

AIT OMAR Mouna

Sous la direction de Hugues CHUPIN et Jean BERTHON

**DÉFINITION ET MISE EN PLACE D'UN
NOUVEAU PRODUIT : LE PLAN D'ÉPARGNE
RETRAITE POPULAIRE (PERP)**

Mémoire d'Actuariat

Université Pierre et Marie Curie

ISUP

Introduction

Le PERP, Plan d'Épargne Retraite Populaire, est un nouveau produit de retraite supplémentaire français qui a été créé, conjointement au PERCO (Plan d'Épargne Retraite Collectif) et au PERE (Plan d'Épargne Retraite d'Entreprise), dans le cadre de la loi Fillon portant réforme des retraites en France.

Nous allons, dans la première partie de ce mémoire, consacrée à une présentation et mise en comparaison de la retraite en France, définir les fonds de pension en décrivant les différents exemples étrangers, présenter l'histoire et le cadre général de la retraite française ainsi que les nouvelles réformes qui ont été introduites par la loi Fillon.

La présentation du contexte actuel de la retraite en général, et la retraite française en particulier, permettra ainsi d'introduire la description de la mise en place réglementaire du PERP et de ses différentes caractéristiques actuarielles et techniques.

Dans un second temps, nous allons nous intéresser à l'analyse de la rentabilité de ce nouveau produit pour un organisme assureur qui souhaite le mettre en place, le commercialiser et le gérer. Ainsi, dans la deuxième partie du mémoire, grâce à un outil informatique simulant l'évolution du portefeuille de contrats du PERP, nous optimiserons les choix de l'assureur concernant les différents paramètres et hypothèses afin que la commercialisation du produit présente pour la compagnie d'assurance un intérêt économique tout en s'inscrivant dans le marché du PERP, et de l'assurance vie en général.

Nous allons ensuite, dans la troisième partie du mémoire, étudier le rendement du PERP pour un adhérent à un plan qui souhaite préparer sa retraite dans les meilleures conditions. Notre objectif sera donc de maximiser l'utilité du souscripteur d'un PERP afin de lui assurer une retraite suffisante tout en minimisant ses cotisations, ceci dans le cadre de la théorie du contrôle optimal stochastique.

Notre étude permettra de gérer les actifs d'un participant au plan et lui donner une idée sur la manière dont il pourra investir et ventiler ses cotisations sur les différents supports proposés sur le marché du PERP.

Table des matières

1	Définition du produit Plan d'Epargne Retraite Populaire	5
1.1	Les fonds de pension	5
1.1.1	Définition	5
1.1.2	Les types de fonds de pensions	5
1.1.3	Exemples étrangers de fonds de pensions	5
1.2	La retraite en France	9
1.2.1	La retraite en France avant 1945	9
1.2.2	La retraite en France à partir de 1945	10
1.2.3	Fonctionnement des régimes de retraite en France avant la loi Fillon	12
1.3	Le problème de la retraite en France	14
1.3.1	Cadre démographique	14
1.3.2	Les réformes engagées en France avant la loi Fillon	14
1.3.3	Problématique économique des fonds de pension	15
1.4	Le PERP, un nouveau produit	17
1.4.1	Nouvelle réforme des retraites en France : publication de la Loi Fillon du 21 août 2003	17
1.4.2	Introduction du PERP : publication du décret du 21 avril 2004 et de l'arrêté du 24 avril 2004	20
1.5	Commercialisation	28
1.5.1	Commercialisation du PERP	28
1.5.2	Etude du marché du PERP	29
1.5.3	Le PERP face aux autres produits de retraite	29
1.5.4	Le perp face aux produits d'épargne	32
2	Etude de la rentabilité du PERP	34
2.1	Contexte	34
2.1.1	Le PERP	34
2.1.2	Le modèle de rentabilité	34
2.2	Hypothèses et paramètres	34
2.2.1	Vocabulaire	34
2.2.2	Hypothèses	34
2.2.3	Paramètres	36
2.3	Principes de modélisation	38
2.3.1	Projections	38
2.3.2	Calcul des engagements (tous supports)	38
2.3.3	Participation aux bénéfiques	38
2.3.4	Prestations décès	38
2.3.5	Prestations retraite	38
2.4	Résultat de la modélisation	39

2.4.1	Résultats intermédiaires	39
2.4.2	Objectif cible de commercialisation	42
2.5	Etude de la rentabilité du PERP de "l'assureur"	43
2.5.1	Tests de sensibilité	43
2.6	Mise en place d'un PERP : Reporting et inventaire du PERP de l'assureur	51
2.6.1	Objectif	51
2.6.2	Contexte réglementaire	51
2.6.3	Demandes de l'OAG	54
2.6.4	Etats à prévoir	55
2.6.5	Résultats : projet de reporting	57

3 Gestion d'actifs de fonds de pension par la méthode du contrôle optimal stochastique **58**

3.1	Présence d'un actif sans risque et d'un actif risqué	59
3.1.1	Présentation du cadre théorique	59
3.1.2	Résolution du problème	60
3.1.3	Solution du problème	62
3.1.4	Calcul approché de la Value at Risk du portefeuille	63
3.1.5	Estimation des paramètres dans le cas d'un actif risqué	64
3.1.6	Test de la pertinence du modèle : 2 tests de normalité	65
3.1.7	Application numérique dans le cadre du PERP	68
3.1.8	Estimation de σ : utilisation de la volatilité implicite	73
3.1.9	Formule de Black et Scholes	73
3.1.10	Volatilité implicite	74
3.2	Extension à n actifs risqués	74
3.2.1	Rappel sur la théorie du contrôle stochastique	75
3.2.2	Présentation du cadre théorique	77
3.2.3	Calcul du Hamiltonien	77
3.2.4	Equation de Bellman	78
3.2.5	Résolution dans un cas particulier	78

1 Définition du produit Plan d'Épargne Retraite Populaire

1.1 Les fonds de pension

1.1.1 Définition

Le terme " fonds de pension " est issu de l'expression anglaise " pension fund " qui signifie " caisse de retraite ".

On entend par fonds de pensions aussi bien :

- tout système de retraite mis en place en complément du système de retraite obligatoire et fonctionnant selon le principe de capitalisation.
- que l'organisme spécifique qui gère ce système .

1.1.2 Les types de fonds de pensions

Il existe deux catégories de fonds de pensions : les régimes à cotisations définies ou " fonds DC " (Defined Contributions) et les régimes à prestations définies ou " fonds DB " (Defined Benefits).

Les deux types sont définis comme suit :

- Régimes à cotisations définies : la prestation de retraite dépend essentiellement du montant des cotisations préalablement choisies. Il n'y a pas de garantie quant au montant de la prestation.

Exemple : un régime de retraite en points. Les cotisations sont définies en pourcentage du salaire et sont converties en points qu'on multiplie par une valeur de service pour obtenir la pension à servir.

- Régimes à prestations définies : ils garantissent une prestation définie par le contrat et dont le montant est calculé actuariellement d'après l'ancienneté et la moyenne du salaire pendant une durée déterminée.

Exemple : un régime différentiel. Les prestations sont définies à hauteur de 70% du salaire.

1.1.3 Exemples étrangers de fonds de pensions

En vue de comparer les régimes de retraite dans la suite, l'on distinguera trois piliers :

- Premier pilier : la sécurité sociale, régime de retraite pour tous géré en répartition.
- Second pilier : les régimes complémentaires obligatoires, régimes de retraite construits dans un cadre professionnel.
- Troisième pilier : les régimes supplémentaires, régimes de retraite choisis librement dans un cadre professionnel ou privé.

Le système de retraite allemand :

Le système de retraite allemand a été réformé en 2001.

L'ensemble des salariés allemands sont affiliés au régime de la sécurité sociale GRV, Gesetzliche Rentenversicherung. Ce système comporte plusieurs caisses d'institutions spécifiques selon l'appartenance du salarié à une profession. Il fonctionne par répartition avec contributions à parts égales entre employeurs et salariés, et 45 annuités sont nécessaires pour percevoir 75% du dernier salaire brut.

Le second pilier s'appuie sur des accords passés au sein des entreprises et est mis en place par cinq filiales :

- "L'engagement direct " (Dueltzukunftskasse) : l'employeur finance les retraites des employés par ses revenus et résultats d'exploitation et se constitue des provisions au bilan.
- "Les caisses de retraite " (Pensionskasse) : Ce sont en général des régimes à prestations définies pilotés directement par l'entreprise qui est distincte juridiquement de la caisse de retraite.
- " Les caisses de secours " (Unterstützungskasse) : Ce sont des régimes à cotisations définies. Elles fonctionnent comme les caisses de retraite mais n'ont pas de marge de solvabilité, elles se réassurent donc auprès des sociétés de réassurance.
- " L'assurance directe " (Direktversicherung) : l'employeur souscrit un contrat auprès d'un assureur qui porte entièrement les engagements.
- " Les fonds de pension " (Riester) : Introduits en 2001 et mis en place en 2002, ces fonds de pension sont gérés par des sociétés d'assurance ou des mutuelles . Les adhérents peuvent y verser jusqu'à 4% de leur rémunération.

Le troisième pilier concerne essentiellement l'assurance vie et les revenus financiers et fonciers. Toutefois, en mai 2001 a été introduit un nouveau régime, le " plan épargne retraite populaire " et le " plan épargne retraite collectif " (AvmG). Il s'agit d'un régime de retraite facultatif qui concerne tous les affiliés à la GRV. Il comporte un plancher et un plafond et les cotisations, qui peuvent aller jusqu'à 4% de la rémunération, sont déductibles avec une incitation fiscale (subvention de l'état).

Le système de retraite américain :

L'OASDI, Old Age Survivors and Disability Insurance, est la sécurité sociale américaine. Elle a été mise en place par Roosevelt en 1935, elle fonctionne par répartition et assure une prestation minimale pour tous. Ce premier pilier représentait, en 2000, 40% du revenu des retraités avec 45 millions de bénéficiaires. La pension est fonction du salaire d'activité avec un taux de remplacement qui se réduit au fur et à mesure que le salaire croît. Ainsi, en 1998, la pension moyenne était de 745 dollars par mois.

Les fonds de pension représentent le deuxième pilier et sont régis par la loi " ERISA ", Employee Retirement Income Security Act, datant de 1974.

Les fonds de pension à prestations définies :

75% des fonctionnaires américains ont un plan à prestations définies. Le " Calpers " est le plus connu. Il concerne les fonctionnaires de Californie dont la retraite, définie par avance, est versée en fonction du salaire. On peut également citer le " TIAA-CREF " qui est le fonds de pension des fonctionnaires de l'état de New - York, " Omners " qui concerne les employés territoriaux de l'Ontario et " Calsters " qui concerne les enseignants de Californie. Toutefois, certaines grandes entreprises (comme " General Motors ") disposent de leurs propres fonds de pensions à prestations définies.

Les fonds de pension à cotisations définies :

On en distingue cinq formes :

- " Money Purchase Plans " : le montant des cotisations est fixé et reste constant.
- " Deferred Profit Sharing Plans " : les cotisations sont indexées sur les résultats de l'entreprise et acquittées par l'employeur.
- " Thrift Saving Plans " : l'employeur bénéficie de déductions fiscales sur les cotisations.
- " Employee Stock Ownership Plans " : ce sont des stock options avec des incitations fiscales.
- " 401K plans " : la cotisation du salarié est déductible et celle de l'employeur est libre avec un plafond et un montant annuel fixe.

42 millions des américains possèdent ce plan, ce qui représente un tiers des fonds investis en retraite. On peut citer ici l'affaire " ENRON " : les 11 000 salariés de l'entreprise " ENRON " qui avaient investi près de deux tiers de leur épargne dans le fonds de pension 401K ont tout perdu quand l'action de leur entreprise est passée en 10 mois de 85 dollars à 25 cents, ceci sans qu'ils aient eu la possibilité de vendre leurs titres. Leur retraite complémentaire a été amputée de 70%.

Les " IRA ", Individual Retirement Accounts, représentent le troisième pilier. Ce sont des comptes de retraites individuels et libres fonctionnant comme les 401K. Ils ont été créés en 1986, ils représentent 20% des revenus des retraités et permettent une sortie en capital dès 60 ans.

D'autres exemples :

Le Royaume Uni offre un système de retraite analogue au système américain. Suite à l'affaire Maxwell, une obligation minimale de capitalisation des fonds de pension en prestations définies est exigée par la loi.

Le système de retraite chilien est entièrement privatisé. Son mécanisme de versement des cotisations est très simple : une somme équivalente à 10% du salaire est inscrite sur un livret de retraite, le " livreta ". Grâce à une réussite économique, ce système de retraite a bien réussi car les fonds de pension sont principalement investis en bourse.

Les fonds de pension japonais passent par une période de sous capitalisation, voire même de faillite pour certains. L'éclatement de la bulle financière et les règles de comptabilisation éloignées de la réalité financière ont contribué à ces difficultés.

1.2 La retraite en France

1.2.1 La retraite en France avant 1945

L'histoire économique et sociale de la France explique l'architecture complexe du système de retraite français qui reste très liée à l'activité professionnelle.

Le plus ancien régime de sécurité sociale existant aujourd'hui est " l'ENIM ", l'Etablissement National des Invalides de la Marine, créé par Colbert en 1673. C'est l'ancêtre des régimes spéciaux en France.

Les régimes de retraite se sont d'abord développés dans le secteur public, militaires, régimes des agents de la Ferme générale (les impôts sous l'Ancien régime), et dans les grandes entreprises, mines, chemins de fer, sidérurgie...

La loi de 1910 a créé les rentes ouvrières et paysannes, obligatoires pour les salariés gagnant moins de 3000 francs par an, facultatif au delà et pour les travailleurs indépendants. Mais le caractère obligatoire n'a pas perduré puisque les jurisprudences ultérieures ont jugé que l'employeur ne pouvait pas imposer le précompte à ses salariés.

Ce n'est qu'en 1930 que la France a établi, sous le nom d'assurances sociales, un régime de " sécurité sociale " directement inspiré de celui établi par Bismarck en 1889 et appliqué en Alsace - Moselle. Ce régime couvrait obligatoirement les salariés du secteur privé non couvert par un régime spécial et gagnant moins de 15 000 francs par an, 18 000 francs dans les villes de plus de 200 000 habitants et 25 000 francs pour les chargés de famille.

L'affiliation reposait sur un critère de dépendance économique plus que sur une notion de salariat au sens actuel du terme.

En 1941, le gouvernement de Vichy a accéléré le mouvement en créant la retraite des vieux travailleurs salariés, en recourant à la répartition.

1.2.2 La retraite en France à partir de 1945

Le régime de base servi par " la Caisse Nationale d'Assurance Vieillesse des Travailleurs Salariés " (CNAVTS) a été mis en place en 1945 après que les réserves des " Assurances Sociales " aient été vidées par l'état pendant la seconde guerre mondiale.

Ce régime général de sécurité sociale, qui fonctionne par répartition, fut inspiré par le rapport de Beveridge en 1942 qui proposait, au Royaume uni, un système de sécurité sociale pris en charge par l'état. Il avait pour objectif de couvrir toute la population active.

Il permettait aux retraités de percevoir 40% du salaire moyen plafonné pour 37.5 annuités de travail jusqu'en 1956, et 50% ensuite.

Ce régime général qui s'inscrivait dans la continuité des assurances sociales en matière de droit à pension, s'est heurté à la résistance générale de tous ceux qui n'adhéraient pas à ces régimes d'assurances.

Ainsi, les bénéficiaires des régimes spéciaux plus avantageux (EDF, GDF, SNCF et RATP) ont obtenu à titre provisoire puis définitif le maintien de leurs régimes.

Le monde agricole a également maintenu son régime géré par la MSA , " la Mutuelle Sociale Agricole " .

Aussi, les indépendants ou " non salariés non agricoles " ont créé dès 1948 leurs propres régimes de retraite : la " CANCAVA " pour les artisans, " l'ORGANIC " pour les commerçants et industriels et la " CNAVPL " pour les professions libérales, fédération de 13 sections professionnelles.

En 1947, " l'Association Générale des Institutions de Retraite des Cadres " (AGIRC), née du refus des cadres d'abandonner les avantages que leur donnaient leurs caisses professionnelles, a instauré un régime complémentaire unique pour tous cadres, fonctionnant par répartition et géré par 55 caisses distinctes.

Cette construction à base professionnelle a finalement été complétée en 1956 par l'instauration d'un minimum vieillesse, financé par la vignette automobile créée pour la circonstance. Elle a été supprimée en 2001.

Toujours en 1956, " l'Union Nationale des Institutions de Retraite des Salariés " (UNIRS) a instauré un régime complémentaire unique. Ce régime a été longtemps contesté par la CGT au début.

En 1961, l'UNIRS a été fédéré avec 17 autres régimes professionnels et d'entreprises pour constituer " l'Association des Régimes de Retraites Complémentaires " (ARRCO).

En 1996, l'ARRCO s'est transformé en un seul régime avec suppression de l'UNIRS et de l'AGIRC, on aboutit alors à l'association du régime de retraite complémentaire obligatoire. Les banques et les salariés de certains régimes spéciaux ont fini par rejoindre l'ARRCO au fur et à mesure qu'ils faisaient faillite.

1.2.3 Fonctionnement des régimes de retraite en France avant la loi Fillon

Le régime général de sécurité sociale :

Les cotisations s'élèvent à 14.75% sur la tranche A du salaire brut et 1.60% sur tout le salaire brut . Ce régime par répartition est un système en pourcentage du salaire. Le mode de calcul de la pension servie à la retraite est le suivant :

$$P = S(Ts) * Tx * D/Dt$$

- S est le salaire de référence, il représente la moyenne des meilleurs salaires sur une durée Ts.
- Ts est de 6 mois dans la fonction publique, et 25 ans dans le privé.
- Tx est le taux de pension qui dépend du nombre de trimestres validés, ce taux est plein à 65 ans ou 160 trimestres, avec un abattement de 1.25% par trimestre manquant.
- D/Dt est la durée d'affiliation rapportée à la durée minimale d'affiliation. Dans la fonction publique et avant les réformes Dt est égale à 125 trimestres, cette durée va progressivement passer à 160 trimestres en 2008. Dans le privé, Dt est égale à 160 trimestres et va passer à 168 en 2020.

