Au vu des analyses effectuées sur les ACP et des résultats ci dessus, les méthodes produisent des résultats semblables (hormis pour la méthode Average). Nous choisirons ici de privilégier les regroupements obtenus avec la méthode « Ward ». Celle ci nous apparaît la plus en phase et la plus cohérente par rapport à nos différentes analyses ainsi que par rapport à nos observations, notamment avec celles recensées précédemment.

Lors de l'utilisation de l'ACP, des similitudes avaient déjà été observées entre certains usages : « Déplacement Technique, Tous Déplacements et Besoins Non Professionnels ». La non-pertinence d'un regroupement de ces usages avec les « Transports Propres Comptes », notifiée graphiquement dans l'ACP nous incite à ne pas effectuer de regroupements de classes trop importants et à isoler cet usage. De la même façon, nous préférons isoler l'usage « TPM » dans une classe distincte.

La variable Département, de par son nombre de modalités, nécessitera un traitement spécifique et ne sera intégrée qu'à la fin de notre analyse (lors de l'utilisation de la classification).

Pour les autres variables, nous ne reprendrons pas ici les différentes analyses effectuées pour déterminer le nombre de classes nécessaires.

Ces analyses restent disponibles en Annexe. Afin de ne pas surcharger la lecture de ce mémoire, un tableau récapitulatif présentera le regroupement et la méthode choisie.

Tableau synthétique de la variable Département (DEP) :

N° de Département	Ward	Average	Median	EML	Centroid	Hybrid
1	2	1	1	2	1	2
2	1	1	1	1	1	1
3	2	1	1	2	1	2
4	2	1	1	2	1	2
.
.
.
93	4	2	2	4	2	3
94	3	1	1	1	1	1
95	3	1	2	3	1	1
98	1	1	1	1	1	2

Le reste des observations est disponible en Annexe III.

La méthode de Ward est sélectionnée et on obtient une partition sur 5 classes.

Tableau synthétique de la variable Genre (GENRE) :

Genre	Ward	Average	Median	EML	Centroid	Hybrid
Ambu_Taxi	1	1	1	1	1	1
Autocar	1	1	1	1	1	1
Camion	2	3	3	2	3	3
Camionnette	5	7	7	6	7	5
Engins Agri	2	2	2	2	2	2
Engins de Chantier	2	4	4	3	4	4
Engins de Manutention	2	2	2	2	2	2
Remorque	1	1	1	1	1	1
Scooter	1	1	1	1	1	1
Tracteur Routier	1	1	1	1	1	2
Veh 1er Cat Div	1	1	1	1	1	1
Veh Commercial	3	5	5	4	5	6
Veh Particulier	4	6	6	5	6	7
Veh Special	1	1	1	1	1	1

La méthode de Ward est sélectionnée et on obtient une partition sur 5 classes.

Tableau synthétique de la variable « Taille de Flotte » (CLFLO) :

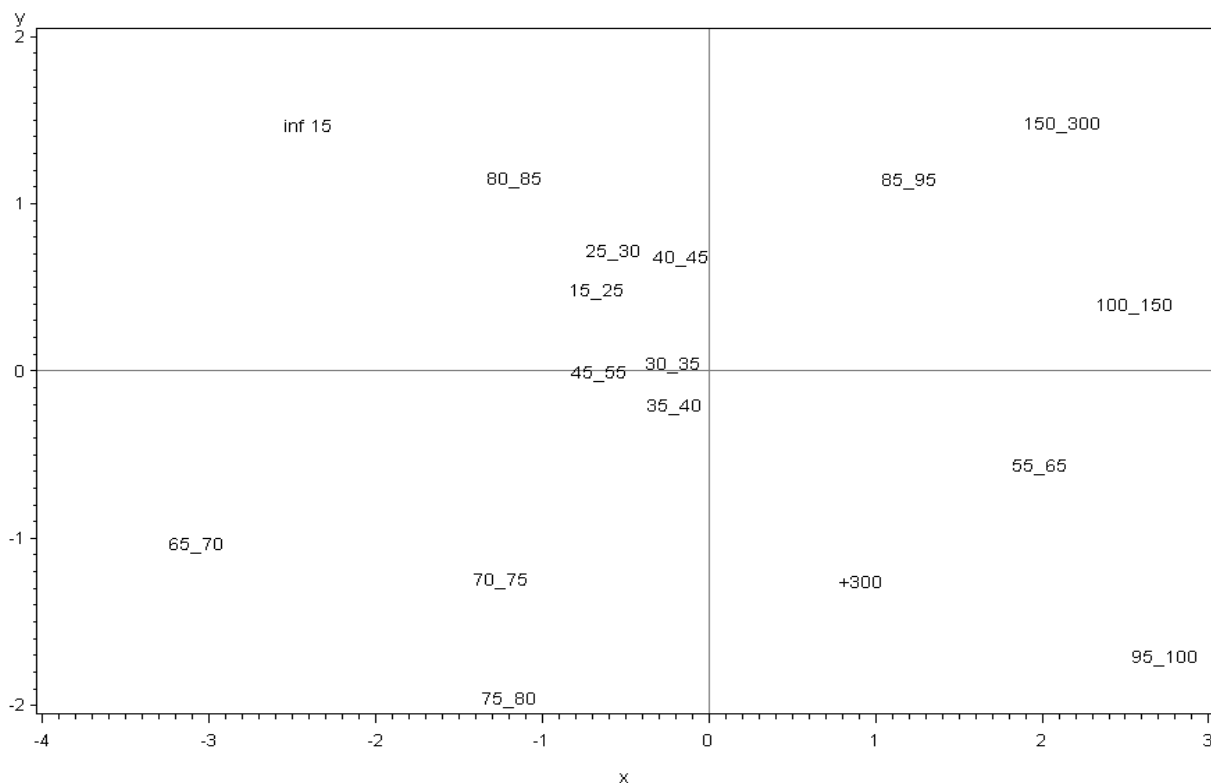
L'étude de cette variable par le biais d'une ACP s'avère limitée du fait du nombre très important de modalités (plus de 1 000).

Dans un premier temps, nous privilégierons le regroupement des modalités les plus proches par pallier de 5 véhicules,

La création d'une variable CLFLO regroupant le nombre de véhicule à l'intérieur d'une flotte par tranche de 5 véhicules (dans un premier temps), ceci afin de nous permettre l'utilisation des mêmes techniques que pour les autres variables et une interprétation plus aisée de nos ACP.

La vision produite par l'ACP nous montre des différences de sinistralité selon la taille des flottes, ainsi que des comportements similaires pour d'autres.

représentation des individus



Cette première approche n'apparaît pas satisfaisante. Les regroupements obtenus restent peu évidents et ne permettent pas une interprétation claire (cf. représentation graphique ci dessus) . Le peu d'effectifs dans certaines classes perturbe notre analyse et ne nous permet pas de conclure en l'état.

Afin de déterminer les regroupements nécessaires, nous nous appuyerons sur les résultats provenant de la Classification Hiérarchique Ascendante ainsi que sur notre propre expérience. Cette approche sera réalisée à partir du nombre de véhicules assurés d'une flotte durant 3 années. Ceci, afin de pouvoir effectuer des analyses comparables avec les études concernant la sinistralité mais également afin de se rapprocher d'une approche Souscription basée sur un historique des sinistres portant sur les 3 dernières années.

CLFLO	Ward	Average	Median	EML	Centroid	Freq
inf_15	1	1	1	1	1	6%
15_25	4	4	4	4	4	10%
25_30	1	1	1	1	1	5%
30_35	1	1	1	1	1	5%
35_40	1	1	1	1	1	6%
40_45	1	1	1	1	1	5%
45_55	5	3	1	1	1	7%
55_65	5	3	1	1	1	7%
65_70	2	2	2	2	2	3%
70_75	2	2	2	2	2	3%
75_80	2	2	2	2	2	3%
80_85	2	2	2	2	2	3%
85_95	2	2	2	2	2	4%
95_100	2	2	2	2	2	2%
100_150	3	5	3	3	3	12%
150_300	3	5	3	3	3	11%
+300	4	4	4	4	4	10%

Les résultats donnés par l'ACP et par la Classification Hiérarchique sont cohérents, hormis pour 2 sous groupes : « 55_65 » et « 80-85 ».

La faible représentation de ces groupes et leur sous estimation dans l'ACP expliquent ces écarts. Des simulations ont été effectuées, en regroupant ces sous-groupes avec des groupes d'effectifs proches, afin d'étudier leur comportement global.

L'utilisation des méthodes de CHA, bien que pratique, ne peut toutefois pas être dissociée d'une analyse et d'une connaissance des risques. Ainsi, alors que notre classification préconise un regroupement entre les tailles de flottes de « +300 » et de « 15_25 » (du fait de leur fréquence proche). Nous préférons, contrairement à l'approche préconisée par l'ACP, ne pas en tenir compte. En effet, effectuer ce type de regroupement, reviendrait à méconnaître la distinction essentielle entre une petite flotte et une flotte de taille importante.

A ce stade de l'étude et au vu de leur différence, il nous apparaît préférable d'isoler ces groupes dans des catégories distinctes, quitte à effectuer les regroupements supplémentaires au cours de notre modélisation.

I.6. Conclusion :

Au cours de cette partie, nous avons, à partir de l'étude de notre portefeuille, cherché à définir les différents type de flottes ainsi que leurs diversités. Conformément à nos attentes, cette composition s'avère loin d'être uniforme et peut en effet, être composée aussi bien de TPM, que d'engins de chantiers ou de véhicules de tourisme.

On ne peut donc définir une flotte d'entreprise par un seul type de véhicule et une approche globale devient nécessaire afin d'appréhender cette complexité.

Les spécificités des flottes automobiles, notamment en terme d'informations disponibles et de comportement ont également été introduites. Le manque d'information sur les véhicules et les chauffeurs composant une flotte ne nous permet pas d'exploiter dans sa totalité notre base de données. Ainsi, bien que comportant des analogies existantes avec les véhicules de particulier, les informations disponibles, de même que la nature des véhicules et risques concernés ne nous permettent pas d'utiliser totalement les techniques de modélisation des grands risques automobile des véhicules de particuliers (plus particulièrement par rapport au bonus/malus).

Malgré ces différences structurelles (car dépendant également des types de flottes : désignées ou non désignées), nous chercherons dans les parties suivantes à compenser cette perte d'informations par d'autres techniques. Notre sélection de variables s'en est trouvée restreinte et a été focalisée sur celles apparaissant les mieux représentées.

Le croisement de plusieurs méthodes d'analyse de données ainsi que le recoupement avec les statistiques descriptives a permis d'effectuer la sélection ainsi que les regroupements de variables nécessaires à notre étude.

L'utilisation de ces méthodes a également mis en relief les relations pouvant exister entre certaines variables et plus précisément entre les « Usage » et les autres variables.

Dans la suite de notre mémoire, nous conserverons les variables Département (DEP), Usage (USAGE), Genre (GENRE) et Taille de Flotte (CLFLO), qui seront regroupées dans une première approche selon les tableaux figurant ci dessus.

Ces résultats restent toutefois soumis à la modélisation du tarif a priori et aux regroupements qui en découleront que nous aborderons dans la partie suivante.

II. Tarification a Priori et Modèle Linéaire Généralisé

Les études menées dans la partie précédente nous ont permis de préciser l'environnement et la nature des flottes automobiles. Nous pouvons ainsi mieux appréhender les analyses à effectuer afin de mettre en place notre tarif.

Toutefois, bien que primordiale, cette étape ne nous permet pas encore de définir quelles vont être nos composantes tarifaires, ou tout du moins, dans leur structure finale.

Dans cette partie, nous allons chercher à estimer le risque présenté et par la suite la prime, sans tenir compte d'éventuels éléments aggravants tels que les sinistres passés. Cette étape correspond à ce que l'on appelle la tarification a priori.

Pour cela, nous retiendrons certaines des variables introduites dans la première partie : le Genre de Véhicule, l'Usage et le Département.

La tarification a priori nécessite des informations détaillées par véhicule. Pour cette raison, seule une partie du portefeuille sera utilisée : celle se rapportant aux flottes à véhicules désignés. Les informations relatives aux flottes à véhicules non désignés étant de formes agrégées, il ne nous est pas possible de les utiliser dans cette partie. Nous pourrions ainsi nous rapprocher des méthodes de Tarification des Véhicules de Particulier, contrairement aux autres parties, pour lesquelles la nécessité d'utiliser des méthodes ciblées sera nécessaire.

Notre tarif a Priori sera réalisé à partir d'un modèle Linéaire Généralisé avec une approche par Véhicule assuré.

Il est communément admis qu'un modèle GLM est la combinaison d'une loi et d'une fonction de lien (un développement théorique sur les modèles GLM est disponible en Annexe VIII). Selon les lois, la fonction de lien utilisée dans un modèle GLM différera :

- Pour les lois Normale, Gamma et Inverse-Gaussienne, la fonction de lien est le logarithme
- Pour la loi Log-Normale, la fonction de lien est l'identité.

Un soin particulier doit donc être apporté au traitement et à la détermination de la loi censée à utiliser dans notre analyse.

Notre étude sera concentrée sur la recherche du tarif « technique », autrement dit de la prime pure. Le tarif commercial sera lui réalisé à partir de la prime pure auquel nous rajouterons nos chargements ainsi que notre marge (que l'on appelle également chargement de sécurité).

II.1. Introduction :

Avant d'exploiter les résultats issus des analyses précédentes lors d'une tarification a priori, il convient de vérifier certaines hypothèses, notamment celles portant sur la loi des observations.

Nous allons dans un premier temps nous attacher à les définir.

Sous l'hypothèse que la charge de sinistres est une variable aléatoire, nous considérerons que la charge de sinistres se décompose comme la somme aléatoire des coûts de sinistres :

$$R = \sum_{i=1}^N X_i$$

Où N est le nombre aléatoire de sinistres et Xi le coût du ième sinistre.

On suppose également que le coût des sinistres est indépendant du nombre de sinistres.

Cette hypothèse nous permet de décomposer notre étude en 2 parties : Une concernant la détermination de la Fréquence, l'Autre concernant le Coût Moyen. La prime pure sera calculée à partir de la formule générale Fréquence * Coût Moyen.

Cette hypothèse, bien que nécessaire à notre étude, reste discutable. En effet, des mesures telles que la limitation de vitesse, le permis à point font baisser la fréquence et par conséquent le Coût Moyen relatif. En effet, si la vitesse est réduite, les accidents sont moins graves et les coûts moyens relatifs moins élevés. Toutefois, cette baisse du coût moyen relatif est contrebalancée par d'autres variables telle que l'augmentation du coût des réparations,...ce qui nous permet de conserver notre hypothèse d'indépendance, d'autant plus que les statistiques au niveau national (FFSA) vont dans ce sens.

Nous testerons dans un premier temps l'adéquation de nos nombres et des nos charges sinistres à diverses lois statistiques « classiques », afin de déterminer les lois les plus « représentatives » de notre population.

Ces deux études séparées seront menées à l'aide du logiciel SAS et de la procédure Genmod, afin de permettre la modélisation de la Fréquence Sinistre et du Coût Moyen. La modélisation sera réalisée à partir des modèles linéaires généralisés (GLM).

II.2. Test d'Adéquation aux différentes lois

Nous nous attacherons dans cette partie à mesurer l'adéquation d'une loi à notre portefeuille. Pour cela, nous testerons par cellule tarifaire, le taux de représentation de notre échantillon simulé par la loi que nous souhaitons utiliser dans le modèle GLM.

Dans un premier temps, nous comparerons l'adéquation du nombre de sinistres à la loi de Poisson ainsi qu'à la loi Binomiale Négative (ces deux lois étant les lois les plus communément utilisées lors de la modélisation d'une fréquence de sinistre en Automobile).

Nous comparerons ensuite l'adéquation de la charge sinistre en fonction de plusieurs lois : Normale, Log normale, Inverse gaussien, Gamma (ces lois étant les lois les plus communément utilisées lors de la modélisation d'une Charge de sinistre en Automobile).

Les tests d'adéquation seront réalisés grâce à des comparaisons par rapport au test du chi-deux et du rapport des vraisemblances maximales (RVM).

Afin de pouvoir réaliser ces tests, nous ne considérerons que les cellules tarifaires ayant plus de 50 polices.

Notations :

Chaque police se décrit en fonction des critères suivants :

Son Département à N_d modalités numérotées de 1 à N_d

Son Usage à N_u modalités numérotées de 1 à N_u ,

Son Genre à N_g modalités numérotées de 1 à N_g .

La cellule (i_d, i_u, i_g) correspond au croisement des modalités de i_d du Département, des modalités de i_u de l'Usage, des modalités de i_g du Genre.

L'analyse des « Nombres de sinistres » est effectuée sur l'ensemble du portefeuille, soit sur un historique de 3 années.

L'analyse des « Charges de sinistres » est réalisée sur les sinistres observés et contient autant d'observations que de sinistres. L'historique utilisé est le même que celui des « Nombres de sinistres ».

On appelle :

$n(i_d, i_u, i_g)$, le nombre de polices de la cellule (i_d, i_u, i_g) ,

$N(i_d, i_u, i_g; k)$, la variable (à expliquer) aléatoire « nombres de sinistres » de la i ème police de la cellule $n(i_d, i_u, i_g)$,

$m(i_d, i_u, i_g)$, le nombre observé de sinistres dans la cellule (i_d, i_u, i_g)

$C(i_d, i_u, i_g; k)$ la variable (à expliquer) aléatoire « coût du i ème sinistre » survenu dans la cellule (i_d, i_u, i_g)

$LC(i_d, i_u, i_g; k) = \log(C(i_d, i_u, i_g; k))$ le logarithme de $C(i_d, i_u, i_g; k)$

La modélisation du coût (charge) est réalisée conditionnellement à la variable aléatoire « nombre de sinistres ».

On appelle moyenne empirique pour une cellule (i_d, i_u, i_g) non vide, la variable :

$$CM(i_d, i_u, i_g) = \frac{1}{m(i_d, i_u, i_g)} \sum_k C(i_d, i_u, i_g; k)$$

$$LCM(i_d, i_u, i_g) = \frac{1}{m(i_d, i_u, i_g)} \sum_k LC(i_d, i_u, i_g; k)$$

Notre objectif étant de travailler non pas sur les coûts unitaires de sinistre mais sur les coûts moyens de sinistre, nous nous concentrerons sur l'étude des moyennes empiriques des coûts.

La loi de la moyenne de variables indépendantes et équidistribuées de loi Normale (ou Gamma, Inverse-Gaussienne) restant une loi Normale (ou Gamma, Inverse-Gaussienne), il est possible de travailler à partir de ces données retravaillées.

Le raisonnement identique s'applique dans le cas du passage au logarithme

En considérant le Théorème Central Limite (cf. « Probabilités Analyse des Données et Statistique de G Saporta page 62 pour plus d'informations), le passage aux moyennes empiriques permettrait de ne considérer que la loi Normale. Nous préférons toutefois étudier ces quatre lois possédant les hypothèses suivantes :

Soit un réel Φ positif, et un ensemble de réel $(\mu_{i_d, i_u, i_g})_{i_d, i_u, i_g}$

Tels que :

Si Loi Normale :

$$\forall (i_d, i_u, i_g), CM(i_d, i_u, i_g) \approx N(\mu_{i_d, i_u, i_g}; \frac{\Phi}{m(i_d, i_u, i_g)})$$

$$E(CM(i_d, i_u, i_g)) = \mu_{i_d, i_u, i_g}$$

$$Var(CM(i_d, i_u, i_g)) = \frac{\Phi}{m(i_d, i_u, i_g)}$$

Si Loi Gamma :

$$\forall (i_d, i_u, i_g), CM(i_d, i_u, i_g) \approx \Gamma\left(\frac{m(i_d, i_u, i_g)}{\Phi} * \frac{1}{\mu_{i_d, i_u, i_g}}; \frac{m(i_d, i_u, i_g)}{\Phi}\right)$$

$$E(CM(i_d, i_u, i_g)) = \mu_{i_d, i_u, i_g}$$

$$Var(CM(i_d, i_u, i_g)) = \frac{\Phi}{m(i_d, i_u, i_g)} * \mu_{i_d, i_u, i_g}^2$$

Si Loi Inverse-Gaussienne :

$$\forall (i_d, i_u, i_g), CM(i_d, i_u, i_g) \approx IG\left(\mu_{i_d, i_u, i_g}; \mu_{i_d, i_u, i_g}^2 \frac{\Phi}{m(i_d, i_u, i_g)}\right)$$

$$E(CM(i_d, i_u, i_g)) = \mu_{i_d, i_u, i_g}$$

$$Var(CM(i_d, i_u, i_g)) = \frac{\Phi}{m(i_d, i_u, i_g)} * \mu_{i_d, i_u, i_g}^2$$

Si Loi Log-Normale :

$$\forall (i_d, i_u, i_g), LC(i_d, i_u, i_g) \approx N(\alpha_{i_d, i_u, i_g}; \Phi)$$

$$\text{et donc, } LCM(i_d, i_u, i_g) \approx N\left(\alpha_{i_d, i_u, i_g}; \frac{\Phi}{m(i_d, i_u, i_g)}\right)$$

$$E(LCM(i_d, i_u, i_g)) = \alpha_{i_d, i_u, i_g} = \text{Log}(\mu_{i_d, i_u, i_g}) - \Phi / 2$$

$$Var(CM(i_d, i_u, i_g)) = \frac{\Phi}{m(i_d, i_u, i_g)}$$

$$\text{avec } \mu_{i_d, i_u, i_g} = E(C(i_d, i_u, i_g; k))$$

II.2.1. Test du Chi-Deux

Soit une variable aléatoire X discrète ou discrétisée, c'est à dire divisée en k classes de probabilités P_1, P_2, \dots, P_k .
Soit un échantillon de taille n de cette variable fournissant les effectifs aléatoires N_1, N_2, \dots, N_k dans chacune de ces classes. On a :

$$\sum_{i=1}^n N_i = n$$

On veut tester H_0 : « La distribution de la population suit une loi $P(\theta)$ » contre
 H_1 : « La distribution de la population ne suit pas une loi $P(\theta)$ »
 Où θ est le paramètre de la loi P .

θ est estimé par une méthode telle que le maximum de vraisemblance ou la méthode des moments.

On a évidemment $E(N_i) = np_i(\theta)$

Considérons alors la statistique D^2 définie comme suit :

$$D^2 = \sum_{i=1}^{i=k} \frac{(N_i - np_i(\theta))^2}{np_i(\theta)}$$

La loi de D^2 est asymptotique et l'on admet que $D^2 \sim \chi^2_{k-1}$ si np_i est supérieur à 5 pour toutes classes.

On rejettera H_0 si D^2 constaté = $\sum_{i=1}^{i=k} \frac{(N_i - np_i(\theta))^2}{np_i(\theta)}$ est trop grand, et supérieure à une valeur qui n'a qu'une probabilité α d'être dépassée par la valeur de la loi du Chi2.

II.2.2. Test du Rapport des Vraisemblances Maximales (RVM)

Rappel sur la méthode du Maximum de Vraisemblance :

Les tests du chi2 étant limités de par leurs hypothèses sur la loi Normale et l'utilisation de la fonction de lien Identité, l'utilisation d'un autre type de test s'avère nécessaire.

Quel que soit le type de loi ci après, à un paramètre (loi Poisson) ou à deux paramètres (Loi Normale, Gamma, Inverse Gaussienne, Log Normale), on utilisera dans notre approche le test du Rapport des Vraisemblances Maximales.

Cette méthode consiste, étant donné un échantillon x_1, x_2, \dots, x_n à prendre comme estimation de θ , la valeur de θ qui rend maximale la vraisemblance :

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$$

Dans le cadre des tests sur la fréquence, on a alors :

Supposons que θ est le paramètre à estimer de notre loi. Dans ce cas, nous nous plaçons volontairement dans le cadre d'une loi à un paramètre (type Poisson par exemple).

On prend ainsi comme estimation de θ , la solution de l'équation, appelée équation de la vraisemblance.

Le test du Chi2 présenté ci dessus est asymptotiquement équivalent au test du rapport des vraisemblances maximales appliqué aux hypothèses.

$$\begin{cases} H_0 : p_i = p_{i0} \forall i \\ H_1 : p_i \neq p_{i0} \exists i \end{cases}$$

Notons N_0 , le nombre de polices non sinistrées dans la cellule,

N_1 , le nombre de polices ayant déclaré un et un seul sinistre,

N_2 , le nombre de polices ayant déclaré deux sinistres,
 N_3 , le nombre de polices ayant déclaré trois sinistres,
 N_4 , le nombre de polices ayant déclaré au moins quatre sinistres,
 $n = N_0 + N_1 + N_2 + N_3 + N_4$, le nombre de polices de la cellule.

La statistique G^2 du test du RVM est définie par l'expression :

$$G^2 = -2 \log \left[\frac{(p_0)^{N_0} (p_1)^{N_1} (p_2)^{N_2} (p_3)^{N_3} (1 - p_0 - p_1 - p_2 - p_3 - p_4)^{N_4}}{(N_0/n)^{N_0} (N_1/n)^{N_1} (N_2/n)^{N_2} (N_3/n)^{N_3} (N_4/n)^{N_4}} \right]$$

Où $\hat{\lambda}$ est l'estimateur du maximum de vraisemblance de λ déterminé avec la vraisemblance et en supposant H_0 vérifiée.

La fraction dans le logarithme est le rapport de la vraisemblance maximale sous H_0 , sur la vraisemblance sans contrainte.

Sous H_0 , G^2 suit asymptotiquement la loi du Chi-deux à 1 degré de liberté.

Application Numérique :

Le degré de significativité de nos tests est fixé à **90%**.

Pour la **fréquence**, l'adéquation de nos données sera effectuée par rapport à la loi de Poisson ainsi qu'à la loi Binomiale Négative.

Le nombre de cases tarifaires est de 100. Les cellules comportant moins de 50 observations ne sont pas étudiées. Les classes tarifaires de moins de 5 observations seront regroupées afin de pouvoir être testées.

Les résultats figurent dans le tableau ci dessous :

	Nbres Cellules Renseignées	Nbres Occurrences	Chi2 Acceptés	RVM Acceptés
Mat_Poisson	75	58	79%	97%
Mat_BN	75	58	47%	79%
Corp_Poisson	75	58	31%	74%
Corp_BN	75	58	9%	34%
Vol_Poisson	75	54	19%	67%
Vol_BN	75	54	4%	26%
dom_Poisson	75	49	86%	98%
dom_BN	75	49	53%	88%
bdg_Poisson	75	51	80%	98%
bdg_BN	75	51	33%	55%

Une indication concernant la loi ayant la meilleure adéquation au modèle peut également être trouvée en comparant les résultats obtenus sur les modèles complets (on appellera modèle complet le modèle comportant toutes les variables).

Comme nous le verrons plus en détail dans l'étude du Modèle Linéaire Généralisé, notre objectif est de minimiser la Déviance(ou de maximiser la Log Vraisemblance).

Pour la **fréquence**, on obtient alors les résultats suivants :

Modèles Complets			
Garanties	Lois	Log Vraisemblance	Scaled Deviance
Matérielle	Poisson	- 56 207	85 291
	Binomiale Nég	- 56 883	113 767
Corporelle	Poisson	- 8 921	15 075
	Binomiale Nég	- 9 297	18 595
Vol	Poisson	- 8 984	14 995
	Binomiale Nég	- 9 398	18 797
Dommage	Poisson	- 58 700	85 196
	Binomiale Nég	- 60 656	121 312
Bris De Glace	Poisson	- 63 149	90 838
	Binomiale Nég	- 64 750	129 500

La loi Binomiale Négative semble peu adaptée à l'étude des Bris de Glace et des Corporels ainsi que du Vol. Ces résultats, bien qu'indicatifs, nous apportent des informations que nous utiliserons ultérieurement après comparaison avec ceux produits à l'aide des modèles non complets.

Pour la **Charge** de nos sinistres, l'étude de l'adéquation de nos données sera effectuée par rapport aux différentes lois indiquées ci dessus.

Les sinistres de montant exceptionnel (que l'on nommera sinistres graves) seront écrêtés (nous ne considérerons que la partie basse du montant de la charge). Nous expliquerons dans les parties concernant le tarif a Priori et le tarif a Posteriori le pourquoi de cet écrêtement ainsi que les raisons du choix arbitraire de ce montant (150 000 €).

Nous intéressant ici au coût des sinistres pour la détermination de la charge moyenne, force est de constater que le nombre d'observations disponibles est beaucoup moins élevé que pour la fréquence. Ainsi, alors que nous avons plus de 250 000 véhicules pour déterminer nos fréquences, nous ne pouvons dénombrer que 72 000 sinistres pour l'estimation de notre charge (à répartir entre les différentes garanties). Le nombre de cellules vides ou mal renseignées sera donc beaucoup plus important et nécessitera la prise en compte d'hypothèses adéquates :

- Les cellules non renseignées ont un comportement identique à celui du reste de l'échantillon étudié
- Les cellules de moins de 40 observations ne seront pas considérées dans notre analyse.

Garanties	Nbres Cellules Renseignées	Nbres Cellules Utilisées
Matérielle	59	30
Corporelle	43	12
Vol	38	14
Dommage	56	29
Bris De Glace	61	27

Ce taux de représentativité peut apparaître faible dans un premier temps, mais ce dernier sera augmenté par les regroupements décidés lors de la modélisation.

La comparaison des différentes lois n'est pas aisée à mener étant donné les écarts entre les coûts et les logarithmes des coûts. Les résultats ci dessous sont donc à considérer comme étant informatifs et nécessitant à ce titre un approfondissement en fonction des résultats obtenus lors de la modélisation ainsi que par la comparaison avec les statistiques descriptives recensées dans la partie à Posteriori sur les coûts.

Une indication concernant la loi ayant la meilleure adéquation au modèle peut être trouvée en comparant les résultats obtenus sur les modèles complets.

Pour l'estimation de nos Coûts Moyens de sinistres, on obtient alors les résultats suivants :

Modèles Complets			
Garanties	Lois	Log Vraisemblance	Scaled Deviance
Matérielle	Gamma	-137 045	18 358
	Normale	-193 152	22 273
	Log_Normale	-235 877	178
	Igaussien	-151 714	17 494
Corporelle	Gamma	-15 698	2 119
	Normale	-27 132	2 577
	Log_Normale	-30 205	90
	Igaussien	-18 676	1 693
Vol	Gamma	-21 522	2 826
	Normale	-31 177	3 114
	Log_Normale	-34 961	104
	Igaussien	-22 280	2 402
Dommage	Gamma	-184 708	24 364
	Normale	-246 568	26 961
	Log_Normale	-277 660	1 024
	Igaussien	-194 906	21 947
Bris De Glace	Gamma	-143 176	22 678
	Normale	-193 748	27 925
	Log_Normale	-193 748	27 925
	Igaussien	-145 929	21 231

Ne connaissant pas encore les variables que nous allons conserver dans notre modèle final, nous baserons notre test d'adéquation sur le critère de la maximisation du log vraisemblance et de la minimisation de la déviance.

Ce critère ne permet pas de comparer la loi Log Normale aux 3 autres lois car la loi Log Normale est basée sur les logarithmes des coûts et la vraisemblance d'une variable aléatoire positive n'est pas comparable avec la vraisemblance du logarithme de cette même variable.

Il n'est pas aisé de conclure quant à la loi ayant la meilleure adéquation à notre modèle pour les raisons évoquées ci dessus. Les résultats obtenus à l'aide de la comparaison avec la Log Vraisemblance étant souvent contredit par ceux obtenus par la minimisation de la Déviance.

Hors loi Log Normale, on constate que les lois Gamma et Igaussienne semblent les mieux adaptées à l'étude de nos modèles. Toutefois, il n'est pas possible de se prononcer sur le choix de la loi qu'il faut utiliser par garantie à ce stade.

Nous poursuivrons donc notre étude en conservant les quatre adéquations possibles. Nous verrons par la suite par quels autres éléments nous pourrions affiner nos choix.

II.3. Modélisation de la Fréquence de Sinistre

Cette partie sera consacrée à la modélisation de la fréquence de nos sinistres.

Les modèles testés afin de simuler notre fréquence de sinistre seront des modèles de type Poisson, Poisson Sur dispersé, Binomiale Négative et Binomiale Négative Sur Dispersé.

Bien que n'étant pas simulées directement par la procédure Genmod de SAS (car ne rentrant pas dans la famille de densité du MLG), il est possible d'effectuer des modélisations de ces lois en définissant la déviance et la fonction de variance s'y rapportant par itération successive. On travaillera alors sur des modèles de quasi-vraisemblance.

II.3.1. Méthodologie Utilisée et variables sélectionnées

Les tests effectués précédemment étant concluants sur la majorité des garanties, nous mesurerons l'adéquation des modèles à une loi de Poisson ainsi qu'à une loi Binomiale Négative Surdispersée ou non.

Le nombre de garanties à tarifier étant important, nous décrivons la méthodologie employée et indiquerons ensuite les conclusions pour chaque type de garantie.

A titre illustratif, nous ne détaillerons l'analyse que d'une seule garantie. Afin de ne pas surcharger la lecture du mémoire, nous ne présenterons que les résultats des autres garantie.

Après l'utilisation des diverses méthodes de segmentation et de classification vue dans la première partie, les classes et variables retenues pour la modélisation de la fréquence et du coût moyen sont les suivantes :

DEP : 5 Classes
USAGE : 4 Classes
GENRE : 5 Classes

On a $5 \times 4 \times 5 = 100$ Cellules à remplir pour l'équivalent de 252 000 polices. Cela nous donne à peu près 2 520 polices par cellule. Certaines cellules vont s'avérer vides d'informations alors que d'autres concentreront de nombreuses polices.

Du fait de la sous représentativité de certaines cellules, nous serons contraints d'interpoler à l'aide du modèle GLM certains résultats afin d'obtenir un tarif « Complet ».

Du fait de la réglementation (garantie obligatoire ou non), nous n'aurons pas le même niveau d'information par garantie. La Responsabilité Civile sera logiquement, la garantie la mieux représentée, contrairement aux autres garanties (Dommage, Bris de Glace, Vol) dont la souscription est fonction de l'estimation de son propre risque par l'assuré.

II.3.2. Sélection des variables

Dans cette partie, nous prendrons comme hypothèse que les cellules « sous représentées » ont la même loi de distribution que les autres cellules. Le seuil de représentation sera fixé à 50.

Nos analyses seront réalisées simultanément sur un fichier que nous nommerons « Global » comportant l'ensemble de nos observations retraitées(cf. ci dessous).

Le fichier « Global » est réalisé à partir des sinistres survenus et enregistrés depuis janvier 2002 jusque décembre 2007, et des expositions de tous les véhicules en fonction des variables explicatives obtenues.

Le calcul de l'exposition est le suivant : on détermine sur une année civile, le nombre de jour de présence d'un véhicule, cette durée est ramenée proportionnellement au nombre de jour de l'année (soit par hypothèse 365).

L'exposition est considérée comme une variable dite « Offset » car ayant une influence linéaire sur le nombre de sinistre.

Il aurait également été possible de déterminer notre nombre de véhicule par le calcul de la demi différence de parc, mais cette méthode aurait introduit une approximation non souhaitée au sein de notre calcul. Cette méthode de calcul aurait toutefois eu son importance dans le cas du calcul du parc sur une flotte à véhicules non désignées : pour des parcs stables, on détermine le nombre moyen de véhicule sur l'exercice et on calcule le montant de la révision par rapport à la différence entre la prime annuelle du parc de début d'année et celle du parc de fin d'année, affectée d'un coefficient de 0,50 pour tenir compte de l'étalement des mouvements dans le temps.

La sélection des variables sera réalisée à l'intérieur de notre modèle grâce au logiciel SAS.

Les variables indiquées comme significatives seront conservées afin de déterminer la valeur de la fréquence de la garantie considérée. Une probabilité proche de 0 signifie que la variable considérée est très significative au sens du test du χ^2 . On considère de manière générale que les variables ayant une probabilité de χ^2 ou un F-Test de 10% ou moins sont significatives.

La procédure GENMOD (procédure permettant l'utilisation de Modèle Linéaire Généralisé) de SAS n'offre pas des procédures de régression pas à pas de type « stepwise » ou « forward », mais des analyses de type 1 et 3 (que nous détaillerons ci dessous).

La méthode « Forward » part d'un modèle sans variables explicatives (comportant uniquement la constante) et incorpore un à un les facteurs jugés les plus pertinents sur la base de la comparaison des log-vraisemblances. La procédure s'arrête lorsque l'ajout d'une variable (quelle qu'elle soit) n'augmente plus la significativité du modèle. La procédure « Backward » part du portefeuille le plus segmenté possible et regroupe les classes définies à partir des facteurs les moins pertinents. L'approche « Stepwise » permet de combiner les deux procédures précédentes.

L'analyse de type 1 introduit une à une les variables dans le modèle, dans l'ordre dans lequel elles ont été spécifiées. Un test de rapport de vraisemblance est réalisé entre deux modèles successifs emboîtés et nous donne une idée de la pertinence de la dernière variable introduite. Toutefois, ce type d'analyse est dépendant de l'ordre initial d'introduction des variables, c'est pour cela que nous lui préférons l'analyse de type 3.

L'analyse de type 3 compare le modèle complet (comprenant toutes les variables) avec les différents modèles obtenus en supprimant une des variables. On teste ainsi la pertinence de chacune des variables, compte tenu des autres. Cette approche se rapproche ainsi de l'approche Forward classique. A chaque étape, on exclura la variable ayant la p-value la plus élevée (jusqu'à arriver au seuil que l'on déterminera : 5% ou 10%).

Cette approche nous permet d'effectuer la sélection des variables pertinentes mais nous oblige ensuite à observer le détail de chaque sous classe des variables afin de tester leur significativité (via la p_value) et à effectuer des regroupements entre les sous classes si nécessaires.

II.3.3. Traitement de la Sur dispersion

Les premiers résultats de nos modèles peuvent révéler la présence d'un phénomène dit de sur-dispersion., en particulier lorsque l'on manipule la loi de Poisson.

On constate une « sur-dispersion », lorsque la variance de la réponse de la variable $Y(x)$ (représentant la variable à expliquer) est supérieure à son espérance mathématique $\mu(x)$.

$$\text{var}(Y(x)) = \varphi * E(Y(x)) = \varphi * \mu(x) \text{ avec } \varphi > 1, \text{ ou } \varphi \text{ est appelé paramètre de dispersion.}$$

La correction de la super-dispersion se réalise en estimant φ par le rapport du Chi-deux de Pearson sur des degrés de liberté.

Les écarts-types des estimations des paramètres du modèle sont alors multipliés par φ estimé et les chi-deux des statistiques sont divisés par φ estimé.

II.3.4. Mesure de la qualité de l'ajustement

Une fois notre modèle ajusté, il convient de vérifier la qualité de celui-ci.

Les estimateurs sont obtenus par maximisation de la vraisemblance (ou log vraisemblance) des paramètres (ou encore à minimiser la Déviance)..

