

## **SOLVABILITE ET RENTABILITE : VERS UN MODELE D'EQUILIBRE ?**

Bernard BAILLEUL

*A.G.F. – Direction Marché des Entreprises – Directeur Construction*

Frédéric BOULANGER

*AXA e-Services – Directeur Ventes et Marketing*

Laurent TRAN VAN LIEU

*AXA – Directeur Technique*

### **RESUME**

La raison d'être de l'assurance est de transférer vers l'assureur les aléas que l'assuré ne peut pas assumer financièrement. Aussi, pour que le contrat passé puisse être exécuté dans de bonnes conditions, l'assureur doit pouvoir garantir à ses clients le paiement des sinistres : il doit être solvable. L'importance de l'assurance dans nos sociétés est aujourd'hui telle qu'elle s'est vu attribuer un rôle social : l'assurance maladie ne s'appelle-t-elle pas sécurité sociale ? Ce rôle social de l'assurance ne doit toutefois pas faire oublier les actionnaires, sans qui elle ne peut exister et qui attendent une «juste» rémunération de leurs investissements. Inversement, l'obligation de s'assurer, de droit ou de fait, ne doit pas conduire les investisseurs à exploiter des clients «captifs».

Ces questions sont au coeur des débats qui portent sur l'assurance : l'assurance relève-t-elle de la solidarité, de la mutualité, ou de l'équité ? Les réponses sont complexes et doivent naviguer entre deux écueils<sup>1</sup> :

- «l'angélisme» qui consiste à ignorer l'ordre économique, c'est-à-dire la « juste» rémunération de l'actionnaire, au nom de l'ordre social, c'est-à-dire au nom de la protection des assurés ;
- la «barbarie» qui est la tentation inverse consistant à ignorer l'ordre social au nom de l'ordre économique.

Pour éviter la «barbarie», l'ordre politique a érigé des contraintes allant parfois jusqu'à réglementer les tarifs. Les niveaux de rentabilité offerts étaient à l'origine plus que satisfaisants<sup>2</sup>. Dans un tel environnement, les assureurs ont pu se consacrer à leur rôle social, la rémunération de l'actionnaire étant naturelle. Aujourd'hui, l'intensification de la concurrence et la raréfaction du capital remettent en cause cet équilibre et risquent de faire basculer le système vers la «barbarie».

Plus qu'une réponse, nous essayons de proposer une démarche qui repose avant tout sur une distinction claire entre les deux ordres économique et social.

---

<sup>1</sup> Voir «le capitalisme est-il moral ?», A. Comte-Sponville, dans Valeur et vérité, Puf/Perspectives Critiques, 1994.

<sup>2</sup> Une bonne illustration de ces problèmes est donnée par l'historique de la réglementation de la tarification en assurance dommages aux Etats-Unis.

Nous abordons dans la première partie la notion de solvabilité en reprenant les méthodes classiques reposant sur la notion de probabilité de ruine et en décrivant les apports de l'approche américaine du «*Risk Based Capital*» qui intègre notamment les risques liés à la gestion des actifs. Nous nous attachons à comprendre les difficultés pratiques liées à leur mise en œuvre et montrons les différents leviers concrets dont le manager dispose pour gérer le risque de solvabilité et adapter ainsi sa stratégie au besoin des clients.

Dans la deuxième partie, nous abordons la notion de rentabilité. Pour un groupe d'assurance coté, l'objectif de rentabilité est imposé par le marché financier. Des modèles financiers tels que le Modèle d'Equilibre des Actifs Financiers (MEDAF) permettent de l'estimer : mais comment déterminer, pour chaque filiale et pour chaque branche, le montant de capital à allouer et le coût du capital à utiliser ? Nous proposons de séparer pour l'analyse les trois fonctions principales : opérations d'assurance, gestion des actifs et activités de holding. Cette décomposition permet au manager d'adapter sa stratégie en fonction des exigences des actionnaires.

Ayant identifié les différences entre ces deux points de vue, nous ébauchons un modèle d'équilibre qui opère la synthèse entre les comportements micro-économiques de l'assuré et des actionnaires. Le point d'équilibre correspond à l'intersection entre :

- la fonction d'utilité de l'assuré qui dépend, d'une part, de son aversion au risque qui est l'objet de l'opération d'assurance, et, d'autre part, de la probabilité de ruine qui est un indicateur de la qualité du produit vendu ;
- et la fonction d'utilité de l'actionnaire liant le niveau de rentabilité en pourcentage du prix de revient au montant des fonds propres investis.