Le régime complémentaire obligatoire :

Prenons l'exemple des salariés du privé. Les cotisations à l'ARRCO s'élèvent à 7.5% sur tout le salaire pour les non cadres et sur la tranche A pour les cadres. Ces derniers cotisent également à l'AGIRC à hauteur de 20% sur la tranche B. Les salariés du privé cotisent également à l'AGFF à hauteur de 2% sur la tranche A et 2.20% sur la tranche B.

Les régimes complémentaires fonctionnent en points. Le participant se voit attribuer à chaque paiement de cotisation un nombre de points (ni) égal au paiement de la cotisation divisé par le salaire de référence (Si) de l'année i, ce dernier est indexé sur le salaire moyen des cotisants et représente le prix d'acquisition du point.

Le montant de la pension correspondant à l'année i est déterminé en multipliant le total du nombre de points acquis par le retraité par la valeur du point

(Vi) de l'année i considérée.

Finalement, la retraite perçue est égale à la somme des points acquis sur toute la durée de cotisation multipliée par la valeur du point de l'année de départ à la retraite.

1.3 Le problème de la retraite en France

Les régimes de retraite français doivent assurer leur équilibre à long terme malgré les évolutions démographiques et financières. Certes, la constitution progressive de fonds de pension peut apporter une solution complémentaire, mais cette solution est-elle exclusive ?

1.3.1 Cadre démographique

Le risque démographique est une certitude de par le vieillissement de la population, phénomène incontournable pour les pays développés, conjuguant les effets d'une baisse de la natalité depuis plusieurs décennies et de l'augmentation de l'espérance de vie.

Le risque d'évolution de la population active est également une certitude. En constatant la stabilisation du taux de fécondité à 2.1 enfant par femme, la hausse du taux d'activité des femmes et l'augmentation de la durée des études, la population s'accroîtra de 7% à 8% entre 2000 et 2010 puis restera stable à l'horizon 2040. Par conséquent, la base des cotisants ne s'élargira plus.

Ainsi, le partage des revenus entre actifs et inactifs devrait selon toute vraisemblance continuer d'aller dans un sens plus favorable aux retraités au détriment des actifs. Des mesures sont donc à prendre afin d'éviter un conflit entre générations en rééquilibrant le partage des richesses.

1.3.2 Les réformes engagées en France avant la loi Fillon

En 1993, trois mesures ont été prises concernant les salariés du secteur privé :

- l'allongement progressif de la durée de cotisation de 150 à 160 trimestres.
- le passage de la période de référence des meilleurs salaires des 10 aux 25 meilleures années.
- l'indexation des pensions sur les prix et non pas sur les salaires des actifs.

Entre 1993 et 1996, plusieurs accords sont intervenus entre patronat et syndicats afin de baisser progressivement les pensions et augmenter les cotisations des régimes complémentaires.

En 1994, deux mécanismes de retraite complémentaire ont été créés, le premier concerne la fonction publique " Préfon " et le second concerne les professions

indépendantes non agricoles " Madelin ".

En 1997, le parlement autorise la création de " PER " (plan d'épargne retraites). En effet, la loi Thomas introduit les fonds de pension concernant les salariés du secteur privé. Toutefois, le nouveau gouvernement nommé suite à la dissolution de l'assemblée nationale et conduit par Lionel Jospin a arrêté la rédaction des décrets d'application de cette loi, qui seuls permettaient sa mise en pratique.

En 1999, et dans le cadre de la loi de finances de 2000, le gouvernement a institué un fonds de réserve des retraites devant financer le déséquilibre des retraites à partir de 2005.

1.3.3 Problématique économique des fonds de pension

Par opposition au système par répartition des régimes de retraite de base et complémentaires français, les fonds de pension fonctionnent par capitalisation des réserves financières pendant la période d'activité des salariés.

Le premier avantage macroéconomique mis en avant concernant les fonds de pension est qu'ils favorisent une épargne longue. En effet, aujourd'hui, la plus longue épargne des particuliers français est l'assurance vie, dont l'horizon des avantages fiscaux est limité à huit ans. En parallèle, si un assuré souscrit un fonds de pension pendant toute sa durée d'activité, l'épargne peut atteindre jusqu'à 40 ans.

Par ailleurs, les fonds de pension faciliteront l'accès des entreprises françaises dont ils détiennent une part du capital à de nouveaux fonds propres et y exerceront un rôle d'actionnaire vigilant qui renforce leur exigence de rentabilité.

Toutefois, en se prêtant à la spéculation, les fonds de pension peuvent contribuer à la déstabilisation des places financières par de grands mouvements sur le capital des sociétés.

De plus, il faut noter que le système des fonds de pension ne s'affranchit pas totalement du problème démographique. En effet, on peut penser que la population vieillissant, les débouchés des entreprises se restreignent et donc les valeurs boursières baissent.

Mais le principal inconvénient des fonds de pension reste le risque de constitution de retraites maigres. En effet, la sécurité des pensions des futurs retraités

devient aléatoire par le mécanisme de capitalisation (faillite de l'entreprise, krach boursier ou immobilier...).

On peut d'ailleurs rappeler ici l'affaire Enron qui a relancé le débat sur les fonds de pension et a incité à exiger plus de transparence de la part des institutions financières.

Les fonds de pension sont également très contestés car ils peuvent créer une retraite à deux vitesses entre ceux qui souscriront à de tels mécanismes et ceux qui ne le feront pas, ou entre ceux qui ont des salaires leur permettant d'épargner et les autres qui ont de faibles salaires.

Ces deux inconvénients majeurs sont à relativiser au regard du risque démographique qui nécessite d'avoir recours à de nouvelles solutions, et au regard d'une épargne à deux vitesses déjà existante entre les différents salariés.

Après des années de débat, une introduction limitée en 1994, une introduction théorique uniquement en 1997, un mécanisme de fonds de pension français a été introduit par la loi Fillon du 21 août 2003.

1.4 Le PERP, un nouveau produit

1.4.1 Nouvelle réforme des retraites en France : publication de la Loi Fillon du 21 août 2003

La loi Fillon du 21 août 2003 avec ses 116 articles a réformé en profondeur le régime des retraites de base. Elle a également apporté de nouvelles dispositions concernant la retraite complémentaire en introduisant de nouveaux produits, le PERP (Plan d'Épargne Retraite Populaire), le PERCO (Plan d'épargne Retraite Collectif) et le PERE (Plan d'Épargne Retraite d'Entreprise) qui étendent le troisième pilier à l'ensemble des français.

Principales réformes de la loi Fillon :

La réforme de l'allongement de la durée de carrière est la plus symbolique : le texte harmonise la situation des travailleurs français en alignant la durée de cotisation des fonctionnaires sur celle des salariés du privé dès 2008. Aussi, si la durée nécessaire pour bénéficier d'une retraite à taux plein est actuellement de 40 ans, elle sera progressivement rallongée pour atteindre 41 ans en 2012, et 42 ans en 2020.

Le texte offre également des avantages aux autres actifs comme les salariés du privé, les professions libérales et les commerçants.

Concernant les salariés du privé, les principales réformes sont les suivantes :

- Jusqu'à présent, pour bénéficier des pensions de réversion, il fallait respecter des conditions d'âge (au moins 55 ans), de statut (non-remariage), de cumul et de ressources. Le texte de loi n'a retenu que la condition des revenus. Cette réforme bénéficie également aux travailleurs non salariés et aux fonctionnaires.
- La pension minimale a été fixée à 85% du SMIC, net de cotisations pour une carrière rémunérée au SMIC. Le minimum contributif ne sera plus indexé sur les prix mais sur les salaires. En effet, la pension minimale était fixée à 80% du SMIC en 2000.
- Ceux dont la vie professionnelle aura débuté entre 14 et 16 ans et ayant cotisé 42 ans pourront faire valoir leurs droits dès 56 ans. Les périodes non cotisées seront validées dans la limite de quatre trimestres pour le service militaire et les périodes de maladie.
- Il est désormais possible de racheter jusqu'à douze trimestres qui ont été consacrés à des études (à condition qu'elles aient donné lieu à l'obtention d'un

diplôme au moins égal à bac + 2) ou qui correspondent à des années incomplètes. Ces rachats sont déductibles du revenu d'activité.

- Les salariés partant avant 65 ans sans avoir tous leurs trimestres subiront une décote de 10% par année manquante, ce taux sera ramené à 5% en 2013. En parallèle, chaque année de cotisation au delà des trimestres nécessaires à la retraite pleine augmentera la pension de 3%.

- Les fonctionnaires retraités pensionnés de la CNAV qui sont aussi salariés dans le privé pourront désormais être payés par leur précédent employeur, mais au delà d'un délai de six mois après liquidation de leur retraite et à condition que le cumul des revenus d'activités et pension ne dépasse pas leur ancien salaire.

Les professions libérales :

Leur retraite de base est complètement refondue. Alors que pour la même pension, les cotisations pouvaient varier de un à trois selon les professions, les unes et les autres sont désormais proportionnelles. Aussi, les conditions de liquidation sont désormais alignées sur celles des salariés du privé, notamment pour les points suivants :

- l'âge de liquidation de la pension est ramené à 60 ans.

- la possibilité de racheter des points de retraite au titre d'années d'étude et d'années de cotisations incomplètes.

- l'abaissement de l'âge de la retraite pour les salariés ayant eu une longue carrière.

- la prise en compte de la durée d'assurance, tous régimes confondus pour le calcul de la retraite.

Les artisans, industriels et commerçants :

La principale réforme est de rendre obligatoire l'adhésion à un régime de retraite complémentaire. Les autres réformes concernent les conditions de liquidation qui ont été alignée sur celles des salariés du privé, il s'agit notamment de :

- l'abaissement de l'âge de la retraite pour les salariés ayant eu une longue carrière.

- la possibilité de racheter des trimestres de cotisation.
- la surcote en cas de liquidation de la pension à un âge supérieur et avec une durée d'assurance supérieure aux minima exigés.

En complément des réformes concernant les régimes de base, la loi Fillon dans son titre V a introduit trois nouveaux produits, un produit d'initiative individuelle, le PEIR (plan d'épargne individuel de retraite), dénommé PERP (plan d'épargne retraite populaire) par la suite, et deux produits réservés aux salariés de l'entreprise, le PERCO (plan d'épargne retraite collectif) et le PERE (plan d'épargne retraite d'entreprise).

Introduction d'un nouveau produit, le PEIR :

L'article 108 de la loi Fillon du 21 août 2003 a introduit un nouveau système d'épargne retraite, le PEIR (plan d'épargne individuel de retraite), le fonds de pension français.

Ce plan a été créé pour que toute personne, quelle que soit sa situation professionnelle, puisse accéder à l'épargne retraite grâce à une incitation fiscale à l'entrée. Il s'agit d'effectuer des versements, déductibles du revenu, sur des plans d'épargne individuels de retraite avec une sortie obligatoirement sous forme d'arrérages s'éteignant avec la disparition du souscripteur ou de son conjoint si la pension est réversible.

Le PEIR doit être souscrit à titre individuel. Il faut toutefois passer par l'intermédiaire d'un groupement dit GEIR qui est une association d'épargnants que le législateur a souhaité rendre aussi indépendante que possible de l'organisme d'assurance. A ce titre, les capitaux versés sur le PEIR sont strictement cantonnés.

C'est le GEIR qui gère les relations entre ses adhérents et l'organisme d'assurance via un " comité de surveillance " dont plus de la moitié des membres sont élus par les participants du plan. Ce conseil disposera d'informations régulières et détaillées concernant les évolutions du plan et en particulier celles relatives au canton.

Il est possible de changer individuellement de plan et de transférer collectivement l'intégralité d'un plan à un autre organisme de gestion selon des modalités de transfert qui doivent être précisées dans le contrat.

1.4.2 Introduction du PERP : publication du décret du 21 avril 2004 et de l'arrêté du 24 avril 2004

Le PERP, Plan d'Épargne Retraite Populaire, créé par la loi du 21 août 2003 portant réforme des retraites, est un contrat d'assurance souscrit par le GERP, " Groupement d'Épargne Retraite Populaire " en vue du versement à ses adhérents d'une rente viagère à l'âge de la retraite. Initialement dénommé " plan d'épargne individuelle pour la retraite " (PEIR), son nom est modifié par le décret d'application du 21 avril 2004. Ce décret a défini les modalités de fonctionnement du plan et a été complété par un arrêté du 24 avril 2004.

Mise en place des différents organes du PERP :

La souscription d'un PERP ne peut se faire que par l'intermédiaire d'une association à but non lucratif, dénommée " groupement d'épargne retraite populaire " (GERP), comprenant au moins 100 membres ayant déclaré leur intention d'adhérer au plan.

L'objet de ce groupement est de souscrire un ou plusieurs plans pour le compte et en représentation des participants, de mettre en place un " comité de surveillance " (CS) pour chaque plan, d'organiser la consultation de " l'assemblée des participants " (AP) de chaque plan, dont elle assure le secrétariat et le financement.

Si l'association a pour seules activités celles résultant de la souscription d'un plan unique, son conseil d'administration et le comité de surveillance peuvent être composés des mêmes personnes.

Fonctionnement de ces organes :

Le GERP doit adopter ses statuts, au plus tard le 30 juin 2005 ou dans les six mois après la conclusion d'un PERP, et les transmettre à la Commission de Contrôle des Assurances, des Mutuelles et des Institutions de Prévoyance en vue de son inscription sur le registre tenu par la CCAMIP.

Ses statuts sont complétés par un règlement intérieur définissant les règles de convocation et de délibération du conseil d'administration. Son assemblée générale adopte, quant à elle, des règles de déontologie en vue de prévenir et de résoudre les conflits d'intérêt. En cas de dissolution, ses activités sont reprises par un autre GERP.

L'assemblée des participants est chargée d'approuver le rapport annuel sur la

gestion et la surveillance du plan, les comptes annuels ainsi que le budget du plan, et procéder à l'élection et au renouvellement des membres élus du comité de surveillance. Elle statue sur les éventuelles modifications à apporter aux dispositions essentielles du plan, sur la reconduction du contrat souscrit auprès de l'organisme d'assurance gestionnaire, sur le choix d'un nouvel organisme et sur la fermeture du plan.

Le comité de surveillance établit un rapport sur la gestion et la surveillance du plan ainsi qu'un budget annuel. Il émet également un avis sur le rapport relatif à l'équilibre actuariel et la gestion administrative, technique et financière du plan réalisé par l'organisme d'assurance.

Contrats éligibles :

Un plan d'épargne retraite populaire (PERP) ne peut relever que de l'un des trois types suivants conformément au décret d'application :

1- L'Épargne Convertie en Rente (ECR) :

Capital différé avec contre assurance de la provision mathématique en cas de décès pendant la phase d'épargne exprimé en euros et, le cas échéant, en unités de compte mais avec dénouement obligatoire en rente exprimée en euros. La rente est ainsi fonction de l'épargne capitalisée au moment de la conversion en rente. La table de mortalité utilisée est celle en vigueur au moment du passage en rente (la TPRV aujourd'hui).

2- La Rente Viagère Différée (RVD) :

Chaque cotisation au plan est convertie en rente viagère différée. La table de mortalité utilisée est celle en vigueur au moment de la cotisation.

3- L'unité de rente :

Il s'agit d'une retraite par points (article L441-1 du code des assurances) : chaque versement de cotisation donne droit à des points de retraite (selon la valeur d'achat ou d'acquisition). Lors de la liquidation des droits à l'âge de la retraite, les points sont convertis en euros (sur la base de la valeur de service du point) pour obtenir une pension de retraite qui est égale au produit du nombre de points acquis par la valeur de service de ces points.

En dehors des contrats en unité de rente, on distingue deux options pour les supports de l'épargne convertie en rente et de la rente viagère différée :

L'option euro classique : Il s'agit du fonctionnement identique aux autres produits d'assurance vie. La part de cotisation versée sur le canton en euros est intégrée en totalité aux provisions mathématiques de l'adhérent, il bénéficie ainsi de la garantie de l'assureur sur cette part.

L'option euro diversifié : Il s'agit d'un nouveau fonctionnement. La part de cotisation versée sur le canton en euros est répartie entre la provision mathématique et l'acquisition de droits individuels à la provision technique de diversification (PTD), il assume dans ce cas un risque de fluctuation des marchés financiers.

Ainsi, un des quatre supports euro suivants peut être retenu pour l'épargne convertie en rente :

- L'euro classique : le participant acquiert des droits uniquement sous forme de provisions mathématiques (capital garanti).
- L'euro classique de marché : le participant acquiert également des droits sous forme de provisions mathématiques mais sur la base de la valeur de marché de l'actif .
- L'euro diversifié actuariel : la part de provision mathématique est obtenue par actualisation du capital garanti à la date de liquidation selon un taux réglementé.
- L'euro diversifié contractuel : le participant répartit volontairement sa prime entre provision mathématique (capital garanti) et parts de provision technique de diversification (non garantie).

En complément du support en euro, l'unité de compte permet au participant d'acquérir des droits en valeur de marché.

De même, trois fonctionnements possibles pour la rente viagère différée :

- La RVD classique : le participant acquiert des droits uniquement sous forme de provisions mathématiques.
- La RVD de marché : le participant acquiert également des droits sous forme de provisions mathématiques mais sur la base de la valeur de marché de l'actif .
- La RVD diversifiée : la part de provision mathématique est obtenue par actualisation de la rente garantie (calculée à taux zéro) selon un taux réglementé.

Droits des participants :

Chaque participant d'un PERP bénéficie d'un compte individuel où sont inscrits les cotisations versées et leurs dates de versement ou, en cas de transfert, les montants transférés et leurs dates de transfert, les provisions mathématiques ainsi que, si tel est le cas, le nombre de parts de provision technique de diversification ou d'unités de rente acquises. Les situations de l'ensemble des comptes individuels sont arrêtées à la date de clôture de chaque exercice annuel.

Le participant d'un PERP ayant la possibilité de transférer ses droits en cours de constitution sur un autre PERP, le décret précise les modalités de conversion de la cotisation versée en droits et de transférabilité des droits d'un contrat à un autre. L'assureur est chargé d'établir la valeur de transfert correspondant à ses droits et la verse au plan d'accueil. Les modalités de transfert d'un PERP d'un organisme d'assurance à un autre sont également définies.

Si l'assureur gestionnaire peut, dans des conditions définies par le GERP, prélever des frais directs sur les actifs du plan, le législateur a souhaité une plus grande transparence que dans les contrats d'assurance vie, dans la continuité des travaux qui étaient alors en cours pour la loi sur la sécurité financière. Chaque assuré reçoit donc tous les ans une information individuelle sur le montant des frais prélevés. Cette volonté de transparence s'applique également aux frais et commissions prélevés indirectement sur des supports d'investissement tels que les OPCVM. En outre, les rétrocessions de commission sont reversées aux participants à travers le compte de participation aux bénéfices.