Nous comparerons ainsi la Déviance et le Chi² afin de mesurer la qualité de l'ajustement global du modèle. Cependant nous ne pourrons effectuer ce type de comparaison que sur des modèles issus d'une même composante aléatoire (même V et ϕ).

La comparaison entre les différentes méthodes sera réalisée en fonction de l'observation des résidus et des résultats obtenus.

II.3.5. Application au cas de la Fréquence RC Matérielle

A partir des conclusions précédentes, nous allons chercher à modéliser la fréquence des sinistres Rc Matérielle par l'utilisation des modèles GLM.

Nous testerons l'adéquation des modèles à une loi de Poisson ou à une loi Binomiale Négative.

L'étude portera sur l'ensemble des garanties (Matérielle, Corporelle, Vol, Bris de Glace, Dommage) mais, afin de faciliter la lecture et d'éviter de surcharger le mémoire, nous ne détaillerons ici que la garantie RC Matérielle.

Les résultats des autres garanties sont disponibles en Annexe VI.

Données utilisées :

Une table SAS nommée ici « Descrip », réalisée à partir du croisement entre les fichiers sinistres et portefeuilles de l'Infocentre, a été créée. Cette table est composée de 252 286 lignes et donne par véhicule le relevé des informations statistiques la concernant : nombre de sinistres par garantie, charge sinistre actualisée par garantie, détail du véhicule concerné (Département, type de véhicule, usage, genre du véhicule,...), ainsi que la prime actuelle du véhicule.

L'ensemble de ces informations sera ensuite traité et synthétisé afin de parvenir à obtenir une ligne par case tarifaire.

Les cases tarifaires ainsi obtenues seront pondérées par l'exposition des véhicules afin de nous donner une fréquence.

Etude du modèle Poisson :

La distribution choisie en option de l'instruction "model" est la distribution de Poisson ("dist=poisson"). La fonction de lien est la fonction log ("link=log"). Cette option n'était pas nécessaire ici car la fonction log est la fonction de lien canonique associée à la distribution de Poisson.

Model Information	
Data Set	WORK FREQ1
Distribution	Poisson
Link Function	Log
Dependent Variable	sinmat
Offset Variable	ln
Observations Used	252 286

Criteria For Assessing Goodness Of Fit			
Criterion	DF	Value	Value/DF
Deviance	250 000	85 921	0,3406
Scaled Deviance	250 000	85 921	0,3406
Pearson Chi-Square	250 000	304 254	1,206
Scaled Pearson X2	250 000	304 254	1,206
Log Likelihood		-56 208	

Après une première modélisation, on constate la présence d'une légère surdispersion pour le modèle global. Les valeurs du Chi2 de Pearson indiquent une surdispersion (1,206 >1).

LR Statistics For Type 1 Analysis				
Source	Deviance	DF	Chi-Square	Pr > ChiSq
Intercept	87 073			
COD_dep	86 982	4	91	<0,0001
CODGENRE	86 486	4	496	<0,0001
CODUSAGE	85 921	3	564	<0,0001

Les variables utilisées sont toutes significatives au niveau global (test de type I et de type III), mais nous ne pouvons pas considérer ce résultat satisfaisant du fait de la surdispersion.

Les écarts types sont ici sous estimés et entraînent une surestimation des statistiques des tests, donc une significativité excessive.

LR Statistics For Type 3 Analysis			
Source	DF	Chi-Square	Pr > ChiSq
COD_dep	4	85,33	<0,0001
CODGENRE	4	798,7	<0,0001
CODUSAGE	3	564,48	<0,0001

Afin de résoudre le problème de sur-dispersion, nous introduirons un terme de bruit correspond à la variance non expliquée par le modèle (pscale sur SAS) Pearson X2/DF.

Le nouveau modèle se présente alors sous la forme :

Criteria For Assessing Goodness Of Fit			
Criterion	DF	Value	Value/DF
Deviance	250 000	85 921	0,3406
Scaled Deviance	250 000	71 242	0,2824
Pearson Chi-Square	250 000	304 254	1,2060
Scaled Pearson X2	250 000	252 274	1,0000
Log Likelihood		-46 605	

La surdispersion a été bien traitée comme nous le montre la statistique du khi-deux de Pearson et la vraisemblance ainsi que la déviance ne se sont pas trop détériorées.

LR Statistics For Type 1 Analysis							
Source	Deviance	Num DF	Den DF	F Value	Pr > F	Chi-Square	Pr > ChiSq
Intercept	87 073						
COD_dep	86 982	4	252 274	18,88	<,0001	76	<,0001
CODGENRE	86 486	4	252 274	102,78	<,0001	411	<,0001
CODUSAGE	85 921	3	252 274	156,02	<,0001	468	<,0001

LR Statistics For Type 3 Analysis						
Source	Num DF	Den DF	F Value	Pr > F	Chi-Square	Pr > ChiSq
COD_dep	4	252 274	17,69	<,0001	70,75	<,0001
CODGENRE	4	252 274	165,56	<,0001	662,25	<,0001
CODUSAGE	3	252 274	156,02	<,0001	468,05	<,0001

Les tests de Type 1 et de Type 3 nous montrent la significativité des variables. Il est toutefois important de considérer également la significativité de nos sous classes.

Analysis Of Parameter Estimates								
Parameter		DF	Estimate	Standard Error	Wald 95% Confidence Limits		Chi-Square	Pr > ChiSq
Intercept		1	-0,8394	0,1004	-1,0361	-0,6426	69,89	<,0001
COD_dep	Dep1	1	-0,1177	0,0276	-0,1718	-0,0636	18,16	<,0001
COD_dep	Dep2	1	-0,2061	0,0411	-0,2866	-0,1256	25,16	<,0001
COD_dep	Dep3	1	0,0373	0,0287	-0,0189	0,0935	1,69	0,1931
COD_dep	Dep4	1	-0,0182	0,0297	-0,0764	0,0399	0,38	0,5384
COD_dep	Dep5	0	0	0	0	0	,	,
CODGENRE	Genre1	1	-1,4497	0,0634	-1,574	-1,3254	522,58	<,0001
CODGENRE	Genre2	1	-1,1148	0,0649	-1,242	-0,9876	295,19	<,0001
CODGENRE	Genre3	1	-0,0892	0,0265	-0,1412	-0,0372	11,31	0,0008
CODGENRE	Genre4	1	-0,1809	0,025	-0,23	-0,1318	52,16	<,0001
CODGENRE	Genre5	0	0	0	0	0	,	,
CODUSAGE	Usage1	1	-1,5244	0,0963	-1,7132	-1,3356	250,44	<,0001
CODUSAGE	Usage2	1	-0,6962	0,0935	-0,8794	-0,5129	55,43	<,0001
CODUSAGE	Usage3	1	-0,0307	0,101	-0,2287	0,1674	0,09	0,7615
CODUSAGE	Usage4	0	0	0	0	0	,	,
Scale		0	1,0982	0	1,0982	1,0982		

De nombreuses sous classes apparaissant non significatives (indiqués en gras ci dessus), des regroupements de classe sont nécessaires.

Pour cela, nous nous baserons sur les études préliminaires de classification du début de notre mémoire.

Bien que les tests de Type1 et de Type3 nous aient montrés la significativité globale des variables utilisées, certaines sous classes apparaissent comme non significatives. C'est le cas des variables Usage3, Dep3 et Dep4. Après observation de la classification obtenue dans la première partie du mémoire, nous décidons de regrouper Cod_dep3, Cod_Dep4 et Cod_Dep5 ainsi que Usage 3 et Usage 4.

Criteria For Assessing Goodness Of Fit			
Criterion	DF	Value	Value/DF
Deviance	250 000	86 138	0,3414
Scaled Deviance	250 000	71 438	0,2832
Square	250 000	304 191	1,2058
X2	250 000	252 277	1,0000
Log Likelihood		-46 705	

On constate une faible hausse de la Déviance (86 138 contre 85 921) et de la Déviance Normalisée (71 437 contre 71 242 pour le modèle initial). La log Vraisemblance est elle passée de -46 604 à -46 705. Le regroupement des variables ne semble pas avoir dégradé la représentativité de notre modèle.

Parameter	Level1	DF	Estimate	StdErr	LowerCL	UpperCL	ChiSq	ProbChiSq
Intercept		1	-0,8494	0,0975	-1,0405	-0,6584	75,91	<,0001
cod1_dep	Dep1	1	-0,1252	0,0196	-0,1637	-0,0868	40,68	<,0001
cod1_dep	Dep2	1	-0,2154	0,0362	-0,2864	-0,1444	35,37	<,0001
cod1_dep	Dep345	0	0	0	0	0	,	,
CODGENRE	Genre 1	1	-1,3992	0,062	-1,5207	-1,2777	509,28	<,0001
CODGENRE	Genre 2	1	-1,108	0,0636	-1,2327	-0,9833	303,33	<,0001
CODGENRE	Genre 3	1	-0,0889	0,0265	-0,1408	-0,0369	11,23	0,0008
CODGENRE	Genre 4	1	-0,1821	0,025	-0,2312	-0,1331	52,95	<,0001
CODGENRE	Genre 5	0	0	0	0	0	,	,
cod1usage	Usage 1	1	-1,5072	0,0961	-1,6955	-1,3188	245,96	<,0001
cod1usage	Usage 23	1	-0,6065	0,0929	-0,7886	-0,4245	42,64	<,0001
cod1usage	Usage 4	0	0	0	0	0	,	,
Scale		0	1,0981	0	1,0981	1,0981		

La vraisemblance est restée stable lors de ce regroupement et on constate que les variables sont maintenant toutes significatives. Nous décidons donc de conserver ce modèle pour la RC Matérielle.

Etude du modèle Binomial Négatif :

Un autre moyen de résoudre le problème de surdispersion du modèle Poissonien aurait été l'utilisation d'un modèle Binomial Négatif (BN).

C'est ce type de modèle que nous allons étudier dans cette partie :

Criteria For Assessing Goodness Of Fit			
Criterion	DF	Value	Value/DF
Deviance	250 000	113 767	0,451
Scaled Deviance	250 000	113 767	0,451
Pearson Chi-Square	250 000	253 556	1,0051
Scaled Pearson X2	250 000	253 556	1,0051
Log Likelihood		-56 884	

La valeur du chi2 de Pearson nous indique l'absence de Surdispersion.

LR Statistics For Type 1 Analysis				
Source	Deviance	DF	Chi-Square	Pr > ChiSq
Intercept	114 720			
COD_dep	114 645	4	74,9	<,0001
CODGENRE	114 241	4	403,7	<,0001
CODUSAGE	113 767	3	473,6	<,0001

LR Statistics For Type 3 Analysis			
Source	DF	Chi-Square	Pr > ChiSq
COD_dep	4	68,8	<,0001
CODGENRE	4	673,6	<,0001
CODUSAGE	3	473,6	<,0001

Les tests de Type1 et de Type3 nous incitent à conserver toutes nos variables mais des regroupements à l'intérieur de nos classes semblent pertinents.

Analysis Of Parameter Estimates								
Parameter		DF	Estimate	Standard Error	Wald 95% Confidence Limits		Chi-Square	Pr > ChiSq
Intercept		1	-0,6855	0,1166	-0,9141	-0,4569	34,5	<,0001
COD_dep	Dep1	1	-0,1223	0,0283	-0,1777	-0,0669	18,7	<,0001
COD_dep	Dep2	1	-0,2069	0,0417	-0,2885	-0,1252	24,7	<,0001
COD_dep	Dep3	1	0,0344	0,0295	-0,0235	0,0922	1,4	0,2444
COD_dep	Dep4	1	-0,0194	0,0305	-0,0791	0,0403	0,4	0,5242
COD_dep	Dep5	0	0	0	0	0	,	,
CODGENRE	Genre1	1	-1,5239	0,0669	-1,655	-1,3928	519,1	<,0001
CODGENRE	Genre2	1	-1,2061	0,0709	-1,345	-1,0672	289,6	<,0001
CODGENRE	Genre3	1	-0,0884	0,0274	-0,142	-0,0347	10,4	0,0013
CODGENRE	Genre4	1	-0,1803	0,0258	-0,2308	-0,1299	49,0	<,0001
CODGENRE	Genre5	0	0	0	0	0	,	,
CODUSAGE	Usage1	1	-1,671	0,1129	-1,8922	-1,4497	219,1	<,0001
CODUSAGE	Usage2	1	-0,7548	0,1048	-0,9602	-0,5494	51,9	<,0001
CODUSAGE	Usage3	1	-0,0992	0,1126	-0,3198	0,1214	0,8	0,3782
CODUSAGE	Usage4	0	0	0	0	0	,	,
Scale		0	1	0	1	1		

Après observation de la classification obtenue dans la première partie du mémoire, nous décidons de regrouper Codusage2 et 3 ainsi que cod_dep3,4 et 5.

Le modèle Global retenu est donc le suivant pour la loi Binomiale Négative :

Criteria For Assessing Goodness Of Fit			
Criterion	DF	Value	Value/DF
Deviance	250 000	113 928	0,4516
Scaled Deviance	250 000	113 928	0,4516
Pearson Chi-Square	250 000	253 548	1,005
Scaled Pearson X2	250 000	253 548	1,005
Log Likelihood		-56 964	

La perte d'information du modèle induite par ces retraitements est faible, comme le montrent la Scaled Deviance et la Vraisemblance. Nous passons ainsi d'une déviance sur le modèle complet de 113 767 à une déviance de 113 928 (et pour la vraisemblance de -56 884 à -56 964).

Parameter	Level1	DF	Estimate	StdErr	LowerCL	UpperCL	ChiSq	ProbChiSq
Intercept		1	-0,7026	0,1136	-0,9253	-0,4800	38,3	<,0001
cod1_dep	Dep1	1	-0,1279	0,0200	-0,1672	-0,0887	40,8	<,0001
cod1_dep	Dep2	1	-0,2150	0,0365	-0,2866	-0,1433	34,6	<,0001
cod1_dep	Dep345	0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	,	,
CODGENRE	Genre 1	1	-1,4869	0,0660	-1,6163	-1,3575	507,1	<,0001
CODGENRE	Genre 2	1	-1,1974	0,0702	-1,3351	-1,0598	290,7	<,0001
CODGENRE	Genre 3	1	-0,0882	0,0274	-0,1418	-0,0345	10,4	0,0013
CODGENRE	Genre 4	1	-0,1815	0,0257	-0,2319	-0,1311	49,8	<,0001
CODGENRE	Genre 5	0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	,	,
cod1usage	Usage 1	1	-1,6481	0,1123	-1,8682	-1,4281	215,6	<,0001
cod1usage	Usage 23	1	-0,6594	0,1041	-0,8634	-0,4554	40,1	<,0001
cod1usage	Usage 4	0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	,	,
Scale		0	1	0	1	1		

Les tests de rapport de vraisemblance nous ont permis de sélectionner les meilleurs modèles pour chaque type de loi envisagée (ici Poisson ou Binomiale Négative).

La comparaison des quasi-vraisemblances obtenue entre le modèle Poisson et le Modèle Binomial Négatif nous conduit à privilégier le modèle BN. De plus, la comparaison des fréquences modélisée avec les fréquences obtenues à l'aide de nos statistiques descriptives nous incite également à privilégier le modèle BN.

Modèle Retenu :

Après comparaison des 2 modèles obtenus, la fréquence modélisée sera de la forme :

Garantie	Vol	Bris De Glace	Domage	Rc Materielle	Rc Corporelle
Loi	Poisson	Poisson	Bin Neg	Poisson	Poisson
Cste	0,01102	0,15197	0,34691	0,42767	0,04078
Dep1	0,74230	0,95332	0,90883	0,88232	0,78568
Dep2	0,62238	0,93118	0,79963	0,80622	0,40277
Dep3	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
Dep4	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
Dep5	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
Genre 1	0,38400	0,93165	0,38136	0,24679	0,27371
Genre 2	0,27226	0,56012	0,32713	0,33022	0,14775
Genre 3	1,28943	0,96609	1,06855	0,91494	1,00000
Genre 4	1,24520	1,08719	1,34165	0,83352	1,00000
Genre 5	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
Usage 1	1,00000	1,00000	0,45086	0,22153	0,27120
Usage 2	1,00000	1,00000	0,78529	0,54526	0,44504
Usage 3	1,00000	1,00000	0,78529	0,54526	0,44504
Usage 4	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000

Les modèles utilisés étant de forme multiplicative, la valeur 1 sera donnée par défaut aux modalités n'influençant pas la fréquence.

Pour la Garantie RC Matérielle, la formule permettant de déterminer le tarif est donc de la forme :

$$\text{Fréquence RC-Matérielle} = \text{Cste} \times \text{Coeff_Usage} \times \text{Coeff_Genre} \times \text{Coeff_Dep}$$

II.4. Modélisation de la Charge Sinistre

II.4.1. Domaine et variables étudiées

Dans cette partie du tarif, nous nous intéresserons à la Charge Brute actualisée des sinistres.

Les variables et classes utilisées seront, pour des raisons de volumétrie et de simplicité, les mêmes que celles utilisées pour le calcul des fréquences.

Nos analyses seront réalisées simultanément sur un fichier appelé « Global » comportant l'ensemble de nos observations retraitées(cf. ci dessous).

Le fichier « Global » est réalisé à partir des sinistres survenus et enregistrés depuis janvier 2002 jusque décembre 2007. Nous continuerons à utiliser dans cette partie le logiciel SAS et la procédure.

Comme nous l'avons déjà mentionné lors des tests d'adéquation, nous prenons l'hypothèse que le comportement des cellules mal renseignées est le même que celui du reste de l'échantillon étudié. La segmentation utilisée lors du calcul des fréquences de sinistre sera donc également utilisée lors du calcul de la charge moyenne de sinistre.

Nous prendrons l'hypothèse que nos charges sont liquidées pour l'ensemble de nos garanties, hors Rc Corporelle.

Une étude sur la liquidation des coûts réalisée dans le cadre de la tarification a Posteriori a mise en évidence la liquidation au bout de 4 ans, de la majorité des charges sinistres, hors Rc Corporelle pour laquelle près de 20% de la charge reste encore à provisionner.

La Charge de la RC Corporelle et sa liquidation seront détaillées ci après plus en détail.

Le nombre de sinistres des véhicules désignés s'élève à 72 000 sinistres, mais est variable selon les garanties.

Garantie	Nombre Sinistre	Charge
Rc Matérielle	17 000	29 136 716
Rc Corporelle	1 689	12 937 533
Vol	3 111	7 463 844
Bris de Glace	28 000	9 644 571
Domage	22 000	55 330 146

Contrairement à l'estimation des nombres de sinistres, il n'existe pas de lois « évidentes et reconnues » permettant de modéliser de façon évidente le coût des sinistres.

Néanmoins, certaines lois telles que les : Gamma, Normale, Log normale et Inverse Gaussienne, permettent d'arriver en général à des résultats acceptables.

II.4.2. Problématique des Sinistres dits « Graves »

La définition de Sinistre Grave est classique mais son interprétation reste vague.

Ainsi, on appelle Sinistre Grave, tout sinistre de nature exceptionnelle, que ce soit par sa fréquence et par son intensité.

Il n'existe pas de seuil réglementaire et uniforme de grave. En effet, selon les garanties (cf tableau ci dessous), les types de risque, un sinistre répondra ou non à la définition de Grave.

Alors qu'en RC Corporelle, 0.1% des sinistres (2 sinistres dans ce cas) représentent 19% de la charge, ils ne représentent que 1% de la charge en Bris de Glace.

Garantie	Part de la Charge des Sinistres les plus importants						
	20%	15%	10%	5%	1%	0,50%	0,10%
BDG	31%	24%	17%	10%	3%	2%	1%
COR	78%	74%	71%	64%	45%	38%	19%
DOM	44%	37%	31%	21%	9%	6%	3%
MAT	34%	29%	24%	18%	11%	10%	8%
VOL	60%	56%	49%	35%	15%	11%	4%

Le seuil à partir duquel on définit un grave doit donc être affiné par garantie.

On pourrait indiquer en RC Matérielle qu'un sinistre est dit « Grave » à partir de 50 000 €, alors qu'en RC Corporelle, celui ci devrait être de 150 000 €.

On peut également intuitivement déduire que la notion de « Grave » dépend aussi de la taille d'une flotte (cf. étude dans la partie a Posteriori sur ce sujet) : un sinistre dit « Grave » aura un impact beaucoup plus important sur une flotte de petite taille que sur une flotte importante.

II.4.3. Modélisation de la Charge Sinistre

Nous nous intéresserons ici aux sinistres modélisés en dessous du seuil de « Grave », que nous dénommerons sinistres écrêtés.

Par simplification, nous supposerons dans cette partie que le seuil de grave d'un sinistre est de 150 000 €.

Nous verrons dans le tarif a Posteriori une méthode permettant en fonction des garanties et d'autres critères, d'établir une définition plus fine de la notion et du traitement des sinistres dits « Graves ».

La répartition des charges de notre portefeuille est alors la suivante :

Garantie	Coût Moyen	Coût Moyen Ecrêté
BDG	349	349
COR	7070	4 523
DOM	1865	1730
MAT	1267	1185
VOL	2927	2 927

En fonction des différentes garanties, les lois retenues et les Coûts Moyens déterminés par la modélisation sont les suivants :

Garantie	Vol	Bris De Glace	Dommage	Rc Materielle	Rc Corporelle
Loi	normale id	igaussien	id normal	gamma	log normal
CSTE	1 763	309,54	1247,56	1173,80	4561,01
Dep1	893	1	102,81	1,00	1,00
Dep2	893	1	102,81	1	1
Dep3	0	1	0	1	1
Dep4	0	1	0	1	1
Dep5	0	1	0	1	1
Genre 1	1 665	1,21	523,44	1,08	1,43
Genre 2	1 665	1,49	817,03	0,95	1,75
Genre 3	0	1,08	52,47	1,05	0,80
Genre 4	0	1,20	52,47	1,05	0,80
Genre 5	0	1	0	1	1
Usage 1	0	1	0	1	1
Usage 2	0	1	0	1	1
Usage 3	0	1	0	1	1
Usage 4	0	1	0	1	1

Les types de lois modélisés donnant des résultats de type multiplicatif (Loi Igaussienne) ou additif (loi Normale, Gamma), la valeur des coefficients retenus est très différente.

Ainsi, pour les lois de type Normale, l'absence de coefficient indique la non-utilisation de cette variable dans le modèle, alors que pour les autres lois (Igaussienne, Gamma et Log Normale), c'est le coefficient 1 qui indique la non-utilisation de la variable.

Pour la Garantie RC Matérielle, la formule permettant de déterminer le tarif est donc de la forme :

$$\text{Coût Moyen RC Matérielle} = \text{Cste} \times \text{Coeff_Dep} \times \text{Coeff_Genre} \times \text{Coeff_Usage}$$

Pour la garantie Vol, la formule devient :

$$\text{Coût Moyen Vol} = \text{Cste} + \text{Coeff_Dep} + \text{Coeff_Genre} + \text{Coeff_Usage}$$

A titre d'exemple, un véhicule ayant un Genre 5 (Camionnette), un Usage 3 (Tous Déplacements), du département 05 (DEP2), aurait un Coût Moyen Hors Grave pour la garantie Matérielle de : **1173,80 €**.

De même, un véhicule ayant un Genre 1 (Camionnette), un Usage 3 (Tous Déplacements), du département 05 (DEP2), aurait un Coût Moyen Hors Grave pour la garantie Matérielle de : **1271,30 €**.

II.4.4. Traitement des sinistres « Graves »

De nombreuses alternatives sont possibles lors du traitement des sinistres « Graves » :

- ✓ Nous pouvons par Garantie, mutualiser le montant de ses Graves et l'appliquer à l'ensemble de notre portefeuille. Nous retiendrons dans notre étude ce type d'approche.
- ✓ Nous pouvons également répartir ce coût sur les catégories de véhicule touchées par ce type de sinistre. Cependant, majorer une seule catégorie de véhicule reviendrait, au vu du montant des graves, à refuser de souscrire ce type de véhicule et introduirait une sélection dans le caractère exceptionnel de ceux-ci.
- ✓ Le mode d'application de la charge de ses sinistres serait en fonction du nombre de véhicule présent dans la flotte.

D'autres idées sur le mode de répartition peuvent être utilisées, mais celles-ci introduisent une antisélection plus forte (par exemple en pondérant par rapport au montant de primes ou au nombre de sinistre par véhicule,...).

Le traitement des sinistres corporels « Graves » requiert lui une approche et une vision particulière. En effet, l'absence de sinistre corporel sur une flotte ne permet pas de dire que ce type de risque est bon. Il est important d'associer au coût moyen d'un sinistre, une provision pour sinistres corporels graves, même pour les flottes non sinistrées.

Afin de préserver l'équilibre de notre tarif et ne pas introduire d'antisélection, nous choisissons donc de mutualiser nos sinistres graves sur l'ensemble des types de véhicules. Il pourrait être intéressant dans une approche de rentabilité de réfléchir à l'impact de l'hypothèse 2 (c'est à dire, attribuer la charge des graves aux catégories qui en sont responsables) sur la rentabilité globale de notre portefeuille.

En considérant l'hypothèse 1, le Coût moyen de nos sinistres sera donc augmenté par garantie et par véhicule de la charge mutualisée des graves.

Nous supposerons dans cette partie que le seuil de grave d'un sinistre est de 150 000 €.

Le nombre de grave par garantie ainsi que leur montant figure dans le tableau ci dessous :

Garantie	Nombre Sinistre « Graves »	Charge "Grave"
Rc Matérielle	3	1 901 405
Rc Corporelle	8	4 697 136
Vol		
Bris de Glace		
Dommage	10	4 012 499

Garantie	Nombre Sinistre	Charge "Grave"	Coût Moyen des "Graves"	Coût Moyen des "Graves" / An
Rc Matérielle	17 000	1 901 405	112	22
Rc Corporelle	1 689	4 697 136	2 781	556
Vol	3 111		0	0
Bris de Glace	28 000		0	0
Dommage	22 000	4 012 499	182	36

L'utilisation de la segmentation déterminée lors de la tarification de la fréquence permettra de niveler le niveau de Grave en fonction des types de véhicule.

En reprenant l'exemple précédemment énoncé, le Coût Moyen Y compris grave serait pour la garantie matérielle de 22+1 173,80 , soit **1 195,80 €**.

II.5. Conclusion :

Les analyses effectuées dans la première partie ont permis d'affiner par modalité la présélection de nos variables. Fort de ces résultats, nous avons dans cette partie, cherché à élaborer notre tarif a priori.

Pour cela, nous avons décomposé notre approche en 2 étapes distinctes

Une première centrée sur la vérification d'hypothèses, notamment celles sur l'adéquation des lois à nos variables.

La deuxième elle, a été centrée sur la modélisation propre de notre tarif a priori.

Le coût des sinistres est supposé indépendant du nombre de sinistres. Cette hypothèse nous a permis de décomposer notre étude en 2 parties : une portant sur la fréquence et une autre sur le coût moyen.

A partir des analyses effectuées dans la première partie nous avons affiné par modalité la présélection de nos variables.

Pour chacune de ses parties, nous avons cherché à déterminer la loi étant la « plus proche » de notre échantillon et donc, la loi nous permettant de modéliser au mieux notre tarif (issu de la décomposition fréquence et coût).

Chacune des lois retenues devant minimiser les écarts relatifs, nous avons multiplié les tests d'estimation et avons privilégié la plus grande prudence dans le choix de ces lois. Pour cette raison, la confrontation entre notre résultat théorique et la loi modélisée s'est avérée être un critère essentiel de notre choix.

Après un retour sur les modèles GLM (dont l'aspect théorique est disponible en Annexe) , nous avons ensuite, pour chacune de nos garanties effectué une modélisation à l'aide du modèle linéaire généralisé. Bien que notre analyse se soit plus particulièrement focalisée sur la RC matérielle, les études pour les autres garanties sont disponibles en annexe.

Pour la fréquence, un modèle comportant une loi de type poisson a été retenue (pour la RC matérielle). L'approche charge sinistre a nécessité quelques précisions et retraitements supplémentaires. Ainsi, la présence de sinistres dits « graves » , phénomène impactant fortement l'équilibre technique d'un contrat, nous a contraint à dissocier notre traitement. Après avoir estimé le coût total des sinistres graves, nous avons décidé de mutualiser ce coût sur l'ensemble de notre portefeuille et de modéliser les charges situées sous ce seuil de grave. La loi utilisée pour la modélisation sera une loi Gamma. D'autres approches ont été évoquées, mais, pour des raisons de cohérence dans notre approche, nous ne les avons pas pris en compte.

La prime pure sera calculée à partir de la formule générale Fréquence * Coût Moyen.

Ce tarif, issu de nos informations portefeuille, nécessite, pour devenir notre tarif technique, la combinaison avec des méthodes de tarification a posteriori que nous étudierons dans la partie suivante.

III. Tarification à Posteriori et mise en œuvre du tarif

Dans cette partie, nous nous intéressons principalement à l'expérience des flottes composant le portefeuille. Les paragraphes précédents ont fait ressortir les trois critères que sont le genre du véhicule, l'usage ainsi que le département. Une analyse factorielle combinée à un modèle GLM nous a permis de définir une prime brute basée sur ces trois critères.

L'étude des flottes et en particulier de leur expérience en terme de sinistralité doit nous permettre de pondérer ces premiers résultats. En effet, nous estimons qu'un tarif tel que précédemment calculé peut pénaliser une flotte dont les fréquences ou les coûts moyens sont nettement inférieurs aux moyennes du portefeuille étudié. A l'inverse, une flotte dont les statistiques s'éloignent dangereusement des moyennes observées sera privilégiée et accentuera notre risque tout en augmentant notre probabilité de dégradation de la rentabilité du produit.

En travaillant sur des statistiques observées sur 4 années de couverture, nous envisagerons d'introduire la taille des flottes comme nouvelle variable discriminante.

L'information présente dans les bases de données nous permettra de mettre en évidence que ce nouvel axe d'analyse peut être intégré dans la conception d'un tarif Flotte.

La période observée étant conséquente, nous commencerons par retravailler les données pour les rendre homogènes à une date de couverture.

Nous tenterons ensuite de distinguer les sinistres « graves » et « non graves » et verrons que les limites que nous utiliserons seront dépendantes des garanties étudiées.

L'historique à notre disposition, bien que conséquent, n'étant pas suffisant pour avoir une connaissance complète de l'évolution de la sinistralité, nous utiliserons des méthodes de provisionnement pour étudier la liquidation des sinistres. Cette étape nous permettra d'anticiper les coûts ultimes des sinistres.

L'analyse d'un historique plus long nous permettra, en fonction des critères évoqués plus haut de définir un seuil de gravité lié à la taille de la flotte à partir duquel l'information d'un contrat donné sera remplacée par les données du portefeuille.

L'analyse sera complétée par la mise en place du tarif global et par une application numérique reprenant, d'une part, les hypothèses retenues lors de la tarification « a priori » et d'autre part, les éléments développés dans ce chapitre.

III.1. Introduction

Contrairement à la tarification des véhicules de particuliers, la partie relative aux caractéristiques du conducteur, dans le cadre des flottes automobiles, est inconnue.

Or cette partie représente un poids non négligeable dans l'appréciation du tarif automobile de particuliers.

Ignorer ces informations revient à accepter que les résultats d'une flotte soient indépendants des conducteurs.

Les critères de la tarification à priori étant plus limités dans le cadre d'une flotte automobile, il est nécessaire de compléter notre niveau d'information en considérant que l'expérience de la flotte est un critère essentiel pour nuancer la tarification faite à priori.

Cette contrainte nous oblige cependant à utiliser un historique assez long pour disposer d'une matière significative. Nous observerons qu'une période courte peut être préjudiciable dans notre analyse des sinistres de tailles importantes.

Utiliser la dernière année d'historique à notre disposition peut s'avérer délicat si les statistiques laissent apparaître des sinistres de montants très élevés. L'analyse des coûts serait revue à la hausse avec un tarif fortement majoré. A l'inverse, une année sans sinistres graves influencerait notre analyse et aurait comme conséquence une diminution significative du tarif.

Nous utiliserons ainsi un historique conséquent de 7 années pleines qui feront apparaître ces phénomènes.

Notre objectif est de déterminer un tarif pour des Flottes à véhicules désignés. Nous avons vu dans les précédents chapitres que nous disposions, pour cette catégorie, de données essentielles que sont l'usage ou le type de véhicules pour la tarification faite a priori.

Dans cette partie, nous nous intéressons surtout à la sinistralité des véhicules. Nous décidons d'élargir notre périmètre d'étude aux Flottes à véhicules non désignés pour disposer d'une base plus conséquente.

Certains phénomènes doivent auparavant être intégrés dans notre analyse :

- L'actualisation

Les sinistres observés correspondant à des événements survenus dans le passé, nous commencerons par les rendre homogènes en les transformant pour les valoriser à la date de couverture.

Pour actualiser les sinistres en montant, on se base généralement sur des indices professionnels ou de marché adaptés à chaque situation, comme le coût de la réparation automobile ou le coût de la journée d'hôpital¹.

- L'évolution du portefeuille

Pour rendre les résultats comparables, nous actualiserons les charges de sinistres en fonction des expositions de chaque exercice. Nous tiendrons principalement compte des dates d'effet des contrats des flottes.

Les principales modifications portent généralement sur le nombre de véhicules assurés ainsi que les garanties accordées.

En pratique, pour tarifier une flotte nouvelle, on se base sur les relevés d'information des 3 dernières années fournis par la compagnie tenante de l'affaire. Ces relevés donnent un assez bon détail des sinistres, mais strictement aucune information sur les conditions passées d'assurance.

Par conséquent, nous ne connaissons pas le nombre de véhicules couverts, ni si les conditions de franchises ou de garanties étaient identiques sur toute la période. Pourtant, lorsque l'on est tenant, on observe parfois des variations significatives.

Pour limiter ces effets et pour simplifier le cadre de l'étude, nous partirons de l'hypothèse que notre connaissance des véhicules des flottes de notre portefeuille est de bonne qualité. Nous partons donc du principe que nous avons affaire à des flottes à véhicules désignés.

- La liquidation

Les charges des sinistres d'un exercice de survenance évoluent dans le temps. Ces évolutions peuvent varier selon les exercices, les natures de garanties, et dépendent essentiellement de règles de gestion retenues par les compagnies.

Ces constats portent essentiellement sur la garantie Responsabilité Civile Corporelle pour laquelle les durées de liquidation des sinistres peuvent dépasser 10 ans.

En règle générale, la tarification se fait en cours d'année. Les statistiques mises à disposition sont donc généralement incomplètes et ne reflètent pas d'un exercice entier.

L'utilisation de techniques de provisionnement peut dans ce cas compléter notre connaissance de la sinistralité des flottes.

- Les sinistres graves

Dans le cadre de l'analyse des portefeuilles automobiles, il est intéressant d'examiner les sinistres en fonction de leur coût pour constater qu'ils se comportent différemment selon les niveaux.

¹ Les indices utilisés figurent en Annexe V

Pour mesurer l'impact de cette affirmation, prenons l'exemple de l'exercice de survenance 2003 pour lequel on dispose des observations à 5 âges anniversaires, pour le nombre et pour les montants des sinistres.

La garantie RC Corporelle est ici observée sur une année de survenance, sur montants non actualisés :

En découpant les observations en 12 intervalles selon la valeur des sinistres, nous constatons les phénomènes suivants :

- un très petit nombre de sinistres les plus graves représente une part importante des charges.
- La liquidation des sinistres est différenciée selon le niveau des sinistres

On observe que les sinistres de plus de 80 000 euros représentent un peu plus de 1,3% des sinistres pour près de 71% de la charge.

**Charge des sinistres
Survenance 2003**

tranches (euros)	déc-03	déc-04	déc-05	déc-06	déc-07	déc-08
< 300	2 930	13 302	16 281	16 830	17 099	17 439
300 - 650	5 727	19 149	27 066	30 004	30 933	31 908
650 - 1000	57 970	22 776	19 908	22 568	23 382	23 382
1 000 - 2 000	240 143	205 544	139 970	117 483	123 771	120 558
2 000 - 5 000	221 394	285 610	277 282	288 070	287 215	275 402
5 000 - 15 000	941 460	683 737	642 791	587 532	538 709	567 810
15 000 - 30 000	275 005	369 777	329 900	307 426	357 771	317 904
30 000 - 50 000	282 674	354 358	344 156	534 434	510 709	478 204
50 000 - 80 000	404 794	774 443	703 732	697 906	558 791	757 888
80 000 - 150 000	395 979	620 491	803 247	478 036	674 857	677 260
150 000 - 500 000	466 757	644 368	328 027	469 911	469 912	456 441
> 500 000	2 455 829	5 074 749	5 076 108	5 081 191	5 081 191	5 149 135
TOTAL	5 750 663	9 068 304	8 708 469	8 631 390	8 674 339	8 873 332

A l'autre extrémité, les sinistres de moins de 5 000 euros représentent près de 86% du nombre pour moins de 6% de la charge.

Par ailleurs, les tendances d'évolution des charges des tranches de cout suivent des variations très différentes.

Ainsi, après 2 ans les charges des petits sinistres diminuent sensiblement, alors que celles des sinistres moyens et celles des sinistres importants augmentent.

**Nombre de sinistres
Survenance 2003**

tranches (euros)	déc-03	déc-04	déc-05	déc-06	déc-07	déc-08
< 300	239	442	512	530	527	529
300 - 650	12	46	64	70	72	74
650 - 1000	61	27	26	29	30	30
1 000 - 2 000	191	158	104	86	90	86
2 000 - 5 000	80	100	95	97	96	92
5 000 - 15 000	164	100	88	78	74	78
15 000 - 30 000	15	18	17	16	19	16
30 000 - 50 000	7	10	9	14	13	14
50 000 - 80 000	7	13	12	13	10	12
80 000 - 150 000	5	7	9	5	8	8
150 000 - 500 000	1	2	2	2	2	2
> 500 000	1	3	3	3	3	3
TOTAL	783	926	941	943	944	944

En RC Corporelle, la fréquence moyenne est de 0,5% par véhicule pour une charge moyenne de 90 euros par véhicule.

Au-delà d'un niveau de 50 000 euros la fréquence observée dépassant ce seuil passe à 0,02% pour une charge moyenne de 55 euros.

On perçoit rapidement que pour une flotte de petite taille, la probabilité d'enregistrer 1 sinistre corporel de plus de 50 000 euros, même sur 3 ans, est très faible, alors que la globalité des charges pour la part supérieure à cette limite représente plus de la moitié de la charge totale.

Avec cette expérience au niveau du portefeuille, on observera un très grand nombre de flottes sans sinistre supérieur à 50 000 euros, pour un nombre restreint de contrats supportant un tel sinistre.

Pour relativiser ces phénomènes, nous devons remarquer que la garantie citée en exemple est la plus volatile des garanties à tarifier.