Le modèle ainsi esquissé permet également de réfléchir aux conditions dans lesquelles l'offre peut rencontrer la demande. Au point d'équilibre, lorsqu'il existe, le couple solvabilité/rentabilité est optimal. L'application de ce modèle repose toutefois sur l'hypothèse d'efficacité du marché de l'assurance et donc sur la transparence et la rationalité des acteurs. Si ces conditions sont raisonnablement satisfaites sur le marché de l'assurance d'entreprise ou sur celui de la réassurance, il n'en va pas de même sur le marché de l'assurance des particuliers, où le rôle des autorités de contrôle est donc particulièrement important.

Pour, finaliser et mettre en œuvre ce modèle d'équilibre, des développements importants doivent être réalisés. Ils concernent des disciplines différentes et communiquant peu les unes avec les autres : l'actuariat, l'analyse financière et la micro-économie.

## INTRODUCTION

Il était une fois le paradis des assureurs. La rentabilité des opérations d'assurance était naturelle : les fonds propres augmentaient facilement et les actionnaires s'en satisfaisaient volontiers. Pourtant, l'assurance n'intéressait guère les investisseurs : les gens heureux n'ont pas d'histoire. La concurrence était amicale et les assureurs avaient fini par se confondre eux-mêmes avec le produit qu'ils vendaient, tirant fierté du rôle social qu'ils se reconnaissaient : protéger les assurés contre les aléas de la vie. Cette confusion, cet

«angélisme», conduisit à une accumulation de richesses très supérieures aux besoins en fonds propres. Mais des hordes d'assureurs «sauvages» finirent par envahir ce marché paisible. La concurrence devint violente et la rentabilité difficile. Les actionnaires se rappelèrent au bon souvenir des assureurs et les obligèrent à renoncer à leur «angélisme» social pour se consacrer à la juste rémunération du capital.

Ce monde nouveau imposa un bouleversement profond de la culture des entreprises.

## PREAMBULE

Aujourd'hui, le capital est devenu rare et cher : l'actionnaire exige du manager à qui il confie son investissement, de créer de la valeur. Notre objectif n'est pas de redéfinir la notion de valeur, ce sujet ayant déjà été traité dans le cadre du concours organisé par la SCOR en 1990, remporté par G.Taylor. Nous partirons du postulat que «la valeur d'une compagnie d'assurance peut être comparée à celle d'un commerce». Elle se décompose donc en :

### *Les murs*

La valeur des murs d'une compagnie d'assurance correspond à celle de l'actif net réévalué hors actualisation des différents postes du bilan.

### *Le fonds de commerce*

Le fonds de commerce d'une compagnie d'assurance correspond à la valeur actuelle des flux de trésorerie futurs engendrés par les contrats en portefeuille en tenant compte de leurs renouvellements futurs prévus.

### *Les stocks*

La valeur des stocks ou *good-will* technique correspond à la valeur actuelle de la différence, défiscalisée, existant entre provisions réévaluées au bilan et ces mêmes provisions escomptées, minorée de la différence entre les actifs réévalués et la valeur actuelle de ces mêmes actifs (on s'intéressera particulièrement aux créances sur assurés, intermédiaires et réassureurs).

La valeur technique<sup>3</sup> de la compagnie d'assurance correspond à la somme de ces trois composantes, minorée du coût lié à l'immobilisation du capital.<sup>4</sup> C'est cette valeur qui devrait, selon nous, être considérée comme la meilleure mesure de la garantie de solvabilité. De même, la création de valeur offre la meilleure mesure de la rentabilité de l'investissement de l'actionnaire. La notion de valeur est donc au cœur des enjeux de rentabilité (2<sup>ème</sup> partie) et de solvabilité (1<sup>ère</sup> partie). Mais ce n'est qu'en prenant également

---

<sup>3</sup> La valeur marchande d'une compagnie d'assurances est généralement supérieure car elle tient compte de sa capacité à engendrer des affaires nouvelles.