L'article 48 du décret d'application détaille les frais que peut prélever l'organisme d'assurance gestionnaire d'un PERP :

- Frais sur les cotisations versées ou les montants transférés vers ou hors du plan par les participants.
- Frais sur les montants résultant de conversions entre les droits exprimés en euros, ceux exprimés en unités de compte et, le cas échéant, ceux exprimés en parts de provision technique de diversification (s'applique en partie lors de la conversion en rente).
- Frais sur le montant des droits individuels des participants (frais sur encours).
- Frais sur la performance de la gestion financière du plan.
- Frais sur les prestations versées au titre du plan.

- Frais sur une combinaison de ces éléments.

Les résultats techniques et financiers d'un plan, nets de frais (en particulier sur la performance) , sont intégralement répartis entre les participants de ce plan, selon les modalités définies par arrêté. Les conditions de détermination du montant des droits d'un participant lors de leur liquidation, ainsi que, le cas échéant, le montant de la rente versée en cas d'invalidité, doivent être définis par le plan.

Règles prudentielles :

L'arrêté définit les taux d'intérêts et les tables de mortalité qui doivent être retenus par l'assureur.

Pour calculer le montant de rente servie lors de la liquidation des droits d'un participant constitués dans le cadre d'un contrat d'épargne convertie en rente, l'article 11 fixe le taux d'intérêt à 0% et impose le choix de tables de mortalité prospectives au moins aussi prudentes que celles réglementaires au moment du versement de la prime pour les RVD, à la liquidation pour les ECR.

Pour calculer la part ou le montant transféré de la provision technique de diversification à la provision mathématique pour les contrats de type euro diversifié actuariel, l'article 5 définit quant à lui les règles de calcul.

Ainsi, le taux à retenir pour déterminer la répartition PTD/PM est le suivant: 80% du TME pour les dix premières années, 60% pour les vingt suivantes, 0% au-delà.

Exemple :

Avec le TME au 30/09/04 (4%), pour un PERP de type "Epargne convertible en rente", nous appliquons la formule suivante :

$$Capital_{terme} = \frac{Capital}{(1 + 80\%TME)^{\min(10,durée)} * (1 + 60\%TME)^{\min(\max(durée-10,0),20)}}$$

Ainsi, la PTD est de 27% à 10 ans du départ théorique à la retraite, 42,5% à 20 ans et 55% à 30 ans.

L'article 5 impose également le choix de tables de mortalité prospectives au moins aussi prudentes que les tables réglementaires à la liquidation des droits.

Les règles habituelles du Code des assurances, du Code de la sécurité sociale et de celui de la Mutualité qui permettent l'étalement dans le temps des effets des modifications de ces bases de calcul des provisions mathématiques (taux et tables de mortalité) ne sont pas applicables aux PERP.

Pour les contrats d'épargne convertie en rente, il ne peut être attribué de participation aux résultats pour la revalorisation des droits des participants que si le montant de la provision technique de diversification est supérieur à 10 % du montant des provisions mathématiques relatives aux engagements exprimés en euros.

Sécurisation progressive :

Concernant les contrats d'épargne convertie en rente et en vue de minimiser les risques liés à la volatilité financière à l'approche de la retraite, un ratio de sécurisation progressive est institué. Il est fonction de la durée séparant la date d'arrêt des comptes annuels du plan, de la date de liquidation des droits du participant, au fur et à mesure que l'échéance de la liquidation approche.

Les cotisations sont réparties entre le support en euro et les supports en unités de compte suivant le tableau ci-dessous :

Nombre d'années avant la retraite	Ratio minimal de sécurisation (fonds euro)
moins de 2 ans	90 %
entre 2 et 5 ans	80 %
entre 5 et 10 ans	65 %
entre 10 et 20 ans	40 %

Si l'investissement cumulé sur les supports en unités de compte excède la quote part définie par la grille de ventilation des cotisations, il est effectué automatiquement un transfert d'une part des investissements des supports en unités de compte vers le support en euro, afin de réduire l'investissement sur les supports en uc à due concurrence des niveaux plancher définis par cette grille.

Ce ratio peut ne pas être respecté dès lors que le participant présente une demande expresse et signée de dérogation au mécanisme. Celle ci doit reprendre

le texte exact présenté dans l'arrêté.

Cantonnement des actifs :

La loi oblige à un cantonnement des actifs du plan.

Ce cantonnement peut être appliqué collectivement à l'ensemble des plans de même type géré par un même organisme d'assurance, tant que le nombre de participants et l'encours de chaque plan sont respectivement inférieurs à 2000 personnes et à 10 millions d'euros.

Le cantonnement se traduit par la tenue d'une comptabilité spéciale des actifs et des passifs, comprenant un bilan spécial et un compte spécial de résultat, même si le plan n'est pas cantonné individuellement.

Les comptes annuels du plan sont, par ailleurs, certifiés par les commissaires aux comptes de l'organisme d'assurance gestionnaire du plan et sont soumis à l'approbation de l'assemblée des participants du PERP, après avis de son comité de surveillance.

Dépôt des actifs :

Par ailleurs, la loi prévoit qu'un dépositaire distinct de l'organisme d'assurance et unique est chargé de conserver les actifs de chaque PERP et de veiller au respect du cantonnement pour les opérations sur instruments financiers.

Le décret précise, qu'à cette fin, le dépositaire ouvre des comptes d'espèces et de titres distincts pour chaque PERP, ce qui est une nouveauté, et qu'il contrôle, à chaque opération sur les titres et placements, les règles d'éligibilité des actifs acquis dans le cadre de la gestion financière du plan par l'organisme d'assurance.

Cadre fiscal :

Cotisations :

Les cotisations au PERP sont déductibles des revenus imposables. En pratique, chacun bénéficie d'une enveloppe de déduction fiscale au titre de l'épargne retraite. Son plafond est égal à 10% des revenus d'activité professionnelle (après

abattement de 10%) dégagés en année N-1, avec un maximum de 8 fois le plafond annuel de la sécurité sociale (PASS) de l'année précédente et un minimum de 10% de ce même plafond. Soit un disponible entre 2918 euros et 23 347 euros pour les versements effectués en 2004.

Mais cette enveloppe est commune avec les autres produits du troisième pilier. Les sommes versées par le salarié dans un Plan "article 83", sur la Préfon ou sur un contrat Madelin viennent ainsi minorer le disponible fiscal. Il en va de même pour les cotisations de l'employeur sur un Plan "article 83" ou de son abondement au PERCO (Plan d'épargne retraite collective).

Arrérages :

Les rentes reçues sont imposables avec l'ensemble des autres revenus et soumises aux prélèvements sociaux de 11%.

Exemples :

Les chiffres suivants nous donnent une idée de la réduction d'impôts qu'offre le PERP selon le salaire brut et le montant de cotisation annuels.

Salaire brut annuel (en euro)	13200	35000	80000	80000	80000
Cotisation annuelle (en euro)	360	1200	1200	2400	3600
Réduction d'impôts (en euro)	0	99	340	678	1017

1.5 Commercialisation

1.5.1 Commercialisation du PERP

Le coup d'envoi de la commercialisation du PERP a été donné le 22 avril 2004 avec la publication du décret d'application. Un mois après et après avoir reçu plus de 280 000 demandes d'informations, les Caisses d'Épargne avaient recueilli près de 100 000 souscriptions effectives. De son côté, la Poste qui avait démarré la commercialisation en mai, totalisait plusieurs milliers de PERP.

Vers la fin du mois d'août, plus de 660 000 PERP ont été ouverts, dont 550 000 commercialisés par les bancassureurs : l'ensemble Crédit Agricole - Crédit Lyonnais avait vendu 330 000, les caisses d'épargne 200 000 alors qu'Axa France, le premier assureur français, n'en avait réalisé que 60 000.

La fin de l'année 2004 qui a vu le lancement du PERP permet de faire un premier bilan sur la commercialisation de ce produit. Le premier point notable porte sur le nombre de PERP ouverts durant l'année 2004, soit 1 125 000, un chiffre sensiblement supérieur aux attentes. Ce premier élément de volume va cependant être nuancé par le chiffre d'affaires de 340 millions d'euros qu'il a généré, soit environ 300 euros par contrat.

Ces nouveaux contrats sont très proches des contrats d'épargne déjà commercialisés en assurance vie, avec des versements libres ou réguliers, des fonds en euros et des unités de compte, et des frais à plusieurs étages. Cependant, de grandes différences apparaissent dans la conception des plans : les assureurs ne prélèvent pas les mêmes frais et ne proposent pas les mêmes profils de gestion. La Poste et l'AGIPI se distinguent avec un PERP à points.

Après avoir vendu plusieurs dizaines de milliers de PERP (un bilan de 277 000 PERP pour un encours de 70 millions d'euros sur 2004), les Caisses d'Épargne ont établi le profil type des souscripteurs. 79% ont moins de 45 ans, et leur moyenne d'âge s'établit à 38 ans. Leur versement initial moyen s'établit à 155 euros et à 44 euros par mois pour les suivants.

Une étude du marché du PERP datant de Mars 2005 nous confirme cette tendance. En effet, la moyenne d'âge du souscripteur d'un PERP est de 40 ans comme le montrent les chiffres suivants :

PERP	Moyenne d'âge des souscripteurs
AGF	42 ans
BNP	42 ans
Caisse d'épargne	35,8 ans
Crédit Agricole	41 ans
Natexis-Banque Populaire	40 ans
Société générale	42 ans

Aussi, la clientèle du PERP n'est pas forcément celle de l'assurance vie. En effet, 68% des détenteurs de PERP ne possèdent pas d'assurance vie.

1.5.2 Etude du marché du PERP

La comparaison des PERP commercialisés a été réalisée en fonction des éléments suivants :

- Points généraux: distributeur, dépositaire, association, assureur, type de PERP, mode de gestion et branche.
- Versements et frais
- Valeur de transfert, règles de sécurisation et dérogations éventuelles.
- Types de rentes possibles.

Le benchmark résumant l'offre du marché du PERP est fourni en annexe.

1.5.3 Le PERP face aux autres produits de retraite

Le contrat Madelin

Créés en 1994, les contrats dits " Madelin " sont des produits d'assurance vie pour les travailleurs non salariés (TNS) avec une sortie obligatoire en rente viagère. Celle-ci est fiscalisée au régime des pensions, après abattement de 10 et 20 %. En dépit d'une obligation de versement, le contrat Madelin dispose de quatre avantages sur le PERP :

- son fonds en euros sera plus rentable à court, voire moyen terme. En effet, l'absence d'obligation de cantonnement permet souvent d'investir les encours de ces produits dans les actifs généraux des compagnies, composés d'anciennes obligations rapportant plus que les taux obligataires actuels bas, qui vont composer la quasi totalité des cantons en euros du PERP. Cet avantage est peu factice et le cantonnement obligatoire du PERP a entre autre pour objectif de combattre ce genre de méthodes. Seule une remontée brutale des taux d'intérêt pourrait inverser la tendance.
- la gestion financière n'y est pas encadrée. Il n'y a pas de grille de répartition des fonds à respecter à l'approche de la retraite comme sur un PERP. Cet avantage reste mineur tout de même, car le PERP offre la possibilité de

renoncer à la sécurisation.

- les contrats Madelin fixent les tables de rente à la souscription, et non à la liquidation de la retraite comme sur un PERP.

- le plafond de déductibilité fiscale est supérieur à celui du PERP. Il reprend le plafond général, auquel peut s'ajouter 15% de la fraction du bénéfice compris entre une et huit fois le plafond de la Sécurité sociale.

Le PERCO :

Le Perco (Plan d'épargne retraite collectif) est issu de l'article 113 de la loi Fillon. Il s'agit d'épargne salariale à objectif de retraite exclusif, mis en place dans les entreprises de façon facultative. Les salariés l'alimentent en y versant, au choix, leur participation, leur intéressement, leur épargne personnelle ou les avoirs en provenance d'un autre plan d'épargne salariale. Le tout sera investi dans des fonds communs de placement d'entreprise. L'employeur peut compléter les versements du salarié (y compris la participation) par un abondement, plafonné au triple du versement du salarié et à 4 600 euros par an. Cet abondement, qui prend au minimum en charge les frais de tenue de compte, est totalement exonéré d'impôt. En revanche, il sera soumis à une taxe sociale patronale de 8,2 % pour son montant compris entre 2 300 euros et 4600 euros. Parmi les cas de déblocage anticipé du capital avant la retraite figurent l'acquisition de la résidence principale ou la situation de surendettement. Si elle est prévue dans le Plan, la sortie en capital est aussi possible au terme sans imposition des intérêts, hors prélèvements sociaux. Côté fiscalité, en revanche, le résultat est plus mitigé. Certes, la rente est moins imposée que celle du PERP, puisque sa fiscalité est dégressive selon l'âge d'entrée en service. En revanche, les versements ne sont pas déductibles de l'impôt sur le revenu.

Le Plan "article 39" :

Un plan de retraite "article 39" est à prestations définies, l'employeur s'engageant à servir une rente viagère définie à l'avance, le plus souvent en pourcentage du salaire de fin de carrière, à ses salariés à leur départ en retraite à condition d'être présent dans l'entreprise le jour du départ en retraite, sinon les droits sont perdus. Les cotisations sont exclusivement à la charge de l'employeur et alimentent un fonds collectif. Quand un bénéficiaire prend sa retraite, le capital correspondant à la rente promise est prélevé sur le plan. Celle-ci est imposée comme une pension de retraite. Les contrats "article 39" sont très intéressants pour constituer une retraite aux collaborateurs dont les rémunérations sont élevées et qui sont proches de la retraite. D'autant que le

montant de la rente n'est pas lié à la durée de cotisation. Compte tenu des possibilités de versements sans plafonnement, ce régime constitue aussi un levier de rémunération différée sans équivalent pour les cadres dirigeants. Inversement, les autres salariés ne se sentiront pas concernés, sauf peut-être à évoluer au sein d'un groupe.

Le Plan "article 83" :

Un plan de retraite "article 83" est un contrat d'assurance vie collectif avec sortie obligatoire en rente viagère. La cotisation peut être partagée entre l'entreprise et le salarié. Elle est alors déduite de son salaire brut et n'est donc pas imposable. Une fois en retraite, l'ex-salarié demandera la conversion de ce capital en rente viagère, réversible ou non. L'épargne accumulée est définitivement acquise au salarié, quelle que soit son évolution de carrière ou s'il quitte l'entreprise. Ce produit de retraite devient très intéressant pour le salarié si la prise en charge patronale de la cotisation est totale. Les produits financiers dégagés sont capitalisés sur le Plan "article 83" en franchise de toute taxe. Et puis, en cas de décès avant la mise en service de la rente, l'épargne revalorisée est transmise au(x) bénéficiaire(s) désigné(s) par le salarié ou à défaut à ses héritiers selon la fiscalité de l'assurance vie! La rente, elle, est imposable comme une pension de retraite et soumise à charges sociales, à l'instar du PERP. Certes, l'accès à un Plan "article 83" dépend de l'employeur. Mais la loi Fillon va peut-être enclencher une nouvelle dynamique, puisqu'un Plan "article 83" peut désormais être éligible au PERP. On parle alors de PERE (Plan d'épargne retraite entreprise). Le salarié a la possibilité d'épargner librement et de déduire sa cotisation de son disponible fiscal. Dans ce cas, le PERE sera soumis aux règles de sécurisation progressive de l'épargne.

Le Plan Préfon :

Préfon est un PERP dont la valeur est exprimée en points. Les cotisations versées vous donnent des points, correspondant à une rente viagère pour votre retraite. Chaque année, leur valeur est revalorisée et la cotisation augmente en principe pareillement. En principe seulement. Car le régime connaît une mauvaise passe financière. En 2004, la valeur du point (+0,7%) a augmenté beaucoup moins fortement que le prix d'acquisition du point (+25,9 %). Résultat, les 230 000 cotisants ont vu leur cotisation augmenter (11%) et rapporter moins de points. Ces hiatus financiers donnent l'avantage au PERP. Toutefois, quelques PERP à points seront aussi proposés. Côté fiscalité, le régime de Préfon-retraite a dû s'aligner sur celui du PERP, même s'il bénéficie encore de quelques dérogations sur le rachat d'années de cotisations. Pour les affiliés avant le 31 décembre 2004, il est possible de procéder à de tels rachats sans

limitation jusqu'à l'âge de 16 ans en 2004, dans la limite de 6 années par an en 2005 et en 2006, de 4 ans en 2007, 2008 et 2009, puis de 2 années de 2010 à 2012.

1.5.4 Le perp face aux produits d'épargne

L'assurance vie :

L'assurance vie permet de préparer sa retraite, mais aussi la transmission d'une partie de son patrimoine, tout en gardant la main sur l'épargne. Avec un contrat d'assurance vie, on récupère le capital à n'importe quel moment, le plus souvent sans impôts après huit ans, voire le convertir en rente viagère. Cette dernière sera fiscalisée sur 40 % de son montant si elle est déclenchée entre 60 et 69 ans, et seulement sur 30 % à compter de 70 ans, contre 72% dans le cadre du PERP.

Le PEA :

Le Plan d'épargne en actions (PEA) est un placement en actions françaises et européennes. Passé cinq ans, les plus-values sont exonérées d'impôts, hors prélèvements sociaux. On peut y verser jusqu'à 132 000 euros, mais tout retrait avant huit ans vaut clôture, et il empêche donc toute nouvelle contribution. Le PEA permet de sortir en rente viagère non imposable après huit ans de détention. Toutefois, les fonds prudents, profilés ou monétaires réduisant le risque à l'approche de la retraite, sont peu nombreux.

Le PEP :

On ne peut plus souscrire de Plan d'épargne populaire (PEP) depuis septembre 2003. En revanche, il est possible de continuer à alimenter les anciens plans jusqu'à 92 000 euros de versements. Ils peuvent aussi être transférés chez un concurrent, notamment en passant d'un PEP bancaire à un PEP assurance pour profiter des abattements successoraux de l'assurance vie. Il ne faut pas faire de retrait sur un PEP avant 8 ans, sous peine de le casser. Le principal atout du PEP est la possibilité de transformer après 8 ans le capital en rente viagère défiscalisée, toujours hormis les prélèvements sociaux sur une fraction de son montant.