Ces amplitudes ne s'observent plus sur des garanties matérielles telles que le dommage, les bris de glaces et le vol pour lesquelles les couts définitifs sont connus assez rapidement.

De même, la garantie RC matérielle fait apparaître des taux de liquidation importants au bout de 2 ans.

La survenance de sinistres de très faible fréquence présente une très forte volatilité des coûts au niveau d'une flotte. Cette volatilité est d'autant plus grande que la flotte est petite.

Dans le cadre de la tarification d'une flotte, le fait d'observer de fortes distorsions entre les distributions en nombre et en montant, nous contraint à relativiser les observations de la flotte.

Si l'on considère le fait de supporter un sinistre « grave » comme purement aléatoire, on ne peut pas, d'une part pénaliser la flotte l'ayant enregistré en lui faisant payer la totalité du sinistre, et d'autre part faire bénéficier toutes les autres flottes de la chance qu'elles ont eue, en leur offrant gratuitement la garantie.

Sous cette hypothèse, il est normal de répartir la charge de ce sinistre sur la totalité du portefeuille.

Pour éviter que les sinistres graves ne perturbent trop l'appréciation du tarif, on peut procéder comme en réassurance, en considérant que la flotte va chercher une couverture en excédent de sinistres appropriée à sa taille. Plus la flotte est petite, plus la franchise sera basse.

Le coût de la couverture sera basé sur les observations du portefeuille.

On observe ainsi sur le tableau ci-dessous la répartition des charges RC Corporelle par taille de flotte.

On observe ainsi que pour une charge totale de 8,873 M€, 58% (soit 5,14M€) de ce montant est porté par des sinistres dont le cout unitaire excède 0,5 M€.

Compte tenu du poids des sinistres importants, une appréciation précise des sinistres graves est donc essentielle pour la mise en place du tarif

**Charge des sinistres
Survenance 2003**

taille de la flotte (véhicules)	< 5 K€	5 K€ - 30 K€	30 K€ - 80 K€	80 K€ - 150 K€	150 K€ - 500 K€	> 500 K€	TOTAL
<5	40 088	69 559	205 122	95 972	0	0	410 741
5_9	71 067	129 698	132 411	0	0	0	333 176
10_14	58 761	204 924	75 168	298 374	295 730	0	932 956
15_19	37 829	119 644	182 186	0	0	0	339 659
20_29	40 865	64 564	139 057	0	160 711	3 602 412	4 007 609
30_49	36 382	51 802	105 380	0	0	0	193 564
40_49	10 470	0	52 180	0	0	0	62 650
50_79	35 045	52 974	58 417	0	0	0	146 435
80_100	20 424	12 438	0	97 214	0	0	130 076
>100	117 759	180 111	286 171	185 701	0	1 546 722	2 316 464
TOTAL	468 689	885 714	1 236 092	677 260	456 441	5 149 135	8 873 332

On remarque que la charge des sinistres supérieure à 0,5M€ est principalement portée par les flottes de 20 à 29 véhicules.

Sur la survenance 2005, nous faisons un constat différent :

C'est sur les flottes de taille importante que nous retrouvons les sinistres dont le cout est supérieur à 500 000 euros.

**Charge des sinistres
Survenance 2005**

taille de la flotte (véhicules)	< 5 K€	5 K€ - 30 K€	30 K€ - 80 K€	80 K€ - 150 K€	150 K€ - 500 K€	> 500 K€	TOTAL
<5	23 839	0	40 480	0	0	0	64 319
5_9	23 367	51 432	103 994	0	0	0	178 793
10_14	39 126	125 556	89 462	112 671	0	0	366 815
15_19	49 173	108 015	0	136 261	0	735 521	1 028 970
20_29	53 394	57 826	0	227 620	0	0	338 841
30_49	35 102	54 642	32 975	0	0	0	122 718
40_49	17 125	152 766	41 686	0	0	0	211 577
50_79	54 988	74 109	0	0	172 115	0	301 211
80_100	36 393	17 453	66 409	228 193	0	0	348 449
>100	115 893	289 684	283 731	0	251 063	2 527 922	3 468 292
TOTAL	448 399	931 483	658 737	704 745	423 178	3 263 444	6 429 986

Ces tableaux mettent en évidence la volatilité des flottes de taille modeste. Nous observons ainsi que la charge des flottes de 15 à 20 véhicules est multipliée par 3 entre l'exercice 2003 et 2005.

De même, et à un degré moindre, nous constatons une charge en forte diminution sur les flottes de moins de 5 véhicules.

Ces remarques nous incitent donc à apprécier la notion de sinistre grave en fonction du nombre de véhicules composant une flotte.

De même, pour ne pas perturber notre analyse, il nous semble nécessaire d'étudier les sinistres non graves indépendamment des sinistres de tailles importantes.

On établit ainsi une règle de tarification à posteriori :

Le tarif de la partie basse, inférieure à un seuil à déterminer est établi sur l'expérience de la flotte, le tarif de la partie haute, supérieure au même seuil, est établi sur l'expérience du portefeuille.

En terme de parc assuré, nous observons sur les portefeuilles 2006, 2007 et 2008 une répartition semblable des contrats ventilés par taille.

Portefeuille 2005

taille (nb véhicules)	Nb polices	Nb véhicules	%pol	% véhicules
<30	5 349	52 599	87%	47%
30 - 100	685	33 587	11%	30%
>100	111	26 423	2%	23%

Portefeuille 2006

taille (nb véhicules)	Nb polices	Nb véhicules	%pol	% véhicules
<30	5 283	54 047	86%	47%
30 - 100	726	34 867	12%	30%
>100	110	26 879	2%	23%

Portefeuille 2007

taille (nb véhicules)	Nb polices	Nb véhicules	%pol	% véhicules
<30	4 985	53 152	86%	46%
30 - 100	710	34 297	12%	30%
>100	111	28 652	2%	25%

Le portefeuille observé sur 3 ans est stable, nous remarquons qu'il est principalement constitué de flottes de moins de 30 véhicules (environ 87%).

Les polices de taille importante ne représentent que 2 % du portefeuille.
Cependant, ces dernières ont un poids proche de 25% en terme de parc assuré.

Cette distorsion entre le nombre de polices et le nombre de véhicules nous conforte dans notre choix d'établir une règle de tarification en fonction du nombre de véhicules assurés.

Nous nous proposons ainsi, de définir un principe général de tarification à posteriori :

Comme le portefeuille est composé de flottes de tailles différentes, la notion de grave peut varier en fonction du nombre de véhicules qui la compose.

Grâce à l'estimation des fonctions de distribution des sinistres, nous tenterons de définir un seuil approprié à la taille de la flotte

Nous commencerons par construire, sur la partie inférieure au seuil, une prime basée uniquement sur l'expérience de la flotte, en effectuant une série de traitements.

Puis, sur la partie supérieure au seuil, nous élaborerons une prime basée sur l'expérience du portefeuille sur une période suffisamment longue pour prendre en compte les effets de variations annuelles.

Nous effectuerons en amont une actualisation des montants ainsi que l'écrêtement des sinistres actualisés et la liquidation des charges globales.

III.2. Tarification selon l'expérience du portefeuille

Comme nous travaillons essentiellement sur des flottes de petite taille, nous utilisons des données limitées. Pour rendre les résultats plus consistants, on retient un historique suffisamment long.

Le fait de travailler sur des historiques impose d'appliquer certains traitements. Il faut actualiser les données pour rendre les résultats homogènes avec l'année de couverture. Comme les charges évoluent dans le temps, il est aussi indispensable d'appliquer un traitement de liquidation pour déterminer les charges ultimes.

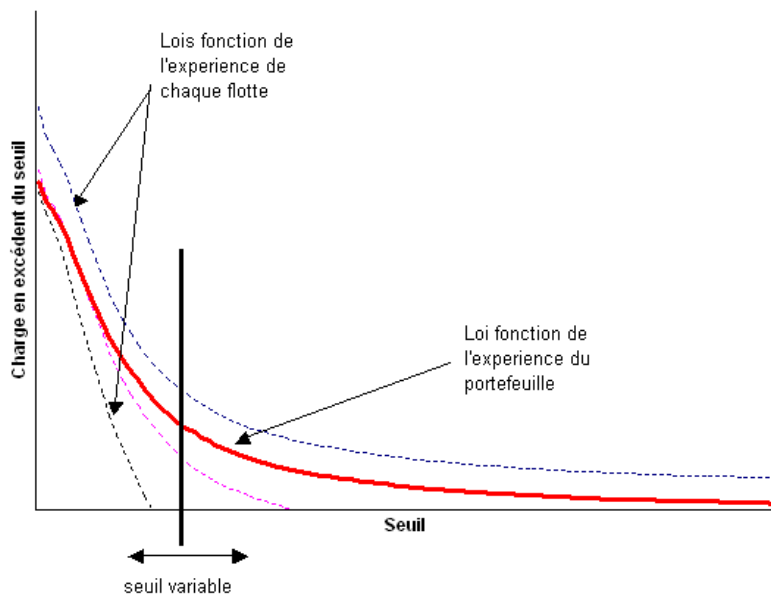
On peut alors établir la tarification en se basant sur des charges actualisées et liquidées, comme si les sinistres survenaient l'année de la couverture étudiée.

Comme nous l'avons vu, les résultats peuvent être fortement influencés par les sinistres graves. Plus la flotte est petite, plus l'historique est réduit et plus la probabilité d'observer un sinistre d'un niveau élevé est faible. La volatilité du résultat peut être importante.

Il est donc plus raisonnable d'écrêter les sinistres pour réduire la volatilité des résultats.

Notre but est de définir une fonction de distribution des sinistres sur la base du portefeuille pour pouvoir déterminer le tarif à appliquer au-delà d'un seuil dépendant de la taille et de la longueur de l'expérience de la flotte.

La partie inférieure au seuil est tarifée sur la base de l'expérience de la flotte (sinistres actualisés, liquidés et écrêtés).
La partie supérieure au seuil est tarifée sur la base de l'expérience du portefeuille.



Dans la mesure où nous tentons de modéliser les charges et les nombres de sinistres en excédent du seuil, nous nous concentrerons sur des formes linéaires telles que les formes exponentielles ou les formes puissance

Pour la suite de nos travaux, nous retiendrons comme lois d'ajustement :

Pour le nombre de sinistres en excédent d'un niveau X :

$$Y = a.X^b \quad (a > 0, b < 0)$$

Pour les charges en excédent d'un niveau X:

$$Y = e^{a.X^b} \quad (a < 0, b > 0)$$

Où x est le niveau du seuil étudié.

Ce choix se justifie par l'expérience qui donne de bons résultats et par la simplicité d'une solution unique pour généraliser les traitements sur des cas variés.

D'autres formes exponentielles ou puissance auraient pu être envisagées avec plus ou moins de succès. Nous verrons qu'elles nous seront utiles dans la partie liée à la liquidation des sinistres.

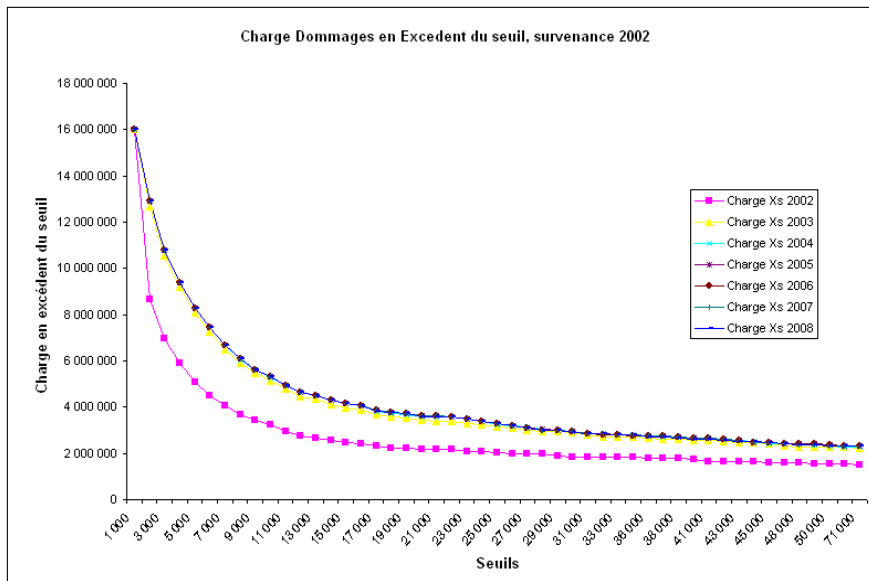
Puisque pour nos travaux notre préoccupation porte principalement sur la partie inférieure de la distribution, l'utilisation des lois d'ajustement sert essentiellement à effectuer des interpolations et éventuellement à pratiquer quelques lissages.

III.2.1. Observation d'une garantie sur un exercice de survenance

Lorsqu'on observe les évolutions de la distribution d'un exercice dans le temps, on constate régulièrement que cette distribution se transforme au fur et à mesure de sa maturité.

Le graphique suivant présente les évolutions dans le temps de la distribution des charges de sinistres en excédent du seuil de la garantie Dommages pour la survenance 2002 et vue entre 2002 et 2008.

On constate que tous les ans la nouvelle distribution se décale vers le haut. Elle est donc différente de la précédente



Ce graphique nous incite donc à la prudence quant aux choix de la maturité à prendre en compte pour décrire au mieux la distribution des sinistres.

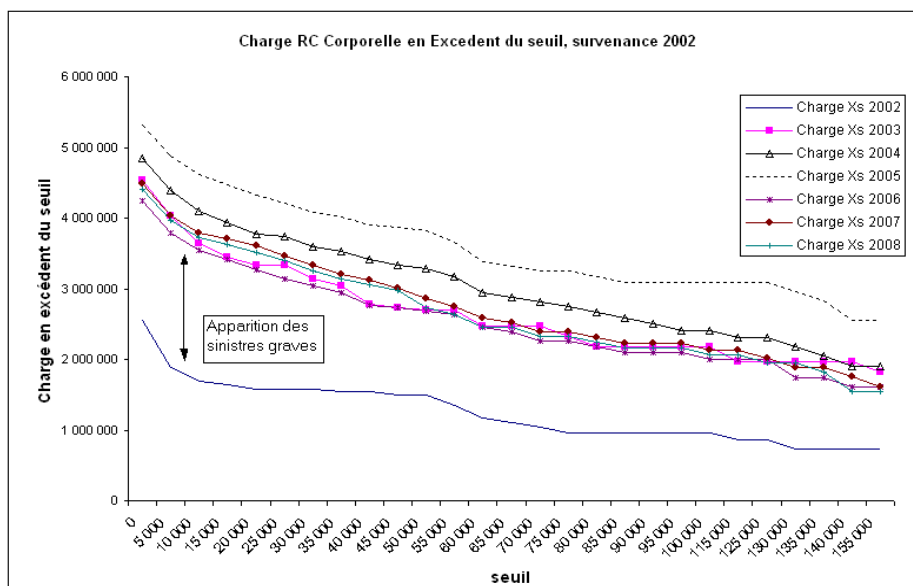
Dans cet exemple, on remarque principalement un écart entre la distribution vue au bout d'un an et celle vue l'année suivante.

Au-delà de 2 ans, la courbe semble ne plus évoluer et nous donne une bonne idée de la loi de distribution. Il faut toutefois préciser qu'il s'agit de la garantie dommages pour laquelle on connaît assez rapidement les couts définitifs des sinistres.

Le graphique suivant présente les évolutions dans le temps de la distribution des charges de sinistres de la garantie RC Corporelle pour la survenance 2002 et vue entre 2002 et 2008.

On constate cette fois l'ampleur du phénomène liée à l'apparition de sinistres graves.

De plus, on remarque que la maturité la plus élevée n'est pas forcément celle dont le cout est le plus fort.



En effet, si la maturité à 1 an présente logiquement les coûts les plus faibles, nous observons sur cet exemple que la maturité 4 ans (charge Xs 2005) est celle dont la courbe est la plus haute. Ensuite, la courbe tend à redescendre d'un cran.

Cet exemple nous montre que le provisionnement des dossiers corporels graves peut prendre du temps du fait des nombreux paramètres liés à la santé de la victime. Ces paramètres pouvant toujours évoluer, il est difficile d'évaluer rapidement et de manière définitive le coût d'un tel sinistre.

On remarque d'ailleurs, que les coûts ont du être surévalués, pour être revus à la baisse entre les années de compte 2006 et 2008. Il semble que la charge se soit stabilisée sur cette période puisque les courbes 2006 à 2008 sont peu différentes.

Cette évolution peut être liée à une connaissance plus complète du dossier, sur l'évolution de la santé de la victime, sa consolidation...

Ce premier constat nous conduit donc à ne pas nous satisfaire d'exercices trop jeunes pour décrire la distribution initiale à ajuster.

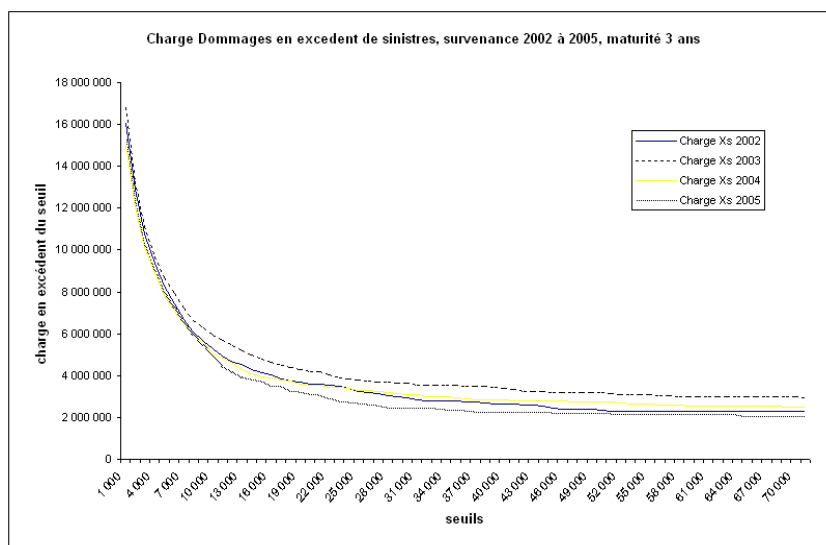
La progression observée lors des premières années de la garantie est un phénomène récurrent lorsqu'on étudie plusieurs exercices de survenance. Toutefois, elle peut être accentuée par l'évolution du coût des sinistres selon les exercices.

III.2.2. Observation d'une garantie sur plusieurs exercices de survenance

Si l'on observe plusieurs exercices à une même maturité, on constate qu'ils ne présentent pas tous la même distribution, parfois avec des écarts importants, principalement liés à certains sinistres graves.

Le graphique suivant présente les distributions de divers exercices ayant la même maturité (observée au bout de 3 ans).

On constate que selon l'exercice, on dispose d'une distribution sensiblement différente.



On voit donc que nous sommes confrontés aussi bien au choix d'un exercice sensé être le plus représentatif ainsi qu'à la maturité des exercices à prendre en compte.

Il faut donc faire attention de bâtir la distribution à ajuster sur un nombre d'exercices suffisamment important pour la rendre significative.

Pour choisir des données de base à ajuster, nous rencontrons deux difficultés.

D'une part, pour les exercices, il faut retenir des informations suffisamment proches de la situation définitive.

D'autre part, il faut retenir un historique suffisamment long pour que les sinistres les plus graves ne soient ni « sur » ni « sous » représentés.

Pour obtenir des données suffisamment mures, nous devons nous priver des exercices les plus récents, ce qui réduit notre historique et surtout les exercices les plus proches.

Pour utiliser l'historique le plus long, nous pouvons être amenés à retenir des exercices récents et liquidés de manière partielle.

Les diverses migrations informatiques nées des fusions des compagnies ont perturbé l'historique des sinistres. Elles répondent ainsi en partie au problème qui nous est posé puisque nous ne possédons pas d'historique complet précédant la survenance 2002.

Nous sommes donc confrontés à un historique de 7 ans qui semble suffisant pour des risques dommages. Cette profondeur d'historique est en revanche assez limitée pour avoir une bonne idée de la sinistralité relative à la garantie RC corporelle, et plus particulièrement de la charge associée à cette garantie.

III.2.3. Ajustement de la base de données utilisée

Notre première contrainte est de disposer d'éléments à maturité suffisamment élevée pour disposer de distributions des charges et des nombres définitifs. Nous disposons de 7 années de survénances distinctes entre 2002 et 2008.

Pour réduire les risques de travailler sur une information partiellement liquidée, il faudrait n'utiliser que les données ayant une maturité élevée supérieure à 10 années dans le cadre des garanties corporelles.

Compte tenu de notre contrainte liée à l'historique disponible, les résultats ne se baseraient que sur un petit nombre d'exercices anciens avec le risque qu'ils ne soient pas représentatifs de la moyenne.

Pour réduire ces risques, il faudrait utiliser le plus grand nombre d'exercices, mais dans ce cas on serait obligé de travailler sur une information insuffisamment liquidée.

Nous avons pu remarquer, dans le cadre de la garantie RC corporelle, que les charges évoluaient encore de manière significative entre la première année d'observation et la troisième. Ensuite, les variations deviennent moins importantes à partir de la quatrième année de maturité. Ce constat est évident sur les sinistres déclarés.

On s'aperçoit que la quasi-totalité des sinistres déclarés sur une survenance N donnée sont connus 4 ans plus tard.

On retiendra donc 4 ans comme maturité à retenir pour la suite de notre étude.

De même, nous ne pouvons pas nous satisfaire d'un seul exercice pour en tirer des conclusions sur la loi de distribution des sinistres. En effet, une seule année d'historique peut comporter un taux de sinistres graves peu représentatif et fausser notre idée du risque porté par le portefeuille.

Il est ainsi intéressant de comparer les situations des divers exercices à un même âge pour nous rendre compte de la volatilité des garanties corporelles.

En dehors de facteurs de tendance, ces constats nous amènent à privilégier l'utilisation d'une distribution bâtie sur un nombre important d'exercices pour éviter d'ignorer ou de surreprésenter les sinistres exceptionnels, au niveau du portefeuille.

Cette méthode présente l'avantage d'être simple et ne demande pas trop de manipulations.

Cependant, l'arbitrage de la maturité choisie pose le problème de la restriction du nombre d'exercices retenus et de la liquidation généralement insuffisante des tranches supérieures.

Avec une maturité à 4 ans, on se prive des 3 exercices les plus récents et on ne tient pas compte de la liquidation qui survient après la quatrième année. De plus, si les exercices les plus récents présentent des tendances, elles ne sont pas mises en évidence.

Nous décidons ainsi d'agréger les données de 4 années de survénances. Ce choix nous est imposé par l'historique mis à notre disposition (7 ans) et par la maturité de 4 années que nous avons choisie. Dès lors, les données relatives à la survénance 2002 seront observées à fin 2005 et celles relatives à la survénance 2005 seront vus à fin 2008.

Nous retenons donc une solution intermédiaire en complétant une observation de maturité moyenne par un nombre important d'exercices de survénances. On limite donc les problèmes liés à la liquidation en conservant un nombre important d'exercices.

III.2.4. Choix des fonctions de distribution

III.2.4.1. Nombres de sinistres en excédent d'un seuil X

Nous avons choisi d'utiliser une loi puissance pour ajuster la fonction du type :

$$Y = a.X^b \quad (a > 0; b < 0)$$

Ce qui revient à effectuer une régression linéaire de :

$$\ln(Y) = \ln(a) + b\ln(X)$$

En pratique, il est difficile d'obtenir une modélisation unique de la courbe des Nombres de sinistres en excédent du seuil.

Pour être plus précis, nous sommes obligés de faire varier les coefficients de la régression pour ajuster au mieux la courbe observée. Nous établirons, à partir d'une loi unique, des régressions par tranches de cout.

Nous avons scindé notre analyse, sur la garantie Dommages, en trois parties. Ces parties ont été définies de manière arbitraire en observant l'aspect global de la courbe.

Nous avons donc effectué, après transformation des données, une régression linéaire sur trois intervalles distincts et obtenons les résultats suivants :

Nombres en excédent du seuil

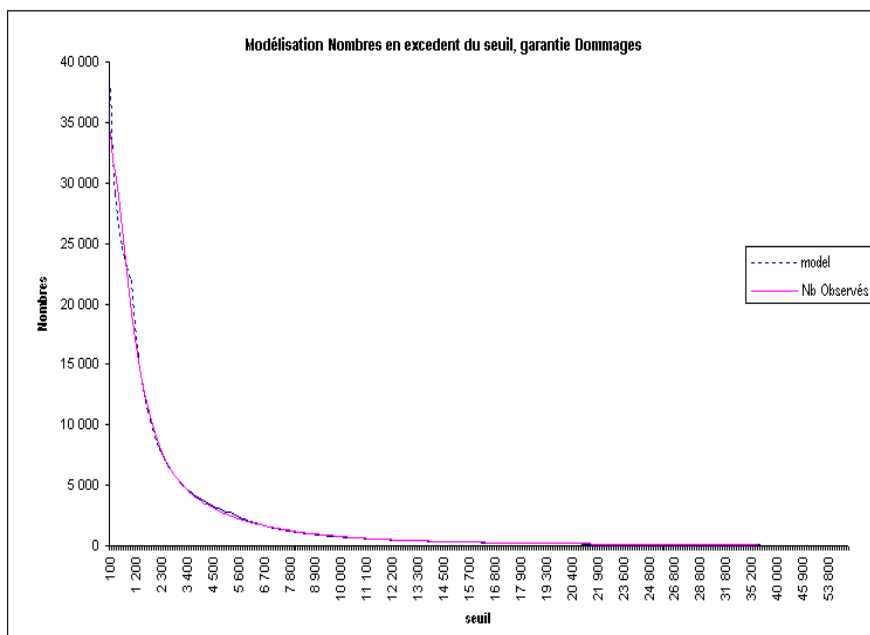
Seuils	pente	constante	R ²
100 - 1000	-0,2364532	11,6274345	83,45%
1100 - 5100	-1,2674396	18,7450820	99,66%
5200	-2,0153276	25,1581257	99,85%

Nous obtenons ainsi, pour la tranche [1100, 5100] l'équation suivante :

$$Nb_t = \exp(18,7450820).t^{-1,2674396}$$

Ou Nb_t est le nombre de sinistres en excédent du seuil t

Le graphique suivant confronte la courbe réellement observée et le résultat des modélisations.



On constate que la distribution en excédent de sinistres est simulée de manière très satisfaisante.

Ceci nous est confirmé par le coefficient de détermination (R^2) qui est proche de 100% pour les tranches supérieures à 1100 €. L'ajustement est en revanche de moins bonne qualité sur la première tranche bien que supérieur à 84%.

Le R^2 mesure la qualité de l'ajustement des estimations de l'équation de régression. Il permet d'avoir une idée globale de l'ajustement du modèle.

En régression simple, un R^2 proche de 100% est suffisant pour dire que l'ajustement est bon.

Le nombre d'intervalles a été défini en fonction de l'appréciation des courbes, nous n'avons donc pas toujours utilisé un découpage en 3 zones. Les résultats des autres garanties sont placés en annexe VI.

III.2.4.2. Montants de sinistres en excédent d'un seuil X

Nous avons déjà remarqué les déformations des courbes sur plusieurs exercices vus à des maturités différentes. Dans la mesure où la représentation graphique de la distribution définitive, tend vers une droite, avec les échelles retenues, on justifie l'utilisation d'une fonction exponentielle pour ajuster la distribution :

$$Y = e^{a \cdot X^b} \quad (a < 0, b > 0)$$

Ce qui revient à effectuer une régression linéaire de :

$$\ln(\ln(Y)) = b \cdot \ln(a) + b \cdot \ln(X)$$

Pour les mêmes raisons que celles définies lors de l'analyse des nombres en excédent du seuil, nous avons du découper la période observée en zones distinctes pour améliorer la modélisation des charges en excédent du seuil.

Nous reprenons l'exemple de la garantie Dommages pour laquelle nous avons cette fois retenu 7 intervalles distincts.

Charges en excédent du seuil

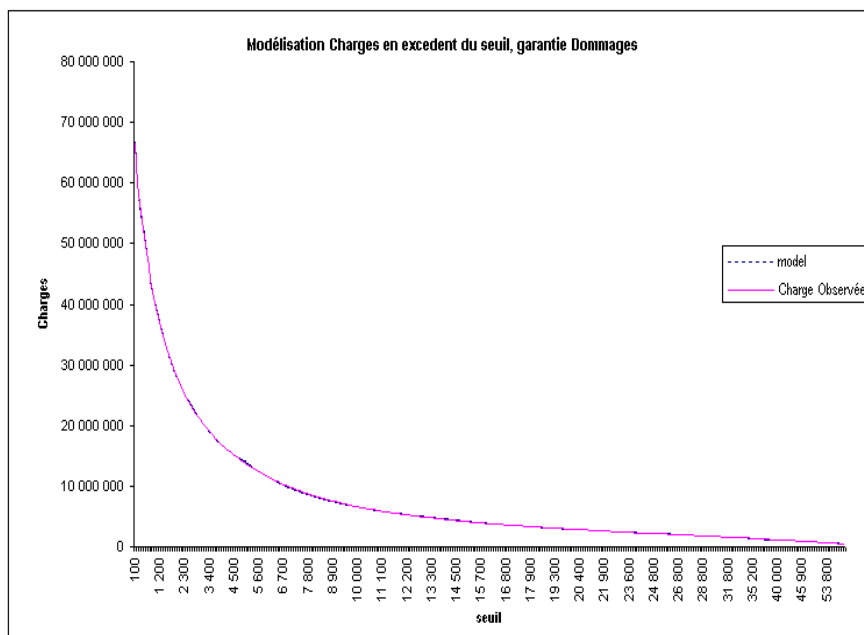
Seuils	pente	constante	R2
100 - 500	-0,0087707	2,9316358	99,24%
600 - 1100	-0,0218408	3,0136506	99,64%
1200 - 2500	-0,0351090	3,1076842	99,82%
2600 - 4900	-0,0481421	3,2102906	98,63%
5000 - 13800	-0,0688115	3,3871196	99,59%
13900 - 27300	-0,0834390	3,5265737	99,91%
27400	-0,1092300	3,7897478	99,99%

On notera qu'ils sont différents de ceux observés sur la partie des nombres :

Nous obtenons ainsi, pour la tranche [2600, 4900] l'équation suivante :

$$\text{Charge}_t = \exp(\exp(3,2102906)) \exp(t^{-0,0481421})$$

Où Charge_t est la charge en excédent du seuil t



Le graphique ci dessus confronte la courbe réellement observée et le résultat des modélisations.

On constate que la distribution en excédent de sinistres est simulée de manière très satisfaisante. Ceci nous est confirmé par le coefficient de détermination (R^2) qui est proche de 99%.

Nous venons de traiter les 5 garanties en suivant les principes définis plus haut. Nous avons donc pour chacune d'entre elles une loi modélisant les nombres de sinistres en excédent du seuil ainsi qu'une loi sensiblement équivalente pour les charges.

III.3. Détermination du seuil

Nous cherchons à définir un seuil en dessous duquel nous utiliserons l'expérience propre de chaque flotte et au-dessus duquel nous utiliserons la mutualisation des sinistres de l'ensemble de l'historique à notre disposition.

III.3.1. La recherche du seuil

Le choix du seuil s'effectue en imposant que la flotte, sur l'historique disponible, puisse justifier d'au moins « N » sinistres atteignant théoriquement ce seuil.

Les distributions observées au niveau des charges sont clairement dépendantes des charges de graves observées.

Cependant, la notion de sinistre grave ne peut être appliquée de manière uniforme à l'ensemble des garanties. En reprenant les tableaux du paragraphe III.1, nous pouvons observer, ci dessous, les charges et nombres de sinistres associés sur la garantie RC Corporelle.

Ces montants sont triés par tranches de couts. Nous regardons les survenances 2002 et 2003 vues à la fin de la clôture comptable de l'année 2008.

survenance 2002	< 5 K€	5 K€ - 30 K€	30 K€ - 80 K€	80 K€ - 150 K€	150 K€ - 500 K€	> 500 K€	TOTAL
charge (€)	450 316	696 132	1 007 423	707 391	738 864	803 929	4 404 055
charge cumulée (€)	450 316	1 146 448	2 153 871	2 861 263	3 600 126	4 404 055	
Nombres sinistres	668	60	21	6	3	1	759
Cout moyen (€)	674,1	11 602,2	47 972,5	117 898,5	246 287,9	803 928,7	5 802,4

poids nombres	88,0%	7,9%	2,8%	0,8%	0,4%	0,1%	100,0%
poids charge	10,2%	15,8%	22,9%	16,1%	16,8%	18,3%	100,0%

survenance 2003	< 5 K€	5 K€ - 30 K€	30 K€ - 80 K€	80 K€ - 150 K€	150 K€ - 500 K€	> 500 K€	TOTAL
charge (€)	468 689	885 714	1 236 092	677 260	456 441	5 149 135	8 873 332
charge cumulée (€)	468 689	1 354 404	2 590 496	3 267 756	3 724 197	8 873 332	
Nombres sinistres	811	94	26	8	2	3	944
Cout moyen (€)	577,9	9 422,5	47 542,0	84 657,5	228 220,5	1 716 378,2	9 399,7

poids nombres	85,9%	10,0%	2,8%	0,8%	0,2%	0,3%	100,0%
poids charge	5,3%	10,0%	13,9%	7,6%	5,1%	58,0%	100,0%

On observe premièrement que la majorité des sinistres (plus de 85%) ont un coût inférieur à 5000 euros. Cependant, ils ne représentent qu'une part très faible de la charge cumulée globale.

En effet, on remarque que ces sinistres ne représentent que 10% du montant global sur la survenance 2002 et seulement 5% sur la survenance 2003.

A l'inverse, 35% de la charge est supportée par 4 sinistres supérieurs à 150 000 euros sur la survenance 2002. Sur la survenance 2003, la part des sinistres graves est de 63%.

On constate donc que non seulement la part des sinistres graves en RC corporelle est déterminante dans l'appréciation de la charge de cette garantie, mais qu'une année d'historique n'est pas représentative du risque. On voit notamment que les couts moyens des sinistres supérieurs à 150 000 euros passe de 385 700 euros sur la survenance 2002 à 1 121 000 euros sur la survenance suivante.

On observe surtout que l'apparition d'un sinistre dans la tranche la plus élevée peut faire exploser le cout moyen global du portefeuille. Ces constats sont bien connus et ces deux années de survenances reflètent bien le caractère instable de la garantie RC Corporelle.

Nous reproduisons le même tableau pour la garantie Dommages :

survenance 2002	< 1 K€	1 K€ - 2 K€	2 K€ - 5 K€	5 K€ - 15 K€	15 K€ - 30 K€	30 K€ - 50 K€	50 K€ - 80 K€	> 80 K€	TOTAL
charge (€)	1 476 144	7 326 972	3 594 901	2 590 173	621 280	318 583	55 000		15 983 052
charge cumulée (€)	1 476 144	8 803 116	12 398 017	14 988 190	15 609 470	15 928 052	15 983 052		
Nombres sinistres	3 324	5 158	1 198	338	30	8	1		10 057
Cout moyen (€)	444,1	1 420,5	3 000,8	7 663,2	20 709,3	39 822,8	55 000,2		1 589,2
poids nombres	0,021%	0,032%	0,007%	0,002%	0,000%	0,000%	0,000%		0,1%
poids charge	9,2%	45,8%	22,5%	16,2%	3,9%	2,0%	0,3%	0,0%	100,0%

survenance 2003	< 1 K€	1 K€ - 2 K€	2 K€ - 5 K€	5 K€ - 15 K€	15 K€ - 30 K€	30 K€ - 50 K€	50 K€ - 80 K€	> 80 K€	TOTAL
charge (€)	1 581 991	7 129 575	3 654 395	2 656 842	663 603	109 718	188 053	100 342	16 084 519
charge cumulée (€)	1 581 991	8 711 567	12 365 961	15 022 803	15 686 406	15 796 124	15 984 177	16 084 519	
Nombres sinistres	3 592	4 997	1 225	350	35	3	3	1	10 206
Cout moyen (€)	440,4	1 426,8	2 983,2	7 591,0	18 960,1	36 572,7	62 684,2	100 341,5	1 576,0
poids nombres	0,02%	0,03%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,1%
poids charge	9,8%	44,3%	22,7%	16,5%	4,1%	0,7%	1,2%	0,6%	100,0%

On observe cette fois quelques similitudes entre les deux survenances.

En premier lieu, le cout moyen global de la garantie est relativement proche sur les deux survenances.

De plus, on observe que 60% de la charge dommages est portée par 95% des sinistres. Ces sinistres ont un cout inférieur à 5 000 euros.

En revanche, il y a peu de sinistres supérieurs à 50 000 euros.

Toutefois, on note encore une différence dans l'appréciation des sinistres graves. On n'observe aucun sinistre supérieur à 50 000 euros sur la survenance 2002. A l'inverse, 4 sinistres pour un cout global de 288 395 euros sont présents en 2003.

Ainsi, ces tableaux nous prouvent que la notion de sinistres « graves » est différente selon les garanties observées et que l'utilisation d'une seule survenance n'est pas représentative de l'ensemble du risque.

La limite de ce constat pourrait tenir dans le fait que les observations restent assez antérieures à la période où nous élaborons ce tarif.

Un nettoyage du portefeuille et des mauvais risques aurait pu être entrepris, auquel cas nos constats n'auraient pu lieu d'être car ils surestimeraient les risques récents de notre portefeuille.

Toutefois, les montants observés sur les sinistres non graves étant globalement stables, nous décidons d'exploiter ces données et de nous appuyer dessus pour la tarification a posteriori.

Un tableau récapitulatif, présentant les fréquences et les charges en fonction de seuils pour différentes garanties, montre les disparités qui existent entre ces garanties en terme de graves.

On constate pour certaines garanties, une fréquence tellement faible que les résultats ne sont jamais significatifs au niveau d'une flotte.

Cela nous incite donc à ne pas nous limiter aux informations livrées par les flottes pour la conception d'un tarif à posteriori.

Fréquence en excédent du Seuil en Xs

Seuils	RCC	RC mat	Dommmages	Bris de Glaces	Vol
100	0,53%	8,73%	11,80%	11,00%	1,15%
500	0,39%	7,26%	8,07%	3,27%	0,74%
1 000	0,34%	6,71%	6,85%	0,20%	0,53%
2 000	0,24%	1,13%	2,83%	0,03%	0,34%
5 000	0,15%	0,23%	0,89%	0,00%	0,19%
10 000	0,08%	0,07%	0,37%	0,00%	0,11%
50 000	0,02%	0,00%	0,05%	0,00%	0,00%
150 000	0,01%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%

On remarque que les garanties ne se comportent pas de la même manière en fonction des seuils. La garantie RC corporelle décroît lentement alors que les garanties RC matérielle, Dommages et Bris de glaces tendent à diminuer de façon très nette.

Pour un véhicule, nous observons une fréquence annuelle de 0,53% d'avoir un sinistre de plus de 100€ en RC corporelle, dont une fréquence de 0,01% d'avoir un sinistre de plus de 150 000€.