<sup>4</sup> La valeur du fonds de commerce, par exemple, doit tenir compte de la nécessité d'immobiliser des fonds propres, rémunérés à un taux inférieur au taux d'actualisation ou coût du capital.

en compte le point de vue de l'assuré (3<sup>ème</sup> partie) que nous pourrions esquisser un modèle d'équilibre.

### 1 - SOLVABILITE : A L'ORIGINE DE L'ASSURANCE

Le rôle de l'assureur est de payer à l'assuré, moyennant le versement d'une cotisation, une indemnité en cas de survenance d'un sinistre. La bonne exécution de ce contrat suppose que l'assureur soit capable de faire face à ses engagements, c'est-à-dire qu'il soit solvable. La solvabilité est donc à l'origine de l'assurance : l'assuré ne peut garantir sa propre solvabilité et rémunère l'assureur à cet effet. La solvabilité est donc avant tout une préoccupation de l'assuré.<sup>5</sup>

Les fonds propres immobilisés garantissent la solvabilité. L'autorité de contrôle exige un montant minimal appelé marge de solvabilité. Son montant est obtenu après analyse simultanée du compte d'exploitation et du compte de bilan.

De manière très simplifiée, le compte d'exploitation d'une compagnie d'assurance peut se mettre sous la forme :

Charges	Produits
sinistres réglés	cotisations émises
+variation de la provision pour sinistres à payer	- variation de la provision pour risques en cours
= charge de sinistres de l'exercice (S)	=cotisations acquises (C)
- boni/mali sur les exercices antérieurs (BM)	
+ frais de gestion et d'acquisition (FG)	+ résultat financier (RF)

Le résultat d'exploitation avant impôts est égal à :

$$\text{Résultat d'exploitation} = C + RF - S + BM - FG$$

De même, le bilan (en fin d'année n-1) peut se mettre sous forme :

Actif	Passif
actifs investis (AI)	Fonds propres (FP)
besoin en fonds de roulement (BFR)	Provisions pour sinistres à payer
	Provisions pour risques en cours
Total actif	Total passif

<sup>5</sup> En pratique, c'est l'autorité de contrôle des compagnies d'assurance qui s'assure de cette solvabilité pour le compte des assurés, et notamment des particuliers.

L'assureur ne peut plus faire face à ses engagements futurs lorsque les actifs ne couvrent plus le passif, c'est-à-dire quand la perte d'exploitation de l'année est supérieure aux fonds propres. Pour que l'assureur soit solvable<sup>6</sup>, nous devons avoir la relation suivante :

$$S/C + FG/C = \text{Ratio combiné}^7 (RC) < 1 + FP/C + RF/C + BM/C$$

soit encore

$$(RC - 1) - Tx \text{ de BM} - Tx \text{ de produits financiers } (Tx_{pf}) < FP/C .$$

Il est toutefois impossible d'avoir un niveau de fonds propres tel que cette relation soit toujours satisfaite puisque le terme de gauche est aléatoire. En revanche, pour un niveau de fonds propres donné, on peut calculer le risque qu'une telle situation se produise : c'est la probabilité de ruine. La marge de solvabilité correspond au niveau de fonds propres tel que cette probabilité soit «acceptable»<sup>8</sup>.

Dans la suite de cette première partie, nous analyserons les différents facteurs ayant un impact sur la marge de solvabilité.

### 1.1 - Approches classiques : analyse du passif

Les approches classiques s'intéressent aux passifs des compagnies d'assurances et permettent de déterminer la marge de solvabilité en fonction :

- du ratio combiné, c'est-à-dire du tarif, des frais de gestion et d'acquisition,
- des résultats sur les exercices antérieurs, c'est-à-dire des provisions.

L'impact des variations du taux de rendement des actifs n'est pas pris en compte dans ces approches, il est considéré comme fixe.

#### 1.1.1 - Analyse de l'exercice courant

Le calcul du risque lié à l'exercice courant repose sur une modélisation du processus de survenance des sinistres et sur une modélisation du coût des sinistres. Pour un assuré, la charge de sinistre se met sous la forme suivante :

$$R = \sum_{i=1}^N X_i$$

où  $N$  est le nombre aléatoire de sinistres,

---

<sup>6</sup> La solvabilité est une condition nécessaire mais pas toujours suffisante pour garantir la bonne application des engagements de l'assureur, elle ignore les problèmes de liquidité.