Le PEE :

Le Plan d'épargne d'entreprise (PEE) permet de se constituer une épargne

avec l'aide financière de son entreprise. Il peut être alimenté par la participation, l'intéressement ou des versements volontaires du salarié pour un montant maximum de 25 % de son salaire brut. Sur ceux-ci, l'employeur peut rajouter un abondement plafonné à 2 300 euros et trois fois les versements volontaires (intéressement compris). Les sommes sont bloquées cinq ans et les gains sont défiscalisés, hors prélèvements sociaux. On peut en outre conserver son PEE, même si on change d'entreprise, voire le transférer.

2 Etude de la rentabilité du PERP

Cette partie présente la mise en place d'un modèle de rentabilité d'un PERP en explicitant, dans un premier temps, les paramètres et hypothèses à choisir par l'assureur gestionnaire du plan, puis dans un second temps, les résultats que fournit le modèle.

2.1 Contexte

2.1.1 Le PERP

Le produit modélisé est un PERP constitué dans le cadre d'une association. Il s'agit d'un capital différé avec contre assurance de l'épargne acquise en cas de décès de l'adhérent pendant la phase d'épargne. Les cotisations sont ventilées entre un fonds en euro et un fonds en unités de compte (UC). Les prestations en cas de vie et en cas de décès ne sont possibles que sous forme de rentes viagères (voire temporaire pour la rente éducation).

2.1.2 Le modèle de rentabilité

Le modèle de rentabilité est un fichier excel qui simule le fonctionnement d'un PERP sur un horizon donné et permet de déterminer un taux de rendement interne (TRI) selon les hypothèses choisies.

Dans le cadre de cette étude, la compagnie d'assurance étant une mutuelle, elle n'a pas d'objectif de rémunération des actionnaires et vise simplement un TRI positif. Il a également été décidé de déterminer un taux technique de 0% que ce soit en phase de rente ou en phase d'épargne, comme le prévoit la réglementation du PERP.

Ainsi, le résultat final obtenu par ce modèle est le nombre minimal de contrats à commercialiser afin que l'opération d'assurance ne soit pas déficitaire.

2.2 Hypothèses et paramètres

2.2.1 Vocabulaire

On appelle " Hypothèses " les données fixes du modèle et " Paramètres " les données à saisir et que l'on peut faire varier.

2.2.2 Hypothèses

Hypothèses de simulation

On se fixe une année de référence (l'année de lancement du produit), une durée de production et un horizon de projection. On choisit également la valeur des

fonds propres initiaux.

Dans le cadre de notre étude, les hypothèses de simulation sont les suivantes :

Année de référence	2005
Durée de production	10 ans
Nombre d'année de projection	30 ans
Fonds propres au lancement	0

Hypothèses démographiques

La table utilisée pour le tarif de la conversion de l'épargne en rente est la TPRV 93 (table en vigueur pour ce genre de prestations).

On considère que l'âge de départ en retraite pour tous les assurés est de 65 ans, âge généralement nécessaire pour la retraite à taux plein. Par ailleurs, les rentes sont réversibles au bénéficiaire de 66.67 % (2/3) et la différence d'âge entre l'assuré et son conjoint est de trois ans (hypothèses de marché).

Hypothèses produit

Définition des cotisations:

Les cotisations sont régulières. Leur périodicité dans le modèle est annuelle. Elles doivent respecter les minima fixés par l'assureur (2000 euros la première année et 1000 euros les années suivantes). Ainsi, pour chaque année de projection et pour chaque âge donné de l'adhérent (allant de 18 à 65 ans), on fixe le montant du versement moyen.

Le modèle prévoit la possibilité d'indexer les cotisations. Cette indexation sera détaillée dans la suite.

Règles de sécurisation:

Les cotisations sont réparties entre un support euro et un support UC suivant la grille de gestion évolutive retenue par l'assureur, en fonction de l'échéance du départ à la retraite. Cette répartition, concernant la part de cotisation sur le fonds en euro, doit être au moins aussi stricte que celle prévue par la loi.

Si l'investissement cumulé sur le support UC excède la quote part définie par la grille de ventilation des cotisations, on effectue dans ce cas, un transfert automatique d'une part des investissements du support UC vers le support euro, afin de réduire l'investissement sur le support UC à due concurrence des

niveaux plancher définis par cette grille.

La grille de ventilation retenue par l'assureur est la suivante :

Age	Part des versements sur le fonds euro	Part des versements sur le fonds uc
jusqu'à 40	40%	60%
41	42%	58%
42	44%	56%
43	46%	54%
44	49%	51%
45	52%	48%
46	55%	45%
47	59%	41%
48	62%	38%
49	66%	34%
50	69%	31%
51	72%	28%
52	75%	25%
53	77%	23%
54	80%	20%
55	83%	17%
56	85%	15%
57	87%	13%
58	89%	11%
59	92%	8%
60	94%	6%
61	96%	4%
62	98%	2%
à partir de 63	100%	0%

2.2.3 Paramètres

Paramètres économiques

Les paramètres économiques à saisir sont le taux d'actualisation, le taux sans risque et le ratio de solvabilité.

Le taux d'actualisation est le taux auquel les flux de recettes sont actualisés.

Le taux sans risque représente le taux de rémunération des capitaux alloués à la couverture de la marge de solvabilité.

Le ratio de solvabilité (supérieur à 100%) permet de déterminer le montant des capitaux alloués à la couverture de la marge de solvabilité à partir de l'exigence de marge de solvabilité.

Transferts

Le modèle prévoit la possibilité de sortir du plan par transfert vers un autre PERP. On peut donc fixer pour chaque année de projection l'estimation du taux de transfert en pourcentage de l'encours (équivalent au rachat sur un contrat d'épargne).

Chargements

Les taux de chargement fixés par l'assureur dans le modèle de rentabilité sont les suivants:

- Chargements sur versements
- Chargements sur encours
- Chargements sur arrérages
- Chargements sur la performance financière
- Indemnités de transfert au bénéfice de l'assureur
- Indemnités de transfert au bénéfice du PERP
- Pénalités de transfert en cas de moins values latentes

Commissions

Les commissions fixées par l'assureur dans le modèle de rentabilité et versées aux éventuels courtiers ou partenaires sont les suivantes:

- commissions pour acquisition des versements
- commissions pour gestion des rentes
- commissions pour gestion sur encours

Commercialisation

Profil des souscriptions:

Par année de projection et pour âge (allant de 18 à 65 ans), le modèle permet de fixer le nombre des nouveaux entrants.

Indexation des cotisations:

Les cotisations sont indexées annuellement suivant un indice retenu par l'organisme gestionnaire du PERP.

Dans le cadre de notre étude, les versements moyens des adhérents évoluent de 2% par an.

2.3 Principes de modélisation

2.3.1 Projections

Nombre de contrats par âge

En saisissant le stock moyen de chaque année n-1 ainsi que le nombre des nouveaux entrants de l'année n, le modèle calcule, pour chaque année n de projection et pour chaque âge, le total des contrats souscrits.

Nous appliquons la formule suivante :

$$stock_n = stock_{n-1} * probabilitésurvie * (1 - tauxtransfert) + nouveauxcontrats_n$$

Commercialisation

En saisissant les montants annuels du versement moyen ainsi que le nombre des nouveaux entrants, le modèle calcule, pour chaque année de projection et pour chaque âge, le total des versements investis dans chacun des supports euro et UC.

2.3.2 Calcul des engagements (tous supports)

Les provisions mathématiques découlent de l'épargne accumulée. La provision mathématique est ainsi calculée par capitalisation des versements des assurés.

2.3.3 Participation aux bénéfices

La participation aux bénéfices est calculée à partir du résultat du fonds à la fin de chaque trimestre et est attribuée dans l'année suivante. La totalité des résultats du fonds, nets des chargements sur la performance financière et des chargements sur encours est attribuée aux adhérents.

2.3.4 Prestations décès

En cas de décès de l'adhérent, une rente viagère est versée au bénéficiaire conformément aux hypothèses démographiques décrites ci-dessus.

Le contrat entre alors en phase de rente pour le bénéficiaire.

2.3.5 Prestations retraite

Lors de la conversion en rente des droits acquis par l'adhérent en date de retraite, le capital constitutif est la somme des provisions mathématiques tous supports (euro et UC) confondus.

2.4 Résultat de la modélisation

Les résultats du modèle sont donnés pour chaque année de projection.

2.4.1 Résultats intermédiaires

Le " Résultat Technique Brut ", approche comptable

Pour obtenir le Résultat technique brut (RTB) de l'année par une approche comptable, le modèle calcule d'abord les éléments suivants:

- Cotisations brutes euro ($CotEuro$): la somme des cotisations versées par les adhérents sur le fonds euros, brutes de chargements.
- Cotisations brutes UC ($CotUC$): la somme des cotisations versées par les adhérents sur le fonds UC, brutes de chargements.
- Cotisations brutes (Cot) où

$$Cot = CotEuro + CotUC$$

- Arrérages (Arr): la somme des rentes principales versées par le fonds aux retraités.
- Sinistres (Sin): la somme des réversions de rentes versées par le fonds aux bénéficiaires.
- Transferts ($Trans$): la somme des valeurs transférées vers d'autres PERP.
- PM : la somme des provisions mathématiques acquises par les adhérents du fonds. Pour les adhérents en phase d'épargne, on distingue les PM du fonds euro ($PMEuro$) de celles du fonds UC ($PMUC$). De même, pour les adhérents en phase de rente, on distingue les PM de rentes ($PMArr$) de celles des rentes de réversion ($PMSin$). PM désigne la somme de ces quatre éléments.
- $PBEuro$: la part distribuée aux adhérents au titre de la participation aux bénéfices du fonds euro.
- $PBUC$: la part distribuée aux adhérents au titre de la participation aux bénéfices du fonds UC.

- PB :

$$PB = PBEuro + PBUC$$

Le " résultat technique brut " de l'année est ainsi obtenu :

$$RTB = Cot + PM + PB - Arr - Trans - Sin$$

Le " Résultat technique brut ", approche technique

Pour obtenir le Résultat technique brut (RTB) de l'année par une approche technique, le modèle calcule d'abord les éléments suivants:

- Chargements sur cotisations ($ChCot$): la somme des chargements prélevés par l'assureur sur les cotisations.

- Chargements sur arrérages ($ChArr$): la somme des chargements prélevés par l'assureur sur les rentes principales versées.

- Chargements sur sinistres ($ChSin$): la somme des chargements prélevés par l'assureur sur les rentes réversibles versées.

- Pénalités de transfert ($ChTrans$): la somme des chargements prélevés par l'assureur sur les montants transférés.

- Chargements (Ch):

$$Ch = ChCot + ChArr + ChSin + ChTrans$$

- Bénéfice / Perte de mortalité ($BenMort$):

$$BenMort = RTB - Ch$$

Le " résultat technique brut " de l'année est ainsi obtenu :

$$RTB = BenMort + Ch$$

Commissions

Pour déterminer le montant total des commissions ($Comm$) versées chaque année, le modèle calcule les éléments suivants:

- Commissions d'acquisition : les commissions versées par l'assureur au titre de l'acquisition des nouvelles adhésions.
- Commissions d'adhésion : les Commissions d'adhésion versées par l'assureur à l'association. (en fait, ce n'est pas une commission mais le modèle la considère comme telle car le montant est versé à l'association)
- Commissions de gestion des rentes : les commissions versées par l'assureur au titre de la gestion des rentes versées.
- Commissions sur encours euro : les commissions versées par l'assureur au titre de la gestion de l'encours du fonds euro.
- Commissions sur encours UC : les commissions versées par l'assureur au titre de la gestion de l'encours du fonds UC.

Le montant total des commissions est donc la somme de ces éléments.

Marge financière

En notant $Prod_{fi}$ la somme des montants des produits financiers bruts des fonds euro et UC, la marge financière ($Marge_{fi}$) de l'année est ainsi obtenue :

$$Marge_{fi} = Prod_{fi} - PB$$

Résultat technique et financier (RTF)

$$RTF = RTB + Marge_{fi} - \text{Impôts} - PB$$

Dans le cadre de notre étude, le taux d'impôts sur le revenu est nul car l'organisme gestionnaire du PERP est une mutuelle.

Le Bilan

Au bilan de l'année, on calcule les éléments suivants:

- Fonds propres (FPI) : les fonds propres initiaux du fonds.
- Résultat technique et financier (RTF).

- Marge de solvabilité immobilisée (MS) :

$$MS = \text{le ratio de solvabilité} * (4\%PMEuro + 1\%PMUC)$$

- Apport des fonds propres (AFP) : l'apport de fonds propres complémentaires de la part de l'assureur. Ce montant est ainsi obtenu :

$$AFP = \text{Max}(0, MS - FPI - RTF)$$

Finalement, le montant des fonds propres en fin d'exercice de chaque année de projection (FPf) est calculé de la façon suivante :

$$FPf = FPI + RTF + AFP$$

2.4.2 Objectif cible de commercialisation

Pour obtenir le nombre minimal de contrats nécessaires pour que l'opération d'assurance ne soit pas déficitaire, on calcule les éléments suivants:

- Coûts d'immobilisation des fonds propres ($CImm$) où :

$$CImm = MS * (\text{letauxd'actualisation} - \text{letauxsansrisque})$$

- Résultat (Rés) où :

$$\text{Rés} = RTF - CImm$$

- Coûts (C) : les coûts estimés par le contrôle de gestion des charges du PERP tout au long du contrat (ils ont été fixés à 1 527 000 euros la première année et 939 000 euros pour les 29 autres années de projection).

On désigne par SAC la somme actualisée des coûts sur tout l'horizon de projection, et par $SARés$ la somme actualisée des résultats, également sur le même horizon de projection.

Si " $NBmin$ " est le nombre minimal de contrats nécessaires pour que $SARés$ puisse couvrir les coûts SAC alors ce nombre est ainsi calculé :

$$NBmin = \frac{SARés}{SAC}$$

2.5 Etude de la rentabilité du PERP de "l'assureur"

2.5.1 Tests de sensibilité

En vue de vérifier la sensibilité de l'objectif cible, plusieurs tests de sensibilité ont été réalisés. Ainsi, "l'assureur" FM a-t-il pu constater comment évoluerait la commercialisation minimale de ses contrats PERP en fonction de chacun des paramètres qu'il fixera.

Tests sur le chargement sur encours :

Dans un premier temps, nous faisons varier le chargement sur encours du fonds euro.

Le graphique ci-dessous montre que la commercialisation minimale diminue lorsque ce chargement augmente.

Cette constatation est logique car en encaissant plus de chargements, l'assureur a moins de coûts de production et sa commercialisation minimale destinée à les couvrir diminue naturellement.

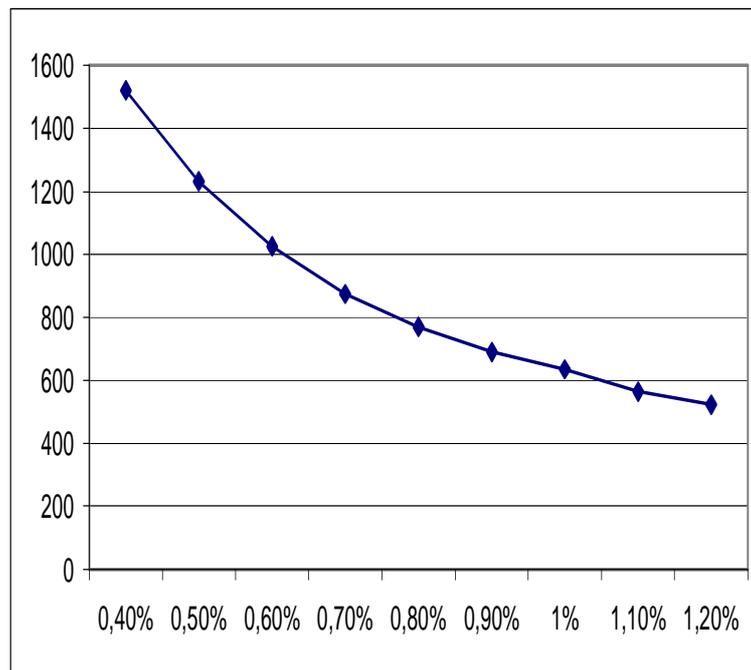


FIG. 1 – Evolution de la commercialisation minimale en fonction du chargement sur encours du fonds euro.

Dans un second temps, nous réalisons le même test de sensibilité mais en faisant également varier le chargement sur encours du fonds UC.

Le graphique ci-dessous nous montre que, de même, en fixant le chargement du fonds euro, la commercialisation minimale diminue lorsque le chargement du fonds UC augmente.

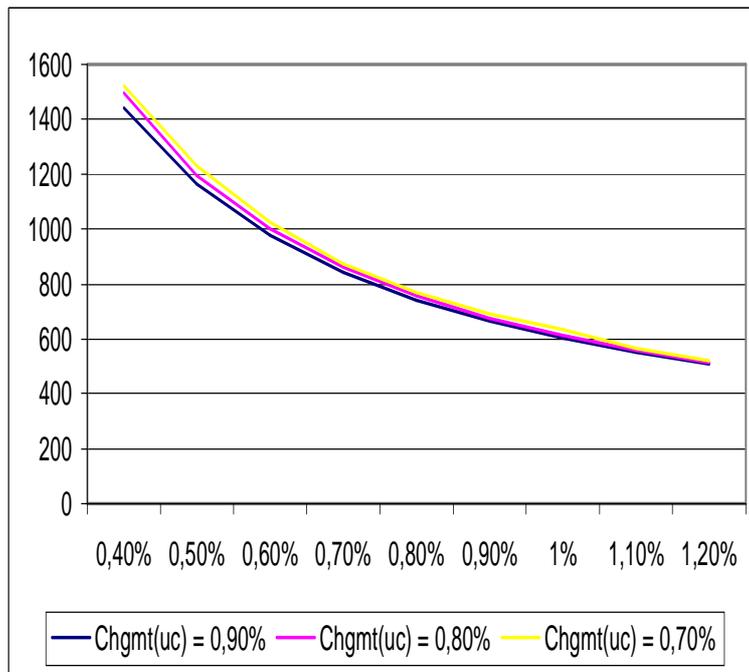


FIG. 2 – Test de sensibilité : le chargement sur encours du fonds UC.

Tests sur le chargement sur versements :

Notre étude montre que la commercialisation minimale diminue lorsque le chargement sur versements augmente, ce qui s'explique de la même façon que pour l'étude précédente.