Coût moyen en excédent du Seuil en Xs

Seuils	RCC	RC mat	Dommmages	Bris de Glaces	Vol
100	88,01	146,36	208,57	33,19	34,83
500	85,53	83,31	162,03	5,17	30,50
1 000	84,49	65,73	125,80	1,13	27,25
2 000	83,46	31,74	86,01	0,29	23,26
5 000	75,51	19,08	44,09	0,03	18,13
10 000	68,60	13,12	20,48	0,01	8,06
50 000	55,01	5,69	2,45	0,00	1,44
150 000	47,39	3,30	0,53	0,00	0,50

En moyenne, la charge supérieure à 100€ en RC corporelle correspond à un coût de 88,01€ par véhicule, dont 47,39€ pour la part des sinistres en excédent de 150 000€.

A partir des résultats sur la fréquence, on peut dégager les constats suivants :

Seuils	fréquence	Taille de la flotte		
		200 000	10 000	1 000
100	0,53%	1069,7	53,5	5,3
500	0,39%	789,3	39,5	3,9
1 000	0,34%	678,1	33,9	3,4
2 000	0,24%	470,6	23,5	2,4
5 000	0,15%	290,4	14,5	1,5
10 000	0,08%	166,5	8,3	0,8
50 000	0,02%	41,7	2,1	0,2
150 000	0,01%	16,2	0,8	0,1

Si avec un portefeuille de 200 000 véhicules, on observe une moyenne annuelle de 16 sinistres de plus de 150 000€, pour une flotte de 10 000 véhicules, on n'observe plus en moyenne qu'un sinistre de plus de 150 000€, et cette moyenne chute à 0,1 sinistres pour une flotte de 1 000 véhicules.

Dans ce dernier exemple, cela signifie qu'une flotte de 1 000 véhicules présente 1 sinistre de plus de 150 000€ quand 9 autres flottes n'en observent pas.

Là où un seuil de 150 000€ pose peu de problèmes de volatilité au niveau du portefeuille et assez marginalement pour une flotte de 10 000 véhicules, nous enregistrons une très forte volatilité pour une flotte de 1 000 véhicules.

Comme notre objectif est de limiter les éléments les plus volatiles dans notre tarification, nous devons adopter le seuil en fonction de la taille de la flotte.

En suivant notre démarche, nous pouvons nous baser sur l'observation de 'N' sinistres au niveau de ce seuil pour une flotte de taille donnée. Plus 'N' est élevé, plus les seuils seront bas pour respecter cette contrainte, plus 'N' est faible, plus les seuils seront élevés.

Pour définir ce nombre, nous pouvons imposer d'autres contraintes pour obtenir une répartition raisonnable des proportions des primes basées sur l'expérience de la flotte. Par expérience, un nombre proche de 1 donne des résultats raisonnables.

Mais comme une majorité de flottes traitées correspond à des flottes de petites tailles (moins de 20 véhicules), pour certaines garanties (en particulier la garantie RC corporelle) on est amené à retenir un seuil minimum pour imposer qu'une part du tarif se base sur l'expérience de la flotte.

III.3.1. Applications numériques

Nous avons des lois de distribution des sinistres et charges en excédent du seuil pour l'ensemble du portefeuille.

Nous définissons ensuite, en fonction de la taille de la flotte, un seuil délimitant l'expérience propre de la flotte et celle du portefeuille dans sa globalité.

Ainsi, le tarif sera composé des statistiques inférieures à un seuil choisi de la flotte à tarifer et des modèles construits sur l'ensemble du portefeuille.

Nous utilisons donc dans un premier temps les modèles trouvés dans la sélection précédente.

L'exemple suivant a été construit sur la garantie Dommages.

Le tableau suivant présente les situations pour des flottes de tailles différentes variant de 5 à 1000 véhicules. Les flottes ont été observées sur 4 années de survenances et les charges sont vues en maturité de 4^{ème} année et ont été actualisées en valeur 2009.

En colonne, nous avons les diverses hypothèses du nombre « N » de sinistres minimums à observer sur la période.

Ensuite chaque intersection restitue :

- le seuil correspondant (dont seuil minimum ; ici 5000)
- le taux du nombre de sinistres dépassant ce seuil
- le taux de charge de la part en excédent du seuil

Garantie Dommages

Nombre de véhicules		Nombre de sinistres						
		0,1	0,5	1	1,5	2	2,5	3
5	seuil	2 632	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000
	NB Xs	18,7%	63,8%	63,8%	63,8%	63,8%	63,8%	63,8%
	Charge Xs	35,4%	59,4%	59,4%	59,4%	59,4%	59,4%	59,4%
15	seuil	5 885	1 759	1 018	1 000	1 000	1 000	1 000
	NB Xs	6,2%	31,2%	62,4%	63,8%	63,8%	63,8%	63,8%
	Charge Xs	18,6%	43,8%	58,8%	59,4%	59,4%	59,4%	59,4%
50	seuil	10 695	4 547	2 632	1 911	1 523	1 277	1 106
	NB Xs	1,9%	9,4%	18,7%	28,1%	37,5%	46,8%	56,2%
	Charge Xs	8,7%	55,3%	35,4%	41,9%	47,3%	52,0%	56,2%
100	seuil	15 085	6 788	4 547	3 302	2 632	2 207	1 911
	NB Xs	0,9%	4,7%	9,4%	14,0%	18,7%	23,4%	28,1%
	Charge Xs	5,7%	15,5%	26,6%	31,4%	35,4%	38,9%	41,9%
200	seuil	21 278	9 574	6 788	5 551	4 547	3 813	3 302
	NB Xs	0,5%	2,3%	4,7%	7,3%	9,4%	11,7%	14,0%
	Charge Xs	3,8%	10,0%	15,5%	24,0%	26,6%	29,2%	31,4%
500	seuil	33 526	15 085	10 695	8 746	7 583	6 788	6 201
	NB Xs	0,2%	0,9%	1,9%	2,8%	3,7%	4,7%	5,6%
	Charge Xs	2,2%	5,7%	8,7%	11,2%	13,4%	15,5%	17,4%
1000	seuil	47 288	21 278	15 085	12 336	10 695	9 574	8 746
	NB Xs	0,1%	0,5%	0,9%	1,4%	1,9%	2,3%	2,8%
	Charge Xs	1,5%	3,8%	5,7%	7,3%	8,7%	10,0%	11,2%

Ainsi, pour l'exemple de la garantie Dommages, nous avons utilisé le modèle suivant :

$$Y = a.X^b \quad (a > 0; b < 0)$$

Avec la transformation log/log :

$\ln(Y) = \ln(a) + b.\ln(X)$ avec X représentant le seuil et Y le nombre de sinistres en excédent du seuil.

En notant :

- Nb_t , le parc utilisé pour la modélisation
- Nb_f , le parc d'une flotte
- N, le nombre de sinistres théorique
- F_r , la fréquence théorique

On obtient donc :

$$\exp(\ln(Y)) = \exp(b.\ln(X) + \ln(a))$$

La fréquence théorique s'obtient donc en rapportant le nombre de sinistres en excédent du seuil issus de la régression par le nombre de véhicules utilisés pour la modélisation.

$$F_r = \frac{\exp(\ln(Y))}{Nb_t}$$

Nous établissons ensuite l'égalité entre la fréquence théorique et le nombre de sinistres N d'une flotte à observer rapporté au nombre de véhicules la composant.

$$F_r = \frac{\exp(\ln(Y))}{Nb_t} = \frac{N}{Nb_f}$$

On en déduit: $\frac{N}{Nb_f} \cdot Nb_t = \exp(\ln(Y)) = \exp(b \cdot \ln(X) + \ln(a))$

On retrouve le seuil « X » ainsi :

$$X = \exp\left(\frac{\ln\left(\frac{N \cdot Nb_t}{Nb_f}\right) - \ln(a)}{b}\right)$$

Nous venons de définir des seuils, relatifs à la taille d'une flotte, à partir des modèles théoriques sur les charges et nombres en excédent du seuil.

Nous décidons d'utiliser la répartition de la charge théorique autour de ce seuil comme pondération du tarif tiré de l'expérience des flottes.

Nous reprenons l'exemple sur la garantie dommages, pour une flotte de 200 véhicules :

Si nous considérons le seuil des graves défini par l'apparition d'un sinistre par flotte, alors on obtient un seuil de 6 788 euros.

On remarque que 15,5 % de la charge en excédent de sinistre est supérieure à ce seuil :

- 15,5 % du tarif a posteriori sera construit sur l'expérience du portefeuille
- $100\% - 15,5\% = 84,5\%$ de l'expérience propre de la flotte constituera le tarif a posteriori.

Pour la garantie Dommages, la fréquence est de 11,8%. Ainsi, la probabilité d'observer des sinistres matériels sur toutes les flottes, même de petite taille, reste assez élevée. Néanmoins, il nous a semblé judicieux d'établir un seuil minimum pour s'assurer que le tarif puisse être construit sur l'expérience du portefeuille ainsi que sur les données de la flotte.

Nous retenons ainsi 1000 euros comme seuil minimum, ce qui limitera l'utilisation des lois issues de l'observation du portefeuille pour 59,4% du tarif à posteriori.

La faible fréquence observée en RC Corporelle confère au seuil minimum une importance plus accrue.

Nous avons observé que la survenance de ces sinistres est faible, ce qui explique que la probabilité de voir apparaître 1 sinistre corporel sur une flotte de 5 véhicules est quasi nulle.

En effet, nous avons vu que la fréquence en excédent du seuil est de l'ordre de 0,42% au-delà d'un montant de 100 euros.

En revanche, avec l'augmentation du parc de véhicules assurés, la possibilité de voir un sinistre sur cette garantie augmente mécaniquement.

Nous reprenons ainsi le précédent tableau vu plus haut sur la garantie Dommages :

En exemple, pour l'intersection d'une flotte de 1000 véhicules et du nombre de sinistres à 1, on retient un seuil de 6 121 euros.

Ainsi, compte tenu des lois de distributions propres aux nombres de sinistres et aux montants, on remarque que 83,4% de la charge théorique sera inférieure à ce seuil.

On remarque la fréquence du seuil « 5000 » qui correspond en fait à un seuil minimum pour s'assurer qu'au moins 15% du tarif dépendra de l'expérience de la flotte.

Garantie RC corporelle

Nombre de véhicules		Nombre de sinistres						
		0,1	0,5	1	1,5	2	2,5	3
5	seuil	5 000	5 000	5 000	5 000	5 000	5 000	5 000
	NB Xs	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%
	Charge Xs	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%
15	seuil	5 000	5 000	5 000	5 000	5 000	5 000	5 000
	NB Xs	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%
	Charge Xs	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%
50	seuil	5 000	5 000	5 000	5 000	5 000	5 000	5 000
	NB Xs	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%
	Charge Xs	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%
100	seuil	8 082	5 000	5 000	5 000	5 000	5 000	5 000
	NB Xs	19,0%	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%
	Charge Xs	80,3%	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%
200	seuil	18 091	5 000	5 000	5 000	5 000	5 000	5 000
	NB Xs	9,5%	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%
	Charge Xs	71,8%	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%
500	seuil	52 495	8 082	5 000	5 000	5 000	5 000	5 000
	NB Xs	3,8%	19,0%	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%
	Charge Xs	62,1%	80,3%	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%
1000	seuil	117 516	18 091	8 082	5 000	5 000	5 000	5 000
	NB Xs	1,9%	9,5%	19,0%	27,5%	27,5%	27,5%	27,5%
	Charge Xs	55,7%	71,8%	80,3%	85,8%	85,8%	85,8%	85,8%

La non mise en place d'un tel seuil reviendrait à considérer que l'expérience de la flotte serait entièrement basée sur l'ensemble du portefeuille, ce qui va à l'encontre de notre hypothèse initiale du tarif à posteriori basée sur l'expérience propre de chaque flotte.

Avec cette méthode qui permet de retenir, par garantie, un nombre théorique « N » de sinistres minimum à observer sur la période et un seuil minimum, on dispose d'un outil suffisamment souple pour la suite de notre étude.

La méthode permet surtout d'avoir une cohérence relative et objective entre les différentes flottes.

III.4. Tarification selon l'expérience de la flotte (partie inférieure au seuil)

Lors de la tarification à posteriori, nous utiliserons l'historique sur 3 ans des flottes en portefeuille. Cette durée est une période standard pour le marché.

Dans la mesure où nous concevons un tarif pour l'année 2009, nous observerons les années de survénances 2006 à 2008.

Nous devons, dans un premier temps, retraiter les données :

III.4.1. L'actualisation des montants

Chaque sinistre doit être actualisé pour présenter sa charge en valeur de l'année de couverture (2009).

III.4.2. L'écrêtement

Dans la mesure où l'on recherche la charge de l'expérience de la flotte pour la partie inférieure au seuil, il faut écrêter les sinistres.

Nous devons écrêter les sinistres en fonction du seuil retenu pour la taille de la flotte observée.

Nous ne tiendrons compte que de la partie basse des sinistres après retraitement pour établir un cout par véhicule propre à la flotte observée et donc représentative de son expérience.
La part des charges supérieure au seuil sera mutualisée au reste du portefeuille.

L'actualisation ainsi que l'écrêtement se font au niveau des sinistres individuels. Le seuil d'écrêtement est celui obtenu par l'analyse des couts en excédent du seuil, par garanties et par taille de flottes.

Les traitements qui s'effectuent sur des charges globales (liquidation, actualisation en fonction des transformations du portefeuille) sont ensuite effectués après les deux premiers retraitements cités plus hauts.

Comme les traitements concernent la partie inférieure des fonctions de distribution des sinistres, il faut s'assurer que les éléments utilisés correspondent bien à cette partie des sinistres.

Le tableau ci dessous donne en fonction de la garantie et du nombre de sinistres attendus le seuil maximum, quelle que soit la taille de la flotte, en dessous duquel c'est l'expérience de la flotte qui sera prise en compte.

seuils	Rc corp	Rc materielle	Dommages	Bris de Glace	Vol
1 sinistre	8 082	8 021	15 085	1 359	10 271
1,5 sinistre	5 000	6 360	12 336	1 173	8 407
2 sinistres	5 000	5 394	10 695	1 057	7 293

Ainsi, sur la garantie Dommages, en partant de l'hypothèse d'avoir un sinistre, nous obtenons un seuil maximum observé de 15 085 euros. Il s'agit du plus grand seuil modélisé sur des flottes de 5 à 1 000 véhicules.

Au-dessus de ce seuil, c'est l'expérience mutualisée du portefeuille qui fera foi.

Comme nous avons pu le voir précédemment, le seuil augmente avec la taille de la flotte, impliquant une prise en compte plus importante de l'expérience des flottes ayant un parc volumineux.

Remarque, nous nous donnons ici la possibilité de faire apparaître de 1 à 2 sinistres.

En effet, il sera techniquement difficile d'alourdir notre hypothèse sur le nombre de sinistres observés puisque cela ne deviendrait plus significatif pour les petites flottes. Nous serions contraints alors à ne travailler qu'avec des seuils minimums et non issus des observations.

III.4.3. La liquidation des sinistres

Nous nous intéressons ici à la liquidation des sinistres inférieurs aux seuils définis ci dessus en ayant l'objectif d'avoir la plus juste vision de l'expérience du portefeuille.

Ces seuils nous sont utiles pour délimiter les bornes de l'analyse de liquidation.

Les observations sur les flottes que nous nous proposons de tarifer et que nous avons à notre disposition (historique des sinistres de 2006 à 2008) sont insuffisamment liquidées pour les plus récentes.

Ainsi, si un sinistre corporel est survenu en 2008, il est peu probable que nous en ayons une vision définitive.

La liquidation des sinistres, c'est à dire leur transformation pour tenir compte de leur cout final, peut être obtenue à partir de techniques de provisionnement.

Il est généralement impossible de déterminer des lois de liquidation robustes s'appliquant spécifiquement à la flotte étudiée, la quantité de données étant trop faible.

Les facteurs de liquidation utilisés dans cette étape, doivent tenir compte du fait que :

- les charges correspondent à la partie basse des sinistres
- les données ne sont généralement pas observées à une date anniversaire annuelle.

Cette dernière remarque prend plus de sens lorsque nous nous plaçons dans les conditions du souscripteur face au relevé des 3 dernières années sensées représenter l'historique de la sinistralité de la flotte. Nous ne sommes pas certains, au moment de notre tarification d'avoir une vision définitive et exhaustive des sinistres. Certains d'entre eux peuvent encore être en cours au moment de la tarification, ce qui implique une marge d'erreur non négligeable sur les couts moyens observés.

Nous utilisons alors des techniques de provisionnement pour estimer au mieux les couts définitifs des sinistres. L'analyse est faite au moyen de triangles de liquidation.

Les facteurs de liquidation doivent donc correspondre à la liquidation de la partie basse des charges de sinistres. Il faudrait, idéalement, au moins disposer de facteurs vus à chaque fin de mois pour intégrer le fait que les sinistres puissent être présentés à une maturité 8, 20, 32 mois et non pas comme de façon classique 12, 24, 36 mois.

Pour tenir compte de cet effet, nous ferons une analyse des triangles sur données trimestrielles, c'est à dire trimestres de survenances et développements trimestriels.

En réalité, pour tenir compte au mieux de ces effets, il serait plus juste de construire des triangles de survenances mensuelles et à développements mensuels. Toutefois, nous serions confrontés à des soucis d'interprétation sur les garanties longues avec une volatilité accrue des coefficients de liquidation.

Nous ferons cette étude sur un historique de 7 ans, ce qui est la limite des données disponibles.

Analyse des triangles de liquidation

Le principe est d'évaluer la charge ultime des sinistres en portefeuille (relatifs à l'exercice ou à des exercices antérieurs) et de déterminer une loi de règlement des sinistres.

Ces calculs sont fondés sur l'étude des triangles de liquidation de règlements effectués ou de charge pour lesquels de nombreuses méthodes d'extrapolation ont été développées.

Nous utiliserons la méthode Chain Ladder qui a l'avantage d'être simple à mettre en place et d'être la plus utilisée des méthodes de provisionnement dites déterministes (Chain Ladder, Cape Cod, London Chain, ...).

Les méthodes déterministes reposent sur l'hypothèse que le passé se reproduira dans le futur. Cette hypothèse est souvent discutable, mais l'utilisation universelle de ces méthodes, la simplicité de leurs calculs et la bonne connaissance des triangles de liquidation en font des méthodes élémentaires, dont les résultats sont le plus souvent de bonne qualité.

Nous étudions l'ensemble des sinistres survenus entre 2002 et 2008. Cet historique est donc plus large que celui du portefeuille actuel. Il comprend aussi bien des contrats en portefeuille que des affaires résiliées.

L'avantage que nous en tirons est de pouvoir déterminer une loi de liquidation sur un volume de données plus important et de risques comparables.

En utilisant des méthodes classiques de provisionnement, type Chain Ladder, nous sommes capables de définir des charges estimées définitives ainsi que le nombre total de sinistres (y compris sinistres tardifs) par trimestres de survenances.

La méthode Chain-Ladder

Cette méthode suppose que :

- les trimestres de survenance sont indépendants entre eux
- les trimestres de développement sont les variables explicatives du comportement des sinistres futurs

Elle fait intervenir les triangles de liquidation qui décrivent comment la charge de sinistres de chaque trimestre de survenance (en ligne) se liquide dans le temps par trimestres de développement (en colonne).

Pour cela, on calcule des ratios de développement qui en fait sont des coefficients de passage entre les différents trimestres de développement.

On déduit donc l'avenir des développements du passé en supposant la constance de la liquidation.

Le déroulement des montants des sinistres connus est fonction de facteurs de développement qui ne dépendent que du trimestre de développement.

Cette méthode suppose la stabilité dans le temps du rythme de développement du montant cumulé des sinistres, ce qui signifie, entre autre, qu'il n'y a pas de changement administratif dans la gestion des sinistres.

Par conséquent, cette méthode repose sur deux hypothèses majeures : pour $1 \leq i \leq n$, et $1 \leq j \leq n-1$, :

- Il existe une indépendance entre les trimestres de survenance de sinistres, soit pour $i \neq j$, $\{C_{i,1} \dots C_{i,n}\}$ et $\{C_{j,1} \dots C_{j,n}\}$ sont indépendants
- Les trimestres de développement sont des variables explicatives des sinistres futurs : $C_{i,j+1} = C_{i,j} \cdot f_{ij}$

Les trimestres de développement sont des variables explicatives des sinistres futurs : $C_{i,j+1} = C_{i,j} \cdot f_{ij}$

Avec : C_{ij} le montant des règlements cumulés des sinistres survenus en trimestre i , au bout du $j^{\text{ème}}$ trimestre, et f_{ij} le coefficient de passage entre C_{ij} et $C_{i,j+1}$ définis tel que : $f_{ij} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$ pour $i + j \leq n-1$

La méthode Chain-Ladder consiste à estimer les coefficients communs de passage du trimestre de développement j au trimestre de développement $j+1$ par :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}} \quad (1 \leq j \leq n-1)$$

Les coefficients de Chain-Ladder sont ensuite utilisés pour déterminer une estimation de $C_{i,j+1}$ à partir du dernier montant connu $C_{i,j}$:

$$\hat{C}_{i,j} = C_{i,n-i+1} \cdot \prod_{k=n-i+1}^j \hat{f}_k \quad (i + j > n)$$

Les règlements cumulés totaux « ultimes » (ou charge sinistre ultime) $\hat{C}_{i,n}$ sont alors égaux à :

$$\hat{C}_{i,n} = C_{i,n+1-i} \cdot \hat{f}_{n+1-i} \cdot \dots \cdot \hat{f}_{n-1} = C_{i,n+1-i} \cdot \hat{h}_{n-i+1} \quad \text{avec } i \in [1..n]$$

Et les provisions de sinistres \hat{R}_i sont :

$$\hat{R}_i = C_{i,n+1-i} \cdot (\hat{f}_{n-i+1} \times \dots \times \hat{f}_{n-i+1} \times \dots \times \hat{f}_{n-1} - 1) = C_{i,n+1-i} \cdot (\hat{h}_{n-i+1} - 1) \quad \text{pour } i \in [2 \dots n]$$

On utilise généralement des méthodes de cadences de règlements pour les risques courts. En effet, les montants provisionnés en Dossier/Dossier lors de l'ouverture du sinistre sont souvent des forfaits. Ces triangles de règlements présentent alors l'avantage de ne pas subir les fluctuations liées à des changements de forfait, ce qui leur confère donc plus de stabilité.

En revanche, il devient délicat de procéder ainsi pour les risques longs lorsque la profondeur d'historique est limitée (inférieure à 15-20 ans).

Il est alors préférable d'utiliser des cadences de charge.

Nous avons décidé d'utiliser les cadences de charges nettes de recours pour la garantie RC corporelle.

Pour les garanties RC matérielle, dommages, bris de glace et vol, nous nous sommes basés sur l'analyse des triangles de règlements nets de recours.

Ce calcul des charges à l'ultime a donc été effectué pour l'ensemble des garanties, en tenant compte de la nature de ces risques.

Limites de la méthode Chain-Ladder

La principale critique faite à cette modélisation repose sur l'hypothèse de stabilité des cadences de règlements d'un trimestre de survenance à l'autre. Cette stabilité n'existe que si la loi des grands nombres est vérifiée.

Cependant, même si cette loi est vérifiée, beaucoup de facteurs peuvent perturber les cadences de règlements, en particulier, une modification de la politique de gestion des sinistres, une hausse inattendue de la charge des sinistres (suite à une modification de la réglementation...), un événement majeur (du type des tempêtes de 1999) venant perturber la gestion habituelle des sinistres....

Dans ce dernier cas, il est préférable d'isoler les événements majeurs et les sinistres atypiques afin de ne pas perturber l'étude des triangles.

Toutefois, cette remarque n'est pas significative dans notre cas de figure puisque nous nous basons sur des données échantillonnées des sinistres majeurs. En effet, nous nous concentrons ici sur la liquidation de la partie basse des sinistres.

Facteurs de queue

De façon générale, le dernier facteur de développement f_n est supposé égal à 1.

Il est certain qu'il existe une date à partir de laquelle les règlements des sinistres sont terminés, mais rien n'indique que cette date coïncide avec l'historique du triangle.

En effet, la logique adoptée sur le triangle de liquidation nous soumet à l'hypothèse qu'aucun règlement ne surviendra après n années de déroulement.

Cette hypothèse est souvent discutable (historique peu profond dû à des pertes informatiques par exemple ou compte tenu des déroulements très longs de certaines garanties), par conséquent nous avons décidé d'introduire un facteur de queue (ou tail factor) pour projeter la liquidation des sinistres au-delà de l'historique des triangles.

Les facteurs de queue peuvent être estimés selon plusieurs méthodes, en utilisant :

- des courbes mathématiques (ajuster une courbe pour les facteurs de développements connus)
- des jugements et des avis d'expert
- des cadences de marché

Nous avons retenu un lissage des coefficients de développement selon l'une des lois suivantes :

- Lissage des coefficients de passage f_t entre t et $t+1$ par fonction puissance:
loi de type $f_t = a \cdot b^t$
- Lissage des coefficients de passage f_t entre t et $t+1$ par fonction puissance inverse :
loi de type $f_t = 1 + \frac{e^a}{t^b}$
- Lissage des coefficients de passage f_t entre t et $t+1$ par fonction exponentielle:
loi de type $f_t = 1 + a \cdot e^{bt}$
- Lissage des coefficients de passage f_t entre t et $t+1$ par fonction Weibull :
loi de type $f_t = 1 + \frac{1}{1 - e^{-a \cdot t^b}}$

Où a et b sont des paramètres constants déterminés par ajustement aux données.

L'estimation des paramètres est obtenue par régression linéaire sur le logarithme des données. Les coefficients inférieurs à 1 ne sont donc pas inclus. De même, les coefficients très proches de 1 (par exemple, 1,00001) ont été traités avec beaucoup de soin compte tenu de leur poids important.

La régression effectuée est fonction de la loi statistique étudiée, on a ainsi:

- **Fonction puissance:**
régression de $\log \{ \log (f_t) \}$ sur t
 $b = \exp \{ \text{pente de la courbe de régression} \}$
 $a = \exp \{ \exp \{ \text{constante de la courbe de régression} \} \}$
- **Fonction puissance inverse:**
régression de $\log(f_t - 1)$ sur $\log(t)$
 $b = \text{pente de la courbe de régression}$
 $a = \text{constante de la courbe de régression}$
- **Fonction exponentielle:**
régression de $\log(f_t - 1)$ sur t
 $b = \text{pente de la courbe de régression}$
 $a = \exp \{ \text{constante de la courbe de régression} \}$
- **Fonction Weibull:**
régression de $\log \{ \log (f_t / f_{t-1}) \}$ sur t
 $b = \text{pente de la courbe de régression}$
 $a = \exp \{ \text{constante de la courbe de régression} \}$

L'utilisation de facteurs de queue nous donnera un faisceau de montants ultimes que nous mettrons en rapport avec l'analyse du coût moyen des sinistres réglés.

Dans la mesure où l'écrêtement se fonde sur les données actualisées et retraitées des coefficients de liquidation, nous décidons de nous donner une marge importante au-dessus du seuil maximum défini sur l'ensemble des garanties.

Ce dernier avoisinant 15 000 euros, nous décidons de fixer 30 000 euros comme limite en dessous de laquelle nous comptons construire les triangles de liquidation.

Cette borne d'étude nous semble raisonnable dans la mesure où les sinistres semblent se liquider de manière identique entre 0 et 30 000 euros. En effet, nous évitons ainsi les cadences plus longues observées sur des sinistres graves corporels, ce qui a pour effet d'alourdir le poids des sinistres de faibles couts dans l'étude de provisionnement.

L'écrêtement basé sur un montant de 30 000 euros a été effectué sur un historique plus large que celui disponible sur les flottes à véhicules désignés.

Nous avons retenu 7 années de survenances, de l'année 2002 à l'année 2008.

Garantie	Charge Globale	Dont > 30 K€	% Charge > 30K€	Nombre de sinistres	Dont > 30 K€	% Charge > 30K€
RC Corporelle	37 471 022	27 915 041	74,5%	5 635	228	4,0%
RC Materielle	70 986 852	4 916 848	6,9%	56 110	38	0,1%
Dommages	107 728 922	5 529 011	5,1%	67 645	113	0,2%
Bris de Glace	18 236 805	0	0,0%	60 860	0	0,0%
Vol	14 062 356	1 366 845	9,7%	5 676	31	0,5%

Comme nous pouvions nous y attendre, la part des montants supérieurs à 30 000 euros sur la garantie RC Corporelle est très importante et représente les ¾ de la charge globale de cette garantie.

La part des sinistres Vol supérieure au seuil représente plus de 10%. Ce taux nous indique que le portefeuille contient des véhicules de cout relativement élevés.

A l'inverse, nous ne constatons pas de sinistres Bris de glace avec une charge supérieure au seuil choisi. Ce constat est logique dans la mesure où il est assez haut par rapport aux couts pratiqués sur cette garantie.

Etude des garanties

Nous prendrons la garantie Dommages comme exemple pour les sorties issues de l'analyse de la liquidation.

Facteurs de developpement / Reglements Dommages																	
Periodes	(1) 3-6	(2) 6-9	(3) 9-12	...	(8) 24-27	(9) 27-30	(10) 30-33	(16) 48-51	(17) 51-54	(18) 54-57	(23) 69-72	(24) 72-75	(25) 75-78	(26) 78-81	(27) 81-84
2002 Q1	2,95603	1,18442	1,04169		1,00112	1,00850	1,00034		1,00006	1,00008	1,00000		1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
2002 Q2	3,27455	1,24588	1,05088		1,00187	1,00364	1,00038		1,00000	1,00003	1,00008		1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
2002 Q3	3,47094	1,21457	1,05226		1,00168	1,00024	1,00250		1,00005	1,00000	1,00000		1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
2002 Q4	3,13757	1,14498	1,03909		1,00078	1,00047	1,00049		1,00000	1,00000	1,00000		1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
2003 Q1	2,57222	1,16317	1,04265		1,00049	1,00032	1,00010		1,00016	1,00000	1,00000		1,00125				
2003 Q2	3,69613	1,26344	1,06041		1,00168	0,99766	1,00353		1,00000	1,00000	1,00005						
2003 Q3	3,79403	1,21327	1,06432		1,00221	1,00495	1,00117		1,00001	1,00000	1,00000						
2003 Q4	2,79822	1,15426	1,02766		1,00048	1,00244	1,00016		1,00007	1,00011	1,00000						
2004 Q1	2,66118	1,12316	1,02867		1,00525	1,00055	1,00143		1,00000	1,00350	1,00000						
2004 Q2	2,51680	1,17708	1,05062		1,00038	1,00042	1,00073		1,00062	1,00000	1,00000						
2004 Q3	3,35656	1,22033	1,04969		1,00854	1,00053	1,00023		1,00000	1,00000							
2004 Q4	2,95808	1,14326	1,03226		1,00095	1,00083	1,00007		1,00016								
2005 Q1	2,81233	1,09844	1,03627		1,00075	1,00020	1,00208										
2005 Q2	2,96189	1,16106	1,05879		1,00072	1,00000	1,00008										
2005 Q3	3,55890	1,21907	1,04524		1,00044	1,00041	1,00038										
2005 Q4	3,12973	1,13663	1,02634		1,00039	1,00009	1,00183										
2006 Q1	2,70116	1,11545	1,05662		1,00024	1,00017	1,00010										
2006 Q2	2,79789	1,20111	1,03579		1,00040	1,00159	1,00007										
2006 Q3	3,96432	1,17841	1,03990		1,00120	1,00022											
2006 Q4	2,99344	1,18856	1,04129		1,00106												
2007 Q1	2,70377	1,17431	1,03506														
2007 Q2	3,22829	1,20008	1,06989														
2007 Q3	3,47052	1,21250	1,06392														
2007 Q4	3,17359	1,16029	1,04364														
2008 Q1	2,71860	1,14777	1,04773														
2008 Q2	2,85466	1,19612															
2008 Q3	3,04417																
2008 Q4																	
moyenne	2,96333	1,17610	1,04528		1,00150	1,00143	1,00089		1,00009	1,00032	1,00001		1,00026	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
9: min	2,51680	1,09844	1,02634		1,00024	1,00000	1,00007		1,00000	1,00000	1,00000		1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
10: max	3,55890	1,26344	1,06989		1,00854	1,00850	1,00353		1,00062	1,00350	1,00008		1,00125	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
Coef retenu	2,96333	1,17610	1,04528		1,00150	1,00143	1,00089		1,00009	1,00032	1,00001		1,00026	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
Coefs cumulés	3,79765	1,28155	1,08966		1,00616	1,00465	1,00322		1,00132	1,00123	1,00091		1,00026	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000

Le tableau ci-dessus représente un triangle de liquidation (La profondeur de l'historique ainsi que l'axe de développement trimestriel choisi ne nous permettant pas d'afficher les tableaux d'analyse dans leur globalité sur ce document, nous avons volontairement masqué certaines colonnes pour rendre le triangle lisible).

Nous avons effectué une première analyse en utilisant la méthode Chain Ladder.

L'analyse s'effectue par délais de développement dans un premier temps. Cela revient à déterminer un coefficient moyen le plus représentatif du trimestre de développement observé.

Certains coefficients, sur un périmètre observé, peuvent être éloignés des autres. Ce cas est plus fréquent lors d'une étude sur des triangles non écrêtés des sinistres graves.

Dans notre cas, puisque nous avons déjà retiré ces sinistres d'ampleur importante, les écarts atypiques proviennent principalement de délais de règlements de sinistres plus ou moins allongés et liés au trimestre de survenances.

Nous décidons de ne pas tenir compte des écarts les plus importants et retenons la moyenne comme coefficient le plus représentatif de chaque trimestre de développement.

Nous effectuons ensuite un lissage des coefficients moyens retenus.

Nous observons dans la première colonne du tableau suivant les coefficients Chain Ladder issus de notre analyse.

Les quatre colonnes suivantes nous donnent les lissages envisagés.

Nous retenons ainsi le lissage Weibull nous donnant la meilleure qualité d'ajustement aux données observées (R² de 88,55%).

On remarquera, pour ce lissage, un coefficient de queue, proche de 1 (1,00001). Ce dernier a été défini en appliquant le modèle Weibull sur les 20 développements trimestriels suivant, soit une période de 5 ans.

Etant donné la garantie étudiée, il est logique d'observer un coefficient de queue à 1, d'autant plus que le triangle ne contient que des sinistres inférieurs à 30 000 euros.

garantie Dommages / Paiements cumulés							(a)	(b)	(c)=(a) * (b)	
Developpements trimestriels	Coefficients Chain Ladder	Lissage exponentiel	Lissage Puissance inversée	Lissage Puissance	Lissage Weibull	Coefficients cumulés	Charge observée	Charge ultime	periode	
(1) 3-6	2,96333	1,02786	6,11544	1,02765	1,23414	3,81910	1 005 286	3 839 291	2002 Q1	
(2) 6-9	1,17610	1,01979	1,21708	1,01959	1,08576	1,28879	2 597 217	3 347 265	2002 Q2	
(3) 9-12	1,04528	1,01406	1,04449	1,01389	1,04026	1,09581	3 061 305	3 354 618	2002 Q3	
(4) 12-15	1,01843	1,00999	1,01531	1,00986	1,02116	1,05341	3 461 122	3 645 969	2002 Q4	
(5) 15-18	1,01008	1,00710	1,00685	1,00701	1,01190	1,03158	3 921 915	4 045 775	2003 Q1	
(6) 18-21	1,00525	1,00504	1,00359	1,00498	1,00702	1,01945	3 441 610	3 508 543	2003 Q2	
(7) 21-24	1,00192	1,00358	1,00209	1,00354	1,00429	1,01234	3 523 901	3 567 400	2003 Q3	
(8) 24-27	1,00150	1,00254	1,00131	1,00252	1,00269	1,00802	3 516 976	3 545 195	2003 Q4	
(9) 27-30	1,00143	1,00181	1,00087	1,00179	1,00173	1,00532	3 915 236	3 936 058	2004 Q1	
(10) 30-33	1,00089	1,00128	1,00061	1,00127	1,00113	1,00358	3 253 817	3 265 477	2004 Q2	
(11) 33-36	1,00023	1,00091	1,00044	1,00091	1,00075	1,00245	3 155 903	3 163 632	2004 Q3	
(12) 36-39	1,00050	1,00065	1,00033	1,00064	1,00051	1,00169	3 541 982	3 547 984	2004 Q4	
(13) 39-42	1,00006	1,00046	1,00025	1,00046	1,00035	1,00119	4 022 149	4 026 917	2005 Q1	
(14) 42-45	1,00020	1,00033	1,00019	1,00033	1,00024	1,00084	3 561 235	3 564 217	2005 Q2	
(15) 45-48	1,00003	1,00023	1,00015	1,00023	1,00017	1,00060	3 434 438	3 436 488	2005 Q3	
(16) 48-51	1,00009	1,00016	1,00012	1,00016	1,00012	1,00043	3 727 984	3 729 582	2005 Q4	
(17) 51-54	1,00032	1,00012	1,00010	1,00012	1,00008	1,00031	3 648 411	3 649 544	2006 Q1	
(18) 54-57	1,00001	1,00008	1,00008	1,00008	1,00006	1,00023	3 443 744	3 444 523	2006 Q2	
(19) 57-60	1,00006	1,00006	1,00007	1,00006	1,00004	1,00017	3 206 161	3 206 693	2006 Q3	
(20) 60-63	1,00052	1,00004	1,00006	1,00004	1,00003	1,00012	3 578 415	3 578 853	2006 Q4	
(21) 63-66	1,00001	1,00003	1,00005	1,00003	1,00002	1,00009	3 946 907	3 947 265	2007 Q1	
(22) 66-69	1,00004	1,00002	1,00004	1,00002	1,00002	1,00007	3 832 625	3 832 884	2007 Q2	
(23) 69-72	1,00026	1,00002	1,00004	1,00002	1,00001	1,00005	3 777 290	3 777 481	2007 Q3	
(24) 72-75	1,00000	1,00001	1,00003	1,00001	1,00001	1,00004	4 007 484	4 007 636	2007 Q4	
(25) 75-78	1,00000	1,00001	1,00003	1,00001	1,00001	1,00003	4 254 765	4 254 887	2008 Q1	
(26) 78-81	1,00000	1,00001	1,00002	1,00001	1,00001	1,00002	3 840 386	3 840 470	2008 Q2	
(27) 81-84	1,00000	1,00000	1,00002	1,00000	1,00000	1,00002	3 692 453	3 692 515	2008 Q3	
coef queue	1,00000	1,00001	1,00017	1,00001	1,00001	1,00001	3 667 248	3 667 295	2008 Q4	
							98 037 964	102 424 454	TOTAL	

Parametres lois	Lissage exponentiel	Lissage Puissance inversée	Lissage Puissance	Lissage Weibull
a	0,03922	1,07697	1,03908	1,66220
b	-0,34197	-3,30326	0,71135	0,61088
c	0,00000	-0,37605	0,00000	0,00000
R ²	72,90%	84,82%	72,96%	88,55%

En appliquant les coefficients cumulés aux dernières données cumulées connues du triangle (i.e. dernière diagonale), nous obtenons la charge dite définitive.