<sup>7</sup> Nous ne prenons pas la définition classique du ratio combiné dans la mesure où nous prenons le même dénominateur pour la charge de sinistres et les frais de gestion et d'acquisition : les cotisations acquises.

<sup>8</sup> Ce niveau «acceptable» est subjectif.

$X_i$  est le coût aléatoire du  $i^{\text{ème}}$  sinistre.

Moyennant l'hypothèse : «le nombre de sinistres d'un assuré est indépendant du coût de ses sinistres supposés, eux-mêmes indépendants entre eux et de même loi»<sup>9</sup>, nous pouvons calculer d'une part l'espérance de la charge de sinistres individuelle (ou prime pure) :

$$\text{prime pure} = \lambda s$$

où  $\lambda$  est la fréquence de l'assuré ;

$s$  est le coût moyen ;

et, d'autre part, sa variance<sup>10</sup> :

$$\text{Var}(R) = s^2 \text{Var}(N) + \lambda \text{Var}(X)$$

où  $R$  est la variable aléatoire prime pure ;

$N$  est la variable aléatoire nombre de sinistres ;

$X$  est la variable aléatoire coût du sinistre.

Cette décomposition de la charge de sinistres met en évidence deux phénomènes de natures complètement différentes : le processus de survenance des sinistres et le coût des sinistres. L'analyse de la marge de solvabilité repose donc sur l'étude de ces deux phénomènes.

Pour un portefeuille de  $n$  risques homogènes et indépendants<sup>11</sup>, la charge de sinistres totale peut être assimilée à une gaussienne de moyenne :

$$n\lambda s$$

et de variance :

$$ns^2 \text{Var}(N) + n\lambda \text{Var}(X) .$$

La probabilité de ruine est alors égale à :

<sup>9</sup> Cette hypothèse est difficile à vérifier d'un point de vue strictement statistique puisqu'elle n'est vraie qu'individuellement. En effet, au niveau d'un portefeuille, il existe un lien entre les coûts et les fréquences puisque que ces grandeurs dépendent des mêmes variables explicatives, prix du véhicule pour la garantie vol par exemple.

<sup>10</sup> Cette hypothèse est une condition suffisante mais non nécessaire pour la décomposition de la prime pure. En revanche, elle est nécessaire pour la décomposition de la variance.

<sup>11</sup> Ces hypothèses peuvent être assouplies (voir par exemple Daykin, 1994). Si les lois obtenues sont plus complexes (approximation Normal/Power) et modifient le résultat, elles ne changent rien aux conclusions que nous tirons (voir § 1.1.5 - Impact du plan de réassurance).

$$P_r = P \left( Y > \frac{FP + R^*}{\sqrt{ns^2Var(N) + n\lambda Var(X)}} \right)$$

où  $Y$  est une variable aléatoire normale centrée réduite ;

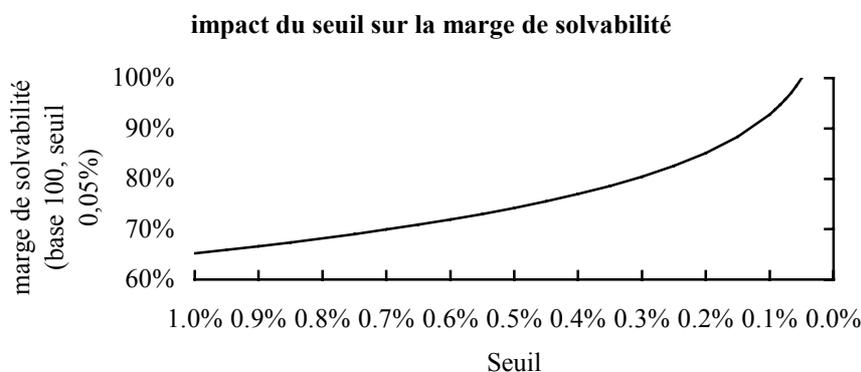
$R^* = C(1 + Tx_{PF} - n\lambda s / C - FG / C)$  est le résultat probable attendu .