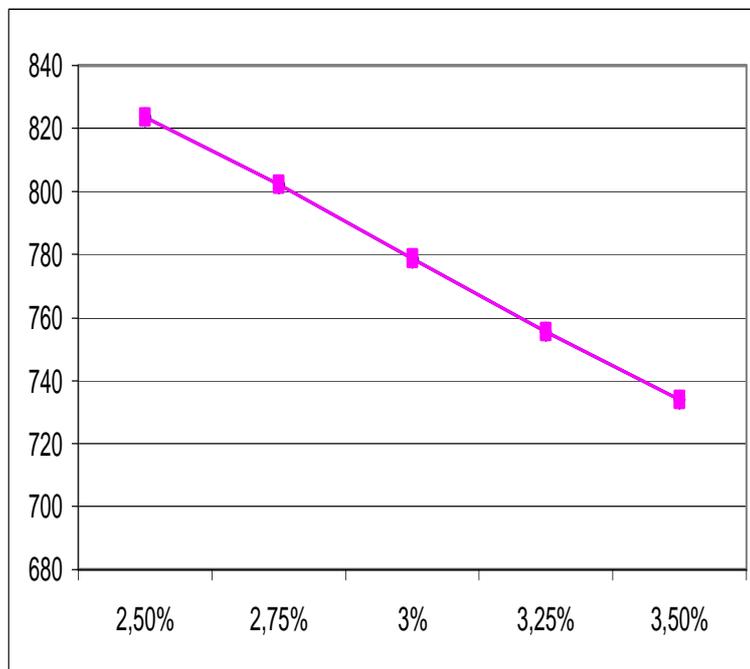


FIG. 3 – *Evolution de la commercialisation minimale en fonction du chargement sur versements.*

Tests sur le taux d'actualisation:

En faisant varier le taux d'actualisation de 4% à 7%, la commercialisation minimale augmente.

En effet, plus le taux d'actualisation est élevé, plus l'estimation des coûts futurs est élevée.

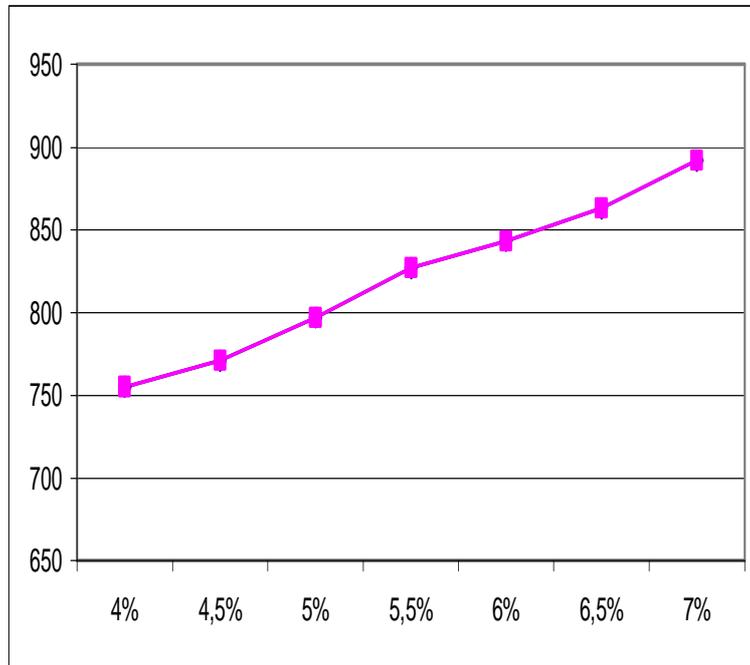


FIG. 4 – *Evolution de la commercialisation minimale en fonction du taux d'actualisation.*

Tests sur l'âge des adhérents:

Compte tenu de l'âge moyen des clients de l'assureur, nous avons réalisé le test de sensibilité pour des âges supérieurs à 45 ans.

comme le montre le graphique suivant, plus l'âge moyen est élevé, plus la commercialisation minimale l'est également.

En effet, lorsque l'âge moyen de la population assurée, la durée de souscription est courte (qui est la durée de paiement des cotisations), l'assureur a donc moins besoin de couvrir ses coûts de production.

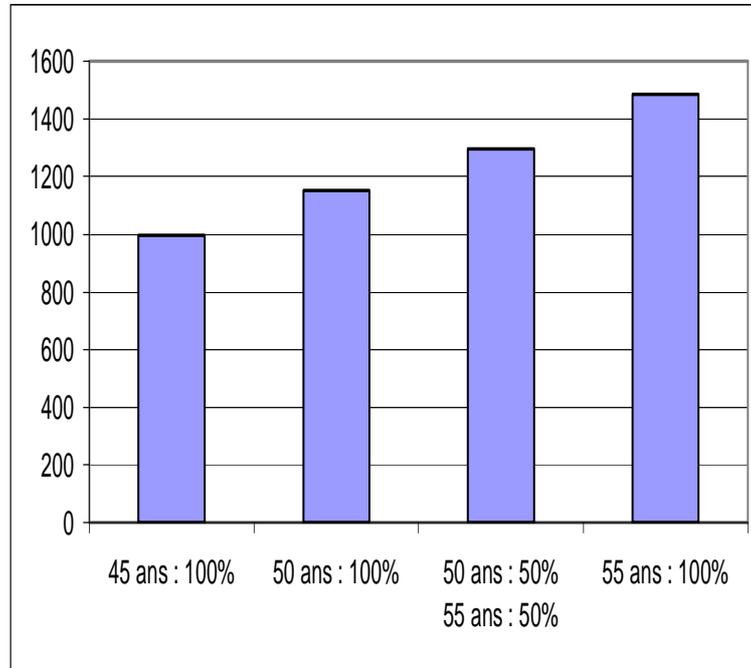


FIG. 5 – Evolution de la commercialisation minimale en fonction de l'âge des adhérents.

Tests sur la durée de production:

L'assureur souhaite déterminer la durée pendant laquelle il va commercialiser son produit, il réalise donc également un test de sensibilité sur ce paramètre comme le montre le graphique suivant, plus la durée de production est courte, plus l'objectif cible de commercialisation est élevé.

En effet, lorsque la durée de commercialisation est courte, l'assureur a encore plus besoin de couvrir ses coûts de production.

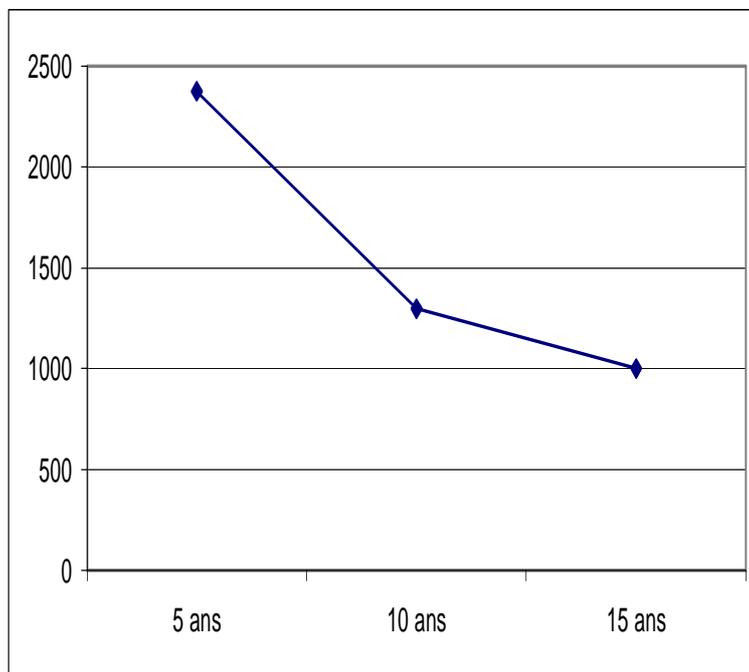


FIG. 6 – *Evolution de la commercialisation minimale en fonction de la durée de production.*

Scénario retenu par l'assureur :

Les différents tests de sensibilité qui ont été réalisés permettent à l'assureur de finalement fixer les différents paramètres et hypothèses de manière à se situer dans le même niveau que les autres mutuelles et organismes du marché du PERP.

Lors de cette dernière étape, le modèle de rentabilité sera donc lancé en reprenant la tarification décrite ci-dessous :

Chargements sur versements	3%
Chargements sur encours euros	0,792%
Chargements sur encours UC	0,792%
Taux d'actualisation	6%
Taux sans risque	4%
Durée Production	10 ans
Age adhérent (à l'adhésion)	55 ans : 50%, 50 ans : 50%

Sans avoir un objectif de rémunération des capitaux (il s'agit d'une mutuelle),

le résultat obtenu est la production annuelle permettant de couvrir la gestion des contrats et générer un résultat technique cumulé couvrant la marge de solvabilité à hauteur de 150%.

Les coûts fixés correspondent à une hypothèse de lancement du produit sans partenaire et avec une enveloppe allouée au service développement de 500 000 euros chaque année pour compenser cette absence (en plus des coûts prévus pendant la durée de projection et qui ont été introduits précédemment).

Le résultat de la simulation du modèle de rentabilité fixe les objectifs de production à réaliser annuellement par l'organisme gestionnaire du plan, comme le montre le tableau ci-dessous.

Année	Nouveaux contrats	Somme des contrats	Somme des primes
2005	1 158	1 158	2 316 000 €
2006	1 544	2 699	4 327 932 €
2007	1 930	4 622	6 816 855 €
2008	1 930	6 540	8 988 540 €
2009	1 930	8 453	11 238 664 €
2010	1 930	10 360	13 569 231 €
2011	1 930	12 262	15 982 255 €
2012	1 930	14 158	18 479 869 €
2013	1 930	16 048	21 064 211 €
2014	1 930	17 932	23 737 473 €
2015	0	17 881	21 796 378 €
2016	0	17 827	21 474 455 €
2017	0	17 770	20 896 028 €
2018	0	17 712	20 047 116 €
2019	0	17 651	19 158 132 €
2020	0	17 587	18 227 745 €
2021	0	17 519	16 497 983 €
2022	0	17 447	14 439 077 €
2023	0	17 371	12 034 176 €
2024	0	17 288	9 534 424 €
2025	0	17 198	6 937 249 €
Total	18 142	17 198	307 563 793 €

Afin que la commercialisation du PERP ne soit pas déficitaire pour l'organisme gestionnaire, ce dernier doit donc vendre au moins 1158 contrats l'année de lancement du nouveau produit, au moins 1544 contrats la deuxième année, puis assurer au minimum 1930 affaires nouvelles chaque année de la durée de production restante.

Il faut tout de même noter que les résultats de notre modélisation en terme

d'affaires nouvelles dépendent d'une alimentation annuelle de chaque contrat pendant toute la durée de projection (ici, 2000 euros la première année et 1500 euros ensuite).

Ces résultats nous montrent que l'enjeu pour notre assureur dans les années à venir afin d'assurer la rentabilité de son PERP est donc, avant tout, de pouvoir séduire de nouveaux adhérents.

Toutefois, un autre enjeu capital pour notre assureur sera également de pouvoir convaincre ses adhérents d'alimenter régulièrement leur contrat.

2.6 Mise en place d'un PERP : Reporting et inventaire du PERP de l'assureur

2.6.1 Objectif

Dans le cadre de la mise en place et la commercialisation d'un plan d'épargne retraite populaire, l'organisme assureur doit déterminer les états de suivi à communiquer au comité de surveillance. Ces états doivent répondre au minimum aux exigences réglementaires et souvent également, aux demandes de l'association.

2.6.2 Contexte réglementaire

Articles concernés :

Le contexte réglementaire est défini essentiellement par les articles 23, 24, 31 et 58 du décret d'application du 21 avril 2004. Ces articles listent respectivement les données nécessaires pour l'audit actuariel quinquennal, le rapport du comité de surveillance, la comptabilité auxiliaire d'affectation et le rapport annuel de l'organisme assureur :

Article 23: "Audit actuariel quinquennal"

Le Comité de Surveillance doit disposer des données nécessaires sur les sujets suivants :

- frais et commissions prélevés,
- éléments démographiques,
- éléments financiers.

Article 24: "le rapport du Comité de Surveillance"

Les éléments que doit contenir au minimum le rapport annuel du Comité de Surveillance sont les suivants :

- nouvelles adhésions au plan et flux de cotisations et de prestations,
- modifications importantes de la gestion administrative du plan,
- les divers frais prélevés au titre du plan,

- un avis sur les comptes annuels du plan,
- les plus ou moins values latentes, le résultat financier et le résultat technique du plan ainsi que la répartition des bénéfices entre les participants,
- par UC, la composition du support et toutes modifications des orientations et des instruments sur la gestion financière,
- la composition par classe d'actif du canton euro et toutes modifications des orientations et des instruments sur la gestion financière ainsi que le niveau de la représentation de ces engagements par ces placements,
- des éléments relatifs à l'audit,
- un rapport sur la réclamation des participants du plan.

Article 31 : "Comptabilité auxiliaire d'affectation"

L'organisme assureur doit, à chaque fin d'exercice, établir les documents suivants :

- compte de résultat d'affectation,
- compte de bilan d'affectation, comprenant les provisions suivantes : PM, PPE, réserve de capitalisation, PRE et PFAR,
- une annexe comportant un inventaire des actifs du plan et un état récapitulatif des opérations financières,
- un tableau des engagements reçus et données.

Article 58 : "Le rapport annuel de l'organisme assureur"

L'organisme assureur doit remettre chaque année au comité de surveillance son rapport qui doit rendre compte des sujets suivants :

- nouvelles adhésions au plan et flux de cotisations et prestations.
- opérations relatives à la promotion et la commercialisation du plan.
- réclamations des participants.

- tout changement de la gestion administrative du plan.
- frais et commissions prélevés.
- les résultats financiers et techniques, les plus ou moins values latentes et la répartition des bénéfices.
- la description des supports d'investissement et la composition du portefeuille de placements.
- l'utilisation des droits de vote attachés aux actifs détenus.

Le contexte réglementaire est également défini par l'article 11 de l'arrêté du 22 avril 2004 ainsi que les deuxième et troisième alinéa de l'article 108 de la loi Fillon portant réforme des retraites. Ces articles listent, quant à eux, les échéances et les données nécessaires concernant le compte de participation aux bénéfices :

Article 11 : "Participation aux bénéfices"

L'organisme assureur doit établir, chaque trimestre, un compte de participation aux résultats du plan.

Le montant de la participation aux résultats est affecté directement à la revalorisation des engagements, totalement ou partiellement, à la PPE pour les plans qui ne prévoient pas de PTD, et à la PTD pour les plans qui en prévoient.

Alinéa 2 : "Participation aux bénéfices"

L'organisme assureur doit informer le comité de surveillance, chaque année, du montant affecté à la participation aux bénéfices (techniques et financiers) et le consulter sur les modalités de sa répartition entre les participants du plan.

Alinéa 3 :

L'organisme assureur doit informer le comité de surveillance, chaque mois, de l'équilibre actuariel et la gestion du plan.

Synthèse des obligations :

Communication mensuelle : L'organisme assureur doit informer chaque mois

le Comité de Surveillance de " l'équilibre actuariel et la gestion du plan ". Ceci ne permet pas de dresser une liste exhaustive des éléments à transmettre. Il semble néanmoins qu'il s'agisse, a minima, d'un suivi d'activité présentant l'évolution du chiffre d'affaires et, éventuellement des provisions techniques, ainsi que toutes modifications substantielles liées à la gestion du plan.

Communication trimestrielle : L'organisme assureur doit établir un compte de PB trimestriel et doit communiquer annuellement le montant de revalorisation envisagé sur le canton.

Par conséquent, il n'est apparemment pas obligatoire de transmettre trimestriellement le compte de PB et il est envisageable de ne communiquer que le montant de la revalorisation, sur une base annuelle.

Communication annuelle : Les obligations en la matière portent sur les éléments suivants :

- données nécessaires pour le Comité de Surveillance pour rédiger son rapport annuel,
- rapport annuel de l'organisme assureur,
- communication du montant de revalorisation pour le canton.

2.6.3 Demandes de l'OAG

Lors des différentes négociations avec l'Organisma Assureur Gestionnaire du plan, les éléments suivants ont été demandés, sur une base de communication trimestrielle :

- politique financière (composition de l'actif du canton),
- situation de la gestion administrative (stock d'actes de gestion à saisir dans le synthèse d'information),
- affaire nouvelles et encaissement,
- provisions techniques,
- prestations,
- état des réclamations.

2.6.4 Etats à prévoir

Suivi d'activité mensuel

Ce suivi détaille l'activité du PERP pour le mois en cours et en cumulé en fonction de :

- Encaissement Versements Libres,
- Encaissement Versements Réguliers,
- PM des contrats arrivant à échéance,
- PM des contrats liquidés pour cas de force majeure ou décès,
- Transferts de/vers la concurrence,
- Arbitrages automatiques,
- Arbitrages manuels,
- Arrérages versés garantie principale,
- Arrérages versés garanties complémentaires.
- Nombre de nouvelles adhésions,
- Somme des versements de souscription,
- Somme des versements Réguliers annualisés pour les nouvelles adhésions.

Ces données sont ainsi présentées par :

- support Euro,
- supports UC (sans distinction de support),
- cumul Euro + UC,
- comparaison même mois année n-1,
- comparaison mois précédent (au moins dans la phase de lancement),
- comparaison avec les prévisions,
- cumul depuis le 1er janvier de l'année,
- comparaison cumul même période à partir du premier janvier, pour l'année n-1,

Suivi d'activité mensuelle provisoire

Ce suivi détaille l'activité du PERP pour le mois en cours et en cumulé :
En attente de la mise en place du suivi d'activité mensuelle prévue pour la fin 2004, le suivi mensuelle provisoire contiendra les informations suivantes :

- Encaissement Versements Libres,
- Encaissement Versements Réguliers,
- Arbitrages manuels.

- Nombre de nouvelles adhésions,
- Somme des versements de souscription,
- Somme des versements Réguliers annualisés pour les nouvelles adhésions.

Ces données sont ainsi présentées par :

- support Euro,
- supports UC, (sans distinction de support)
- cumul Euro + UC,
- comparaison mois précédent,
- cumul depuis le lancement du produit.

Suivi d'activité trimestriel

En complément des informations prévues dans le suivi d'activité mensuel, ce suivi détaille les provisions techniques.