Cette charge inclut donc les variations de charges à venir entre la maturité des sinistres observés ainsi que l'apparition d'éventuels sinistres tardifs.

Nous obtenons ainsi le tableau suivant :

Periode	Montants observés (a)	IBNR	IBNR coef queue	IBNR total	Montants définitifs (b)	Rapport ultime / observé (b/a)
2006 Q1	3 541 982	5 957	45	6 002	3 547 984	1,002
2006 Q2	3 155 903	7 689	40	7 729	3 163 632	1,002
2006 Q3	3 253 817	11 619	41	11 660	3 265 477	1,004
2006 Q4	3 915 236	20 772	50	20 822	3 936 058	1,005
2007 Q1	3 516 976	28 174	45	28 219	3 545 195	1,008
2007 Q2	3 523 901	43 454	45	43 499	3 567 400	1,012
2007 Q3	3 441 610	66 889	44	66 933	3 508 543	1,019
2007 Q4	3 921 915	123 809	51	123 860	4 045 775	1,032
2008 Q1	3 461 122	184 800	46	184 847	3 645 969	1,053
2008 Q2	3 061 305	293 271	42	293 313	3 354 618	1,096
2008 Q3	2 597 217	750 006	42	750 048	3 347 265	1,289
2008 Q4	1 005 286	2 833 956	49	2 834 004	3 839 291	3,819
Total	98 037 964	4 385 193	1 298	4 386 490	102 424 454	

Ce tableau met en regard les charges ou règlements observés lors de l'étude du triangle ainsi que les montants estimés définitifs.

Nous obtenons les provisions complémentaires en soustrayant la charge observée à la charge définitive. Ces provisions sont ici renommées sous le terme IBNR.

Les IBNR représentent les provisions techniques sensées couvrir l'insuffisance de provisionnement des sinistres déclarés au moment de l'élaboration du bilan comptable de la compagnie (futurs aggravations des dossiers).

Un assureur doit de plus provisionner des montants au titre des sinistres survenus mais dont il n'a pas encore connaissance et pour lesquels aucun dossier n'est donc ouvert.

Les IBNER représentent les provisions non techniques couvrant les sinistres tardifs (pas encore connus ou déclarés à la clôture des comptes).

Nous précisons ici que nous avons regroupé sous le terme IBNR les montants d'IBNR et d'IBNER. En effet, les triangles de développement que nous avons utilisé ne nous permettent pas de distinguer la part des charges relatives aux sinistres tardifs de celle relative aux sinistres déjà déclarés.

Le tableau précédent nous apprend, sur la base d'un historique plus large, qu'il faut multiplier les charges du second trimestre de l'année de survenance 2008 (2008 Q2) par 1,096 pour obtenir la charge définitive et ainsi avoir une idée la plus juste du risque encouru.

On observe qu'un tel traitement est nécessaire pour la survenance la plus récente. En effet, les sinistres survenus sur le dernier trimestre 2008 ont peu de chances d'être totalement connus à la période d'inventaire (ici 31/12/2008).

Cependant, lors de la tarification sur l'expérience propre de la flotte, nous ne pourrions pas appliquer de manière uniforme ces coefficients.

En effet, il se peut que certains sinistres soient déjà terminés et donc entièrement réglés. Appliquer un coefficient sur ces sinistres fausserait l'idée que nous nous en faisons en surestimant leurs couts.

Nous décidons donc d'appliquer ces coefficients sur les sinistres encore en cours au moment de la tarification et de n'appliquer que l'actualisation sur les sinistres clos.

On remarquera, enfin, que la liquidation des sinistres est plus ou moins longue en fonction des garanties étudiées. Le tableau ci dessous nous donne une vision de notre connaissance du cout définitif en fonction du cout réellement observé dans les bases de données :

Rapport ultime / observé

Periode	Rc Corporelle	Rc materielle	Dommmages	Bris de Glace	Vol
2006 Q4	1,254	1,012	1,005	1,000	1,004
2007 Q4	1,318	1,045	1,032	1,007	1,041
2008 Q1	1,342	1,069	1,053	1,017	1,077
2008 Q2	1,375	1,109	1,096	1,041	1,153
2008 Q3	1,429	1,191	1,289	1,112	1,457
2008 Q4	2,004	1,734	3,819	1,637	5,717

Ainsi, notre connaissance du cout des sinistres est quasi complète au bout de deux ans sur les garanties Bris de glace (coefficient 1,000) et Vol (coefficient 1,004).

En revanche, on estime à 25,4% le surcout d'un sinistre RC corporelle au bout de 2 ans.

III.4.4. L'actualisation pour tenir compte de la transformation du portefeuille

Cette partie traite des modifications observées au sein d'un portefeuille et pour lesquelles les sensibilités sont difficiles à évaluer. Nous en listons certaines en précisant qu'elles n'ont pas été étudiées dans cette étude.

Les conditions d'assurance d'une flotte évoluent dans le temps. Ces évolutions concernent généralement les véhicules assurés, les garanties couvertes ou le niveau des franchises.

- Evolutions du parc

Généralement, l'actualisation prend en compte la taille relative du parc en fonction du nombre de véhicules assurés à chaque période. L'indice d'évolution est appliqué à la charge globale de l'exercice.

En fait, pour être plus précis, il faudrait tenir compte également des modifications de structures de la flotte, tous les véhicules n'ayant pas le même impact sur le tarif. Mais généralement, on se contente d'utiliser la taille du parc dans la mesure où l'on rencontre peu de changement de structure en profondeur. Si c'était le cas, la recherche de l'expérience passée n'aurait pas de sens.

Nous utiliserons la vision la plus récente du parc de véhicules à tarifer.

- Evolution des garanties

L'introduction ou le retrait de garanties principales ne pose pas de problème puisque le tarif de la flotte est établi par garantie principale.

Par contre les modifications au sein d'une garantie peuvent prendre des formes tellement variées pour des effets relativement marginaux et difficilement mesurables, qu'il n'est pas envisageable d'intégrer ces modifications dans le cadre de cette structure tarifaire.

- Evolution des franchises

Le niveau de franchise est un élément qui influence le tarif. Si l'on fait varier la franchise, on peut en déduire le nouveau coût.

Nous disposons pour chacune des garanties d'une fonction de distribution des coûts en fonction des franchises. A partir d'une franchise donnée, on peut en déduire le coût par véhicule.

franchise	Rc Corp	Rc mat.	Domages	Bris de glace	Vol
50	89,10	187,62	232,79	47,24	36,89
75	88,46	162,19	218,28	38,39	35,67
100	88,01	146,36	208,57	33,19	34,83
125	87,66	135,22	201,35	29,67	34,19
150	87,38	126,78	195,65	27,09	33,68
175	87,14	120,07	190,96	25,10	33,26
200	86,93	114,57	186,99	23,50	32,89
225	86,75	109,94	183,57	22,17	32,57
250	86,59	105,96	180,56	21,06	32,29
275	86,44	102,49	177,88	20,10	32,04
300	86,31	99,43	175,48	19,26	31,81
Variation	1,2%	21,7%	10,3%	29,2%	5,6%

Ces évolutions correspondent à des variations sensiblement différentes selon la garantie étudiée. Dans notre exemple, on constate qu'une même transformation des franchises (100 euros à 200 euros) se traduit par une baisse relative de 1,2% en RC Corporelle, de 10,3% en Domages et 29,2% en bris de glace.

Il faut toutefois noter que les fonctions de distribution dont nous disposons sont établies sur la base des charges observées qui tiennent compte des franchises en cours et du comportement des assurés en matière de déclaration, en particulier sur les petits sinistres.

En fait, pour effectuer un traitement plus proche de la réalité, il faudrait travailler à partir d'une loi de distribution dont nous ne disposons pas, mais qui de toute évidence devrait être supérieure à celle utilisée.

L'utilisation des fonctions établie sur la base des données en portefeuille, pour tarifier les parties basses, n'est pas totalement adaptée. Néanmoins, elle permet d'obtenir des ordres de grandeur significatifs sur les variations que peuvent entraîner des modifications de franchises.

Pour la partie inférieure au seuil, nous partirons du principe que la flotte est restée sous le même régime de franchise sur tout l'historique.

Pour la partie supérieure au seuil, nous ferons l'hypothèse que toutes les flottes supportent les franchises moyennes du portefeuille passé.

Il est généralement assez difficile de reconstituer une base sans franchise. En effet s'il est simple de rajouter les franchises aux charges observées (quand on dispose de l'information sur tout l'historique), il n'est pas possible de reconstituer les charges des sinistres non déclarés.

En ce qui concerne les franchises déposées, elles peuvent revêtir plusieurs formes et portent essentiellement sur les garanties « Responsabilité Civile ».

La principale prend la forme d'un montant annuel. Elle est généralement déposée.

Plus rarement, elle prend la forme d'une franchise par sinistre à récupérer a posteriori du règlement au tiers.

Généralement, ces franchises correspondent à des montants systématiquement atteints tous les ans. On peut alors facilement déduire la charge annuelle nette de franchise déposée en retirant le montant de la franchise à la charge globale.

Pour simplifier notre approche, nous ferons l'hypothèse que les franchises restent inchangées par rapport au passé.

Mode opératoire pour la partie propre à l'expérience de la flotte

L'actualisation des charges à l'horizon ultime, comme pour les nombres de sinistres, dépend donc de l'observation la plus récente que nous en avons et des coefficients Chain ladder retenus.

La tarification d'une flotte donnée, pour la partie inférieure au seuil est donc l'enchaînement des éléments suivants :

- Actualisation des montants des sinistres terminés
- Projection à l'ultime des charges des sinistres en cours
- En fonction du seuil retenu, nous retenons une part des charges de la flotte
- Sur cette part, calcul du Cout moyen par véhicules
- Calcul de la prime pure en dessous du seuil (Nombre de véhicules * Cout moyen)

III.4. 5. Tarification sur l'expérience du portefeuille (partie supérieure au seuil)

Pour calculer la charge en excédent du seuil, on utilise les fonctions de distribution relatives aux coûts et aux nombres, et le seuil sélectionné.

On obtient la charge par véhicule en reportant la valeur trouvée par le nombre moyen annuel de véhicules, utilisé pour bâtir la loi au niveau du portefeuille.

Plus le seuil est élevé, plus le coût par véhicule est faible.

Ces montants ont plus précisément été retrouvés à partir de la loi des charges et des nombres en excédent du seuil. Le rapport des charges aux nombres donnant la cout par véhicules en excédent du seuil.

seuils	Rc		Dommages	Bris de Glace	Vol
	Corporelle	Materielle			
100	88,0	146,4	208,6	33,2	34,8
200	86,9	114,6	187,0	23,5	32,9
300	86,3	99,4	175,5	19,3	31,8
400	85,9	90,0	167,8	8,7	31,1
500	85,5	83,3	162,0	5,2	30,5
1 000	84,5	65,7	125,8	1,1	27,2
2 000	83,5	31,7	86,0	0,3	23,3
5 000	75,5	19,1	44,1	0,0	18,1
10 000	68,6	13,1	20,5	0,0	8,1
15 000	64,9	10,6	13,1	0,0	5,1
50 000	55,0	5,7	2,4	0,0	1,4
100 000	50,1	4,0	0,9	0,0	0,7
150 000	47,4	3,3	0,0	0,0	0,5

En RC matérielle pour un seuil de 1 000 euros, on trouve une valeur proche de 65,7 euros
En dommages, pour un seuil de 500 euros, on trouve une valeur de 162 euros.

Ce tableau nous donne donc un cout moyen quel que soit le type de véhicule au sein de la flotte.

La limite d'un tel outil est qu'il ne distingue pas les types de véhicules.

En effet, on imagine assez bien que tous les véhicules ne présentent pas le même risque (surtout pour la partie la plus élevée de la fonction de distribution).

En principe, les véhicules de type véhicules de golf, voitures de collection, engins de chantier, engins de manutention, ... présentent des expositions plus faibles que la moyenne.

Au contraire, des véhicules de type TPV, véhicules puissants, présentent des expositions plus élevées que la moyenne.

Ne pas tenir compte de ces disparités fait prendre un risque d'antisélection. Ce problème n'est pas simple à résoudre, car il est difficile d'obtenir des mesures précises sur des populations qui restent marginales au sein d'un portefeuille.

Cependant, notre périmètre d'étude regroupe les flottes de véhicules de 1^{ère} catégorie. Cela exclut déjà quelques risques extrêmes comme les véhicules de plus de 3,5 Tonnes.

Une solution envisageable serait de regrouper les usages des véhicules en déterminant des pondérations pour chacune des classes sur la base d'études complémentaires.

Cela nuancerait une partie du tarif, en fonction d'un coefficient, sur la partie supérieure de la distribution.

Toutefois, nous sommes partis de l'hypothèse que chaque partie du tarif (a priori et a posteriori) devait être le complément des autres.

Or, l'usage des véhicules est déjà une variable discriminante dans la partie du tarif a priori.

Nous décidons donc de ne pas nuancer la partie supérieure de la distribution pour garder un coût unique par véhicules.

III.5. Application du tarif flottes

III.5.1 Combinaison du tarif « a priori » et du tarif « a posteriori »

Dans le cas de flotte à véhicules désignés, nous disposons de plusieurs éléments tarifaires.

- . un tarif « a priori »
- . un tarif basé sur l'expérience de la flotte pour la partie inférieure au seuil
- . un tarif basé sur l'expérience du portefeuille pour la partie supérieure au seuil.

Le **tarif « a priori »** ne prend pas en compte l'expérience de la flotte, mais intègre les paramètres suivants :

- véhicule (catégorie)
- utilisation (trajet, promenade, professionnel)
- zone de garage principale.

Le **tarif basé sur l'expérience de la flotte** ne prend en compte que l'expérience de la flotte pour la partie inférieure à un seuil, ce dernier étant déterminé en fonction de la taille de la flotte.

Le **tarif basé sur l'expérience du portefeuille** pour la partie supérieure au seuil ne tient compte que de l'expérience moyenne du portefeuille.

La structure décrite ci dessus nous montre que chaque partie prend en compte des éléments ignorés des deux autres.

III.5.2. Liaison des deux tarifications basées sur l'expérience du portefeuille

Du point de vue du tarif basé sur l'expérience, nous avons déjà défini un mode de répartition pour dégager la part prise en compte par chaque expérience.

Cette répartition se base sur la définition des seuils définis par les lois de charges et nombres de sinistres.

Le seuil dépend de la taille de la flotte et conduit à considérer une part du tarif établie sur la base de l'expérience de la flotte et une proportion bâtie sur la base du portefeuille.

Plus l'expérience de la flotte est importante, plus la proportion dépendant de l'expérience de la flotte est importante.

Nous utilisons la part des charges en excédent du seuil comme premier coefficient, ce qui nous donne une première relation liant les deux sous tarifs tirés de l'expérience (portefeuille et flotte)

$$T_{pos} = T_{fl} + T_{exp}$$

avec :

T_{pos} est la prime « a posteriori »

T_{fl} est la prime basée sur l'expérience propre de la flotte

T_{exp} est la prime basée sur l'expérience du portefeuille

III.5.3. Liaison des tarifs « a priori » et « a posteriori »

Nous essaierons, dans un premier temps, de définir un coefficient de crédibilité.

Nous utilisons le modèle de Bühlmann-Straub pour lier la tarification faite à priori sur le modèle GLM et la tarification faite à posteriori.

La tarification à priori utilise, par garantie, la modélisation de la fréquence globale du portefeuille. Nous avons donc mutualisé l'ensemble des coûts observés.

La tarification a posteriori traite de notre connaissance du portefeuille et du fait d'accorder un poids à l'expérience acquise aux flottes.

La théorie de la crédibilité cherche donc à pondérer le taux du tarif à priori et la statistique découlant des sinistres observés dans les flottes. Nous tiendrons encore une fois compte des statistiques de sinistralité des 3 dernières années.

Nous obtiendrons une prime T_F de la forme :

$$T_F = (1-Z)T_a + Z.T_{pos}$$

Z est le coefficient de crédibilité, compris entre 0 (lorsque aucune information n'est disponible sur la flotte) et 1 (valeur atteinte lorsque les informations de la flotte sont suffisantes pour avoir une idée juste du tarif à lui appliquer).

T_A est la prime « a priori »

T_{pos} est la prime « a posteriori »

La nouvelle prime s'exprime donc comme une moyenne pondérée d'une prime globale et d'un historique de la sinistralité propre à chaque flotte.

Lorsque $Z=1$, nous estimons que nous avons suffisamment d'informations sur le risque porté par la flotte. Nous pouvons alors nous passer du tarif théorique fait à priori et n'utilisons que les données de la flotte pour simuler un tarif propre à cette flotte.

A l'inverse, lorsque $Z=0$, c'est que nous n'avons aucune information sur la flotte. Le tarif appliqué sera le tarif à priori.

De façon intuitive, la crédibilité augmente avec l'expérience, on accorde donc plus de significativité à l'expérience d'une flotte avec 100 sinistres qu'à celle d'une flotte avec 10 sinistres. Il faut donc s'attendre à obtenir des coefficients proche de 1 pour des flottes de taille importante.

A l'inverse, les flottes peu importantes en nombres de véhicules seront plus tarifées sur la base de la prime « à priori ».

Enfin, plus la volatilité des risques est forte (risques corporels) et plus l'évolution de la sinistralité est rapide, moins le coefficient de crédibilité est élevé.

L'utilisation des modèles de crédibilité en automobile est justifiée par la significativité et le caractère reproductible des historiques.

Dans notre cas, la prime « à priori » est la prime moyenne du portefeuille. C'est l'expérience collective qui est prise en compte pour calculer la prime pure globale du portefeuille.

La limite du modèle de crédibilité dans cette étude tient dans l'approche que nous avons du tarif fait à posteriori. En effet, ce dernier est constitué par deux composantes. La première est entièrement basée sur la sinistralité propre à chaque flotte. La deuxième, en revanche, tient compte de la sinistralité globale du portefeuille. Elle se rapproche donc de la méthode employée pour estimer un tarif à priori au moyen d'un modèle GLM.

Nous ne faisons ici que citer un éventuel biais dans l'application de la théorie de la crédibilité. Nous ne tiendrons donc pas compte de cette remarque et faisons l'hypothèse que la théorie reste applicable au modèle étudié.

Ainsi, le modèle mis en place utilise notamment :

-la fréquence des sinistres en fonction du nombre de véhicules exposés sur la période considérée (3 ans) :

$$Frq(f) = \frac{S(f)}{V(f)}$$

Avec S(f), le nombre de sinistres de la flotte f sur 3 ans et V(f) le nombre de véhicules exposés sur 3 ans.

$$S(f) = \sum_i^{annees} S(f,i)$$

$$V(f) = \sum_i^{annees} V(f,i)$$

- $S(f, i)$ le nombre de sinistres de la flotte f observés sur l'année i

- $V(f, i)$ le nombre de véhicules exposés de la flotte f sur l'année i

La variance intra-flottes servant à mesurer la dispersion moyenne du nombre de sinistres au sein des flottes est estimée ainsi :

$$(Disp_intra)^2 = \frac{1}{P} \sum_j \frac{1}{A-1} \sum_i^A S(j,i) * (Frq(j,i) - Frq(j))^2$$

- $Frq(f,i) = \frac{S(f,i)}{V(f,i)}$ étant la fréquence observée de la flotte f sur l'année i

- P est le nombre de polices

- A est le nombre d'années observées

La variance inter-flottes servant à mesurer la dispersion du nombre de sinistres entre flottes différentes est estimée ainsi :

$$(Disp_inter)^2 = \frac{1}{S * \left(1 - \frac{\sum_j (S(j))^2}{(S)^2} \right)} \left(\sum_j (S(j))^2 * (Frq(f) - Frq)^2 - (P - 1) * (Disp_intra)^2 \right)$$

- $S = \sum_j S(f) = \sum_j \sum_i S(j, i)$ est le nombre de sinistres sur 3 ans

- $Frq = \frac{S}{V}$ étant la fréquence globale observée sur 3 ans

L'estimateur du coefficient de crédibilité de la flotte f est :

$$Cred_f = \frac{(Disp_inter)^2}{(Disp_inter)^2 + \frac{(Disp_intra)^2}{S(f)}}$$

Les résultats ci dessous expriment nos remarques précédentes. En effet, nous observons que le coefficient de crédibilité augmente avec la taille de la flotte. Ainsi, pour des flottes de plus de 100 véhicules, le coefficient moyen de crédibilité est de 95,5% en dommages contre 21,1% pour des flottes de moins de 5 véhicules.

On voit que le coefficient de crédibilité croît avec Disp-inter. Ce constat nous laisse penser que nous accordons plus de crédibilité à l'expérience individuelle de la flotte lorsque nous observons une grande dispersion sur le portefeuille.

A l'inverse, le coefficient de crédibilité décroît avec Disp-intra. Cela implique que plus il y a d'hétérogénéité dans la flotte, moins nous voulons lui accorder de poids.

Au niveau des garanties, on remarque que la RC corporelle se distingue des autres garanties pour les flottes de moins de 80 véhicules.

En effet, le coefficient observé est largement inférieur aux autres garanties, ce qui implique une pondération plus importante de la prime à Priori dans le tarif RC corporelle.

Ce constat confirme le fait qu'une forte volatilité des risques influe inversement sur le coefficient de crédibilité.

Coefficients moyen de crédibilité

Taille	RC corp	Rc mat	Dommages	Bris de glace	Vol
<5	6,89%	19,79%	21,14%	31,78%	12,23%
5_9	15,99%	41,90%	37,35%	54,24%	23,44%
10_14	28,93%	60,91%	52,91%	70,51%	39,51%
15_19	40,61%	72,32%	62,41%	76,97%	51,55%
20_29	58,07%	84,12%	73,48%	85,73%	66,00%
30_49	70,98%	90,35%	81,54%	90,99%	77,36%
40_49	82,49%	94,99%	84,43%	92,54%	87,01%
50_79	88,19%	96,76%	90,28%	97,35%	91,39%
80_100	93,54%	98,32%	85,58%	98,08%	96,06%
>100	97,39%	99,34%	95,46%	96,28%	98,05%

Limites de l'approche

De façon intuitive, on admet que l'expérience d'une flotte (même nuancée de l'expérience du portefeuille pour la partie supérieure de la distribution des sinistres) sur certaines garanties est moins significative que pour d'autres.

Par exemple pour la garantie vol, le tarif dépend assez fortement de la valeur du véhicule, or cet élément reste totalement ignoré du tarif sur l'expérience. On observe donc pour cette garantie une dispersion, au sein d'une flotte, plus forte que pour une garantie Bris de Glace.

C'est ce qui explique aussi que les coefficients de crédibilité y soient plus faibles, à tailles de flottes équivalentes, que pour d'autres garanties matérielles.

De même, on s'aperçoit que le coefficient de crédibilité de la flotte dépend beaucoup du nombre de sinistres qu'elle a déclaré. Un nombre de sinistre conséquent fait tendre le coefficient vers 1, ce qui implique que l'expérience de la flotte est suffisante pour établir la tarification. Ce constat peut paraître satisfaisant pour des flottes de taille importante qui sont les seules à pouvoir remplir ce critère. A l'inverse, une flotte de taille modeste ayant une sinistralité nulle verra son coefficient tendre vers 1, impliquant que son expérience ne sera pas prise en compte dans le modèle de tarification.

III.6 Simulation tarifaire

Nous testons les résultats sur le portefeuille entier à la fois pour examiner si l'ensemble des primes établies selon ces règles répond à un équilibre acceptable et pour positionner les tarifs commerciaux de chaque flotte par rapport à un tarif de référence.

Un bon tarif sera un juste milieu entre l'équilibre technique (la couverture par les primes pures des charges sinistres) et un volume souscrit pour maximiser le résultat sur plusieurs années afin de couvrir les frais fixes et dégager la valeur ajoutée nécessaire

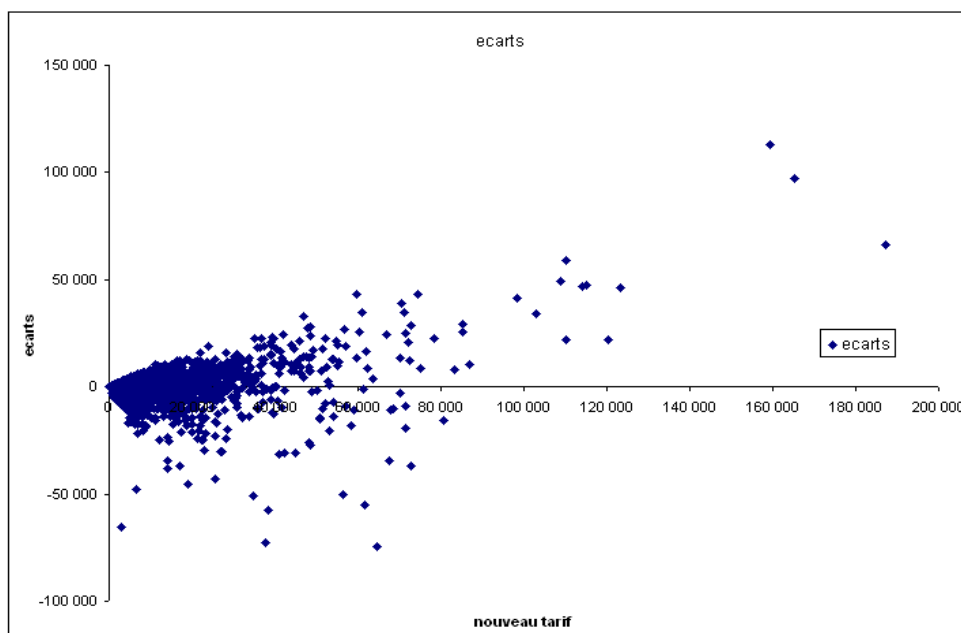
Nous avons appliqué notre modèle aux 5 garanties principales citées en introduction.

Le tarif global s'obtient en sommant les différentes garanties qui le composent. La simulation tarifaire tient compte ici d'un chargement de gestion.

Sur la base du portefeuille de flotte à véhicules désignés étudié, correspondant à 3 750 flottes pour 65 000 véhicules, la prime du modèle était de 2,6% supérieure à celle du portefeuille.

Dans la mesure où l'on dispose d'un tarif de référence, il est alors utile de vérifier comment chaque flotte se situe par rapport à cette référence.

On peut alors présenter en synthèse des représentations graphiques du type suivant :



La zone au-dessus des abscisses représente une majoration du nouveau tarif par rapport au précédent. Le contraire étant représenté par des écarts négatifs.

Si nous constatons une majorité de points avec des écarts relativement faibles, nous observons quelques points significatifs. Ces derniers semblent très importants et expriment un risque de fragilité commerciale.

Certains écarts négatifs importants laissent apparaître des contrats pouvant présenter de lourdes pertes.

La nature de ces points négatifs est diverse :

- ceux ci sont issus de flottes fortement sinistrés pour lesquelles des majorations tarifaires très importantes ont été décidées
- Suite à des arbitrages commerciaux (notamment en raison de multidétention du client), le tarif de la flotte a été fortement diminué (ou dans le cas précédent, non majoré), entraînant sur ce segment un déséquilibre tarifaire, qui au niveau d'un compte client, se trouve compensé par le bénéfice sur d'autres gammes (Rc Entreprise, Santé,...).

La décomposition des écarts laisse apparaître une majoration de 17 % de la prime RC ainsi qu'une hausse de la prime Bris de Glace de l'ordre de 25%. En revanche, la prime Vol est revue à la baisse de 50%.

Ces écarts sont à prendre avec beaucoup de précautions et confirment surtout notre manque de lisibilité de la structure tarifaire commerciale du tarif précédent.

Ces constats servent avant tout à donner un cadre de validation global au nouveau modèle.

Nous nous intéressons, ensuite, à la répartition de chaque partie du tarif dans le tarif global :

On constate un poids important du tarif à priori, pour près de 50 %. Les parties relatives à l'expérience des flottes et celle basée sur l'expérience du portefeuille s'équilibrent.

	RC Corp.	RC Mat.	Dommmages	BdG	Vol	total
Tarif a priori	39,2%	44,7%	50,4%	49,3%	50,0%	47,3%
Tarif exp. Flotte	9,2%	33,3%	28,4%	41,4%	20,9%	28,0%
Tarif mutualisé	51,6%	22,0%	21,2%	9,3%	29,2%	24,7%
total	100%	100%	100%	100%	100%	100%

Le tableau ci-dessous présente les proportions théoriques en fonction de « la taille expérience » de la flotte et la garantie.

On constate que les flottes de moins de 15 véhicules gardent une part très importante au tarif a priori.

La RC corporelle se distingue des autres catégories par une part importante liée au tarif mutualisé sur l'ensemble du portefeuille. Cette garantie est donc faiblement tarifée sur l'expérience propre à chaque flotte. Pour les autres garanties, la taille de la flotte nuance très sensiblement les parts relatives à chaque partie.

Tarif a priori

Nb véhicules	RC Corp.	RC Mat.	Dommmages	BdG	Vol	total
< 15 véhicules	66%	61%	64%	61%	71%	64%
< 25 véhicules	39%	40%	47%	46%	45%	44%
< 50 véhicules	28%	36%	41%	41%	38%	37%
< 100 véhicules	29%	40%	44%	40%	35%	40%
< 500 véhicules	24%	39%	43%	38%	46%	38%

On observe que la part de la tarification a priori est fonction de la taille de nos flottes. Ainsi, le tarif des flottes de moins de 15 véhicules est, en moyenne, constitué à 64% de la prime a priori.

Cette observation est en phase avec nos hypothèses et nous montre une fois de plus le caractère discriminant du nombre de véhicule au sein d'une flotte. On peut donc en déduire que l'importance de la tarification a priori est bien inversement proportionnel à la taille d'une flotte. Ce raisonnement est toutefois à pondérer en fonction des garanties.

Tarif exp. Flotte

Nb véhicules	RC Corp.	RC Mat.	Domages	BdG	Vol	total
< 15 véhicules	4%	20%	14%	23%	12%	16%
< 25 véhicules	8%	31%	24%	47%	25%	26%
< 50 véhicules	12%	40%	37%	54%	25%	35%
< 100 véhicules	10%	44%	44%	57%	30%	39%
< 500 véhicules	14%	47%	49%	60%	12%	41%

Les sinistres de la garantie vol sont fortement influencés par la valeur des véhicules. Comme les fréquences de sinistres sont faibles, on peut estimer que le tarif basé sur l'expérience est moins pertinent que pour les garanties plus sinistrées, on peut alors souhaiter appliquer une pondération différenciée en fonction de la garantie couverte

Tarif mutualisé

Nb véhicules	RC Corp.	RC Mat.	Domages	BdG	Vol	total
< 15 véhicules	30%	19%	21%	16%	17%	21%
< 25 véhicules	53%	29%	29%	8%	30%	30%
< 50 véhicules	60%	24%	23%	5%	38%	28%
< 100 véhicules	61%	16%	13%	3%	34%	21%
< 500 véhicules	63%	14%	8%	2%	43%	21%

Nous avons envisagé 3 scénarios pour estimer la sensibilité du modèle aux paramètres. Nous faisons varier le paramètre relatif aux nombres de sinistres à observer dans la partie « à posteriori » et définissant le seuil en dessous duquel l'expérience de la flotte est prise en compte.

Les divers cas de figure laissent apparaître des écarts sensibles.

En faisant le choix de garder le scénario 1, nous observons des variations de prime globale autour de 4%. La prime du scénario 2 est plus faible de 3,7%.

Poids des différentes composantes du tarif

	Nombre N de sinistres à observer		
	0,5	1	2
Tarif a priori	45,2%	47,3%	49,1%
Tarif exp. Flotte	31,2%	28,0%	25,2%
Tarif mutualisé	23,6%	24,7%	25,7%
Total	100,0%	100,0%	100,0%
ecart / choix	4,4%		-3,7%

Lorsqu'on s'attarde sur la composition des éléments constituant le tarif, on observe une part du tarif à priori en hausse en fonction du nombre de sinistres N à observer. Nous avons vu plus haut que le seuil, délimitant la frontière entre l'expérience de la flotte et la mutualisation du risque au niveau du portefeuille, diminuait lorsque N augmentait.

Mécaniquement, la baisse du seuil implique une prise en compte moins importante de l'expérience de la flotte comme le montre ce tableau.

A ce stade, les résultats obtenus nécessitent une grande prudence. En effet, les comparaisons portent entre des primes commerciales issues de notre système informatique (et donc issue d'une combinaison entre un tarif et un positionnement commercial par le biais de réduction tarifaire) et des primes techniques auxquelles nous avons rajouté les chargements commerciaux contractuels.

Nous pouvons cependant conclure sur une adéquation globale de notre tarif par rapport à notre portefeuille existant.

Les flottes surtarifées nécessiteront une surveillance adéquate : en effet, celles ci présentent donc une faiblesse par rapport à la concurrence. Il serait judicieux de profiter du lancement de notre nouveau produit pour les fidéliser encore plus.

Les flottes sous tarifées, elles, nécessitent un redressement adéquat afin de parvenir à l'équilibre tarifaire, après examen bien entendu du contexte commercial s'y rapportant.

III.7 Conclusion

Les divers retraitements de données liées à l'historique en notre possession nous ont permis, dans un premier temps, de rendre les données homogènes en actualisant les montants à une date de couverture tout en diminuant l'incertitude liée aux montants ultimes en utilisant des techniques de provisionnement.

Cette dernière étape était nécessaire pour calibrer notre modèle sur des données parfois trop peu mures et donc très volatiles. L'utilisation de techniques de provisionnement nous a permis d'estimer les montants ultimes des sinistres dont certaines garanties, ayant des cadences de liquidation longues, étaient que trop partiellement connues.

L'analyse des flottes du portefeuille s'en est trouvée ainsi renforcée, nous permettant ainsi d'étudier de manière plus précise les données liées à la sinistralité.

Les bases de données n'ayant pas d'informations très fournies au niveau des flottes automobiles, nous nous sommes focalisés sur le nombre de véhicules composant un contrat comme nouvel axe d'analyse.

L'utilisation de la taille de la flotte comme facteur discriminant a ensuite été justifiée par l'observation volatile des montants de sinistres importants d'une année sur l'autre.

Nous avons donc défini, en fonction du nombre de véhicules assurés, un seuil en dessous duquel l'expérience propre à chaque flotte est entièrement prise en compte dans l'élaboration du tarif. Ce dernier est complété par les informations du portefeuille moyen au-dessus du seuil.

Nous avons vu que cette frontière dépendait également de la garantie sinistrée. Comme nous pouvions nous y attendre, l'utilisation des statistiques propres à la flotte est d'autant plus importante que les garanties observées sont à développement court et de coûts maîtrisés.

Les modélisations des garanties courtes nous donnent satisfaction. En effet, le Bris de Glace, les dommages purs et dans une moindre mesure la RC Matérielle sont suffisamment bien retranscrites dans les statistiques propres à chaque flotte pour pouvoir être pleinement utilisées.

En revanche, le traitement de la garantie RC Corporelle donne moins de satisfaction. L'expérience d'une flotte sur cette garantie étant très volatile, nous avons été forcés de privilégier l'information délivrée par le portefeuille dans la constitution du tarif a posteriori.

Nous avons observé, en outre, qu'au-delà de 100 véhicules, l'ajout de véhicules n'apportait pas de nouvelles informations impliquant que les caractéristiques du tarif soient sensiblement équivalentes.

A l'inverse, l'importance de l'expérience de la flotte dans le tarif augmente très significativement entre la première tranche (moins de quinze véhicules) et la troisième (moins de cinquante véhicules).

Ainsi, l'utilisation des statistiques du portefeuille prend tout son sens puisque cela permet de combler le peu de robustesse liée aux données de très petite taille.

Les résultats obtenus sont assez encourageants car ils font apparaître, selon les hypothèses envisagées, que l'expérience de la flotte peut intervenir dans des proportions non négligeables.

Nous décidons d'utiliser ce tarif et allons tenter d'en étudier la rentabilité dans le chapitre suivant.

IV. Etude de rentabilité

Dans cette partie, nous nous intéressons à la rentabilité de notre tarif.

Alors que les parties précédentes ont été consacrées à la création d'un tarif, ainsi qu'aux règles spécifiques relatives aux flottes automobiles, cette partie elle, aborde un sujet commun à toutes les branches d'assurance : la Rentabilité.

Ainsi, bien qu'appliquée à un produit spécifique, notre approche peut être élargie à d'autres produits d'assurance lart.

Pour cela, nous détaillerons par étape les différents niveaux d'analyse de la rentabilité, ainsi que leurs différentes applications.

Dans un premier temps, nous présenterons les différents indicateurs que nous utiliserons pour définir ce que l'on entend par niveau de rentabilité.

Nous observerons ainsi la rentabilité technique au moyen du S/P, puis nous nous intéresserons au ratio combiné qui est un indicateur plus complet puisque faisant intervenir les frais inhérents à la gestion du tarif.

Une fois la définition d'indicateurs techniques réalisée, nous efforcerons ensuite d'étudier un indicateur plus financier, le RoAC. Cet indicateur faisant intervenir la notion de « Coût du Capital », cela nous conduira à utiliser le modèle interne, que nous préférons aux formules standards des différents QIS car plus en phase avec l'approche élaborée au sein de notre groupe. Nous mettrons en avant la décomposition des différents risques qui lui sont liés pour aboutir, à partir des données Flottes de notre portefeuille, à un modèle dynamique et facilement utilisable.

Ces différents indicateurs seront ensuite comparés dans le cadre d'un compte de résultat prévisionnel et liés à différents scénarios d'évolution du portefeuille.

Enfin, l'étude de la rentabilité sera également réalisée à l'aide d'un indicateur complémentaire : le taux de rendement interne.

IV.1. Introduction

Il est communément admis que la décision tarifaire la plus rentable est celle qui maximise la valeur de l'entreprise, donc la valeur de l'investissement réalisé par l'actionnaire, il serait toutefois réducteur de n'envisager que cette simple approche afin d'estimer la rentabilité.

Indicateur incontournable et le plus répandu, le S/P (rapport Sinistre à Primes) est cependant insuffisant pour mesurer la rentabilité globale d'une branche. Il ne prend pas en compte le coût lié à l'immobilisation du capital par l'actionnaire, ni les autres types de chargements (chargements divers, commissions,...).

Il ne rend pas un compte précis et fiable de la façon dont la branche évolue et ne s'intéresse qu'à la partie technique de la rentabilité et ignore tous les autres aspects. En revanche, celui-ci est idéal pour la mesure de la rentabilité au niveau d'un contrat, car le plus simple à appréhender.