Pour une probabilité de ruine souhaitée (seuil  $\alpha$ ), nous déduisons de la formule précédente le taux de fonds propres correspondant :

$$\frac{FP}{C} = K_\alpha \frac{\sqrt{ns^2Var(N) + n\lambda Var(X)}}{C} - \frac{R^*}{C}$$

où  $K_\alpha$  est le quantile  $\alpha$  de la loi normale centrée réduite.

Ce montant est très sensible au choix du seuil. Sous l'hypothèse gaussienne, nous avons la courbe suivante<sup>12</sup> :



Cette croissance de la marge de solvabilité en fonction du seuil est plus marquée en réalité : l'hypothèse gaussienne sous-estime d'autant plus le montant de capital nécessaire que la probabilité de ruine est faible<sup>13</sup>.

#### *Variabilité endogène/exogène*

La marge de solvabilité est directement fonction de la variance du processus de survenance des sinistres et de la variance du coût des sinistres. L'estimation de ces deux paramètres pose toutefois des difficultés techniques. En effet, les variances expérimentales

<sup>12</sup> Nous avons retenu pour  $R^*$  3% et avons pris comme référence la marge de solvabilité correspondant à une probabilité de ruine de 0,05%.

<sup>13</sup> En effet, le modèle gaussien sous-estime la longueur de la queue de distribution.

des phénomènes étudiés doivent être décomposées en deux termes : la variance exogène et la variance endogène.

- La variance exogène correspond aux différences de risques individuels entre les branches ou les assurés. En assurance tempête la fréquence est faible et le coût élevé alors qu'en assurance santé c'est l'inverse.
- La variance endogène correspond au risque que l'assuré veut couvrir à travers l'acte d'assurance ; c'est la raison d'être de l'assureur qui, en regroupant les assurés, diversifie ce risque à travers le processus de mutualisation des risques. Par exemple, le client assuré en tempête peut subir malgré tout un sinistre alors que le client assuré en santé peut ne pas être malade, et ce, bien que le risque de celui-ci soit nettement supérieur au risque de celui-là.

Le premier terme n'est pas un facteur de risque et ne doit pas être intégré dans le calcul de la marge de solvabilité puisqu'il est déterministe. Le second terme est en revanche un facteur de risque qui doit bien être intégré à l'analyse de la marge de solvabilité.

#### *Marge de solvabilité et type de risques couverts*

Si nous faisons l'hypothèse que le processus de survenance des sinistres est un processus de Poisson<sup>14</sup> et si nous admettons que la variance relative du coût des sinistres est indépendante du coût moyen<sup>15</sup>, la relation précédente devient :

$$\frac{FP}{C} = K_{\alpha} K_v \frac{\sqrt{ns^2 \lambda}}{C} - \frac{R^*}{C}$$

$$\text{où } K_v = \sqrt{1 + \frac{Var(X)}{s^2}} \text{ est une constante.}$$

Enfin, si nous remplaçons le chiffre d'affaires par :

$$C = n\lambda s \times (1 + k_c) \times (1 + k_s)$$

$$\text{où } k_c = FG/C - Tx_{PF} = Tx_{FG} - Tx_{PF} \text{ est le coefficient de chargement ;}$$

$$k_s = R^*/C \text{ est le coefficient de sécurité, ou marge bénéficiaire.}$$

Nous obtenons :

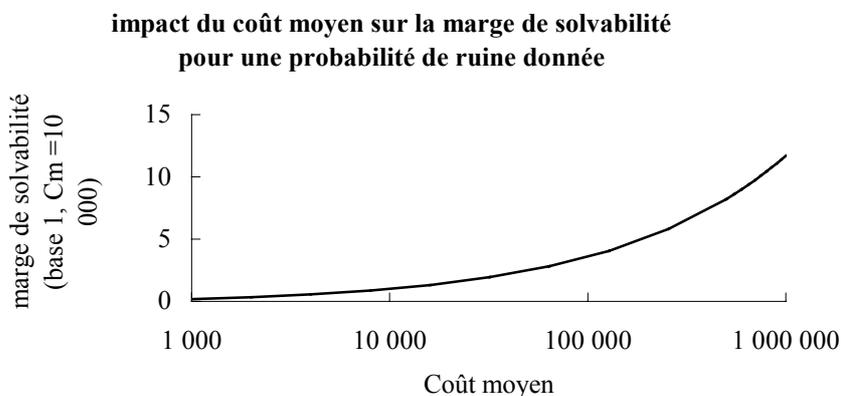
$$\frac{FP}{\text{prix de revient}} = \frac{K_{\alpha} K_v}{\sqrt{1 + k_c}} \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{\text{prix de revient}}} - k_s \times (1 + k_s).$$