Les informations seront ventilées selon les clés de répartition suivantes :

- par support
- par option (Gestion libre, gestion pilotée, cumul)
- par réseau (salarié, courtage, mandataires non salariés, cumul)

Liste des réclamations

Ce suivi trimestriel présente les statistiques des réclamations :

- nombre de réclamations en stocks en début de trimestre,
- nombre de réclamations arrivées,
- nombre de réclamations traitées,
- nombre de réclamations en stock en fin de trimestre,
- durée moyenne de traitement.

Compte de Participation aux bénéfices

Il s'agit du compte de PB transmis en l'état au Comité de Surveillance.

Répartition du chiffre d'affaires / Analyse démographique

Ce suivi donne la répartition du chiffre d'affaires, des en-cours et du nombre de contrats gérés en fonction des critères ci-dessous :

- Sexe
- Catégorie Socio-Professionnelle
- Age de l'assuré
- Durée restante avant liquidation des droits à la retraite.

Pour la prime et l'encours sont indiqués :

- la moyenne,
- le premier quartile,
- la médiane,
- le troisième quartile.

Frais et commissions

Ce suivi présente les frais prélevés sur les assiettes décrites à l'article 48 du décret, ainsi que les commissions versées, ventilés par Euro/UC.

2.6.5 Résultats : projet de reporting

Le détail du projet de reporting du PERP de l'assureur est fourni en annexe.

3 Gestion d'actifs de fonds de pension par la méthode du contrôle optimal stochastique

Contrairement à la deuxième partie du mémoire où la rentabilité du PERP nous intéressait du point de vue de l'organisme gestionnaire du plan, dans cette partie nous allons nous intéresser au rendement du PERP pour son souscripteur, en particulier pour les contrats de type épargne convertible en rente.

En vue de minimiser les risques liés à la volatilité financière à l'approche de la retraite, la réglementation prévoit un mécanisme de sécurisation progressive. Toutefois, le décret d'application permet de ne pas respecter ce mécanisme dès lors que le participant au plan présente une demande expresse et signée de dérogation.

Nous allons donc nous placer, dans cette troisième partie, dans le cadre d'un PERP dérogeant au dispositif de sécurisation afin de gérer les actifs du plan de façon optimale en appliquant la théorie du contrôle stochastique.

Un objectif simple d'un fonds de pension pourrait être de maximiser sa richesse pour un horizon d'investissement donné. Cet objectif est typiquement celui d'un gérant de portefeuille. Toutefois, l'objectif d'un gérant de fonds de retraite n'est pas tant de maximiser sa richesse que d'assurer le versement des pensions aux adhérents retraités, tout en essayant de rendre les cotisations les plus faibles possibles. Nous fixons donc comme objectif du fonds de minimiser les cotisations de ses adhérents.

Nous présentons tout d'abord la résolution de ce problème en présence d'un actif sans risque et d'un actif risqué. Dans le cadre du PERP, l'actif sans risque représente le support en euro dont le taux de rendement est garanti par l'assureur, et l'actif risqué représente le support en unités de compte.

Nous devons déterminer la part de sa richesse que le fonds doit investir dans chacun des deux actifs ainsi que les cotisations à recevoir. Dans le cadre du PERP, l'étude est équivalente à déterminer la part de cotisation à ventiler sur chacun des deux supports.

Cette résolution sera volontairement simplifiée afin d'introduire les concepts de contrôle stochastique que nous détaillerons dans une seconde partie et que nous utiliserons dans le cadre d'un fonds de pension disposant de plusieurs actifs risqués.

3.1 Présence d'un actif sans risque et d'un actif risqué

3.1.1 Présentation du cadre théorique

Les notations utilisées seront les suivantes :

W_t : la richesse du fond à l'instant t .

P_t : le montant des pensions à verser. Ce montant est supposé connu indicé sur le taux d'inflation a . Ainsi P_t vérifie l'équation :

$$\frac{dP_t}{P_t} = a dt$$

M_t : le montant des cotisations à recevoir par le fonds de la part des adhérents.

α_t : la part de la richesse à investir dans l'actif risqué.

On recherche donc M_t et α_t sur un horizon $[0, T]$.

On pose $C_t = P_t - M_t$.

L'actif sans risque vérifie l'équation suivante :

$$\frac{dS_t^0}{S_t^0} = r dt$$

avec r une constante assimilée au taux spot (dans le cadre du PERP, ce taux spot est équivalent au taux de rendement du support en euro qui est garanti par l'assureur).

L'actif risqué vérifie l'équation de diffusion à coefficients constants suivante :

$$\frac{dS_t^1}{S_t^1} = \mu dt + \sigma dB_t$$

avec μ le rendement instantané de l'actif, σ sa volatilité et B_t un mouvement brownien standard.

La valeur V_t du portefeuille est :

$$V_t = \theta_t^0 S_t^0 + \theta_t^1 S_t^1$$

avec θ_t^0 la quantité d'actif sans risque et θ_t^1 la quantité d'actif risqué (qui sont équivalents aux parts de cotisation ventilées respectivement sur le support en

euros et le support en unité de compte).

Ainsi, on a :

$$\theta_t^0 S_t^0 = (1 - \alpha_t) W_t$$

et

$$\theta_t^1 S_t^1 = \alpha_t W_t$$

On souhaite construire une stratégie autofinancée, ainsi, on doit avoir :

$$dV_t = \theta_t^0 dS_t^0 + \theta_t^1 dS_t^1$$

La dynamique de la richesse du fonds est donc naturellement :

$$dW_t = (M_t - P_t)dt + \theta_t^0 dS_t^0 + \theta_t^1 dS_t^1$$

En développant on obtient :

$$\begin{aligned} dW_t &= -C_t dt + (1 - \alpha_t) W_t r dt + \alpha_t W_t (\mu dt + \sigma dB_t) \\ \Rightarrow dW_t &= (-C_t + (1 - \alpha_t) W_t r + \alpha_t W_t \mu) dt + \alpha_t W_t \sigma dB_t \end{aligned}$$

Le problème du fonds de pension est de verser les retraites tout en maximisant l'utilité des adhérents.

L'utilité de l'assuré est croissante avec $C_t = P_t - M_t$. On choisit une fonction d'utilité représentative classique :

$$U(C_t, t) = e^{-\delta t} \frac{C_t^\gamma}{\gamma}$$

avec γ une constante, δ le taux d'escompte psychologique de l'agent. Cette fonction est appelée fonction de Merton.

Ainsi le fonds fait face au problème suivant :

$$\max_{\alpha_t, C_t} \mathbb{E} \left(\int_0^T U(C_t, t) dt \right)$$

sous la contrainte de la dynamique de W_t .

3.1.2 Résolution du problème

On note \mathbb{E}_t l'espérance conditionnelle par rapport à l'information disponible \mathcal{F}_t à la date t . Ici $\mathcal{F}_t = \sigma(B_s)_{s \leq t}$.

Suivant la méthode de Bellman, on définit la fonction valeur :

$$J(W_t, t) = \max_{\alpha_s, C_s} \mathbb{E}_t \left(\int_t^T U(C_s, s) ds \right)$$

sous la contrainte de la dynamique de W_t .

On a "fait quelque chose de 0 à t ", $J(W_t, t)$ est ce qu'on peut faire de mieux à la date t si la richesse est W_t .

En utilisant les propriétés du double conditionnement, on obtient :

$$J(W_t, t) = \max_{\alpha_s, C_s, s \geq t} \mathbb{E}_t \left(\left(\int_t^{t+\Delta t} U(C_s, s) ds \right) + \mathbb{E}_{t+\Delta t} \left(\int_{t+\Delta t}^T U(C_s, s) ds \right) \right)$$

En appliquant le principe de Bellman, on a:

$$J(W_t, t) = \max_{\alpha_s, C_s, t \leq s \leq t+\Delta t} \mathbb{E}_t \left(\left(\int_t^{t+\Delta t} U(C_s, s) ds \right) + \max_{\alpha_s, C_s, s \geq t+\Delta t} \mathbb{E}_{t+\Delta t} \left(\int_{t+\Delta t}^T U(C_s, s) ds \right) \right)$$

Le problème devient :

$$J(W_t, t) = \max_{\alpha_s, C_s, t \leq s \leq t+\Delta t} \mathbb{E}_t \left(\left(\int_t^{t+\Delta t} U(C_s, s) ds \right) + J(W_{t+\Delta t}, t + \Delta t) \right)$$

On note J'_i la dérivée de J par rapport à la i ème variable et J''_{ij} la dérivée de J par rapport à la i ième puis la j ième variable.

En appliquant la formule de Itô, on obtient formellement :

$$J(W_{t+\Delta t}, t + \Delta t) = J(W_t, t) + \Delta J(W_t, t)$$

$$J(W_{t+\Delta t}, t+\Delta t) = J(W_t, t) + J'_1(W_t, t)\Delta W_t + J'_2(W_t, t)\Delta t + \frac{1}{2}J''_{11}(W_t, t)\alpha_t^2\sigma^2W_t^2\Delta t$$

D'où :

$$0 = \max_{\alpha_s, C_s, t \leq s \leq t+\Delta t} \mathbb{E}_t \left(\int_t^{t+\Delta t} U(C_s, s) ds + J'_1(W_t, t)(-C_t + \mu\alpha_t W_t + r(1-\alpha_t)W_t)\Delta t \right. \\ \left. + \sigma\alpha_t W_t \Delta B_t + J'_2(W_t, t)\Delta t + \frac{1}{2}J''_{11}(W_t, t)\alpha_t^2\sigma^2W_t^2\Delta t \right)$$

En utilisant le fait que $\mathbb{E}_t(\Delta B_t) = 0$ puis en divisant par Δt et en faisant tendre Δt vers 0, on obtient (E):

$$0 = \max_{\alpha_t, C_t} \left(U(C_t, t) + J'_1(-C_t + \mu\alpha_t W_t + r(1-\alpha_t)W_t) + J'_2 + \frac{1}{2}J''_{11}(W_t, t)\alpha_t^2\sigma^2W_t^2\Delta t \right)$$

En effet, les variables devenant \mathcal{F}_t mesurable, les espérances disparaissent. On doit donc désormais résoudre un problème de maximisation classique.

3.1.3 Solution du problème

Le couple solution (C_t^*, α_t^*) est caractérisé par les conditions du premier ordre du problème de maximisation :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial C_t}(C_t^*, t) &= J'_1(W_t, t) \\ \Rightarrow C_t^* &= \left(\frac{\partial U}{\partial C_t}(\cdot, t) \right)^{-1} J'_1(W_t, t) = v(J'_1(W_t, t)) \\ J'_1(\mu - r)W_t + J''_{11}\alpha_t^*W_t^2\sigma_t^2 &= 0 \\ \Rightarrow \alpha_t^* &= \frac{-J'_1(\mu - r)}{J''_{11}W_t^2\sigma_t^2} \end{aligned}$$

En réinjectant le couple solution en fonction de J dans (E) , on a :

$$0 = U(v(J'_1), t) + J'_1(rW_t - v(J'_1)) + J'_2 - \frac{J_1'^2(\mu - r)^2}{2J_{11}''\sigma^2}$$

Ici, comme $U(C_t, t) = e^{-\delta t} \frac{C_t^\gamma}{\gamma}$,

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial C_t}(C_t, t) &= e^{-\delta t} C_t^{\gamma-1} = J'_1 \\ C_t^* &= (J'_1 e^{\delta t})^{\frac{1}{\gamma-1}} \end{aligned}$$

On obtient finalement :

$$0 = rW_t J'_1 + (J'_1)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} e^{\frac{\delta t}{\gamma-1}} \left(\frac{1}{\gamma} - 1 \right) + J'_2 - \frac{J_1'^2(\mu - r)^2}{2J_{11}''\sigma^2}$$

De par la forme de la fonction U , on a :

$$\begin{aligned} J(W_t, t) &= W^\gamma J(1, t) = W^\gamma H(1, t) \\ \Rightarrow J'_1 &= \gamma W^{\gamma-1} H(1, t) \\ \Rightarrow J''_{11} &= \gamma(\gamma - 1) W^{\gamma-2} H(1, t) \end{aligned}$$

On pose $H(t) = \frac{J(W_t, t)}{W^\gamma}$, l'équation aux dérivées partielles en J devient alors une équation différentielle ordinaire que l'on sait résoudre :

$$H(t) = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{1 - e^{b(T-t)}}{b} \right)^{1-\gamma}$$

avec b fonction des paramètres.

On a ainsi J , et donc en remplaçant J dans les équations qui déterminent α_t^* et C_t^* , on obtient :

$$\alpha_t^* = \frac{\mu - r}{(1 - \gamma)\sigma^2}$$

$$C_t^* = \frac{W_t}{1 - \gamma} \left(\delta - \gamma r - \frac{\gamma(\mu - r)^2}{2(1 - \gamma)\sigma^2} \right)$$

$$M_t^* = P_t - C_t^*$$

Remarques :

-Pour avoir assurément une solution au problème, il faut imposer $C_t^* \geq 0$.

$-\mu$, r et σ relèvent de la diffusion des prix, nous pourrions donc proposer une méthode pour estimer ces paramètres (voir suite).

$-\gamma$ et δ dépendent de la préférence de l'assuré. Les résultats dépendent fortement de γ . Cela pose un véritable problème pour l'implémentation (selon P. Arthus, empiriquement, $\gamma \in [0.2, 0.8]$).

3.1.4 Calcul approché de la Value at Risk du portefeuille

On se place en t , on souhaite calculer la VaR à l'horizon $t + h$ de notre portefeuille associé à la valeur β , c'est à dire la quantité VaR telle que :

$$P((\text{Valeur du portefeuille en } t + h) - (\text{Valeur du portefeuille en } t) < -VaR) = \beta$$

Traditionnellement, $\beta = 1\%$.

On a θ_t^0 la quantité d'actif sans risque et θ_t^1 la quantité d'actif risqué.

Ainsi, on a :

$$V_t = \theta_t^0 S_t^0 + \theta_t^1 S_t^1$$

$$\theta_t^0 S_t^0 = (1 - \alpha_t) W_t$$

On suppose h petit et on fait donc l'hypothèse que θ_t^0 et θ_t^1 sont constants sur $[t, t + h]$.

$$\theta_t^0 = \frac{(1 - \alpha_t) W_t}{S_t^0}$$

$$\theta_t^1 = \frac{\alpha_t W_t}{S_t^1}$$

On a montré précédemment que dans le cadre de notre étude, $\alpha_t = \frac{\mu - r}{(1 - \gamma)\sigma^2}$.

On cherche donc à résoudre l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
& P(\theta_t^0(S_{t+h}^0 - S_t^0) + \theta_t^1(S_{t+h}^1 - S_t^1) < -VaR) = \beta \\
& \Leftrightarrow P\left(\theta_t^0 S_t^0(e^{rh} - 1) + \theta_t^1 S_t^1\left(e^{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})h + \sigma B_h} - 1\right) < -VaR\right) = \beta \\
& \Leftrightarrow P\left(e^{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})h + \sigma B_h} < \frac{-VaR + \theta_t^1 S_t^1 - \theta_t^0 S_t^0(e^{rh} - 1)}{\theta_t^1 S_t^1}\right) = \beta \\
& \Leftrightarrow P\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)h + \sigma B_h < \ln\left(\frac{-VaR + \theta_t^1 S_t^1 - \theta_t^0 S_t^0(e^{rh} - 1)}{\theta_t^1 S_t^1}\right)\right) = \beta \\
& \Leftrightarrow P\left(B_h < \frac{-\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)h + \ln\left(\frac{-VaR + \theta_t^1 S_t^1 - \theta_t^0 S_t^0(e^{rh} - 1)}{\theta_t^1 S_t^1}\right)}{\sigma}\right) = \beta \\
& \Leftrightarrow P\left(\mathcal{N}(0,1) < \frac{-\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)h + \ln\left(\frac{-VaR + \theta_t^1 S_t^1 - \theta_t^0 S_t^0(e^{rh} - 1)}{\theta_t^1 S_t^1}\right)}{\sigma\sqrt{h}}\right) = \beta
\end{aligned}$$

Ainsi, on obtient :

$$\frac{-\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)h + \ln\left(\frac{-VaR + \theta_t^1 S_t^1 - \theta_t^0 S_t^0(e^{rh} - 1)}{\theta_t^1 S_t^1}\right)}{\sigma\sqrt{h}} = \Phi^{-1}(\beta)$$

Avec $\Phi(\cdot)$ la fonction de répartition d'une loi normale centrée réduite.

$$\Leftrightarrow VaR = -\theta_t^1 S_t^1 e^{(\Phi^{-1}(\beta)\sigma\sqrt{h} + (\mu - \frac{\sigma^2}{2})h)} + \theta_t^1 S_t^1 - \theta_t^0 S_t^0(e^{rh} - 1)$$

Finalement :

$$VaR(h) = \alpha_t W_t \left(1 - e^{(\Phi^{-1}(\beta)\sigma\sqrt{h} + (\mu - \frac{\sigma^2}{2})h)}\right) - (1 - \alpha_t)W_t(e^{rh} - 1)$$

Ainsi en estimant μ et σ , on a une estimation de la VaR qui illustre une quantification du risque du portefeuille.

3.1.5 Estimation des paramètres dans le cas d'un actif risqué

L'estimation du "drift" et de la "volatilité" d'un brownien géométrique observé de manière discrète est un problème très classique de statistique des diffusions.

On suppose qu'on observe le processus de la diffusion de l'actif risqué pour $t \in [0, T]$ à des instants discrétisés à pas constants (pour simplifier) $\frac{T}{n}$, $i = T \dots n$.

$$\frac{dS_t^1}{S_t^1} = \mu dt + \sigma dB_t$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow S_t^1 &= S_0^1 \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma B_t\right) \\ \Rightarrow \ln(S_t^1) &= \ln(S_0^1) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma B_t \end{aligned}$$

On a donc :

$$\ln(S_{T_i/n}^1) = \ln(S_0^1) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{T_i}{n} + \sigma B_{T_i/n}$$

Pour $i = 1 \dots n$, on pose :

$$\begin{aligned} Y_i &= \ln(S_{T_i/n}^1) - \ln(S_{T_{(i-1)/n}^1}) \\ Y_i &= \frac{T}{n} \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) + \sigma (B_{T_i/n} - B_{T_{(i-1)/n}}) \end{aligned}$$

Par indépendance des accroissements du brownien, les Y_i sont indépendants et identiquement distribués $Y_i \rightsquigarrow \mathcal{N}\left(\frac{T(\mu - \sigma^2/2)}{n}, \frac{\sigma^2 T}{n}\right)$.