Celui-ci peut être calculé de deux manières : avec ou sans IBNR (norme la plus fréquemment rencontrée), il convient donc d'être vigilant et de bien définir le type de S/P que l'on veut utiliser.

Au même titre, Le ratio combiné est lui aussi incomplet car ignore les produits financiers. Celui-ci présente toutefois l'avantage d'intégrer les charges et permet de présenter au souscripteur une visibilité pratique de la rentabilité : en dessous de 100, le contrat est plutôt rentable alors qu'au-dessus de 100 cela dépend de la marge liée au produit financier.

Les états comptables restituant ces indicateurs ne rendent compte de la rentabilité globale que d'un seul exercice.

Bien qu'incontournable et synthétisant de nombreuses informations, l'approche comptable apparaît impuissante à rendre compte des évolutions des risques futurs. Le cycle inversé de production est ignoré par la logique comptable qui ne reconnaît les produits financiers provenant des placements d'actifs issus du décalage entre encaissement des cotisations et paiement des sinistres

Le même type de conclusion peut être apporté aux modèles classiques de tarification qui ignorent généralement le point de vue de l'actionnaire, en ce qu'ils ont le choix entre divers types de placements financiers : leur exigence de rentabilité doit être satisfaite pour qu'ils acceptent d'investir.

Ainsi, une méthode actuarielle classique d'estimation de la rentabilité peut consister en la détermination du taux de rendement interne. Cet indicateur économique permet de disposer de résultats basés sur des valeurs actuelles des flux. Au niveau d'un portefeuille, cette solution semble être la plus efficace pour prendre une décision.

Cependant, il serait erroné de considérer cette méthode comme l'estimatrice absolue de la rentabilité. En effet, bien qu'extrêmement précise et pertinente, celle-ci ne tient pas compte de l'estimation du montant de capital à allouer et privilégie la mesure du retour sur investissement.

L'intégration de l'allocation de capital dans la détermination de la rentabilité constitue également une méthode complémentaire d'analyse de la rentabilité.

De la même façon, plusieurs indicateurs sont disponibles afin de représenter celle-ci.

Le Roac (Return on Assigned Capital) est un indicateur qui permet d'apprécier la rentabilité globale de l'activité non-Vie. Il correspond au critère de rentabilité vu par l'actionnaire. Il est défini comme étant un ratio mettant en regard les bénéfices retirés par l'activité d'assurance et les capitaux nécessaires à l'exercice de cette activité.

Ces indicateurs sont régulièrement présents sur les comptes de résultats prévisionnels conçus pour le lancement d'un nouveau tarif mais correspondent à des niveaux d'informations et de utilisations différents.

Si les S/P et Ratio Combiné se déduisent des hypothèses de sinistralité et d'émissions de primes, le Roac dépend avant tout d'un montant de capital alloué à l'activité qui est au mieux défini de manière proportionnelle aux montants des émissions et selon un taux figé ou au pire est fixé.

Une autre composante ne peut également être ignorée : l'allocation de capital qui, est de plus en plus au cœur du métier de l'assureur dont l'activité peut être très volatile

L'allocation de capital est au cœur du métier de l'assureur dont l'activité peut être très volatile. Cette dernière peut s'exprimer par une probabilité de ruine qui peut être importante. La volatilité du résultat de l'assureur est fonction de nombreux paramètres que sont une hausse de la sinistralité, une érosion du portefeuille, une baisse ou chute de produits financiers...

Bien que nous reviendrons plus en détail sur la détermination du montant de l'allocation de capital dans ce chapitre, il est important de signaler les bouleversements ayant amenés à cette prise en compte croissante ainsi qu'une brève description des objectifs de la réforme en cours.

L'intégration de nouvelles réglementations, qu'il s'agisse de la réglementation en cours, Solvency I, ou de la réglementation à venir, Solvency II(*), s'est développée dans le but d'assurer la protection des assurés. Cette protection passe notamment par l'obligation imposée aux compagnies d'assurance de détenir un niveau minimal de fonds propres, appelé marge de solvabilité, pour les protéger de la faillite.

Ces exigences en matière de solvabilité prendront en compte le niveau de risque auquel sont exposées les compagnies. De plus, la façon dont les risques sont gérés dans chaque entreprise sera prise en compte dans le calcul des exigences en capital.

La réglementation sera plus cohérente avec les approches retenues dans le cadre de l'élaboration des normes comptables internationales (IFRS) et le fonctionnement du groupe auquel appartient l'entreprise sera pris en compte.

Enfin, Solvency II permettra une harmonisation des règles au niveau européen.

L'application de ces nouvelles directives fixée en 2012 aura donc une incidence sur les exigences en capital et donc sur notre appréciation de notre niveau de rentabilité. De nombreux échanges se font autour des Quantitative Impact Study (QIS). Les QIS ont notamment pour objectif de permettre aux entreprises de tester les dispositions en termes de calcul de Solvency Capital Requirement (SCR) et du Minimum Capital requirement (MCR) que nous définirons plus loin.

Les QIS ont notamment abouti à une formule standard de calcul de capital alloué. Cependant, un certain degré de liberté est donné aux entreprises en leur permettant de calculer ce montant au moyen d'un modèle interne.

Chaque méthode comportant sa part d'imperfection, il nous semble utile de mettre en place un faisceau d'indicateurs et plusieurs approches pour suivre nos résultats, que ce soit du point de vue de l'actionnaire ou au niveau d'un produit ou même d'un contrat.

Pour cela, nous analyserons dans un premier temps l'ensemble de nos estimateurs et détaillerons leur signification et décomposition.

Dans un second temps, nous nous concentrerons sur l'intégration de ces estimateurs et l'analyse de rentabilité qui en découle à l'aide de deux méthodes : le compte de résultat provisionnel et le TRI.

IV.2. Indicateurs de rentabilité

IV.2.1. Ratio de sinistralité S/P

Le S/P (rapport sinistre à primes ou « loss ratio ») donne des indications sur la politique de provisionnement de la société. Il constitue le premier indicateur de rentabilité technique d'un portefeuille.

Ce ratio est un indicateur purement technique.

IV.2.1.1. Composante Sinistre

La composante sinistre est déterminée par la charge estimée définitive des sinistres. Il s'agit des charges dites ultimes pour lesquelles la réglementation française impose que le montant des sinistres soit à porter intégralement à l'année de survenance (ou de souscription selon la nature du risque) : l'article R.331-1 du Code des Assurances stipule que les assureurs sont tenus de constituer des «... provisions techniques suffisantes pour le règlement intégral de leurs engagements vis-à-vis des assurés ou bénéficiaires des contrats ».

La composante sinistre englobe les règlements ainsi que les provisions dossier/dossier et des provisions complémentaires appelées IBNR et IBNER, ces notions ayant déjà été définies dans les chapitres précédents

L'assureur doit alors mettre en réserve l'écart entre la somme ultime estimée (le coût final des sinistres lorsque ceux-ci seront intégralement réglés) et la somme déjà mise de côté.

Lors de l'ouverture d'un sinistre, l'assureur provisionne au niveau du dossier des réserves sensées être suffisantes pour couvrir le sinistre. C'est ce que l'on appelle les provisions dossier/dossier.

Il se peut que l'estimation faite par l'assureur soit fautive, et que le sinistre finalement ait un coût supérieur à celui provisionné.

Lors de son règlement définitif, il sera alors fait un mali.

Dans le cas inverse, si le sinistre coûte moins cher que prévu, il sera fait un boni.

C'est souvent le cas lorsque le sinistre est ouvert à un montant forfaitaire, si ce montant est sous- ou surévalué.

Nous avons aussi vu sur le chapitre lié à la liquidation des sinistres que des sinistres dommages se déclaraient et se réglèrent rapidement.

A l'inverse, les délais de clôture d'un sinistre RC Corporelle peuvent atteindre 15 à 20 ans

Les conséquences financières réelles d'un sinistre corporel sont rarement connues à l'ouverture et dépendent fortement de l'évolution de l'état de santé de la victime ainsi que de l'évaluation qui en est faite médicalement puis en termes monétaires (évolution dans le temps du coût des soins)

IV.2.1.2. Composante Prime

On considère deux notions : la notion de prime émise et la notion de prime acquise. La différence entre ces deux notions est liée à la période de couverture du risque.

- Prime acquise

Ainsi, une prime émise en juillet N, pour un contrat dont la couverture du risque s'étend du 01/07/N au 30/06/N+1 s'imputera intégralement sur l'exercice N en terme de « prime émise ».

En revanche, cette prime sera à mettre en regard de deux années de survenance distinctes : une partie de cette prime couvrira les sinistres survenus entre le 01/07/N et le 31/12/N (et sera donc acquise pour l'exercice N) alors que l'autre partie couvrira les sinistres survenus entre le 01/01/N+1 et le 30/06/N+1 (et sera donc acquise pour l'exercice N+1).

Ainsi, alors que la prime émise s'apparente au Chiffre d'Affaires réalisé, la prime acquise représente la masse d'argent disponible pour couvrir l'activité de l'année.

C'est cette composante prime qu'il nous faut donc mettre en regard de la charge ultime afin de déterminer le rapport Sinistres à Primes (S/P) technique, qui se calcule par année de survenance.

D'un point de vue comptable, la prime acquise se calcule ainsi :

	① Primes émises (nettes d'annulations de primes)
+	② variation des Primes à émettre – Primes à annuler
<hr/>	
=	③ Chiffre d'affaires
+	④ variation de la Prime non acquise à l'exercice
<hr/>	
=	⑤ Prime acquise

- Primes à émettre et Primes à annuler (PAE-PAA)

Cette provision existe car pour un certain nombre de risques, la prime émise ultime ne sera connue qu'après la fin de l'exercice.

C'est le cas notamment des risques pour lesquels l'assiette de calcul de la prime est le chiffre d'affaires annuel de l'assuré (par exemple en RC Professionnelle). La prime émise durant l'année est alors une prime prévisionnelle, basée sur le chiffre d'affaires réalisé l'année précédente par l'assuré, qui sera ajustée par la suite dès que le chiffre d'affaires de l'année sera connu.

Cependant, pour les risques automobiles, les PAE sont peu significatives en regard des primes émises.

Le développement de la mensualisation au détriment des fractionnements annuels, fortement développés sur ce type de contrats, a comme conséquence d'avoir des PAE quasi nulles. Des lors, nous admettons, comme hypothèse, que la composante PAE-PAA sera nulle.

- Primes non acquises à l'exercice (PNA)

De ce chiffre d'affaires, il faut alors retirer la portion de primes qui n'est pas acquise à l'exercice : la PNA. Pour la déterminer, on peut se rapporter aux articles suivants du Code des Assurances :

Article R331-6

2° Provision pour primes non acquises : provision, calculée selon les méthodes fixées par arrêté du ministre de l'économie, destinée à constater, pour l'ensemble des contrats en cours, la part des primes émises et des primes restant à émettre se rapportant à la période comprise entre la date de l'inventaire et la date de la prochaine échéance de prime ou, à défaut, du terme du contrat ;

Article A331-16

La provision pour primes non acquises est calculée prorata temporis pour chacune des catégories définies à l'article A. 344-2 du présent code, contrat par contrat ou sur la base de méthodes statistiques.

Pour calculer la prime acquise de l'année N, on ajoute donc au chiffre d'affaires N, la PNA déterminée fin décembre N-1 (c'est à dire les montants relatifs aux périodes de couvertures N, N+1, N+2,...), et on retranche la PNA déterminée fin décembre N (les montants relatifs aux périodes de couvertures N+1, N+2,...).

C'est ce ratio qui intéresse au premier plan les directions métiers, qui peuvent l'interpréter comme un critère de qualité du portefeuille qu'ils détiennent. Il permet principalement de vérifier que le tarif est correctement calculé. En revanche, ce ratio ne nous indique pas s'il est rentable pour la compagnie d'exercer son activité.

IV.2.2. Ratio Combiné

IV.2.2.1. Définition

Le Ratio Combiné correspond à la somme du S/P et du taux de charges d'exploitation :

$$\text{Ratio combiné} = \frac{\text{Charge des sinistres} + \text{Charge d'exploitation}}{\text{Primes acquises}}$$

Le taux de charges d'exploitation permet de mesurer la capacité de la société à gérer son activité à faible coût. Il englobe les frais généraux (frais d'acquisition, frais d'administration, frais de gestion de sinistres, autres charges techniques et variation des Frais d'acquisition reportés (FAR)) ainsi que les commissions versées aux agents et courtiers, qui représentent leur rémunération d'intermédiaire.

Ce ratio, plus intéressant pour la compagnie que le seul ratio S/P, permet donc de considérer la rentabilité de l'activité (rentabilité du portefeuille & coûts de fonctionnement).

C'est donc ce ratio qui intéressera la compagnie.

Ainsi, alors qu'un ratio S/P inférieur à 100% ne nous indique pas si l'activité d'assurance est rentable, le ratio combiné, s'il est inférieur à 100% permet de conclure au bénéfice. Un ratio combiné supérieur à 100% donne un sens au résultat dépendant des produits financiers.

IV.2.2.2. Méthodologie

Nous avons estimé les montants de frais généraux par application des taux de frais généraux constatés sur l'ensemble des produits flottes automobile du portefeuille AGF.

Le taux de frais généraux observé sur 3 ans est proche de 17%. C'est le rapport des frais généraux sur les primes acquises.

Il faut ensuite ajouter les commissions moyennes observées sur 3 ans. Le taux de commissions est de 16% sur cette période. C'est le rapport des commissions sur les primes acquises.

Nous avons donc un taux moyen de 33% des primes acquises. Nous tirerons notre charge d'exploitation de ce taux.

Ces différents taux et montants sont issus des états comptables fournis par le Contrôle de Gestion d'AGF IARD.

IV.2.3. Ratio de rentabilité RoAC

Il s'agit du « Return on Assigned Capital ». Le RoAC est égal au rapport suivant :

$$\text{RoAC} = \frac{\text{Contribution opérationnelle d'activité}}{\text{Capital alloué}}$$

Ce ratio permet d'apprécier la rentabilité globale de l'activité non-Vie. Il correspond au critère de rentabilité vu par l'actionnaire.

En effet, ce dernier place un capital dont il attend une rémunération légitime.

L'actionnaire est donc intéressé par un ratio mettant en regard les bénéfices (y compris financiers) retirés par l'activité d'assurance et les capitaux nécessaires à l'exercice de cette activité. Il pourra alors comparer le rendement de ce placement et sa sécurité avec d'autres solutions.

Les bénéfices peuvent être entendus comme la contribution opérationnelle d'activité, cette notion correspondant au résultat social diminué des impôts et participations.

Ce résultat social est lui-même constitué du résultat technique et du résultat financier.

$$\text{COA}_{\text{estimée}} = \text{Marge Technique} + \text{Solde financier} - \text{impôts et participations}$$

avec

$$\text{Marge Technique} = \text{Primes acquises} - \text{charges sinistres} - \text{commissions} - \text{frais généraux}$$

$$\text{Solde financier} = \text{produits financiers sur capitaux alloués} + \text{produits financiers techniques}$$

La COA représente le "Résultat Opérationnel". Le "Résultat Economique", dénommé par le cabinet américain Stern Stewart « Economic Value Added » ou EVA incorpore le salaire des deux facteurs de production (Capital et Travail).

Il est ainsi défini :

$$\text{EVA} = \text{COA} - \text{CoC} \times \text{AC}$$

CoC représente ici le coût du capital (CoC pour Cost of Capital) et AC désigne le montant de capital alloué.

On peut alors interpréter, de manière très intuitive, le résultat économique comme le surcroît de rentabilité dégagé par l'Actif Economique (capitaux alloués) au-delà du coût global des fonds ayant servi à le financer, ou encore un profit déterminé par déduction d'un loyer de l'Actif Economique au Résultat Opérationnel (généralisé par

l'Actif Economique).

L'intérêt de l'EVA est qu'il constitue la mesure de performance la plus corrélée à la valeur de l'entreprise. Des résultats économiques positifs engendrent une valeur de l'entreprise supérieure au montant des capitaux apportés pour financer l'Actif Economique (création de richesse).

Des résultats économiques nuls engendrent une valeur de l'entreprise égale à son Actif Economique (simple transfert monétaire entre la caisse des investisseurs et celle de l'entreprise). Des résultats économiques négatifs engendrent une valeur de l'entreprise inférieure à son Actif Economique (destruction de richesse)

Le salaire du facteur de production Capital est défini par le CoC. Il est un des constituants essentiels du résultat économique. En effet, il jette sur la performance de l'entreprise une lumière plus forte : son Résultat Opérationnel doit générer un rendement de l'Actif Economique supérieur à son Coût du capital pour déboucher sur un profit économique ; un Résultat Opérationnel donnant un profit comptable même substantiel mais générant un Rendement de l'Actif Economique inférieur à son Coût du capital est en fait une perte économique.

On peut alors établir une liaison entre le RoAC et l'EVA :

$$EVA = AC \times (RoAC - CoC)$$

Le facteur (RoAC - CoC) représente ainsi le résultat économique dégagé par l'activité d'assurance pour 1€ de capital alloué.

Autrement dit, un RoAC supérieur au CoC est nécessaire pour dégager une EVA positive.

Pour déterminer ce Coût du Capital, on a recours au Capital Asset Pricing Model (CAPM), plus connu en France sous le nom de MEDAF (Modèle d'Evaluation des Actifs Financiers).

Le Coût de l'Actif Economique est un coût du capital simplifié, en ce sens qu'il omet la structure financière de l'entreprise. Il se place du seul point de vue de l'Actif de l'entreprise, de son secteur et de ses caractéristiques particulières dans ce secteur.

De manière assez intuitive ici aussi, le Coût de l'Actif Economique est égal au rendement d'un investissement sans risque majoré d'une certaine prime de risque.

Cette prime de risque dépend de deux paramètres : la Prime de Risque de Marché qui s'applique indistinctement à toute entreprise et d'un facteur propre à l'entreprise compte tenu de ses caractéristiques particulières et notamment de son secteur.

L'équation pour calculer le taux de rendement requis (CoC) selon le MEDAF est la suivante :

$$CoC = R_f + \beta (R_m - R_f) \text{ où :}$$

- R_f = Taux Sans Risque, rendement d'un investissement dans un actif à risque nul, pris par définition comme étant les Bons du Trésor à long terme du pays considéré ; en France, on peut ainsi retenir le taux des OAT à 10 ans;

- β est le coefficient bêta de sensibilité au risque, qui sert à quantifier le rapport entre le risque d'une catégorie de titres et le risque du marché dans son ensemble. (Un coefficient supérieur à 1 indique que la catégorie de titres comporte un risque plus élevé que le marché et un coefficient inférieur à 1 indique le contraire, l'actif sans risque a un bêta égal à 0). Ce coefficient β est défini par référence à la volatilité du cours de bourse par rapport à l'évolution du marché. Mathématiquement, c'est le rapport entre la covariance de la rentabilité du titre de la compagnie par rapport à l'indice de marché (le CAC40) et de la variance de la rentabilité du marché soit :
$$\beta = \frac{Cov(r_{cie}, r_{CAC40})}{Var(r_{CAC40})}$$

- R_m est le taux de rendement moyen du marché pour la période étudiée

- $(R_m - R_f)$ représente la prime de risque du marché, ou la différence de taux de rendement entre les investissements sans risque (p. ex., Obligations d'État) et les investissements de marché, pour la période étudiée.

En Europe, la prime de risque du marché est généralement comprise entre 3% et 5%.

Le Coût du Capital retenu est de 7,6% (choix Allianz) qui sera donc notre seuil à partir duquel l'actionnaire gagne de l'argent.

L'indicateur dépend de nouvelles composantes que sont les produits financiers, les montants d'imposition ainsi que le capital alloué.

Les produits financiers sont déterminés par catégories ministérielles (22 et 23 concernant notre produit) et par application du taux de produits financiers constaté (rapport produits financiers / actif moyen, ce dernier étant estimé sur la base des provisions techniques nettes et des capitaux alloués).

Le taux d'imposition retenu est de 34,43%. Cette hypothèse peut être admise sur l'activité globale de la compagnie. Cependant, nous précisons qu'en pratique et sur un segment de marché, ce taux dépend des résultats des différentes lignes du portefeuille qui peuvent ne pas être toutes bénéficiaires.

Nous ferons abstraction dans nos calculs des postes gestion des rentes, variation du chargement de gestion, variation des FAR, variation de la provision d'égalisation et variation de la Provision pour risques en cours (PRC), ces postes représentant moins de 1% de la marge technique brute annuelle constatée sur l'ensemble des réseaux Allianz France sur la période 2006-2008.

Enfin, nous avons raisonné hors réassurance et donc fait abstraction du solde technique de réassurance.

Le montant de capital alloué ou Risk Capital est défini dans le chapitre suivant.

IV.3. Estimation d'un montant de capital alloué

IV.3.1. Démarche adoptée

Le Risk Capital peut être déterminé par un calcul propre à la société mais doit au minimum être égal à un montant fixé réglementairement.

Chez Allianz France, le capital alloué correspond au maximum entre un capital sous risque calculé en interne et la marge de solvabilité réglementaire et représente donc le besoin brut de solvabilité.

Pour les activités Non-Vie, ce maximum correspond au calcul du capital sous risque.

On a donc l'égalité capitaux alloués = capitaux sous risques.

Le minimum réglementaire de marge vise à être croissant avec l'activité de la société en utilisant plusieurs critères de taille de l'activité. Son calcul actuel repose, en effet, sur des assiettes de sinistres et de primes.

D'autres méthodes, prenant en compte le caractère plus ou moins risqué des engagements souscrits ainsi que la mutualisation des risques, ont été développées pour mieux appréhender ce capital économique réel, comme la méthode anglo-saxonne de Risk Based Capital, qui, schématiquement, applique des coefficients différents selon la nature des risques.

Enfin, dans le cadre de la réforme du régime de solvabilité européen, Solvabilité 2, les compagnies d'assurance ont développé des modèles internes de calcul de capitaux sous risques, comme le groupe Allianz le pratique déjà.

La détermination d'un montant de capital alloué est primordiale dans une étude tarifaire.

Notre démarche est donc de lier notre besoin en capital aux risques portés par notre nouvelle tarification.

Le groupe Allianz s'étant doté d'un modèle interne pour conforter sa vision du risque face au modèle issu des QIS, nous utiliserons ses méthodes pour définir une partie du Risk Capital.

Nous précisons ici que le modèle interne utilisé ici est la première version du groupe. Des études sont actuellement en cours afin de définir un second modèle. Les paramètres et les modalités de ce dernier nous étaient encore inconnues lors de la rédaction de ce mémoire.

IV.3.2. Méthodes de calcul du Risk Capital

IV.3.2.1. Solvabilité 1

Dans le régime actuel, Solvabilité 1, la marge de solvabilité réglementaire, qui détermine le besoin en capital minimum que les compagnies d'assurance doivent constituer pour rester solvables, s'appuie sur les assiettes de primes émises et de charges sinistres, et ce, indépendamment des risques couverts.

La marge de solvabilité minimale réglementaire (notée MSR) pour une société d'assurance non-vie est telle que :

$$MSR = \text{Max} (MSR_{\text{primes}}, MSR_{\text{sinistres}})$$

Avec : MSR_{primes} : méthode sur les primes émises ou cotisations
 $MSR_{\text{sinistres}}$: méthode sur les sinistres

Dans une situation sans réassurance, ces deux éléments s'écrivent ainsi :

$$MSR_{\text{primes}} \begin{cases} = 18\% \times CA & \text{si } CA \leq 50 \text{ M€} \\ = 18\% \times 50 \text{ M€} + 16\% \times (CA - 50 \text{ M€}) & \text{si } CA > 50 \text{ M€} \end{cases}$$

CA = primes émises de l'exercice

$$MSR_{\text{sinistres}} \begin{cases} = 26\% \times S & \text{si } S \leq 35 \text{ M€} \\ = 26\% \times 35 \text{ M€} + 23\% \times (S - 35 \text{ M€}) & \text{si } S > 35 \text{ M€} \end{cases}$$

S = charge sinistre moyenne sur 3 exercices

Les fourchettes de taux observées sur les formules de marge expriment la prise en compte des effets de la diversification des risques qui a lieu dans des compagnies de taille importante.

Ce régime est actuellement en pleine évolution et laissera place au régime Solvabilité 2, qui permettra de prendre mieux en compte les risques auxquels sont soumises les compagnies d'assurance.

Ainsi dans le cadre de cette nouvelle directive, les compagnies pourront utiliser un modèle interne prenant en compte les risques supportés : risques de passif, risques d'actif et risques opérationnels.

A mi-chemin entre cette approche et l'approche traditionnelle de solvabilité 1, une formule standard assez proche des méthodes du RBC (Risk Based Capital) américain pourra être utilisée afin de déterminer le SCR (Solvency Capital Requirement) qui se substituera à l'ancienne Marge de Solvabilité Réglementaire.

Le groupe Allianz utilisait auparavant le modèle développé par Standard & Poors, dérivé des méthodes RBC et utilise désormais un modèle interne développé depuis quelques années.

IV.3.2.2. Modèle RBC de S&P

Il consiste en un calcul d'actif net corrigé, issu des comptes consolidés du groupe et rapporté à des besoins de marges déterminés activité par activité.

Il est surtout à noter que c'est un modèle qui identifie un certain nombre de risques et qui détermine le capital à affecter à chaque risque par application d'un coefficient à une assiette déterminée. De plus, les risques étant supposés indépendants, le capital sous risque total était obtenu en sommant les capitaux de chaque risque.

✓ Le premier risque considéré est le risque lié aux placements²

Ce risque comporte en fait deux risques distincts : le risque de défaut (défaillance des émetteurs d'actifs) et le risque de volatilité des actifs.

Le risque de défaut est évalué en fonction de la notation des émetteurs :

Emetteur	décote
Obligations notées au minimum A	0,4%
Obligations notées BBB	3,3%
Obligations notées BB	7,5%
...	

Le risque de volatilité, quant à lui, est relatif à la nature des actifs :

Actif	décote
Immobilier	18%
Actions	15%
Obligations	1 à 5% selon la maturité

✓ Le second risque considéré est le risque sur les créances :

Ce risque de créances est fonction de leur notation pour les réassureurs et rétrocessionnaires et forfaitaire pour les assurés et autres actifs circulant :

Catégorie de créances	décote
Réassureur noté AAA	0,5%
Réassureur noté AA	1,2%
...	
Autres créances	3%

✓ Le troisième risque considéré est le risque de tarification :

² Les chiffres suivants ont tous pour source : « Débats la lettre du GEMA », février 2003, numéro 14 : Article de Yann Le Pallec directeur assurances France, Standard & Poor's

Il correspond au pourcentage de risque que la tarification originelle ait été incorrecte. Ces risques sont calculés par branche et par activité, les taux étant appliqués aux primes émises nettes de réassurance (les risques de défaut et de crédit sur les réassureurs étant pris en compte par ailleurs) :

Risque de tarification / coefficients

% des primes émises	Affaires directes
Dommages corporels	12% / 18%
Automobile	12%
Dommages aux biens	19%
RC	27%
Transport	17%
Pertes pécuniaires	18%
Credit / caution	75%
Cat nat	

✓ Le quatrième risque considéré est le risque de provisionnement :

Il correspond, suite à une évolution défavorable dans le développement des sinistres, au pourcentage de risque d'observer une provision initialement calculée insuffisante.

Il se calcule sur les mêmes branches et activités, par application d'un coefficient sur une assiette de provisions pour sinistres à payer nette de réassurance.

Risque de provisionnement / coefficients

% des primes émises	Affaires directes
Dommages corporels	5% / 28%
Automobile	12%
Dommages aux biens	22%
RC	10%
Transport	16%
Pertes pécuniaires	28%
Credit / caution	25%
Cat nat	

Remarque : les dommages corporels incluent également les arrêts de travail (d'où la présence de 2 taux pour cette catégorie)

✓ Le cinquième risque concerne les activités Vie

✓ Enfin, le sixième risque concerne les risques autres (non liés aux activités d'assurance)

IV.3.2.3. Modèle interne Allianz

Un modèle interne, en ligne avec les exigences de Solvabilité II est en cours de développement. Le modèle présenté ici correspond à une méthodologie plus ancienne utilisée en interne et qui sera, à terme, remplacée par un modèle plus adapté à la nouvelle réglementation.

Ce modèle n'est pas basé sur des taux appliqués à des assiettes pour les différents types de risques étudiés mais est fondé sur le concept de Value-at-Risk (ou VaR).

Ainsi, le modèle repose sur des lois de probabilité réalistes représentatives des risques sous-jacents, dont les paramètres principaux (espérance, écart-type...) sont mesurés par observations passées, statistiques du marché ou propres au portefeuille.

Le modèle cherche un équilibre entre :

- l'analyse spécifique des divers risques et des diverses activités composant chaque risque, pour tenir compte de leurs réactions particulières,

- l'analyse globale, pour tenir compte des effets de mutualisation qui s'opèrent au niveau global des risques ou des activités.

Le Risk Capital est alors défini comme la différence entre la valeur espérée et la VaR « pire cas » sur un horizon d'1 an.

Ce modèle identifie les familles de risques suivantes:

- ✓ **C1** = risques d'investissement:- actions- immobilier- hausse & baisse des taux- crédit- change correspond au risque de gestion actif/passif. Il est essentiellement généré par la part des actions dans les actifs financiers.
- ✓ **C2** = risques de crédit sur réassureurs. Il correspond au risque de défaillance des réassureurs
- ✓ **C3** = risques de sinistralité de première année, en distinguant les risques catastrophes et les risques classiques, ventilés selon les catégories techniques suivantes : RC Automobile, Dommages Automobile, Dommages aux Biens Particuliers, Dommages aux Biens Entreprises, Responsabilité Civile Générale, Transport, Construction, Dommages corporels et divers
- ✓ **C4** = risques de provisionnement ventilés selon les mêmes catégories techniques. Il correspond au risque de sous-évaluation des provisions techniques (en raison de dérives jurisprudentielles ou de l'aléa lié à la volatilité des données)
- ✓ **C5** = risques de mortalité (2 sous-risques : taux moyen, calamités).Ce risque ne concerne que les rentes en Assurance Non Vie.
- ✓ **C6** = risques de business (perte de production nouvelle, rachats/chutes ou non-renouvellement, inflation sur frais de gestion)
- ✓ **C7** = risques opérationnels. Ce sont tous les risques autres : fraudes, panne informatique, ...

Paramètres du modèle :

Chaque risque/sous-risque est calculé avec les caractéristiques suivantes :

- horizon de 1 an.

- probabilité de la VaR : 99,93%, équivalente à la note A de Standard&Poor's (déviation maximale possible de la valeur économique du portefeuille sur 1 an avec ce niveau de confiance)

Le calcul des capitaux sous risques est effectué pour chaque risque pris isolément (risk standalone), l'agrégation des différents risques se faisant par le biais d'une matrice de corrélations.

Pour chaque famille de risque, le calcul du Capital est défini comme : $C_i = | P_i - E_i |$

où PI (Perte Inattendue) est la VaR pire cas de la valeur nette du portefeuille au seuil de probabilité fixé et E (Espérance) est la valeur espérée. « Ci » mesure donc la perte maximum possible sur 1 an par rapport à la valeur espérée.

Le modèle repose sur des lois de probabilité représentatives des risques sous-jacents, dont les paramètres principaux sont mesurés par observations statistiques passées.

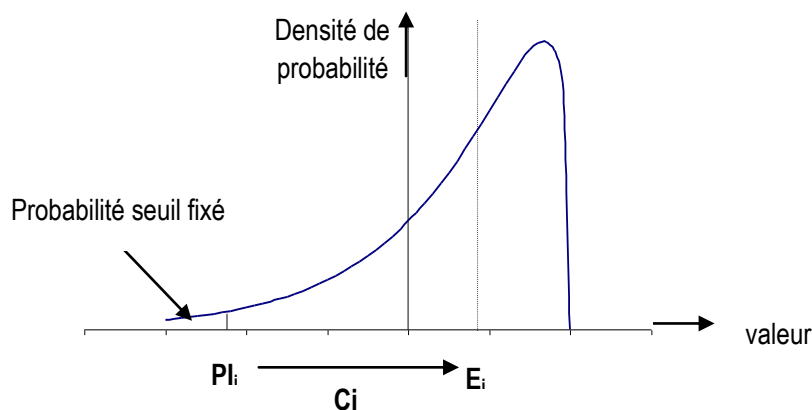
Le modèle repose sur l'utilisation de la loi log-normale dont la calibration est détaillée dans le paragraphe IV.3.4. Application

La loi log-normale est fréquemment utilisée pour décrire des séries qui présentent une répartition asymétrique par rapport à la moyenne. Elle est adaptée dans le cas où l'on étudie des activités dont les S/P présentent une dispersion, par rapport à la moyenne.

Nous n'avons pas tenté d'autres lois d'ajustement. Certaines lois (Gamma, Weibull...) asymétriques auraient pu être envisagées. Cependant, nous avons préféré suivre la démarche du groupe tout en sachant que nous ne disposons de trop peu d'informations pour démontrer l'adéquation d'une loi d'ajustement aux valeurs observées.

Nous considérons que l'utilisation d'une loi Log-Normale constitue un choix assez pertinent.

Dans les cas de faibles volatilités, les résultats sont proches de ceux obtenus avec une loi Normale. Plus la volatilité augmente, plus les résultats obtenus avec un ajustement Log-Normale sont prudents par rapport à ceux obtenus avec une loi Normale.



Le Risk Capital total du modèle est calculé en tenant compte des effets de diversification entre les risques et sous-risques, par l'intermédiaire de matrices de corrélation.

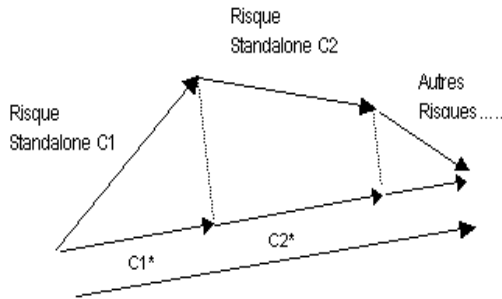
De ce fait, les risques étant désormais corrélés entre eux, il faut clairement distinguer la notion de risque « **standalone** », c'est-à-dire avant diversification, et « **contributif** » (Ci^*), après diversification.

IV.3.3. Prise en compte des corrélations

IV.3.3.1. Corrélations entre risques

Comme les risques peuvent être indépendants, le Risk Capital global ne correspond pas à la simple somme des capitaux trouvés pour chaque risque mais à une valeur inférieure.

La diversification utilise une matrice de corrélation, imposée par Allianz, en principe identique pour toutes les sociétés du groupe.



$$\text{Risk Capital} = \sqrt{\sum_i^n \sum_j^p \rho_{ij} C_i C_j} = C1^* + C2^* + \dots$$

avec ρ_{ij} coef de corrélation des risques C_i et C_j

on obtient la relation suivante :

$$C_i^* = \frac{C_i^2 + \sum_{j,j \neq i}^p \rho_{ij} C_i C_j}{\sqrt{\sum_i^n \sum_j^p \rho_{ij} C_i C_j}}$$

Cette agrégation permet de tenir compte des effets de diversification :

$$\text{On a Risk Capital} = \sum_{i=1}^7 C_i^* < \sum_{i=1}^7 C_i .$$

Le capital total est inférieur à la somme des capitaux sous risques par type de risque.

Ce capital sous risque total est ventilé en risques contributifs C_i^* qui représentent la contribution de chaque risque i au capital sous risque total. Il est donc possible de sommer ces risques contributifs afin d'avoir le capital sous risque total.

La matrice de corrélations est actuellement la suivante :

	C1_IR	C1_eq	C1_re	C1_fx	C1_inv	C2_reins	C3_cat	C3_non cat	C4_res	C5_mort	C6_bus	C7_op
C1_IR	100%	25%	50%	25%	25%	25%	0%	25%	25%	0%	50%	0%
C1_eq	25%	100%	25%	25%	65%	50%	0%	25%	0%	0%	50%	0%
C1_re	50%	25%	100%	25%	50%	25%	0%	25%	0%	0%	50%	0%
C1_fx	25%	25%	25%	100%	25%	25%	0%	0%	0%	0%	25%	0%
C1_inv	25%	65%	50%	25%	100%	25%	0%	25%	0%	0%	50%	0%
C2_reins	25%	50%	25%	25%	25%	100%	75%	50%	25%	0%	25%	0%
C3_cat	0%	0%	0%	0%	0%	75%	100%	25%	0%	0%	0%	0%
C3_noncat	25%	25%	25%	0%	25%	50%	25%	100%	25%	0%	0%	0%
C4_res	25%	0%	0%	0%	0%	25%	0%	25%	100%	0%	25%	0%
C5_mort	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	100%	0%	0%
C6_bus	50%	50%	50%	25%	50%	25%	0%	0%	25%	0%	100%	50%
C7_op	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	50%	100%

- C1_IR :** risques action
- C1_eq :** risques crédit
- C1_re :** risques immobilier
- C1_fx :** risques taux
- C1_inv :** risques d'investissement
- C2_reins :** risques de crédit sur réassureurs
- C3_cat :** risques de sinistralité de première année (risque catastrophe)
- C3_non cat :** risques de sinistralité de première année (risque classique)
- C4_res :** risques de provisionnement
- C5_mort :** risques de mortalité
- C6_bus :** risques de business
- C7_op :** risques opérationnels

Une valeur 75% ou 65% représente une corrélation forte.

Une valeur 50% représente une corrélation moyenne.

Une valeur 25% représente une corrélation faible.

Une valeur 0% représente une indépendance.

IV.3.3.2. Corrélations entre garanties

De même, comme les garanties peuvent être plus ou moins dépendantes, le « risk capital » d'un risque particulier ne correspond pas à la simple somme des capitaux trouvés pour chaque garantie mais à une valeur inférieure.

Nous devons donc concevoir une matrice de corrélation pour tenir compte des relations entre garanties.

Comment approcher la dépendance entre garanties ?

L'observation des bases historiques de sinistralité montre une forte corrélation entre les garanties « Dommages » et « Bris de Glace ». La garantie « Vol » semble être isolée. Enfin, les deux garanties « RC » évoluent, comme nous nous en doutions, de la même manière.

Nous décidons ainsi d'imposer un coefficient de 75% entre les garanties « RC » et entre les garanties « Dommages » et « Bris de Glace ». Nous appliquons aux interactions restantes un coefficient de 65%.

La nouvelle matrice découlant d'une hypothèse forte, nous testerons ensuite la sensibilité aux résultats en modifiant certains coefficients.

IV.3.4. Applications

IV.3.4.1. Risque de souscription (C3)

Pour chaque garantie étudiée, nous utilisons des observations du passé pour décrire la statistique (S/P) par sa moyenne et son écart type.

Nous utilisons, dans cette partie, des données historiques observées sur le produit dont nous voulons revoir la tarification.

Nous faisons ainsi l'hypothèse que les risques du passé sont de même nature que ceux qui seront suivis dans le futur.

De même, nous utilisons le même périmètre observé (années d'observations) sur les historiques sinistres et primes.