<sup>14</sup> Cette hypothèse est acceptable au niveau d'une police. Elle se généralise au portefeuille s'il est parfaitement homogène et s'il n'y a pas de phénomènes de contamination.

<sup>15</sup> En pratique, le rapport à tendance à croître quand le coût moyen augmente ; il est plus important pour la Responsabilité Civile auto que pour le Bris des Glaces. Le phénomène présenté est donc encore plus marqué que sur le graphique.

où prix de revient =  $n\lambda s \times (1 + k_c)$ .

La marge de solvabilité est, pour un prix de revient donné, une fonction en  $\sqrt{s}$  : plus le coût moyen des sinistres est important plus la marge de solvabilité doit être élevée. Les phénomènes rares avec des coûts moyens importants (tempêtes, tremblement de terre, par exemple) devraient être, en pourcentage du prix de revient, très consommateurs de fonds propres.

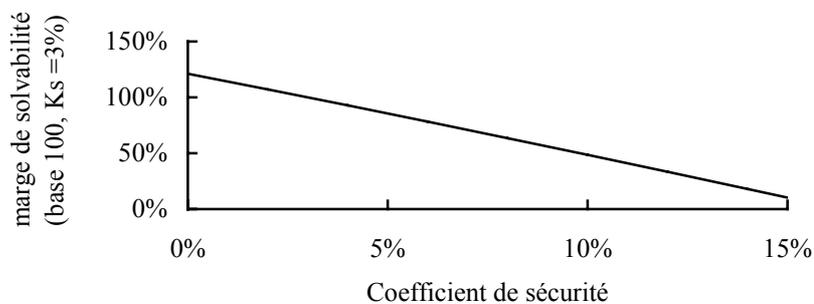


*Marge de solvabilité et coefficient de sécurité*

Si nous exprimons l'équation précédente en fonction de la charge de sinistres probable, nous obtenons :

$$\frac{FP}{\text{prix de revient}} = \max\left(0, \frac{K_a K_v}{(1 + k_c)\sqrt{n\lambda}} - k_s \sqrt{\frac{1 + k_s}{1 + k_c}}\right).$$

**impact du coefficient de sécurité sur la marge de solvabilité  
pour une probabilité**



Pour garantir la même probabilité de ruine, plus la cotisation est élevée (coefficient de sécurité  $k_s$  important), plus faible est donc la marge de solvabilité nécessaire ; elle peut même être nulle.

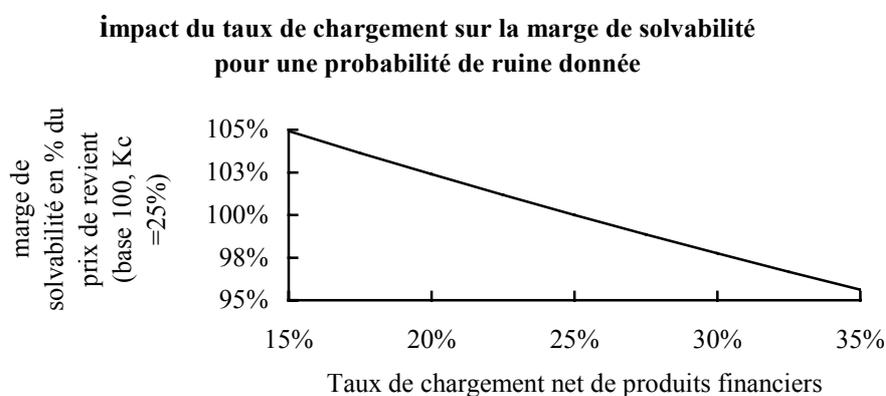
Sur un marché monopolistique, dans le cas d'une assurance obligatoire et en l'absence de contraintes réglementaires, l'application de cette formule conduirait à ce que les actionnaires transfèrent l'intégralité du risque aux assurés par le biais de cotisations exorbitantes, et ce, alors même que la rentabilité pour l'actionnaire augmenterait ; cette relation, à elle seule, prouverait, s'il en était besoin, l'importance de la vigilance qu'exerce l'autorité de contrôle en matière de solvabilité.