Ainsi, en notant : $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$, on obtient les estimateurs naturels (maximum de vraisemblance) :

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}^2 &= \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \\ \hat{\mu} &= \frac{1}{T} \left(n\bar{Y} + \frac{\hat{\sigma}^2}{2}\right) \end{aligned}$$

3.1.6 Test de la pertinence du modèle : 2 tests de normalité

Une première étape pour vérifier la pertinence de notre modélisation de l'actif par un mouvement brownien géométrique est la vérification de la normalité des Y_i . En effet, on les modélise par des accroissements de mouvement brownien donc normaux.

$$Y_i \rightsquigarrow \mathcal{N}\left(\frac{T(\mu - \sigma^2/2)}{n}, \frac{\sigma^2 T}{n}\right)$$

Test du Chi-deux

Le principe de ce test est le suivant :

Si $Y_1 \dots Y_n$ sont des variables iid de loi η sur un espace mesurable (E, \mathcal{E}) , on veut tester $(\mu = \mu_0)$ contre $(\eta \neq \eta_0)$, sans faire pour l'instant d'hypothèse

paramétrique sur la loi.

On forme alors une partition de E en K parties J_1, \dots, J_K . Pour chaque k , on compte le nombre de points X_i ans la partie J_k . Soit n_k ce nombre et N_k la variable correspondante.

Le nombre théorique de points attendu dans J_k est $\mathbb{E}(N_k) = n\mu(J_k) = np_k$, avec $p_k = \eta(J_k)$. On considère alors la statistique :

$$\tau_n^2 = \sum_{k=1}^K \frac{(n_k - np_k)^2}{np_k}$$

Alors, pour $\eta = \eta_0$ et $p_k = \mu_0(J_k)$,

$$\tau_n^2 \xrightarrow{loi} \chi^2(K-1)$$

quand $n \rightarrow +\infty$.

Ceci permet donc de réaliser un test asymptotique de $(\eta = \eta_0)$ contre $(\eta \neq \eta_0)$.

Cependant dans notre cas, on ne connaît pas les paramètres de notre loi normale, on dispose néanmoins d'estimateurs du maximum de vraisemblance. On remplace donc naturellement le vrai paramètre $\theta_0 = \left(\frac{T(\mu - \sigma^2/2)}{n}, \frac{\sigma^2 T}{n} \right)$ par $\hat{\theta}_0 = \left(\frac{T(\hat{\mu} - \hat{\sigma}^2/2)}{n}, \frac{\hat{\sigma}^2 T}{n} \right)$.

La statistique de test devient :

$$= \sum_{k=1}^K \frac{(n_k - n\hat{p}_k)^2}{n\hat{p}_k}$$

Sous H_0 (hypothèse de normalité), on a alors :

$$\hat{\tau}_n^2 \xrightarrow{loi} \hat{\tau}^2 = \sum_{k=1}^{K-2} \varepsilon_k^2 + \gamma_0 \varepsilon_{K+1}^2$$

avec $0 \leq \gamma_0 \leq 1$ et les ε_k iid de loi normale centrée réduite.

On a donc l'encadrement suivant :

$$\sum_{k=1}^{K-2} \varepsilon_k^2 \leq \hat{\tau}_n^2 \leq \sum_{k=1}^{K-1} \varepsilon_k^2$$

Ainsi, en notant $q_{1-\alpha}(n)$ le quantile associé au niveau choisi pour le test d'une loi du Chi-deux à n degrés de liberté,

-Si $\hat{\tau}_n^2 < q_{1-\alpha}(K - 2)$, on ne rejette pas H_0 ,

-si $\hat{\tau}_n^2 > q_{1-\alpha}(K - 1)$, on rejette H_0 ,

sinon, on ne peut pas conclure grâce à cet encadrement.

En pratique, pour que la loi de la statistique ne soit pas trop éloignée de la loi limite, il faut prendre K grand devant 2 et petit devant n , le nombre d'observations.

Test du type Kolmogorov-Smirnov

On peut aussi utiliser des tests d'adéquation du type Kolmogorov-Smirnov pour vérifier la normalité des Y_i .

Ces tests se basent sur la convergence en distribution du processus empirique vers un F pont brownien.

En notant $F_n(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{Y_i \leq t}$ et F la fonction de répartition, alors, $\sqrt{n}(F_n - F)$ converge en distribution vers un processus gaussien appelé F pont brownien, pont brownien standard pour des variables uniformes.

Pour tester $(F = F_0)$ contre $(F \neq F_0)$, le test de Kolmogorov Smirnov utilise la statistique suivante :

$$D_n = \sup_{x \in \mathbb{R}} |F_n(x) - F_0(x)|$$

En remarquant que sous H_0 , les $F_0(Y_i)$ sont des variables uniformes sur $[0,1]$ et indépendantes, en notant G_n la fonction de répartition empirique des $F_0(Y_i)$, on a sous H_0 :

$$D_n \stackrel{loi}{=} \sup_{t \in [0,1]} |G_n(t) - t|$$

On a alors sous H_0 la convergence en distribution de $\sqrt{n}D_n$ vers le sup d'un pont brownien sur $[0,1]$. La loi de ce sup étant tabulée, on en déduit un test d'adéquation.

Comme dans le cas du test du Chi-deux, le problème est que nous ne connaissons pas les paramètres de notre loi normale. Ici aussi, nous remplaçons le vrai

paramètre θ_0 par $\hat{\theta}_0$ et donc $F_0 = F_{\theta_0}$ par $F_{\hat{\theta}_0}$.

L'introduction de l'estimateur a pour effet de modifier le processus gaussien limite qui n'est plus un pont brownien. Néanmoins, on peut encore utiliser le test de Kolmogorov-Smirnov, des lois tabulées existant pour différentes familles, en particulier la loi normale.

3.1.7 Application numérique dans le cadre du PERP

Le CAC 40 comme actif risqué

Pour illustrer notre théorie, nous considérons à titre d'exemple que notre actif risqué est représenté par le CAC 40, que notre taux sans risque est de 4% (taux de rendement garanti le plus observé sur le marché du PERP) et que le facteur γ vaut 0,3.

Dans cette première application, l'évolution de l'indice du CAC 40 a été considérée sur une durée de trois ans (du 4 janvier 1999 au 4 janvier 2002). Cet exemple illustre donc le cas d'un adhérent qui souscrit un PERP à l'approche de la retraite, il va donc préparer sa retraite en épargnant sur du court terme.

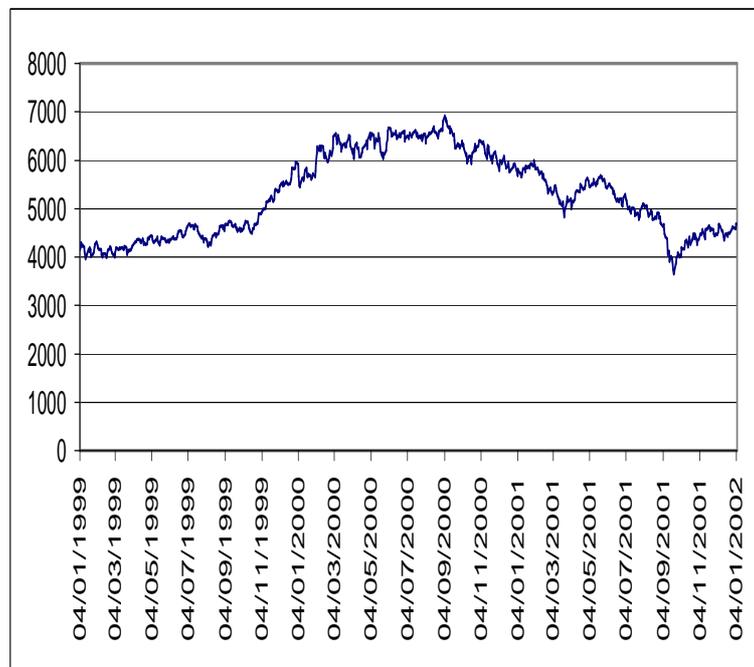


FIG. 7 – Variations du CAC 40 du 4 janvier 1999 au 4 janvier 2002.

On commence par s'intéresser à la normalité des Y_i .

Tout d'abord on peut tracer l'histogramme de la répartition des Y_i . Pour affiner celui-ci, on ajoute une estimation non paramétrique par noyau (K) de la densité f de nos variables :

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - X_i}{h}\right)$$

h est appelée fenêtre de l'estimateur. La fenêtre dépend de la taille de l'échantillon (n). On a en particulier :

$$h(n) \rightarrow 0 \text{ et } nh(n) \rightarrow +\infty \text{ quand } n \rightarrow +\infty$$

La fenêtre optimale est calculée de manière théorique par le logiciel (R).

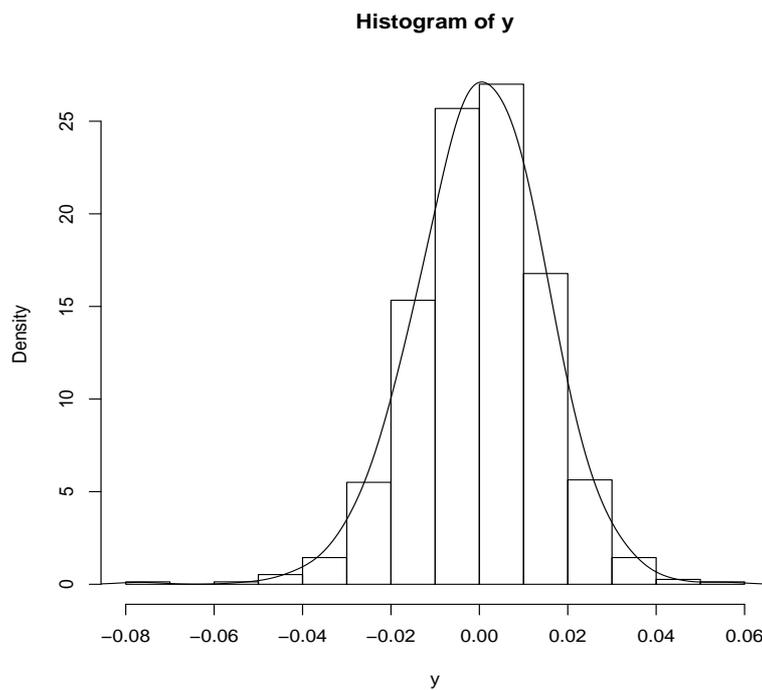


FIG. 8 – *histogramme et estimation de la densité des Y_i .*

Visuellement, la distribution semble proche de celle d'une loi normale.

Ceci est confirmé par un Q-Q plot:

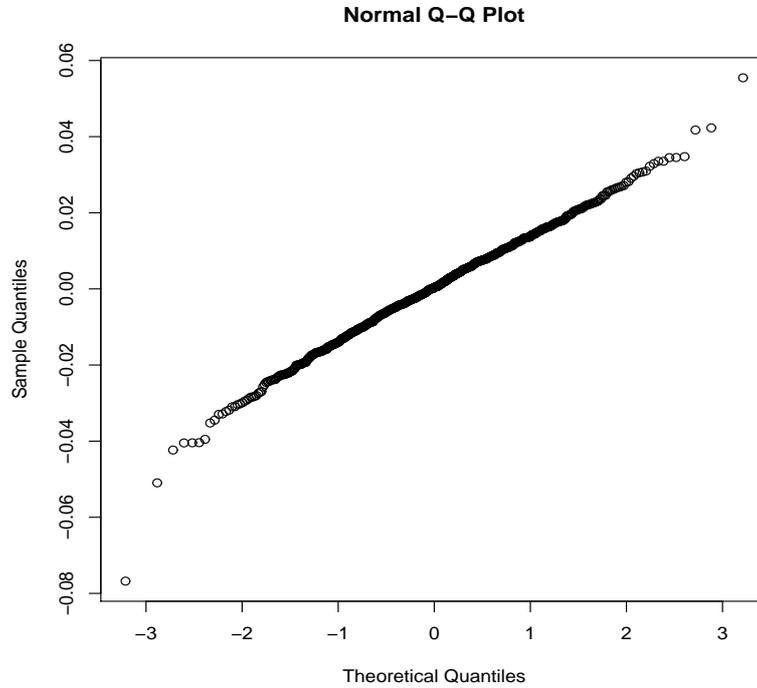


FIG. 9 – *Q-Q plot des Y_i .*

Les points alignés nous confortent dans notre hypothèse de normalité. Enfin, on réalise un test de Kolmogorov-Smirnov. Les résultats sont les suivants :

One-sample Kolmogorov-Smirnov test
data: y
D = 0.0269, p-value = 0.6403

La p-value étant de plus de 0,6, nous n'avons aucune raison de rejeter l'hypothèse de normalité.

Nous estimons maintenant un drift et une volatilité sur une période allant du 4 janvier 1999 au 4 janvier 2002.

Les résultats sont les suivants :

Nombre de données	764
Facteur γ	0,3
Taux sans risque	4%
Rendement actif risqué	7,623 %
Volatilité	7,602 %
Part actif risqué	86 %
Part actif sans risque	14 %

Par ailleurs, et comme le montrent les chiffres sur la commercialisation du PERP durant son année de lancement, la moyenne d'âge du souscripteur d'un PERP est de 40 ans. Un adhérent type va donc préparer sa retraite en épargnant sur du long terme.

Nous allons donc considérer une deuxième application qui illustre ce cas en représentant l'actif risqué par l'indice du CAC 40 évoluant entre le premier janvier 1990 et le premier janvier 2004.

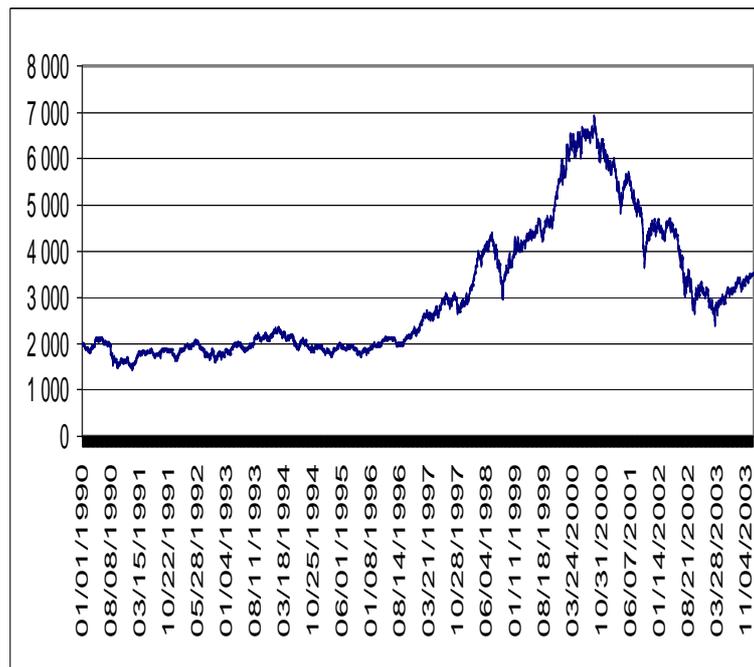


FIG. 10 – Variations du CAC 40 du 1 janvier 1990 au 1 janvier 2004.

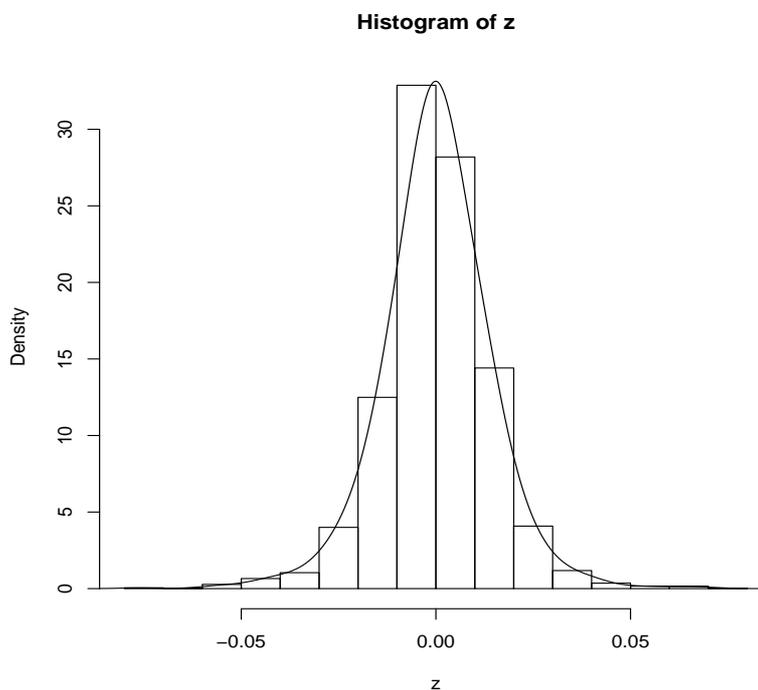


FIG. 11 – *histogramme et estimation de la densité des Z_i .*

Les résultats sont les suivants :

Nombre de données	3651
Facteur γ	0,3
Taux sans risque	4%
Rendement actif risqué	5,993 %
Volatilité	6,87 %
Part actif risqué	41 %
Part actif sans risque	59 %

Variations de la part d'actif risqué en fonction du drift et de la volatilité

Naturellement, à volatilité d'actif risqué constante, plus le rendement de l'actif risqué est grand, plus sa part doit être importante. A rendement d'actif risqué constant, plus la volatilité est importante, plus la part d'actif risqué doit être faible.

Ceci est illustré par le graphique suivant, avec un taux sans risque de 4% et un

facteur γ de 0,3.

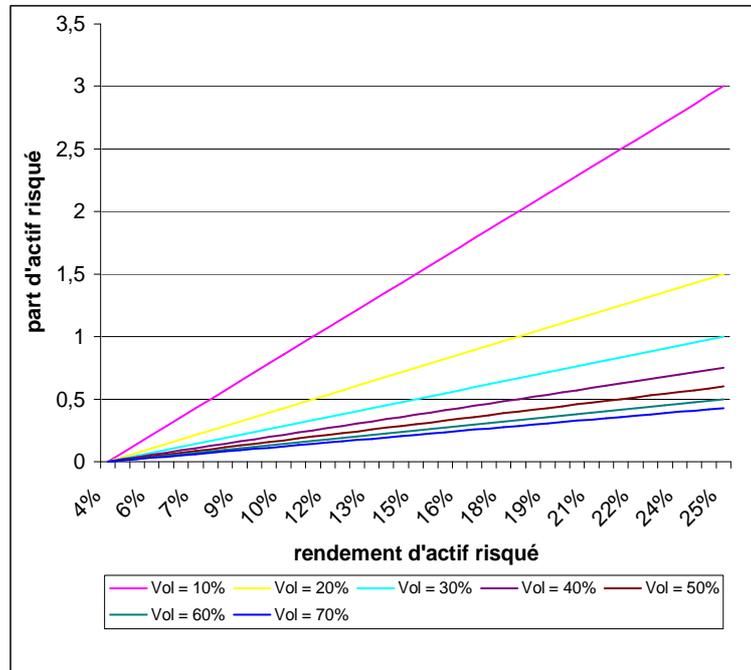


FIG. 12 – Variations de la part d'actif risqué en fonction du drift et de la volatilité.