Les informations retenues correspondent aux observations des charges dossier/dossier de chaque exercice en fin de première année auxquelles on applique le facteur de liquidation de l'année la plus récente entre l'âge 1 et la situation définitive.

Nous obtenons ainsi de nouvelles charges ultimes et en déduisons des S/P ultimes.

A partir de ces S/P, on établit la loi Log-Normale qui s'en déduit. Puis cette loi nous sert à établir le quantile à 99,93%.

On en déduit alors, en notion de taux, le Risk Capital par différence entre le S/P à 99,93% et la valeur moyenne observée sur le passé.

Pour illustrer la méthode, nous examinerons les données relatives à la garantie « Dommages » :

Annee	Primes émises (€)	Sinistres / vision Best Estimate				Vision au bout d'un an				
		Charge 2008 (€)	Coefficient developement	Charge définitive	S/P définitif	Charge de première année	Coefficient 1 an	Charge définitive modele	S/P définitif modele	
2002	21 470 256	16 073 610	100%	16 073 933	75%	11 131 873	145%	16 090 587	75%	
2003	21 393 577	16 927 947	100%	16 929 211	79%	11 661 321	145%	16 855 877	79%	
2004	22 545 886	15 024 289	100%	15 038 628	67%	10 626 296	145%	15 359 799	68%	
2005	21 719 555	15 310 327	101%	15 395 078	71%	10 605 976	145%	15 330 427	71%	
2006	19 989 685	14 446 802	101%	14 552 603	73%	10 112 259	145%	14 616 784	73%	
2007	19 486 720	15 398 550	102%	15 715 299	81%	10 689 584	145%	15 451 279	79%	
2008	17 806 914	10 327 414	145%	14 927 780	84%	10 327 414	145%	14 927 780	84%	
									moyenne	75,53%
									ecart type	5,46%
									Variance	0,30%
									LGN Param 1	-28,33%
									LGN Param 2	7%
									Percentile 99,93%	94,89%
									RC avant ajustement cycle	19,36%
									RC	19,36%

La première étape consiste à récupérer les « S/P » bruts ultimes, après application du facteur de liquidation de type Chain Ladder sur les triangles de règlements (ou charge).

Le coefficient de première année observé sur la survenance la plus récente est ensuite appliqué aux années antérieures. Cela permet d'avoir l'estimation de la charge ultime estimée au bout d'un an.

Ce tableau sert surtout à comparer la vision ultime à celle observée au bout d'un an.

Nous en déduisons une nouvelle charge ultime ainsi que de nouveaux S/P ultimes.

On calcule alors les caractéristiques de cette suite de valeurs (moyenne 75,53% et écart type 5,46%).

On associe à ces résultats la loi Log-Normale correspondante et on calcule la charge correspondant au seuil de 0,07%.

Ici on obtient 95%, ce qui signifie que nous avons une probabilité inférieure à 0,07% d'observer un S/P supérieur à 95%.

Le Risk Capital, en notion de taux, est alors obtenu en calculant la différence entre la charge maximale retenue (95%) et la charge moyenne (75,53%) soit 19,36%.

Le modèle permet de mesurer la volatilité en retenant comme information de base les données de fin de première année et de leur appliquer le facteur moyen de projection pour atteindre les valeurs définitives.

Le facteur de projection est obtenu en utilisant la méthode classique « Chain Ladder ». L'utilisation unique de cette méthode est aussi une des limites du modèle puisqu'en pratique, il n'est pas rare d'utiliser des méthodes complémentaires (Bornhuetter-Ferguson, Nombres x Cout moyen,...) lorsque l'on traite la première année de développement.

De façon générale, on constate, en dehors du dernier exercice, que les estimations ne sont pas identiques au tableau « Best Estimate ». Cela provient de la volatilité sur le facteur de passage entre l'âge 1 et l'âge de fin. On n'utilise pas toute l'information apportée par les autres diagonales.

Cette volatilité est en partie la conséquence de corrections pour tenir compte de phénomènes qui peuvent créer un biais dans les résultats (modification de règles de gestion, règlement rapide d'un sinistre très important, etc ...).

La prise en compte d'un triangle de charge à la place du triangle de règlements fait apparaître un résultat assez proche.

Le Risk Capital est alors inférieur de 0,85 points.

Annee	Primes émises (€)	Sinistres / vision Best Estimate				Vision au bout d'un an			
		Charge 2008 (€)	Coefficient developement	Charge définitive	S/P définitif	Charge de première année	Coefficient 1 an	Charge définitive modele	S/P définitif modèle
2002	21 470 256	16 074 806	100%	16 074 806	75%	16 070 784	103%	16 568 349	77%
2003	21 393 577	16 976 393	100%	16 962 077	79%	16 155 444	103%	16 655 629	78%
2004	22 545 886	15 037 100	100%	15 041 661	67%	14 694 447	103%	15 149 399	67%
2005	21 719 555	15 337 927	100%	15 379 869	71%	14 723 201	103%	15 179 043	70%
2006	19 989 685	14 491 986	100%	14 518 809	73%	14 297 630	103%	14 740 297	74%
2007	19 486 720	15 695 741	101%	15 775 637	81%	14 995 858	103%	15 460 142	79%
2008	17 806 914	14 114 968	103%	14 551 979	82%	14 114 968	103%	14 551 979	82%

moyenne	75,27%
ecart type	5,24%
Variance	0,27%
LGN Param 1	-28,65%
LGN Param 2	7%

Percentile 99,93%	93,78%
RC avant ajustement cycle	18,51%
RC	18,51%

Mutualisation des garanties :

Le calcul est effectué pour chaque garantie. Nous appliquons le poids de chaque garantie dans le tarif théorique avant de sommer les risques. Nous obtenons ainsi un risque global non diversifié de 36,55%.

	Rc standalone par garanties	poids de la garantie dans le tarif	ponderation sur primes (tarif theorique)
Rc Corp	130,55%	13,20%	17,23%
RC mat	21,75%	26,20%	5,70%
Domages	19,36%	45,68%	8,84%
BDG	44,07%	9,57%	4,22%
VOL	10,51%	5,35%	0,56%
	226,25%	100,00%	36,55%

$$C_3 = \sum_{i=1}^5 G_i * \alpha_i = 36,55\%$$

ou α_i est le poids de la garantie i dans le tarif global

ou G_i représente la garantie i

A partir de la matrice de corrélation des garanties, nous agrégeons les risques contributifs de chaque garantie pour obtenir un risque global diversifié de 32,32%, soit une diminution de 11,58 points.

Nous appliquons la formule ci-dessous pour obtenir la ventilation du C3 par garanties :

$$G_i^* = \frac{G_i^2 + \sum_{j \neq i} \rho_{ij} G_i G_j}{\sqrt{\sum_i \sum_j \rho_{ij} G_i G_j}}$$

matrice de corrélation par garanties

	Rc Corp	RC mat	Domages	BDG	VOL
Rc Corp	100%	75%	65%	65%	65%
RC mat	75%	100%	65%	65%	65%
Domages	65%	65%	100%	75%	65%
BDG	65%	65%	75%	100%	65%
VOL	65%	65%	65%	65%	100%

Nous obtenons ensuite le C3 diversifié :

$$C_3 \text{ diversifié} \text{ av} \text{ pondération} = \sum_{i=1}^5 G_i^* = 32,32\%$$

Nous obtenons finalement un taux de 32,32%.

Ce taux exprime qu'une déviation de 32,32 points du S/P nous ferait atteindre le seuil de 0,07%.

En d'autres termes, pour un montant de primes acquises donné, la variation maximale de S/P observable au seuil de 0,07% est de 32,32 points. Cela revient à augmenter les primes de ce même taux pour faire diminuer le S/P cible d'autant.

Plus de la moitié du risque de souscription est portée par la garantie RC Corporelle. Ce constat semble logique puisque cette garantie est la plus volatile des risques étudiés.

On remarquera ensuite un poids équivalent entre la RC matérielle et le Bris de Glace. Cela peut paraître surprenant tant les coûts observés sur nos historiques peuvent être éloignés entre les deux garanties. Cependant, nous observons un risque avant diversification supérieur à 40% et lié à la hausse des S/P ces dernières années.

Ce constat peut s'expliquer par une hausse des déclarations Bris de Glace consécutive à une politique publicitaire agressive de notre partenaire pour le remplacement, à nos frais, des vitres et pare-brises des véhicules.

On peut donc imaginer qu'une rupture dans les cadences de charges pourrait avoir un impact non négligeable dans l'estimation du risque.

Nous appliquerons ce taux aux montants de primes acquises issues de notre modèle. Nous obtiendrons ainsi le risque de souscription global aux 5 garanties (C3) et exprimé en euros.

IV.3.4.2. Risque de provisionnement (C4)

Le principe est de mesurer la volatilité de nos estimations sur les provisions.

Nous utiliserons encore la garantie « Dommages » pour suivre la méthode utilisée par le modèle.

A partir du tableau des données de base (ici les règlements de chaque exercice), on utilise la méthode classique Chain Ladder pour calculer les facteurs de développement. Ces derniers sont prolongés pour tenir compte de la queue de liquidation.

Sur ces bases, on peut alors établir les facteurs de développement cumulés.

Règlements ultimes garantie "Dommages"							
	1	2	3	4	5	6	7
2 002	11 131 873	15 852 762	16 019 191	16 065 226	16 069 501	16 072 733	16 073 610
2 003	11 661 321	16 517 670	16 673 556	16 705 132	16 902 176	16 927 947	
2 004	10 626 296	14 749 533	14 997 213	15 006 940	15 024 289		
2 005	10 605 976	15 089 233	15 285 690	15 310 327			
2 006	10 112 259	14 208 342	14 446 802				
2 007	10 689 584	15 398 550					
2 008	10 327 414						

Coefficients de développement							
	1	2	3	4	5	6	7
2 002	1,4241	1,0105	1,0029	1,0003	1,0002	1,0001	
2 003	1,4164	1,0094	1,0019	1,0118	1,0015		
2 004	1,3880	1,0168	1,0006	1,0012			
2 005	1,4227	1,0130	1,0016				
2 006	1,4051	1,0168					
2 007	1,4405						
2 008							

moyenne	1,41614	1,01331	1,00176	1,00441	1,00086	1,00005	
minimum	1,38802	1,00944	1,00065	1,00116	1,00152	0,00000	
maximum	1,44052	1,01679	1,00161	1,00116	0,00000	0,00000	
Coef retenu	1,41632	1,01315	1,00178	1,00458	1,00088	1,00005	1,00002
Coefs cumulés	1,44545	1,02057	1,00732	1,00554	1,00095	1,00007	1,00002

queue de liquidation

On constate ainsi dans cet exemple qu'il faut multiplier par 1,44545 les règlements de première année pour atteindre la charge définitive.

On utilise ensuite ces facteurs en les multipliant aux charges connues à chaque âge pour obtenir les estimations définitives qui auraient pu être faites aux différentes années d'observation.

Charges ultimes estimée à partir de la loi des règlements							
	1	2	3	4	5	6	7
2 002	16 090 587	16 178 854	16 136 507	16 154 156	16 084 838	16 073 933	16 073 933
2 003	16 855 877	16 857 440	16 795 664	16 797 604	16 918 307	16 929 211	
2 004	15 359 799	15 052 932	15 107 045	15 090 012	15 038 628		
2 005	15 330 427	15 399 620	15 397 635	15 395 078			
2 006	14 616 784	14 500 608	14 552 603				
2 007	15 451 279	15 715 299					
2 008	14 927 780						

Ainsi, la valeur 16 857 440 de l'exercice 2003 en fin de 2ème année est obtenue en multipliant les règlements de 2ème année de l'exercice 2003 (16 517 670) par le facteur cumulé de 2ème année (1,02057).

A partir de ce tableau, on établit les facteurs de passage d'un âge au suivant, pour chaque exercice. Il permet d'avoir une idée de la volatilité des estimations des charges ultimes d'une année à l'autre.

Coefficients de développement							
	1	2	3	4	5	6	7
2 002	1,0055	0,9974	1,0011	0,9957	0,9993	1,0000	
2 003	1,0001	0,9963	1,0001	1,0072	1,0006		
2 004	0,9800	1,0036	0,9989	0,9966			
2 005	1,0045	0,9999	0,9998				
2 006	0,9921	1,0036					
2 007	1,0171						
2 008							
moyenne	0,99988	1,00015	0,99998	0,99983	0,99998	1,00000	
ecart type	1,269%	0,339%	0,091%	0,639%	0,094%		

On calcule alors les caractéristiques (moyenne et écart type) de chaque colonne.

On en déduit le Risk Capital par exercice.

Ecart Type	1,269%	0,339%	0,091%	0,091%	0,000%
Ecart Type + paramètre risque	1,370%	0,371%	0,102%	0,106%	0,000%
charge ultime	14 927 780	15 715 299	14 552 603	15 395 078	15 038 628
EC type en Eur	204 547	58 353	14 872	16 249	0

La seconde ligne s'obtient en multipliant l'écart type trouvé précédemment par un facteur de risque. Ce dernier est dépendant du nombre d'années d'observations.

Si N est notre horizon d'observation et n le développement (en années) pour lequel nous déterminons le paramètre, nous obtenons le facteur suivant :

$$\alpha = \sqrt{1 + \left(\frac{1}{N-n}\right)}$$

Cette étape majore l'écart type issu des observations du triangle.

Ainsi notre écart type majoré s'écrit :

$$\sigma^* = \alpha \cdot \sigma \text{ avec } \alpha > 1$$

Ensuite, l'écart type en valeur absolue est calculé en appliquant l'écart type relatif à la dernière charge définitive estimée pour chaque exercice.

On peut remarquer sur ce tableau que le risque est plus important pour une survenance récente d'où l'intérêt d'appliquer un taux différent selon les survenances et non pas le même pour l'ensemble du stock de provisions.

Calcul du Risk Capital propre à chaque exercice :

Les premières lignes présentent les transformations utilisées pour établir le taux correspondant au seuil de 0,07% selon une loi Log-Normale de moyenne (Charge ultime) et d'écart type (celui du tableau précédent).

Transformation	1,370%	0,371%	0,102%	0,106%
Ecart type				
Transformation	16,52	16,57	16,49	16,55
moyenne				
Risque capital	666 489	187 423	47 582	51 990

Pour l'exercice 2008 dont la charge est de 14 927 780 et l'écart type de 204 547, on trouve un Risk Capital de 666 489 qui signifie que la limite de risque, pour une probabilité de 0,07%, est de :
 14 927 780 + 666 489 = 15 594 249.

Calcul du Risk Capital diversifié en fonction des exercices :

Comme les effets sont plus ou moins indépendants d'un exercice à l'autre, on étudie les matrices de corrélation entre exercices.

Les corrélations sont calculées sur les coefficients de développement issus de la méthode Chain Ladder.

A titre d'illustration, le tableau ci-dessous représente les corrélations .

Matrice de corrélation							
	1	2	3	4	5	6	7
1	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2	0,8120	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	-0,3504	-0,4160	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4		-0,9977	-0,9890	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5			1,0000	-1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
6						1,0000	0,0000
7							1,0000

Le tableau ci-dessous restitue les résultats de l'écart type avant et après diversification pour chaque année ainsi que son poids relatif.

Ecart type non diversifié					total
Ecart type	204 547	58 353	14 872	16 249	294 021
poids survenance	69,57%	19,85%	5,06%	5,53%	

Ecart type diversifié					
% diversification	95,65%	27,29%	6,95%	7,60%	
Ecart type	195 653	15 923	1 034	1 235	213 845

73%

diminution du Risk Capital

Ici, la diversification permet de réduire l'écart type global de 27%.

Ensuite sur la base de ces nouveaux écarts type, on calcule le Risk Capital.

L'application d'une loi log-normale associée à la moyenne et à l'écart type permet d'obtenir le résultat pour un seuil de 0,07%.

Parametres de la loi log normale

Ecart type	1,31%	0,10%	0,01%	0,01%
moyenne	16,52	16,57	16,49	16,55

Risk Capital

					total
Non diversifié	666 489	187 423	47 582	51 990	953 484
diversifié	636 963	50 945	3 305	3 945	695 157
					73%

On constate donc une perte du besoin en capital de 27%.

La prise en compte d'un triangle de charge à la place du triangle de règlements fait apparaître un résultat différent :

Parametres de la loi log normale

Ecart type	2,01%	0,10%	0,06%	0,07%
moyenne	16,49	16,57	16,49	16,55

Risk Capital

					total
Non diversifié	989 664	141 021	92 085	100 755	1 323 526
diversifié	960 286	49 367	28 878	32 252	1 070 782
					81%

On observe alors une forte sensibilité aux paramètres et valeurs étudiées.

Les montants de Risk Capital non diversifié sont assez éloignés et on constate une perte du besoin en capital différente (19% sur les triangles de charges).

Mutualisation des garanties :

Le calcul est effectué pour chaque garantie. Les risques sont sommés pour donner, dans cette étape un risque global non diversifié par exercice.

A partir de la matrice de corrélation des garanties, nous agrégeons les risques contributifs de chaque garantie par exercice pour obtenir un risque par année de survenance.

matrice de corrélation par garanties

	Rc Corp	RC mat	Dommmages	BDG	VOL
Rc Corp	100%	75%	65%	65%	65%
RC mat	75%	100%	65%	65%	65%
Dommmages	65%	65%	100%	75%	65%
BDG	65%	65%	75%	100%	65%
VOL	65%	65%	65%	65%	100%

Année surv.	N	N+1	N+2	N+3	N+4
C4	426%	163%	110%	354%	16%
C4 diversifié	383%	146%	99%	339%	16%
diminution	9,9%	10,3%	10,4%	4,1%	0,0%

$$C4(t) = \sum_{i=1}^5 G_i(t)$$

ou $G_i(t)$ représente le Risk Capital associé à la garantie vue à l'exercice t

Nous appliquons la formule ci-dessous pour obtenir la ventilation du C4 par garanties, puis appliquons le poids de chaque garantie dans le calcul du tarif théorique.

$$G_i(t)^* = \frac{G_i^2(t) + \sum_j \rho_{ij} G_i(t) G_j(t)}{\sqrt{\sum_i \sum_j \rho_{ij} G_i(t) G_j(t)}}$$

% diversifié par garanties

Rc Corp	24%	11%	12%	8%	16%
RC mat	6%	11%	22%	305%	0%
Dommmages	14%	14%	6%	10%	0%
BDG	251%	95%	59%	16%	0%
VOL	89%	16%	0%	0%	0%
	383%	146%	99%	339%	16%

ponderation par poids des garanties sur PSAP totale

	Exercices				
	1	2	3	4	5
Rc Corp	7%	5%	11%	8%	15%
RC mat	2%	5%	1%	3%	0%
Dommmages	5%	1%	0%	0%	0%
BDG	1%	0%	0%	0%	0%
VOL	3%	0%	0%	0%	0%
C4*	19%	11%	12%	11%	15%

Chaque risque diversifié d'une garantie donnée a été rapporté au poids de cette garantie dans le total des PSAP. Nous avons utilisé le dernier exercice en notre possession et regardé les 5 dernières survenances afin d'évaluer les montants résiduels de PSAP pour chaque garantie. Sur cet exemple, les PSAP de la RC Corporelle représentent 29% des PSAP totales de la première année de survenance.

On comprend donc que le poids de cette garantie, du fait de son développement long, s'accroît sur les survenances anciennes.

Nous pouvons donc, à partir de ce tableau, déterminer un risque de provisionnement lié à la durée de développement.

Ainsi, sur la première année d'observation N après commercialisation du tarif, le risque de provisionnement se déduira des PSAP auxquelles nous appliquerons le taux de 19%.

Ensuite, lors de la seconde année, nous appliquerons un taux de 11% aux PSAP des sinistres survenus l'année N et 19% aux PSAP des sinistres survenus en N+1.

Ces taux, observés par garanties nous semblent cohérents. En effet, un risque de provisionnement nul ou proche de zéro sur des garanties matérielles après deux ans de développement nous semble logique puisque ces garanties sont sensées se liquider rapidement.

De même, on observe encore un risque de provisionnement sur la RC Corporelle au bout de 5 ans. C'est sur cette garantie que porte la totalité du risque à partir de ce développement.

IV.3.4.3. Risque d'actif (C1)

On pose ici que le risque C_1^* est proportionnel aux actifs en valeur de marché (VM) et qu'il existe donc un paramètre α tel que $C_1^*(t) = \alpha \times VM(t)$.

VM(t) est égal au premier ordre aux provisions de la garantie étudiée après escompte financier. En négligeant la variabilité de l'effet d'escompte financier, on a donc :

$$C_1^*(t) = \alpha \times PSAP(t)$$

On en a donc déduit, par exercice et par catégorie ministérielle, un taux de capitaux alloués C_1^* .

Nous utilisons la décomposition du Risk Capital à fin 2007 ou nous observons que le risque C_1^* représente 34,9% du risque global.

Nous utiliserons donc ce taux pour la détermination du C1.

IV.3.4.4. Risques de business (C6) et opérationnels (C7)

Nous avons récupéré les capitaux alloués, par catégories ministérielles, issus du modèle interne Allianz, pour le risque C_6^* (risque contributif), que nous avons rapporté aux Primes acquises.

Ce taux sera utilisé pour déterminer le risque C_6^* lié au tarif.

Le risque C_7^* est forfaitaire et reventilé en fonction de l'assiette obtenue sur les risques contributifs précédents.

IV.3.4.5. Synthèse des résultats

Nous avons, dans un premier temps, fait l'hypothèse que nos risques de crédit réassurance (C2) et nos risques de mortalité (C5) étaient ignorés.

Nous avons calculé les risques de souscription (C3) et de provisionnement (C4).

Puis nous avons estimé les risques C_1^* ainsi que les risques C_6^* et C_7^* .

Nous avons donc les relations suivantes :

$$\begin{aligned} C_1^*(t) &= \alpha \times PSAP(t) \text{ avec } \alpha = 34,9\% \\ C_2(t) &= 0 \\ C_3(t) &= \beta \times \text{Primes acquises}(t) \text{ avec } \beta = 32,07\% \\ C_4(t) &= \sum_{i=1}^t \gamma(i) \times PSAP(i) \text{ avec } \gamma(1) = 19\%, \gamma(2) = 11\% \dots \\ C_5(t) &= 0 \\ C_6^*(t) &= \mu \times \text{Primes acquises}(t), \text{ avec } \mu = 10\% \\ C_7^*(t) &= \omega \times \sum_{i=1}^6 C_i^*(t) \end{aligned}$$

Le Risk Capital, ainsi défini, est donc adaptable à une simulation de Compte de résultat. Nous comptons, après avoir fini la diversification des risques, construire un compte de résultat simplifié et y introduire notre Risk Capital qui sera fonction des hypothèses liées au développement du tarif.

La diversification des risques est obtenue grâce à la matrice vue en III.3.a pour obtenir le montant de capital économique.

Nous avons testé deux versions pour mesurer la sensibilité du modèle aux données étudiées.

Notre premier modèle est celui que nous choisirions en ayant étudié les triangles de charges pour la RC Corporelle et la RC matérielle et les triangles de règlements pour nos trois garanties Dommages. Ce choix est lié à ce que nous connaissons des risques. Nous savons qu'un triangle de règlements est un choix pertinent pour des garanties courtes. A l'inverse, cet outil n'est pas recommandé pour des garanties longues ou les versements à l'assuré peuvent prendre un certain temps lié à la consolidation des préjudices encourus. Dès lors, l'utilisation d'un tel triangle ne ferait qu'accroître la volatilité du résultat et ne serait pas représentatif.

Notre second modèle est calculé sur des triangles de charge. Ces outils s'adaptent aussi aux garanties courtes, les provisions se substituant rapidement aux règlements. Certains triangles peuvent faire apparaître des boni / mali plus ou moins importants liés à l'apparition de sinistres sans suites ou de forfaits d'ouverture mal adaptés.

Ces deux alternatives seront appliquées aux divers comptes de résultat que nous allons mettre en place.

IV.4. Analyse de rentabilité

Une fois les principaux indicateurs de rentabilité définis, il convient de définir le cadre de leur utilisation et de connaître leurs limites afin de les analyser au mieux.

Afin de nous aider à mieux évaluer la notion de rentabilité d'un produit, nous utiliserons deux approches complémentaires :

- Le « Compte de Résultat Prévisionnel »
- Le « Taux de Rendement Interne »

Chacune de ces optiques répond à des besoins différents et néanmoins convergents : être Rentable.

Dans un premier temps, nous suivrons l'évolution de notre produit à l'aide d'un modèle de type « Compte de résultat Prévisionnel ».

Celui ci, conçu sur la structure d'un Compte de Résultat Réglementaire suivra, à l'aide de nos indicateurs de rentabilité, l'évolution de notre produit et constituera une aide à la décision.

L'analyse à partir du Taux de Rendement Interne sera elle basée sur une approche de rentabilité « Actuarielle » de notre produit, hors coût du capital. Nous estimerons à l'aide de cette méthode le taux de rentabilité nous permettant d'estimer notre retour sur investissement potentiel.

Nous verrons également sur quels leviers on peut jouer afin d'améliorer cette rentabilité (certains de ces leviers pouvant bien évidemment être appliqués à des produits déjà existants : Franchise, Réassurance, Prévention).

IV.4.1. Périmètre retenu

Afin de rester le plus proche du marché, nous supposerons que nos produits subissent une refonte totale tous les 5 ans. Notre étude se place dans le cadre d'un fonctionnement par génération : à chaque fin de cycle (5 ans), la gamme est refondue, un nouveau produit est créée, concentrant les affaires nouvelles.

Les autres produits sont alors placés en « Run-Off ».

Ce système permet de personnaliser le suivi et d'adapter chaque gamme et politique tarifaire en fonction des impératifs du marché. De plus, le « fond de portefeuille » n'est pas impacté par ces refontes successives, sauf volonté commerciale de la part de l'agent ou de la compagnie.

Hypothèses Retenues :

La plupart de nos hypothèses proviennent directement des Comptes de résultat réglementaire issus du Contrôle de Gestion.

C'est le cas du taux de Frais Généraux, du taux d'IS, du taux d'actualisation, du taux de commissions et des produits financiers.

Les évolutions des coûts et des fréquences sont issues des statistiques de la FFSA et de nos hypothèses tarifaires.

Détermination du Chiffre d'affaires :

Notre chiffre d'affaire sera estimé à partir des primes émises brutes dont nous déduisons ensuite les primes acquises. Celles-ci sont déterminées à partir des émissions de primes, corrigées des provisions pour primes non acquises (comme indiquées ci-dessus pour la simulation).

Le montant de primes émises sera fonction du taux d'affaires nouvelles et du taux de résiliation de notre nouveau produit.

Traitement des Affaires Nouvelles et des Résiliations futures :

Afin de pouvoir estimer le montant des primes, nous avons simulé notre nombre des Affaires Nouvelles ainsi que des Résiliations.

Les Affaires Nouvelles :

Le nombre des affaires nouvelles sera simulé à partir de l'existant de notre portefeuille.

Nous prendrons l'hypothèse que la structure de notre portefeuille ne sera pas impactée par notre nouveau produit, aucune antisélection n'en ressortira.

Nous supposerons que, hors campagne marketing ciblée, ce taux est identique à celui de nos anciens produits.

Un effet « nouveauté » pourrait toutefois être ajouté dans un scénario si une campagne marketing était décidée ou si notre offre tarifaire privilégiait une catégorie précise de véhicule. Dans ce dernier cas, afin de maintenir l'équilibre de notre produit, une autre catégorie de véhicule serait augmentée dans une proportion équivalente. Il conviendrait alors de réestimer, en fonction des cibles identifiées, l'évolution de notre taux d'affaires nouvelles.

L'estimation du nombre d'Affaires Nouvelles est réalisée à partir de l'étude de notre portefeuille de 2003 à 2008.

Affaires Nouvelles	
2003	11,46%
2004	9,40%
2005	20,55%
2006	20,06%
2007	16,23%
2008	13,52%

Les fluctuations des taux d'affaires nouvelles correspondent aux différentes périodes de souscription au sein d'Allianz. Ainsi, les faibles taux en 2003 et 2004 s'expliquent par le durcissement des règles de souscription et la priorité donnée à cette période au redressement des résultats.

Les fortes hausses des périodes suivantes correspondent à un « rattrapage » de production (2005 et 2006).

Afin de maintenir une cohérence à l'intérieure de nos hypothèses de suivi et de structure de flottes, nous décidons de conserver l'hypothèse d'un taux d'Affaires Nouvelles de 13,52%. Cette hypothèse correspondra à celle de notre scénario que nous nommerons scénario central.

Les Résiliations :

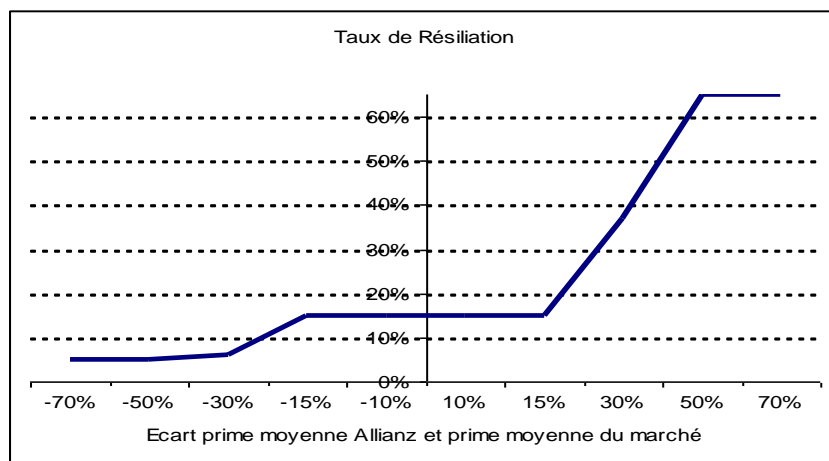
Il existe plusieurs types de résiliations :

- Celles à l'initiative de l'assureur : en cas de sinistres répétés, de non-paiement des primes, de fausse déclaration ,...
- Celles à l'initiative de l'assuré que l'on peut décomposer en deux principales causes : mécontentement avec l'assureur, tarification trop élevée par rapport à la concurrence

Nous ne chercherons pas à étudier les effets des différentes résiliations sur notre contrat et nous concentrerons sur le taux global de résiliation.

Du point de vue de l'assuré, le taux de résiliation est fortement corrélé à l'écart entre sa prime et la prime moyenne proposée par le marché.

Cette loi de comportement des assurés non-vie est comparable à la loi de comportement (loi de rachat) des assurés vie et est du type :



Le taux de résiliation présente :

- un taux incompressible évalué à 5% qui correspond à l'hypothèse que, même si le tarif offert par l'assureur devient très intéressant par rapport à la concurrence, certains assurés résilieront leur contrat par mécontentement du service offert ou pour une hausse sévère de leur prime sur d'autres contrats
- une zone de stabilité dans l'intervalle [-15% ; 15%] où le taux de résiliation = 15%. Ce taux correspond au « taux d'équilibre » ou au taux de perte moyen du portefeuille automobile
- un maximum de 65% qui correspond au taux d'assurés présents dans le portefeuille depuis moins de 10 ans.

Ce comportement des assurés n'est pas figé dans le temps, une offre plus abondante et agressive ou la mise en place d'une législation comparable à l'Angleterre (pas de tacite reconduction des contrats) par exemple modifieraient indéniablement le comportement actuel.

Le tableau ci-dessous retrace l'évolution du taux de résiliation moyen des contrats flottes automobiles sur le portefeuille agents d'Allianz de 2003 à 2008 :

Résiliation	
2003	18,48%
2004	17,00%
2005	17,63%
2006	17,21%
2007	13,59%
2008	12,91%

On constate une évolution du taux de résiliation due à plusieurs facteurs : alors que les années 2002 à 2005 virent un durcissement de la politique de souscription des contrats flotte automobiles, ces dernières années, par le biais de nombreuses campagnes de multidétention ainsi que par des approches de fidélisation de nos clients, ont vu une baisse de ce taux, qui s'établit en 2008 à près de 13%.

Nous supposons dans le cadre de notre nouveau produit, le prolongement de ces pratiques ainsi que la stabilisation de notre taux de résiliation.

Estimation de la charge sinistre :

La charge sinistre estimée correspond à la charge simulée pour le nouveau produit par exercice de survenance.

Les travaux réalisés dans le cadre de la tarification a posteriori ont été mis à profit afin d'estimer nos charges et règlements à l'ultime.

Pour cela, nous nous sommes basés sur l'étude réalisée dans la tarification afin de déterminer nos coefficients de liquidation ainsi que notre fréquence sinistre.

La détermination de la liquidation du triangle de sinistre a été réalisée pour les garanties de notre nouveau produit pondérées par leurs importances relatives.

Le nombre de sinistres sera alors déterminé à l'aide du nombre de véhicule projeté par notre compte de résultat prévisionnel.

Estimation du solde technique de réassurance :

Le solde technique de réassurance correspond à la différence entre les primes cédées aux réassureurs et les charges cédées aux réassureurs.

La part des primes acquises brutes cédées aux réassureurs est déterminée à partir des hypothèses issues du contrôle de gestion, de même que le taux de charge cédé aux réassureurs.

Selon le type de réassurance choisie, les résultats du compte de résultat prévisionnel peuvent varier : impact sur les graves(et les seuils), couverture plus ou moins étendue selon les types de plafond proposés,...

La diversité des possibilités de couverture en réassurance, conjuguée aux forts impacts s'y rapportant nous conduisent à privilégier la non prise en compte de son impact dans notre étude.

Il conviendrait, une fois notre étude terminée, d'approfondir celle ci en explorant d'autres pistes d'améliorations de notre rentabilité (en diminuant par exemple notre exposition à des sinistres extrêmes,...).

Intégration des Commissions :

On appellera Commission : la part de rémunération versée aux intermédiaires (agents dans ce cas, mais cela peut être des courtiers).

Le taux de commission est déterminé à partir des données issues du compte de résultat réglementaire et s'établit à 17%.

Traitement des Frais Généraux:

Le taux de frais généraux correspond à la prise en compte des différents frais (autres que les commissions) auxquels sont soumis les assureurs :

- Frais de gestion : des primes, des sinistres
- Frais Administratifs : Frais de fonctionnement : salaire, loyers, coûts informatiques, marketing,...

Il s'agit de frais internes qui concernent des coûts informatiques, des investissements, des rémunérations et les charges sociales, etc....

Le calcul de ce taux résultant de nombreuses variables exogènes sur laquelle l'actuaire a peu de prise, nous nous sommes basés sur un taux moyen de frais généraux issu du compte de résultat réglementaire.

Le montant des frais généraux est issu du taux des primes acquises.

La totalisation des différents frais constitue ce que l'on appelle le chargement. Celui ci est couramment exprimé en pourcentage de la prime acquise (à l'intérieur de laquelle il est inclus).

Produits Financiers :

Les produits financiers correspondent aux produits des placements et des fonds propres issus des variations de PSAP et de PPNA entre le début de l'année et la fin d'année. Les prestations (primes comme sinistres) sont ici supposées être payées en milieu d'année. Le taux de placement des produits financiers est déterminé par la direction financière.

Le placement des actifs des sociétés d'assurance donne lieu à des produits qui sont de deux ordres :

- Les revenus financiers récurrents provenant du placement des actifs de la société (coupon, dividende, loyers)
- Les plus value sur cessions d'actifs

Une part de ces produits est alloué aux fonds propres, une autre part aux actifs représentatifs des provisions techniques.

Un indicateur supplémentaire sera retenu pour l'analyse de notre compte de résultat prévisionnel : la Valeur Actuelle Nette (VAN).

La Valeur Actuelle Nette (VAN) :

Le calcul de la VAN apparaît comme un indicateur pertinent de mesure de la rentabilité de notre produit. Ce montant permet de déterminer si un investissement doit ou non être réalisé compte tenu des cash-flows futurs.

La VAN est la différence entre les cash-flows actualisés sur la durée de vie du produit et les capitaux investis. Le taux d'actualisation utilisé correspond au taux d'évolution des actifs sans risque (OAT 10 ans par exemple).

Si la VAN du projet est supérieure à zéro, on considère le projet comme étant rentable pour cette période de temps. Si la VAN du projet est inférieure à zéro, on considère que le projet n'est pas rentable pour cette période de temps.

Afin de prendre en compte la rémunération attendue par notre actionnaire, le calcul de la VAN sera réalisé à partir de notre EVA selon la formule suivante :

$$VAN = \sum_{i=0}^4 \frac{EVA_i}{(1 + T \times \text{produit financier}_i)^i}$$

Le montant de VAN représentera le gain supplémentaire réalisé (ou la perte) en fonction du montant de capital alloué.

Le Capital Alloué :

Le montant de Capital Alloué est calculé à partir du modèle interne d'Allianz. Ce montant connaît toutefois des légères variations selon le type de méthode de provisionnement choisie (charge ou règlement).

Afin d'estimer au mieux les impacts de ces choix, nous testerons 2 méthodes d'estimation de notre montant de capital alloué à partir de notre charge ultime que nous appelons méthode 1 et méthode 2. Par cette approche, nous simulerons la volatilité de notre montant de capital alloué, à loi identique.

La méthode 1 combine une approche sur les charges (pour la RC) et sur les règlements (pour les autres garanties), tandis que la méthode 2 est basée sur l'utilisation des charges de sinistre pour toutes les garanties.

Nous étudierons ci après l'impact sur notre rentabilité, de la décision de prendre en compte les charges ou les règlements de sinistres lors de notre estimation du risque de provisionnement.

IV.4.2. Analyse du compte de résultat prévisionnel

A l'aide des différents indicateurs définis ci dessus, nous suivrons l'évolution de la rentabilité de notre produit.

La volatilité de notre rentabilité sera estimée à l'aide de cinq scénarios alternatifs illustrant chacun un impact potentiel sur notre analyse :

1. Un scénario central correspondant à notre scénario « iso-périmètre » : aucune modification sur les politiques de souscription, de gestion des sinistres ou financières n'est introduite. L'objectif de ce scénario est d'avoir une vision sur la valorisation de notre portefeuille avec les conditions actuelles.
2. Deux scénarios Affaires Nouvelles +10% (respectivement -10%) estimant les impacts d'une hausse (respectivement baisse) de la production des affaires nouvelles par rapport à notre portefeuille existant. Cette hausse (respectivement baisse) pouvant être la résultante d'une campagne marketing (pour laquelle il convient d'estimer le coût si nécessaire) ou d'une concurrence accrue (dans le cas d'une baisse des affaires nouvelles).
3. Un scénario « Grave » estimant l'impact d'une dégradation de la sinistralité des sinistres graves par rapport à notre tarification. Pour cette simulation, nous supposons la survenance d'un sinistre exceptionnel supplémentaire par exercice de survenance.
4. Un scénario « Hausse Coût Moyen et Baisse Fréquence » simulant la poursuite des tendances enregistrées par la FFSA. Cette simulation nous permettra d'estimer dans quelle mesure, la hausse continue du coût moyen est compensée par la diminution de la fréquence. Les prévisions d'évolutions des Coûts Moyens et des Fréquences proviennent des données de la FFSA et des études internes, menées au sein d'Allianz.