*Marge de solvabilité et taux de chargement (net de produits financiers)*

Si nous reprenons l'équation

$$\frac{FP}{\text{prix de revient}} = \frac{K_a K_v}{\sqrt{1+k_c}} \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{\text{prix de revient}}} - k_s \times (1+k_s),$$

nous pouvons, pour une probabilité de ruine fixe, un niveau de rentabilité donné  $k_s$ , tracer la courbe suivante.



On observe ainsi que :

- plus le taux de frais généraux est important moins le besoin en fonds propres (en % du prix de revient) est élevé ;
- plus le taux de produits financiers est important (risque à développement long) plus le besoin en fonds propres est élevé.

### **1.1.2 - Analyse des exercices antérieurs : les provisions**

Le risque de ruine lié aux exercices antérieurs est un risque d'inadéquation entre les provisions passées au bilan et les charges qui seront effectivement constatées. L'analyse de ce risque nécessite une étude séparée des :

- fréquences de sinistres importants ;

- phénomènes naturels ;
- cadences de règlement.

De plus, cette analyse doit être réalisée par classe de risques homogènes pour les trois axes définis ci-dessus.

#### *Volatilité structurelle, conjoncturelle et stochastique*

La volatilité observée au niveau des provisions doit être ventilée entre trois termes :

- la volatilité structurelle, c'est-à-dire qui peut être maîtrisée par des règles de gestion adéquates ou une politique de « juste » provisionnement ;
- la volatilité conjoncturelle, c'est-à-dire qui ne peut pas être maîtrisée car liée à l'évolution de l'environnement économique : inflation, apparition de nouveaux risques ou évolution des modes d'indemnisation, par exemple ;
- la volatilité stochastique, c'est-à-dire liée aux sinistres non encore déclarés.

Cette décomposition permet de séparer la volatilité en un facteur humain, un facteur de marché non spécifique à l'activité d'assurance et un facteur propre à l'assurance. Pour l'étude de la marge de solvabilité, seuls les deux derniers types de volatilité doivent être pris en compte<sup>16</sup>.

#### *Les sinistres importants*

La volatilité des résultats entre les différents exercices dépend souvent de la survenance de sinistres graves. Ces sinistres ne peuvent pas être pris en compte par les méthodes statistiques. Il convient donc de les écrêter au préalable. Le seuil à partir duquel un sinistre est considéré comme important est donc fonction de la taille du portefeuille étudié.

Il est naturel d'observer une certaine volatilité au niveau du nombre de sinistres importants déclarés par exercice puisqu'il s'agit de phénomènes « rares ». Il convient en revanche d'être particulièrement vigilant quant au risque de mauvaise estimation au dossier du montant de ces sinistres. Le premier phénomène est purement stochastique et doit être intégré dans le calcul de la marge de solvabilité (volatilité endogène). Le second est structurel et donc maîtrisable, il ne doit pas être pris en compte dans le calcul de la marge de solvabilité<sup>17</sup>.

---

<sup>16</sup> La volatilité structurelle doit donner lieu à une simple réévaluation des provisions (à la baisse ou à la hausse). Une fois les provisions corrigées, elle n'a plus d'impact sur le risque de ruine.

<sup>17</sup> Ce phénomène doit donner lieu à un réajustement des provisions. L'impact de ces sinistres, sur les provisions, doit être mesuré au cas par cas (prise en compte des risques, spécifiques à la branche ou aux dossiers, de dérives jurisprudentielles, des tardifs et de la durée de liquidation, par exemple).

### *Les phénomènes naturels*

Les provisions au dossier relatives aux phénomènes naturels survenus au cours des exercices antérieurs sont souvent relativement faibles du fait du règlement rapide des indemnités dues. Toutefois, pour faire face à ces phénomènes de fréquence très faible et de coût important il convient, soit de constituer des réserves d'égalisation, soit de demander à l'actionnaire d'immobiliser des fonds propres, soit d'adapter la politique de réassurance. Le choix entre ces trois approches dépend de l'environnement fiscal et de l'aversion au risque de l'actionnaire (voir § 2 - Coût et allocation du capital : la contrainte économique de la rentabilité). Dans tous les cas, les phénomènes naturels doivent être intégrés au calcul de la marge de solvabilité.