3.1.8 Estimation de σ : utilisation de la volatilité implicite

La méthode d'estimation de la volatilité présentée dans le paragraphe précédent est une méthode naturelle et très classique dans un contexte de statistique des diffusions.

Néanmoins, cette technique n'est pas celle du marché. En effet celui-ci n'accorde que peu de crédit à l'information véhiculée par les données historiques. La pratique du marché consiste à utiliser la formule de Black et Scholes.

3.1.9 Formule de Black et Scholes

Plaçons nous dans un marché où l'on trouve un actif sans risque et un actif risqué, correspondants aux actifs utilisés par le fonds. On appelle call sur l'action S_t de strike K et de maturité T le contrat permettant d'obtenir en T l'action qui a alors une valeur S_T pour le prix K .

Ainsi le payoff en T de l'acheteur du call est donc : $(S_T - K)^+$, où on note $+$ pour la partie positive.

La théorie financière nous permet de connaître en t le prix d'un tel contrat : $C(t, T, K)$.

Ce prix est donné par la formule suivante :

$$C(t, T, K) = e^{-r(T-t)} \mathbb{E}_{\mathcal{Q}}(S_T - K)^+$$

où \mathcal{Q} est la probabilité risqué neutre.

On peut facilement calculer cette espérance et obtenir une formule fermée pour le prix du call : la formule de Black et Scholes. on obtient :

$$C_{Black-Scholes}(t, S_t, T, K, \sigma) = S_t \mathcal{N}(d_1) - Ke^{-r(T-t)} \mathcal{N}(d_0)$$

Avec $d_0 = \frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}} \ln\left(\frac{S_t}{Ke^{-r(T-t)}}\right) - \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T-t}$, $d_1 = d_0 + \sigma\sqrt{T-t}$, et \mathcal{N} la fonction de répartition d'une loi normale centrée réduite.

3.1.10 Volatilité implicite

Sur les marchés, des call sur S_t de différents strikes et différentes maturités sont échangés. Il en résulte un prix de marché. La pratique consiste à coter les call en volatilité : au prix de marché $M(t, S_t, T, K)$ pour le call sur S_t de strike K et de maturité T , on associe la volatilité σ_{imp} telle que :

$$M(t, S_t, T, K) = C_{Black-Scholes}(t, S_t, T, K, \sigma_{imp})$$

σ_{imp} est la volatilité implicite.

Si tous les acteurs du marché croyaient que le modèle de Black et Scholes était vrai, alors σ_{imp} serait exactement égale au σ de la diffusion de S_t . C'est pourquoi on peut prendre σ_{imp} comme estimation de σ .

Néanmoins on sait qu'en pratique le modèle de Black et Scholes n'est pas exact, en effet, σ_{imp} est variable avec la maturité et le strike (phénomène du smile) alors que le modèle de Black et Scholes suppose σ constant.

La pratique du marché consiste alors à utiliser la volatilité implicite des options à la monnaie (quand la valeur du strike K est proche du sous-jacent S_t). En effet, ce sont les options les plus liquides donc les plus représentatives.

3.2 Extension à n actifs risqués

Cette partie détaille les concepts de la théorie du contrôle optimal stochastique en étendant le cadre de la partie précédente à la présence de n actifs risqués.

Pratiquement, nous nous plaçons dans le cadre d'un PERP proposant plusieurs supports en unités de compte.

Cependant, ce paragraphe ne comprend pas d'application numérique, cette dernière étant trop lourde.

3.2.1 Rappel sur la théorie du contrôle stochastique

Soit X un système représenté par l'équation différentielle stochastique suivante :

$$dX_t = f(X, v)dt + \Sigma(X, v)dW_t, \quad X(t_0) = x_0$$

avec:

- W_t un mouvement brownien standard, à valeurs dans \mathbb{R}^p .

- X_t représente l'état du système, à valeurs dans \mathbb{R}^n .

- $v(t)$, le contrôle, à valeurs dans \mathbb{R}^m .

Les fonctions :

$$f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$\Sigma : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$$

vérifient des hypothèses assurant existence et unicité de la solution.

Afin d'exclure les stratégies dépendant du futur de la trajectoire, la formalisation la plus commode est de supposer que le contrôle $v(t, \omega)$ est une fonction déterministe et suffisamment régulière de t et de l'état $X(t)$ du système à la date t . Ainsi, on prend plutôt $v(t, X(t, \omega))$

La forme générale d'un problème de contrôle optimal stochastique $\mathcal{P}(t_0, x_0)$ est:

$$\max_v \mathbf{E} \left(\int_{t_0}^T U(t, X(t), v(t)) dt + A(X(T)) | X(t_0) = x_0 \right)$$

sous la contrainte de la dynamique de $X(t)$.

U est la fonction d'utilité instantanée, vérifiant des conditions de régularité.

A est la fonction d'utilité terminale.

Définition 1 Hamiltonien

Le hamiltonien $H(t, x, p, q, v)$ du problème $\mathcal{P}(t_0, x_0)$ est la fonction :

$$H(t, x, p, q, v) = U(t, x, v) + \sum_{i=1}^n p_i f_i(x, v) + \frac{1}{2} \sum_{i,l=1}^n q_{il} \left(\sum_{j=1}^p \sigma_{ij}(x, v) \sigma_{lj}(x, v) \right)$$

avec :

$$t \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad p \in \mathbb{R}^n, \quad q \in \mathbb{R}^{n^2}, \quad v \in \mathbb{R}^m$$

Les p_i sont des multiplicateurs associés à chaque coordonnées. La présence des q_{il} est quant à elle due à la nature stochastique du problème.

Matriciellement on peut écrire le hamiltonien :

$$U(t,x,v) + \langle p, f(x,v) \rangle + \frac{1}{2} \text{Trace} (\Sigma(x,v) q^t \Sigma(x,v))$$

Théorème 1 *Equation de Bellman stochastique*

Si la fonction valeur $J(t,x)$ (définie dans la partie précédente) du problème $\mathcal{P}(t,x)$ est définie et possède de bonnes propriétés, alors elle vérifie l'équation de Bellman :

$$\frac{\partial J}{\partial t}(t,x) + \max_v H \left(t,x, \frac{\partial J}{\partial x}(t,x), \frac{\partial^2 J}{\partial x^2}(t,x), v \right) = 0$$

$$J(T,x) = A(x)$$

Dans ce cas, un contrôle optimal est obtenu en prenant v réalisant le maximum du Hamiltonien :

$$v \rightarrow H \left(t,x, \frac{\partial J}{\partial x}(t,x), \frac{\partial^2 J}{\partial x^2}(t,x), v \right)$$

Ainsi, on résout un problème de contrôle stochastique selon la procédure suivante :

- On écrit le Hamiltonien du problème et on considère le programme de maximisation de ce Hamiltonien par rapport à v :

$$H^*(t,x,p,q) = \max_v H(t,x,p,q,v)$$

Supposons que $v^*(t,x,p,q)$ soit une solution.

- On écrit et on tente de résoudre l'équation aux dérivées partielles de Bellman :

$$\frac{\partial J}{\partial t}(t,x) + H^* \left(t,x, \frac{\partial J}{\partial x}(t,x), \frac{\partial^2 J}{\partial x^2}(t,x), v \right) = 0$$

$$J(T,x) = A(x)$$

Dans le cas où on peut résoudre cette équation, le contrôle optimal est obtenu en prenant :

$$v(t,x) = v^* \left(t,x, \frac{\partial J}{\partial x}(t,x), \frac{\partial^2 J}{\partial x^2}(t,x), v \right)$$

3.2.2 Présentation du cadre théorique

Nous envisageons ici un problème avec n actifs risqués. Cependant, celui-ci diffère de celui de la première partie car la résolution du problème de la première partie avec n actifs risqués aboutit à une solution peu exploitable. Nous considérons ici un fonds ayant une certaine richesse à $t = t_0$, qui ne verse pas de retraites et ne reçoit pas de cotisations jusqu'en $t = T$.

Chaque actif risqué vérifie l'équation suivante :

$$\frac{dS_t^i}{S_t^i} = \mu_i dt + \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} dB_t^j, \quad i = 1 \dots n$$

B est un mouvement brownien standard en dimension n (on choisit cette dimension car il y a n sources d'aléa). $\Sigma = \sigma(ij)$ est une matrice constante inversible.

On note ρ le vecteur des rendements excédentaires ($\rho_i = \mu_i - r$), $\Gamma = \Sigma' \Sigma$.

On note $\alpha_i(t)$ la part de la richesse W_t détenue sous forme d'actif i ($\alpha_0(t) = 1 - \sum_{i=1}^n \alpha_i(t)$). Ainsi, comme dans la première partie, on a l'équation d'auto-financement :

$$dW_t = \sum_{i=0}^n \theta_t^i dS_t^i$$

avec $\theta_t^i = \alpha_i(t)W(t)/S_i(t)$.

Comme précédemment, on obtient donc l'équation de dynamique de la richesse :

$$dW = W \left(r - \sum_{i=1}^n \alpha_i(\mu_i - r) \right) dt + W \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i \sigma_{ij} dB_j \right)$$

Le problème d'optimisation est donc le suivant :

$$\max \mathbb{E}_{t_0}(A(W(T)))$$

sous la contrainte de la dynamique de W et $W(t_0) = W_0$.

3.2.3 Calcul du Hamiltonien

Après calcul, on obtient :

$$H(t, W, p, q, \alpha) = pW(r + \langle \alpha, \rho \rangle) + \frac{q}{2}W^2 \langle x, \Gamma x \rangle$$

Pour optimiser le Hamiltonien, on a donc à faire à un problème d'optimisation quadratique en α . Sous réserve que $q > 0$, on obtient le maximum suivant :

$$H^*(t, W, p, q) = pWr + \left(\frac{p^2}{-2q} \right) \langle \rho, \Gamma^{-1} \rho \rangle$$

atteint en :

$$\alpha^*(t, W, p, q) = \left(\frac{p}{-qW} \right) \Gamma^{-1} \rho$$

3.2.4 Equation de Bellman

$$\frac{\partial J}{\partial t} + rW \frac{\partial J}{\partial W} - \frac{1}{2} \langle \rho, \Gamma^{-1} \rho \rangle \left(\frac{\partial J}{\partial W} \right)^2 / \left(\frac{\partial^2 J}{\partial W^2} \right) = 0$$

$$J(T, k) = A(k)$$

Le contrôle optimal s'écrit :

$$\alpha(t, W) = \alpha^* \left(t, k, \left(\frac{\partial J}{\partial W} \right), \left(\frac{\partial^2 J}{\partial W^2} \right) \right)$$

on obtient donc :

$$\alpha(t, W) = \frac{\Gamma^{-1} \rho}{I(t, W)} \text{ avec } I(t, W) = -W \frac{\partial^2 J}{\partial W^2}(t, W) / \frac{\partial J}{\partial W}(t, W)$$

$I(t, W)$ représente un indice relatif d'aversion pour le risque.

3.2.5 Résolution dans un cas particulier

Si $A(W) = \frac{W^{1-\beta}}{1-\beta}$, en réinjectant et en résolvant, on trouve :

$$J(t, W) = \frac{\exp(\delta(T-t))}{1-\beta} W^{1-\beta}$$

et donc :

$$\alpha(t, W) = \frac{1}{\beta} \Gamma^{-1} \rho$$

avec

$$\delta = (1-\beta) \left(r + \frac{1}{2\beta} \langle \rho, \Gamma^{-1} \rho \rangle \right)$$

Comme décrit précédemment, cette partie nous étend le cadre d'étude du paragraphe précédent au cas de n actifs risqués, nous sommes donc pratiquement dans le cas d'un PERP proposant plusieurs unités de compte.

Toutefois, nous ne présenterons pas de cas pratique étant donné que l'application numérique est trop lourde.

Conclusion

La loi Fillon du 21 août 2003 avec ses 116 articles a réformé en profondeur le régime des retraites de base en France. Elle a également apporté de nouvelles dispositions concernant la retraite complémentaire en introduisant de nouveaux produits de retraite dont le PERP, Plan d'Épargne Retraite Populaire.

Ce nouveau produit étend le troisième pilier de la retraite française à l'ensemble des français. Il s'agit, sur un plan technique, d'un contrat d'assurance classique souscrit par l'intermédiaire d'une association à but non lucratif indépendante de l'organisme assureur qui gère et commercialise le produit. La principale particularité du PERP porte sur le fait que les cotisations au PERP sont déductibles, dans une certaine limite, des revenus imposables et que la sortie au moment de la retraite se fait uniquement sous forme d'une rente viagère, éventuellement réversible.

La fin de l'année 2004 qui a vu le lancement du PERP permet de faire un premier bilan sur la commercialisation de ce produit. Le premier point notable porte sur le nombre de PERP ouverts durant cette année, soit 1 125 000, un chiffre sensiblement supérieur aux attentes. Ce premier élément de volume doit cependant être nuancé par le chiffre d'affaires de 340 millions d'euros qu'il a généré, soit environ 300 euros par contrat.

Cette première année incomplète de commercialisation a également fait apparaître un phénomène divergeant des prévisions. L'âge moyen d'un adhérent au PERP est en effet sensiblement inférieur à celui attendu, aux alentours de 38 ans. Ceci peut d'ailleurs expliquer le faible niveau d'encaissement moyen, les capacités d'épargne étant alors moins importantes, tout comme la nécessité de se constituer rapidement un capital pour sa retraite.

Dans la deuxième partie du mémoire, nous avons analysé la rentabilité du PERP pour un organisme assureur qui souhaite le mettre en place. Grâce à un outil informatique qui simule l'évolution d'un portefeuille de contrats d'un PERP, nous avons pu fixer les objectifs aux services commerciaux de cet assureur, optimiser le choix des différents paramètres et hypothèses afin de pouvoir lancer le produit et s'inscrire dans ce nouveau marché du PERP.

Les enjeux pour les compagnies d'assurance dans les années à venir seront donc doubles pour assurer la réussite du PERP : non seulement séduire de nouveaux adhérents mais également, et surtout, convaincre les adhérents d'alimenter régulièrement leur contrat. Ceci est évidemment nécessaire pour permettre aux adhérents de disposer d'un complément de retraite significatif, mais

c'est surtout nécessaire pour améliorer la rentabilité du produit pour l'organisme gestionnaire qui le commercialise, comme le montrent les résultats de cette deuxième partie du mémoire.

Dans la troisième partie du mémoire, nous avons étudié le rendement du PERP pour un souscripteur qui souhaite préparer sa retraite dans les meilleures conditions. Grâce à l'application de la théorie du contrôle optimal stochastique, nous avons pu déterminer les parts de cotisations à ventiler sur le fonds en euro dont le rendement est garanti par l'assureur, et les supports en unités de compte dont le rendement est aléatoire.

Les résultats de cette partie du mémoire nous incitent à investir dans les actifs risqués et ne pas se contenter d'un PERP proposant uniquement des supports garantis.

Par ailleurs, une étude réalisée par TNS Sofres, datant de mars 2005, montre qu'avec la bonne tenue des indices en Europe depuis le début de l'année et les nouvelles privatisations, la méfiance des français semble s'atténuer peu à peu. En effet, les français sont désormais 22% (contre 16% en octobre 2004) à estimer qu'il s'agit du bon moment pour placer une partie de leur épargne en bourse.

Cette tendance est bien en accord avec les résultats de gestion d'actifs d'un PERP obtenus dans la troisième partie du mémoire et qui incitent le souscripteur du plan à mettre plus de la moitié de ses cotisations sur les actifs risqués des supports en unités de compte proposés par l'assureur.

Toutefois, pour les assurés qui préfèrent adopter un comportement plus prudent, le décret d'application du PERP prévoit un dispositif de sécurisation qui institue un ratio minimal de ventilation des cotisations sur le fonds en euro et qui augmente au fur et à mesure que l'échéance de la liquidation des droits approche.

Références

- [1] BAREL E., BEAUX C., KESSLER E., SICHEL O., *Economie Politique Contemporaine*. Armand Colin.
- [2] BEHAR T., *Fonds de Pension*. Cours Isup 2004.
- [3] BOULIER J.F, DUPRÉ D., *Gestion Financière des Fonds de Retraite*. Economica.
- [4] CHEVALIER J., *Méthodes Stochastiques Appliquées en Finance* . Cours Isup 2004.
- [5] COHEN A., *Elaboration d'un Mode de Comptabilisation des Fonds de Pension au Luxembourg*. Mémoire Isup 1996.
- [6] DANA R.A, JEANBLANC-PICQUE M., *Marchés Financiers en Temps Continus : Valorisation et Equilibre*. Economica
- [7] DEMANGE G., ROCHET J.C., *Méthodes Mathématiques de la Finance*. Economica.
- [8] KOEHL P.F., *Cours ENSAE de sélection de portefeuilles*.
- [9] LAMBERTON D., LAPEYRE B., *Introduction au Calcul Stochastique Appliqué à la Finance*. Ellipses Marketing.
- [10] MASCOMÈRE P., *Prévoyance Sociale et Assurance de Groupe*. Cours Isup 2004.
- [11] PETAUTON P., *Théorie et Pratique de l'Assurance Vie*. Dunod, 2e édition.
- [12] SATOR N., *Le Nouveau Cadre Réglementaire, Fiscal et Actuariel des Fonds de Pension au Luxembourg*. Mémoire Isup 2000.
- [13] TEXTES DE LOI, *Loi Fillon du 21 août 2003, projet de décret octobre 2003, décret du 21 avril 2004, arrêté du 24 avril 2004*.
- [14] SITES INTERNET, *Espace Retraite*. www.espace-retraites.fr...
- [15] ARTICLES DE PRESSE