5. Un scénario alternatif regroupant la prise en compte de sinistres graves supplémentaires ainsi que d'une hausse des coûts moyens et d'une baisse des fréquences.

Ces simulations reposent toutefois sur une hypothèse forte : une stabilité de la structure des flottes de notre portefeuille.

D'autres scénarios sont envisageables mais la multiplicité de ceux ci, bien qu'utile, est soumise à la politique de souscription de l'entreprise (par exemple dans le choix de privilégier ou non un type de véhicule, d'appliquer une décote commerciale sur une catégorie de déplacement,...) et entraînerait a fortiori un nécessaire rééquilibrage tarifaire afin de préserver l'équilibre de notre produit.

Les évaluations de ce type d'impact nécessiteraient alors une modélisation distincte, ciblée sur chaque modification d'impact. La multiplicité des scénarios à envisager surchargerai notre analyse mais ne doit pas pour autant être négligée dans une optique de lancement d'un produit. Notre optique dans ce mémoire étant de fournir une représentation synthétique de la démarche à adopter afin de prendre en compte la rentabilité d'un produit, nous n'aborderons (et ne le pouvons pas au vu de la multiplicité des possibilités) ces différentes approches et « resterons » sur nos scénarios 1 à 5 énoncés ci dessus.

Le scénario central se présente sous la forme d'un compte de résultat projeté sur 5 années, selon les hypothèses mentionnées ci dessus.

Comme nous l'avons indiqué au début de cette partie, notre produit est construit par génération : celui ci est donc crée à partir des affaires nouvelles 2010 et ne comprend donc pas de provisions pour l'année précédente.

Produit	2010	2011	2012	2013	2014
Primes Emises brutes	5 681 147	7 620 941	7 667 300	7 713 942	7 760 867
PPNA au 01-01	0	1 893 716	1 905 235	1 916 825	1 928 485
PPNA au 31-12	-1 893 716	-1 905 235	-1 916 825	-1 928 485	-1 940 217
Primes Acquisées Brutes	3 787 431	7 609 421	7 655 711	7 702 281	7 749 135
Prestations sur sinistres	-1 239 518	-3 120 277	-3 884 986	-4 081 707	-4 189 277
Provisions au 01 - 01 pour sinistres à payer	0	928 561	2 157 631	2 648 449	2 969 165
Provisions au 31 - 12 pour sinistres à payer	-928 561	-2 157 631	-2 648 449	-2 969 165	-3 209 092
Charges des sinistres brutes	-2 168 079	-4 349 347	-4 375 804	-4 402 423	-4 429 203
Solde technique de réassurance	0	0	0	0	0
Commissions	-957 055	-1 283 836	-1 291 645	-1 299 503	-1 307 408
Total frais	-643 863	-1 293 602	-1 301 471	-1 309 388	-1 317 353
Produits financiers	61 385	149 752	187 662	205 819	218 521
Impôts	-27 482	-286 592	-301 074	-308 764	-314 584
Contribution opérationnelle d'activité	52 337	545 798	573 378	588 023	599 108

Conformément à nos hypothèses, nous constatons une hausse du chiffre d'affaire parallèlement à une hausse de nos sinistres.

Les différents indicateurs de notre rentabilité seront présentés ci dessous, en fonction cependant du niveau de capital alloué.

Ce niveau de capital, comme détaillé ci dessus, étant soumis à nos décisions de couverture de risque.

Dans le cadre d'une hypothèse de détermination du capital alloué de type **modèle 1**, l'analyse de notre niveau de rentabilité se présente sous la forme :

Le calcul du SP brut s'établit autour de 57 %. Rappelons que notre produit n'a bénéficié d'aucune campagne de lancement particulière et donc, d'aucun impact spécifique sur notre production.

	2010	2011	2012	2013	2014
<i>Capital Alloué</i>	2 061 826	4 261 135	4 482 817	4 635 811	4 757 235
EVA	-104 362	221 952	232 684	235 701	237 558
ROAC	2,5%	12,8%	12,8%	12,7%	12,6%
S/P	57%	57%	57%	57%	57%
Taux de commissions	17%	17%	17%	17%	17%
Taux de frais généraux	17%	17%	17%	17%	17%
Ratio combiné	91%	91%	91%	91%	91%
VAN 2010-2014	549 K€				

Les taux de commissions et de frais généraux sont stables au cours des exercices (17 % chacun par hypothèse).

Notre ratio combiné brut (et net dans ce cas) est donc de 91 % pour la première année et reste stable, ce qui reste conforme aux exigences de rentabilité fixées par notre actionnaire.

Le ROAC, stable à partir de la deuxième année à 12,8%, est située dans la moyenne de notre branche d'activité et de la rentabilité demandée (la rémunération du capital alloué de notre actionnaire s'établissant à 7,6%, sous l'hypothèse d'un taux de rendement de produit financier à 4%).

Notre calcul de VAN nous donne un résultat positif de 549 K€.

La détermination du capital alloué à l'aide de la méthode de type **modèle 2** nous calculant un montant de capital inférieur à la méthode de type1, nous constatons une hausse de la rentabilité de notre produit.

Notre VAN apparaît en hausse (557 K€ contre 549 K€ précédemment) et notre ROAC s'établit lui à près de 12,8% (contre 12,7% précédemment).

	2010	2011	2012	2013	2014
<i>Capital Alloué</i>	2 044 464	4 227 427	4 450 671	4 604 528	4 725 364
EVA	-103 042	224 513	235 127	238 079	239 981
ROAC	2,6%	12,9%	12,9%	12,8%	12,7%
VAN 2010-2014	557 K€				

La lecture de la projection de ce compte de résultat nous conforte dans notre décision de ne considérer qu'un seul type de méthode pour la détermination de la valeur de nos capitaux alloués.

En effet, au-delà de tout aspect lié à l'analyse de la rentabilité technique, le choix de la méthode de détermination du coût du capital a, pour une même loi (ici la loi Log normale), des résultats très proches en terme de VAN.

Une vigilance permanente sur ce sujet reste cependant nécessaire. Ainsi, selon le choix de la loi utilisée pour la détermination du montant de capital alloué, les estimations des valeurs de capitaux ne sont pas les mêmes.

Afin de ne pas perturber nos analyses, il est essentiel de rester sur le même type de méthode de calcul des capitaux alloués. Nous déciderons par la suite de conserver et d'utiliser la méthode 1.

Une fois les hypothèses de calculs des montants de capitaux figés, nous pouvons nous concentrer sur l'étude de différents scénarios d'évolution de l'environnement et de leurs impacts sur notre rentabilité.

Ces résultats seront présentés sous la forme d'un tableau récapitulatif :

Scénario Affaires Nouvelles +10 %	2010	2011	2012	2013	2014
Capital Alloué	2 061 826	4 300 183	4 580 194	4 795 655	4 982 836
EVA	-104 362	230 796	244 705	251 106	256 455
ROAC	2,5%	13,0%	12,9%	12,8%	12,7%
S/P	57%	57%	57%	57%	57%
Ratio combiné	91%	91%	91%	91%	91%

VAN 2010-2015	586 K€
---------------	--------

Scénario Affaires Nouvelles -10 %	2010	2011	2012	2013	2014
Capital Alloué	2 061 826	4 222 088	4 386 498	4 479 650	4 539 614
EVA	-104 362	213 107	220 902	220 859	219 636
ROAC	2,5%	12,6%	12,6%	12,5%	12,4%
S/P	57%	57%	57%	57%	57%
Ratio combiné	91%	91%	91%	91%	91%

VAN 2010-2015	513 K€
---------------	--------

La hausse ou la baisse du nombre des affaires nouvelles, bien que n'affectant pas la rentabilité technique de notre contrat (le Ratio Combiné reste identique à celui de notre scénario central) a un impact sur le montant de notre ROAC et sur le montant de notre VAN. Il est rassurant de constater qu'il est toujours plus rentable pour notre actionnaire que notre produit connaisse un fort développement plutôt qu'un développement en décroissance.

Toutefois, en terme d'exigence de rentabilité, celles ci restent conformes aux demandes de notre actionnaire.

Scénario Grave	2010	2011	2012	2013	2014
Capital Alloué	2 069 334	4 278 489	4 504 036	4 659 581	4 782 960
EVA	-130 950	168 761	179 333	182 048	183 579
ROAC	1,3%	11,5%	11,6%	11,5%	11,4%
S/P	58%	58%	58%	58%	58%
Ratio combiné	92%	92%	92%	92%	92%

VAN 2010-2015	375 K€
---------------	--------

L'impact de la survenance de sinistres « Graves » est lui beaucoup plus important. Au-delà de la hausse de 1 point de notre ratio combiné, engendrée par l'apparition d'un sinistre grave de plus de 150 000 €, tous nos indicateurs affichent une forte baisse.

Le suivi des sinistres graves apparaît alors comme un indicateur pertinent et essentiel de la rentabilité de nos produits, celle ci étant fortement affectée par ce type d'événement.

La valeur de la VAN apparaît également en forte baisse (375 K € contre 549 K € dans le scénario central).

Nous avons supposé jusqu'ici la stabilité de certains de nos indicateurs (Fréquence et Coût Moyen).

Supposons maintenant que ceux ci continuent de suivre les tendances observées ces dernières années, à savoir une hausse des coûts moyens et une baisse des fréquences.

Quel serait l'impact conjugué de ces deux effets en supposant une hausse des coûts moyens de 2,6% et une baisse des fréquences de 1,4% ?

Le tableau ci dessous nous permet d'apporter un élément de réponse.

Scénario Hausse Cout Moyen & Baisse Fréquence	2010	2011	2012	2013	2014
Capital Alloué	2 066 545	4 281 669	4 518 645	4 688 300	4 827 647
EVA	-121 074	154 599	130 685	98 163	63 636
ROAC	1,7%	11,2%	10,5%	9,7%	8,9%
S/P	58%	58%	59%	60%	61%
Ratio combiné	92%	92%	93%	94%	94%

VAN 2010-2015	213 K€
---------------	--------

Nous constatons une forte dégradation de la rentabilité de notre produit. Ainsi, notre Ratio Combiné s'établit maintenant à 92% en première année, pour finir à 94%. La baisse des fréquences ne compense donc que partiellement la hausse des Coûts Moyens (dans notre simulation). La VAN globale s'établit à 213 K€, ce qui apparaît insuffisant, d'autant plus que notre ROAC nous confirme une détérioration de notre rentabilité.

Sous ces hypothèses, la rentabilité de notre produit apparaît compromise à moyen terme du point de vue de notre actionnaire.

Sous ces hypothèses, la survenance d'un événement « exceptionnel » devrait nécessairement détériorer notre rentabilité, comme le démontre le tableau ci dessous :

Scénario Hausse Cout Moyen & Baisse Fréquence & Grave	2010	2011	2012	2013	2014
Capital Alloué	2 073 941	4 298 531	4 538 999	4 710 796	4 851 647
EVA	-147 250	103 088	79 900	48 003	14 117
ROAC	0,5%	10,0%	9,4%	8,6%	7,9%
S/P	59%	60%	60%	61%	62%
Ratio combiné	93%	93%	94%	95%	95%

VAN 2010-2015	47 K€
---------------	-------

Bien que notre ratio combiné ne termine "qu'à" 95%, le montant calculé par notre VAN s'est comme prévu, dégradé à 47 K€, de même que notre EVA. Sous ces hypothèses, notre produit apparaît à la limite de la rentabilité. Il conviendrait de surveiller très attentivement son évolution, quitte à entamer prématurément son redressement ou sa refonte.

Au travers de ces différents scénarios, nous avons mesuré la rentabilité de notre produit ainsi que les limites de celle ci (notamment lors de la détermination du montant de capital alloué).

Comme nous le constatons, les résultats sont très sensibles aux hypothèses retenues. De plus, l'évolution des tendances (sinistres et coûts moyens) rend délicate l'appréciation de notre rentabilité future. Un relâchement dans la rigueur tarifaire, les conditions de souscription ou un retournement du marché pourraient rapidement modifier et dégrader les résultats.

IV.4.3. Le taux de rendement interne (TRI)

Nous venons de développer la mise en place et l'analyse de la rentabilité du point de vue de l'actionnaire.

La méthode précédente permet de mesurer ou tout du moins d'avoir une idée plus précise du poids et du traitement de l'allocation de capital afin d'évaluer le retour sur investissement, cette question étant amenée à être de plus en plus fréquemment abordée lors des prises de décisions portant sur les produits.

Toutefois, ne prendre en compte que ce type d'approche serait réducteur et pourrait engendrer des erreurs d'appréciation et des déséquilibres par rapport à nos concurrents.

En effet, l'intégration de données exogènes à une optique de développement tarifaire n'est pas neutre. Dans cette vision, la rentabilité de notre produit sera soumise à des décisions de rémunération du capital alloué.

Le problème peut également être envisagé sous un autre aspect : quel serait le rendement de notre actionnaire si l'on développait notre produit ?

Pour nous aider à répondre à cette question, l'utilisation d'une méthode complémentaire basée sur le principe du prêt bancaire s'avère pertinente.

Ainsi, à travers l'évaluation de l'écart entre le rendement du marché et la rémunération produite par notre activité, nous nous poserons la question suivante : Est-il plus intéressant de prêter de l'argent comme une banque ou de faire de l'assurance ?

L'approche par les Flux :

Nous avons pu observer au cours de notre mémoire le développement sur une longue période de temps des sinistres d'une flotte automobile. Partant de ce principe, nous devons étudier les résultats sur une base économique en travaillant sur les flux.

Dans le cadre de notre produit, on peut reprendre le parallélisme avec un prêt classique même si la formule est un peu plus compliquée. La prime remplace le capital, mais elle est fractionnée et les remboursements correspondent aux flux des sinistres et des divers frais.

Ainsi, considérons que notre compagnie perçoive les primes d'une police durant un exercice. Les charges qu'elle devra régler seront étalées au cours du temps. Notre approche dans ce paragraphe se bornera à estimer en temps 0, donc, à la souscription de ce contrat, la rentabilité de notre police, en valeur actualisée. Cette méthode présente l'avantage de nous permettre de comparer des valeurs équivalentes et non plus, des valeurs comptables.

L'intégralité des opérations comptables doit alors être transcrite afin d'être exprimée en flux.

Méthodologie :

Si la souscription de contrat peut avoir lieu durant toute l'année, c'est aussi le cas de son encaissement qui peut être de différentes formes. :

- Annuel
- Semestriel
- Trimestriel
- Mensuel.

Cependant, son encaissement est variable et il est incorrect de considérer qu'une prime encaissée en janvier, à la même « valeur » qu'une prime encaissée en juillet. Le même type de raisonnement est applicable aux charges pour laquelle un règlement survenu la première année n'a pas le même « coût » qu'un sinistre payé 10 ans plus tard.

Traitement de l'actualisation :

Nous avons privilégié la méthode de l'actualisation de nos données afin de pouvoir rendre nos résultats homogènes. Cette méthode nous permet d'effectuer des analyses à l'origine de notre contrat.

Le choix d'un taux d'actualisation représentatif est déterminant pour le reste de notre approche.

Les brutales évolutions des marchés financiers ces derniers mois rendent plus difficiles toutes extrapolations de ceux-ci. Nous privilégierons cependant un taux sans risque, correspondant au taux OAT 10 ans fixé à 3,5%.

Le choix de ce taux est discutable, mais s'explique par notre volonté de conserver le même taux pour nos encaissements de primes que pour nos sinistres. Nous nous sommes ainsi positionnées sur la durée la plus « longue » au détriment d'une optique de type EONIA (correspondant à des taux plus « courts »).

Le choix de notre taux sera également influencé par notre étude : selon que l'on se base sur une analyse prospective ou rétrospective, notre choix ne peut être le même.

Dans le cadre d'une analyse de la rentabilité passée, on ne peut se baser sur des actualisations par rapport à des taux futurs, instables par définition. On doit au contraire, considérer les taux aux dates de souscription respective des contrats, afin de pouvoir analyser correctement les différents flux.

Dans le cadre d'une analyse de la rentabilité future : celle ci peut être réalisée en fonction des taux futurs.

Traitement des Primes :

L'encaissement d'une prime pouvant se produire sur plusieurs périodes, il est nécessaire d'actualiser celles-ci.

Ne disposant au sein de nos bases de données que de l'information sur les dates d'émission des primes, nous supposons que le délai entre l'émission et l'encaissement de nos primes est en moyenne de 1,5 mois.

Echéance	Répartition
Janvier	68%
février	2%
Mars	5%
Avril	5%
Mai	2%
Juin	2%
Juillet	5%
Août	2%
Septembre	1%
Octobre	5%
Novembre	1%
Décembre	2%

Fractionnement	
Annuel	34%
Mensuel	16%
Semestriel	30%
Trimestriel	19%

Selon les mois, les échéances sont plus ou moins nombreuses, traditionnellement, janvier est le mois pour lequel on a le plus de contrats qui arrivent à échéance (cf. tableau ci dessous), tandis que le fractionnement de nos primes s'effectue tout au long de l'année.

Par simplification, nous supposons que tous nos contrats sont à échéance du 1^{er} janvier et utiliserons la décomposition du fractionnement ci dessus.

Traitement des commissions :

On admettra que les commissions sont réglées lors de l'encaissement des primes. Leur taux sera identique à celui des hypothèses du compte de résultat prévisionnel, soit 17%.

Traitement des Sinistres :

Comme pour les primes, les règlements de sinistres doivent être transformés en flux. On suppose que leur loi est uniforme et que ceux ci surviennent en milieu d'année.

Raisonnant à l'aide des triangles de règlements déterminés dans la tarification a posteriori, nous actualiserons nos règlements jusqu'à leur liquidation totale. La non prise en compte des provisions dans notre approche est donc cohérente.

Nous supposons la présence d'un mois de décalage entre la survenance d'un sinistre et son règlement, un sinistre est donc réglé fin juillet.

Traitement des Frais :

Les frais seront distingués en 2 catégories :

- Gestion des sinistres : leur flux suit les cadences de règlement des sinistres
- Frais d'acquisition et de gestion des contrats : on supposera que les frais d'acquisition sont réglés à la souscription de la police et que les frais de gestion des contrats sont réglés à chaque échéance de celui ci.

Nous basant sur les données issues de nos comptes de résultat réglementaire, nous supposons que nos frais de gestion ont la répartition suivante : 60% sont dus à la souscription, 40% lors de l'indemnisation.

Le traitement des frais à la souscription est réalisé sur la même méthode que pour les primes. Toutefois, les commissions d'acquisition sont payables dès le premier encaissement de prime.

Le traitement des frais relatifs au sinistre sera réalisé à l'aide de la même chronique que les règlements de sinistre, tout en restant toutefois basés sur les montants de prime.

Application :

Nous basant sur les paramètres cités ci dessus, nous simulerons à l'aide de flux actualisées la rentabilité de notre produit sur un exercice de survenance. Nous nous situerons ainsi au niveau de l'analyse de notre produit.

Ce type d'analyse, plus accessible à mettre en œuvre dans le cadre de la souscription de contrat nous permet dans un second temps également de descendre à un niveau plus fin : celui d'une seule flotte.

Le résultat obtenu correspondra à un résultat hors produit financier et nous donnera une évaluation technique de la rentabilité de notre produit.

Taux d'actualisation	3,50%	Primes	7 423 997
Encaissement Prime	1,5	Sinistres	4 255 135
Règlement Sinistres	1	Commissions	1 262 080
		Frais Généraux	1 268 019
		Résultat	638 764
		Résultat / Primes	8,60%

On obtient un résultat positif de près de 640 000 €.

Il n'est pas judicieux d'analyser ce montant, mais plutôt le ratio Résultat / Primes qui est de 8,60 %.

Sous les hypothèses retenues, on peut conclure que la rentabilité de notre produit permet à l'actionnaire d'espérer, sans changement majeur de conditions de marchés tels que les taux d'intérêt, un bénéfice de 8,6 %. Ce taux peut être mis en rapport avec le taux de rémunération du capital alloué demandé par notre actionnaire, qui s'établit à 7,6%.

Volatilité de nos résultats :

Les résultats obtenus dépendent de multiples hypothèses. Nous allons tenter de mesurer leurs impacts et leurs effets.

Pour cela, nous simulerons 3 variations :

- Variation du taux d'actualisation (+ 1 point)
- Augmentation du délai d'encaissement des primes (+ 1 mois)
- Augmentation du délai d'encaissement des sinistres (+ 1 mois)

	Résultat	Effet	Résultat / Primes
Simulation de Base	638 764		8,60%
Hausse Taux d'Actualisation	615 846	-3,6%	8,36%
Hausse Durée Encaissement Primes	610 341	-4,4%	8,27%
Hausse Durée Règlements Sinistres	643 576	0,8%	8,67%

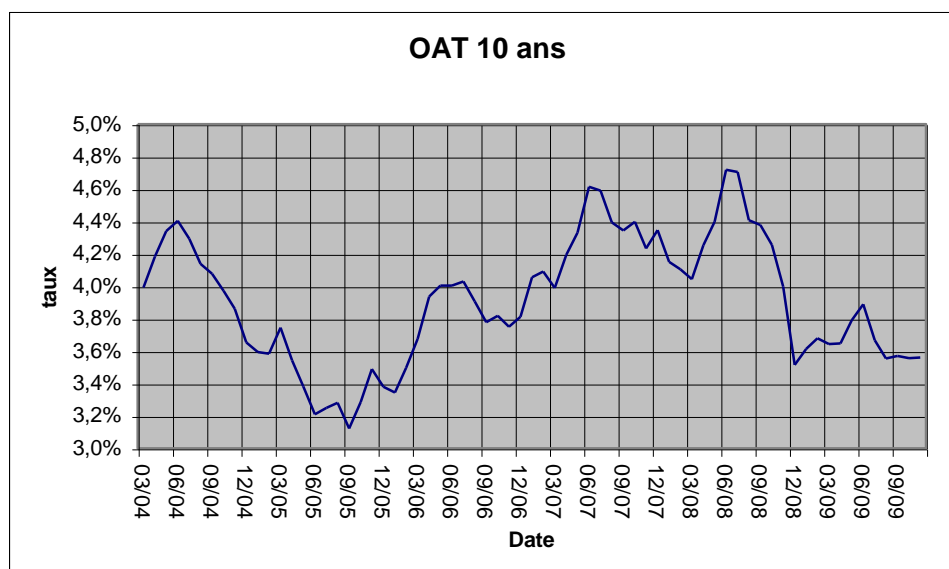
Notre étude de volatilité nous prouve l'impact non négligeable d'éléments extérieurs à notre tarification sur la rentabilité de notre produit. Ainsi, une hausse du taux d'actualisation de 1 point entraîne une baisse de notre résultat de 3,6 points.

De la même façon, la hausse de la durée d'encaissement des primes (respectivement des sinistres) d'un mois entraîne une baisse (une hausse) du résultat.

Impact du taux d'Actualisation :

Nous avons pu constater l'impact d'une variation d'un point du taux d'actualisation sur la rentabilité de notre produit.

Ce simple exemple illustre à lui seul la difficulté de l'exercice et la volatilité de nos résultats. En effet, les dernières évolutions des marchés financiers ainsi que le suivi de l'évolution des taux depuis ces dix dernières années, rendent difficile toute précision viable d'évolution des taux futurs (comme le confirme le graphique de l'évolution des taux OAT 10 ans depuis 5 années). L'évaluation de la rentabilité de notre produit étant également directement liée au choix du taux, une grande prudence est donc préconisée dans ce choix.



Comme nous le constatons, les résultats sont très sensibles aux hypothèses retenues.

Afin d'éviter toute volatilité excessive du fait d'une dégradation de notre environnement économique, il est essentiel de mettre en place, parallèlement au lancement d'un produit, un suivi spécifique de chaque indicateur ainsi que de chacune des composantes influant sur celui-ci.

Une attention particulière sera apportée au suivi des fréquences, des coûts moyens, ainsi qu'aux sinistres graves. Toute dérive par rapport à nos hypothèses de l'un de ces aspects doit être mesurée afin d'estimer au mieux son impact sur notre rentabilité ainsi que les solutions à y apporter.

L'impact sur notre rentabilité du choix des hypothèses de calcul de notre montant de capital alloué est également non négligeable. Une rigueur et une non-modification de notre méthode de calcul est donc à privilégier à ce sujet, afin de permettre des comparaisons à iso-périmètres.

L'importance du choix du taux d'actualisation conjugué à la difficulté de l'évaluation de son évolution au cours du temps, nous contraint à une prudence accrue sur ce point.

Le souscripteur désireux de disposer d'un indicateur explicable et facilement identifiable dans la détermination de la rentabilité d'une flotte pourra se tourner vers l'utilisation d'un SP dit d'équilibre, ce dernier permettant de tenir compte pour un résultat équilibré des différentes charges et commissions à appliquer à notre produit.

Afin de limiter notre exposition au risque, il est possible de recourir à de nombreuses solutions :

- La Réassurance
- La Prévention
- La mise en place de Franchise et de Plafond

La Réassurance :

L'utilisation de la réassurance permet de « lisser » les risques, et de transférer ceux-ci (notamment les risques de sinistre grave) à un réassureur moyennant une participation de celui-ci proportionnelle au risque encouru.

Selon ses besoins, l'entreprise définit son niveau de plein et le type de réassurance désirée : Proportionnelle, Non Proportionnelle.

On dit que l'on est en situation de Réassurance Proportionnelle lorsque le réassureur prend en charge une proportion d'un risque moyennant une proportion identique de la prime payée par l'assuré et paie, en cas de réalisation du risque, le sinistre dans la même proportion.

Il existe deux formes de réassurance proportionnelle : L'Excédent de plein, la Quote-part.

On est en situation de Réassurance Non Proportionnelle lorsque le réassureur prend l'engagement de payer à l'assureur certains montants à conditions qu'un événement défini (ici événement est pris au sens probabiliste), un sinistre, une perte, se réalise. En contrepartie, le réassureur perçoit une prime pour compenser le risque qu'il prend. C'est notamment le cas lors d'événement sériel ou extrême de type Tempête.

Il est nécessaire de mentionner qu'une compagnie d'assurance n'utilisera généralement pas un seul de ces types de réassurance pour protéger son portefeuille. En fait dans la majeure partie des cas une cédante combinera plusieurs modes et plusieurs formes de réassurance pour couvrir une catégorie d'assurances donnée.

En raison de la diversité des solutions de Réassurance proposée et de leurs spécificités propres, nous avons décidé de ne pas inclure leur traitement dans notre approche tarifaire et d'étude de la rentabilité. Il est toutefois évident qu'il convient de prêter une attention réelle aux solutions que la réassurance peut nous apporter, notamment lors du traitement de sinistres graves ou sériels.

La mise en place de montage spécifique :

De nombreux types de montage existent en fonction de la créativité de l'Actuaire et de la taille des flottes. Ainsi, il est fréquent que les garanties Dommage, Bris de Glace, Vol comportent en base une franchise par sinistre. Pour chaque sinistre déclaré, un montant connu à l'avance sera prélevé sur le coût total du sinistre.

Dans le cadre d'une entreprise disposant d'un parc de véhicule important (+ de 300), l'assureur peut mettre en place des solutions mieux adaptées au besoin de l'entreprise.

Ce type montage peut prévoir :

- Une franchise annuelle en RC / et/ou Dommages
- Une franchise par sinistre en RC
- Une franchise par sinistre en RC avec un plafond annuel

L'intérêt de ces franchises annuelles dépasse le simple cadre tarifaire : l'intérêt pour l'assuré est de partager le risque avec l'assureur et d'optimiser son budget d'assurance en réduisant la charge fiscale (le montant de la prime étant réduite, la taxe (33 %) s'y rattachant diminue dans la même proportion), l'entreprise pouvant estimer qu'elle peut conserver à sa charge une partie du risque.

Ce type de montage est totalement licite, y compris pour la RC (malgré son caractère obligatoire : article L 121-1 2ième alinéa : « il peut être stipulé que l'assuré reste obligatoirement son propre assureur pour une somme ou une quotité déterminé , ou qu'il supporte une déduction fixée d'avance sur l'indemnité de sinistre »).

Ce montage reste toutefois à envisager avec précaution car, comportant certains risques, notamment dans le cas de la RC où la franchise dans le cadre de l'assurance obligatoire n'est pas opposable aux tiers.

La Prévention :

Méconnue dans le cadre de l'assurance de véhicule de particulier, la mise en place de campagne de prévention au sein des entreprises est essentielle au développement d'un produit flotte automobile.

En effet, bien que difficilement quantifiable, ses impacts sont multiples :

- ✓ Elle permet une fidélisation de l'entreprise et renforce notre rôle d'assureur conseil
- ✓ Elle responsabilise celle ci à la gestion de ses risques et de ses conséquences, autrement que par un simple rapport de paiement de primes et de comptabilisation de sinistres.

IV.5 Conclusion

Nous venons dans cette partie de décrire les différentes méthodes et outils disponibles pour déterminer la rentabilité.

Notre approche a pour but de répondre aux questions de plus en plus fréquentes que l'on peut se poser sur l'intérêt ou non de créer un nouveau produit ainsi que sur la mesure de la rentabilité.

On mesure la rentabilité sur plusieurs niveaux : contrat, produit, du point de vue de l'actionnaire sans omettre la prise en compte de l'assuré. Nous venons de voir que chacun d'entre eux correspond à une logique et des impératifs différents. Pour ces raisons, les méthodes de détermination de celle-ci sont également différentes.

Selon les décisions de l'entreprise, aussi bien commerciales que financières, la rentabilité s'analyse sous plusieurs angles, complémentaires la plupart du temps mais pouvant également donner lieu à des décisions opposées.

Ainsi, un produit techniquement rentable peut se révéler en deçà des exigences de rentabilité d'un actionnaire et se voir refuser sa souscription.

En outre, la mesure de l'impact des décisions commerciales et la comparaison par rapport aux primes du marché s'avèrent nécessaires pour déterminer l'adéquation de notre tarif.

Les variations des hypothèses concernant l'allocation de capital nous ont permis d'estimer la volatilité et l'impact de ces décisions sur nos différents scénarios.

De la même façon, la volatilité observée au niveau du Risk Capital donne lieu à des variations significatives sur le Roac. Ces écarts nous semblent importants et sont certainement liés à la méthode employée. En effet, l'historique finalement assez faible dont nous disposons a finalement accentué la volatilité des paramètres (plus précisément sur la RC Corporelle). Disposer d'un nombre conséquent d'années supplémentaires serait optimal pour envisager des tests d'ajustement efficaces.

Nous n'avons pas tenu compte des corrélations entre branches d'activité dans notre calcul. Nous nous sommes restreints à un marché sans tenir compte des interactions entre lignes du portefeuille. Cette estimation est nécessaire puisque, à l'instar des dépendances observées entre garanties et risques modélisés, des corrélations sont envisagées entre lignes de business aussi bien dans le modèle issu des QIS que dans le modèle interne.

Une fois ces particularités prises en compte, et à l'aide d'indicateurs plus « classiques », nous nous sommes concentrés sur l'analyse de la rentabilité, pour laquelle deux méthodes complémentaires ont été utilisées.

La mise en place d'un compte de résultat prévisionnel nous a permis d'estimer la rentabilité probable du produit en tenant compte de divers scénarios du modèle.

Le compte de résultat a fait intervenir différents indicateurs de rentabilité. Les S/P et Ratios combinés ont permis d'étudier la rentabilité vue du point de vue de l'assureur.

Le Roac nous a permis d'estimer si le produit défini sera rentable pour un actionnaire. Pour cet indicateur, nous avons mis en place une méthode de calcul de capitaux alloués directement liée au tarif.

Cette approche donne une mesure de risque supplémentaire et dépendante de la matière étudiée. Elle permet, de ce point de vue, d'encadrer un résultat.

Les montants obtenus ne sont plus dépendants de taux issus directement d'un compte de résultat mais sont clairement corrélés aux dérives possibles observés sur une ligne de portefeuille. Les montants ainsi constitués peuvent ensuite être transformés en taux de primes acquises et être comparés aux précédents comptes de résultats.

Les niveaux trouvés restent cohérents avec les normes observées au niveau de ce type de produits.

L'approche Actuarielle réalisée à l'aide du taux de rendement interne nous apporte un éclaircissement sur la rentabilité technique et l'analyse de notre produit.

Ces deux approches de mesure de la rentabilité ne doivent cependant pas être disjointes. C'est l'analyse de leurs effets conjugués ainsi que de leurs impacts propres qui doivent permettre à l'Actuaire de proposer des choix, qui seront eux arbitrés par les responsables de marché.

Conclusion

Tout au long de ce mémoire, nous avons cherché à nous rapprocher d'une démarche de construction puis de validation d'un tarif flotte automobile.

Pour cela, nous avons décomposé notre approche en deux étapes, une première de modélisation, et une deuxième d'analyse.

La première partie du mémoire a mis en valeur le peu d'informations disponibles relatives aux flottes automobiles et la nécessité de recourir à des méthodes alternatives pour déduire les informations nécessaires.

Le tarif a priori a été déterminé à partir des méthodes de modélisation classiques issues des modèles linéaires généralisés et largement utilisés en tarification de masse comme en Automobile des particuliers ou en MRH. L'application de méthodes complémentaires, proches de celles utilisées en réassurance, s'avérera intéressante pour la modélisation du tarif a posteriori ainsi que pour la détermination d'un seuil de graves spécifique. Un comparatif entre notre nouveau tarif et notre tarif existant nous a permis de valider notre positionnement tarifaire.

La deuxième partie du mémoire, consacrée à la rentabilité d'un produit, a souvent été dissociée de la modélisation des produits dans les mémoires d'actuariat. Nous l'avons volontairement associée et tenté de synthétiser le processus d'analyse et de résultat d'un produit, afin de permettre rapidement à un responsable de branche d'avoir une vision globale de son produit, de sa rentabilité, tant technique que de celle à reverser à un actionnaire.

En raison des évolutions de ces dernières années, ainsi que de l'importance croissante s'y rattachant, la prise en compte des dernières réglementations (notamment concernant la vision Risk Capital) nous apparaissait nécessaire dans notre étude. La réglementation Solvency II, bien que toujours en cours d'élaboration, a introduit de nouvelles mesures de la rentabilité, portant plus spécifiquement sur les impacts de l'allocation de capital. Ne pas la prendre en compte revenait à ne pas considérer l'une des mesures de la rentabilité du point de vue de l'actionnaire.

D'autres facteurs peuvent également impacter la rentabilité de notre produit ainsi que son approche tarifaire, c'est entre autres, le cas de la réassurance et des mesures de prévention qui, portant sur des aspects externes à notre objectif (et non essentiel à ce dernier), n'ont pas été traités dans notre étude.

Les études réalisées dans ce mémoire permettent d'ores et déjà de dresser plusieurs constats, ainsi que des développements possibles de notre approche.

La création d'un tarif peut créer un effet d'opportunité dans le cadre de client « sous tarifés », il est essentiel de développer une relation commerciale sur ces affaires, notamment en les fidélisant par d'autres biais (prévention, multipossession, baisse tarifaire ou non majoration,...) Cette fidélisation passera par une écoute attentive des attentes de l'assuré à travers l'amélioration des services qui lui sont offerts. Cela devra être combiné au maintien de primes raisonnables sur ces risques.

La spécificité de notre démarche tarifaire nous a été dictée par le peu d'informations détenue concernant les conducteurs dans nos portefeuilles. L'utilisation de la taille de la flotte comme élément discriminant s'est révélée intéressante et nous a permis de combler le manque d'information qui nous faisait défaut.

Nous avons volontairement simplifié quelques paramètres du modèle interne. Ainsi, le risque d'actifs n'a pas été calculé mais évalué à partir d'hypothèses fortes. Ce risque, part prépondérante du Risk Capital, est un élément clé comme le prouve la chute des marchés financiers depuis 2008. Son appréciation, restée simple dans cette étude, est un élément à travailler pour améliorer le modèle.

De même, l'utilisation de plusieurs lois pour la modélisation des risques de souscription et de provisionnement permettrait d'affiner l'ajustement du modèle et d'en étudier la sensibilité aux paramètres des lois.

L'utilisation de Business Plan afin d'estimer notre rentabilité est couramment admise. Toutefois, il convient de ne pas sous estimer les leviers à actionner afin de redresser la rentabilité si les paramètres clés divergent par rapport au scénario central (ex : augmentation tarifaire, réduction des commissions, introduction d'une réassurance, notamment sur les graves,...).

Une prudence est recommandée lors du jugement porté sur l'investissement par rapport à la mesure du risque, celui-ci étant dépendant de facteurs exogènes tels que l'évolution des taux d'intérêt ou des exigences de retour sur investissement proportionnels à des taux du marché. Il conviendra toujours de bien distinguer les différents types de rentabilités et de ne pas se contenter d'une seule méthode d'estimation.

Bibliographie :

M.Luzi	Assurance lard, Interprétation des chiffres	Economica
C. Sauvet (ISFA)	Solvency II : Quelle modélisation stochastique des provisions Technique Prévoyance et Non Vie ? 2006	2006
Schaeffer Morgan	Approche Multi Véhicules concernant la tarification automobile	Strasbourg, 1999
C. Partrat, J.L. Besson	Valorisation du Risque lard et Nouvelle Normes Comptables	Economica, 2005
M. Gatamel, W. Gorge	Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance	
Enkelejd Hashorva	Data and Modelling Issues in Actuarial Ratemaking	
Robert L. Brown	Minimum Bias With Generalized Linear Models	
A. Tosetti, T. Béhar, M. Fromenteau, S. Ménart	Assurance : comptabilité, réglementation, actuariat	Broché
C.Partrat	Provisionnement Technique en assurance non vie	Economica
Tran Van Lieu	Tarif, concurrence et rentabilité, le cas de l'assurance automobile	Mémoire CEA 94
B. Bailleul, F. Boulanger, L. Tran Van Lieu	Rentabilité et Solvabilité	BFA vol4 no8 2000
Stéphanie Begue	Etude de la Tarification de la Garantie RC des flottes automobiles de plus de 3,5 tonnes	Collège des Ingénieurs, 2004
Bucchini, Guitton, Le Dret	Tarification RC des Flottes Automobiles	Mémoire CEA 93
L.Serant	Construction d'un tarif automobile, techniques de regroupement des modalités d'une variable qualitative —	Mémoire ISUP 95
G. Saporta	Probabilités, analyse de données et statistiques	Technip
Bucchini, Guitton, Le Dret	- La Tarification RC des Flottes Auto :	CEA
CEIOPS	- QIS 3 Spécifications techniques	DOC-11/07
ACAM	International Actuarial Association – Internal Model Practices	30 janvier 2007
ACAM	Solvabilité II, Quatrième étude d'impact QIS4 –	
ACAM	Méthode QIS4 : risque de souscription NON VIE « Solvency II - rapport acam»	