### *Analyse des autres provisions pour sinistres à payer*

Pour l'analyse «classique» des autres provisions, il faut répartir les sinistres par classes de risques homogènes. Deux risques sont homogènes si leur cadence de règlement des sinistres est proche et si la volatilité non structurelle des provisions est identique. Si le premier critère est généralement pris en compte, il n'en va pas toujours de même du second.

L'analyse des provisions doit être effectuée en nombre et en montant (après écrêtement) à partir des triangles de liquidation par année de survenance de sinistres.

Pour l'analyse des montants, les triangles de charge sont ventilés par exercice de survenance entre :

- les montants payés ( $P_{i,j}$ ) ;
- les provisions au dossier ou suspens ( $S_{i,j}$ ) ;
- les provisions complémentaires ( $I_{i,j}$ ).

L'analyse des nombres exige de distinguer entre les sinistres ouverts, clos avec ou sans suite, réouverts avec ou sans suite.

Pour chaque exercice de survenance  $i$  on constate ou estime la charge finale  $C_{i,f}$  en fonction des informations relatives aux triangles de charge et de nombre. Les méthodes (chain-ladder, Bornhuetter Ferguson, ...) classiques<sup>18</sup> sont utilisées pour ces estimations.

Si l'estimation de la charge finale par exercice de survenance correspond à la préoccupation principale, elle ne permet pas toujours de mesurer de manière optimale l'impact sur la marge de solvabilité<sup>19</sup>. Nous proposons d'aborder le problème de l'estimation du montant de fonds propres nécessaires pour pouvoir faire face aux liquidations négatives en terme de probabilité de ruine en étudiant la statistique suivante :

<sup>18</sup> Voir par exemple, «Claims Reserving Manual», Vol. I et II, the Institute of Actuaries, 1989. Des méthodes plus sophistiquées peuvent être utilisées : les filtres de Kalman (De Jong, 1983 ; Montador, 1992), les méthodes chain-ladder stochastiques (Mack, 1993).

<sup>19</sup> A type de liquidation constant et pour une branche donnée, on peut par exemple retenir les fonds propres nécessaires à la couverture de la plus mauvaise liquidation enregistrée par le passé (voir § 1.2 – Approche plus récente : le «Risk Based Capital».

$$((S'_{i,j} + I'_{i,j}) - (P_{i,j+1} + S'_{i,j+1} + I'_{i,j+1})) / (S'_{i,j} + I'_{i,j})$$

où  $X'$  correspond aux informations corrigées des évolutions structurelles.

$((S'_{i,j} + I'_{i,j}) - (P_{i,j+1} + S'_{i,j+1} + I'_{i,j+1})) / (S'_{i,j} + I'_{i,j})$  représente l'erreur non structurelle effectuée entre la fin de l'année comptable  $j$  et l'année comptable  $(j+1)$  pour l'exercice de survenance  $i$ .

La probabilité de ruine est directement liée à la volatilité (sur  $j$ , donc vu après un délai constant) de cette statistique.

La modélisation de ce type de phénomène n'est pas nouvelle (estimation de  $X_{n+1}$  avec un échantillon  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  suivant une loi connue). On peut de la sorte probabiliser les erreurs et ainsi revenir aux probabilités de ruine. Comme pour l'analyse de l'exercice courant, le montant de fonds propres minimal est directement lié à la variance des résultats.

Les principales difficultés que l'on rencontre lors de la mise en œuvre d'une telle approche sont :

- de faire la part entre la volatilité structurelle et les autres volatilités,
- de modéliser les corrélations entre les différentes années de survenance,
- d'effectuer les calculs sur les informations brutes de réassurance avant de passer aux estimations nettes de réassurance impactant le compte de résultat (voir § 1.1.5 - Impact du plan de réassurance).

#### *Période à retenir*

S'il est possible d'analyser la volatilité des résultats ou de la fréquence des sinistres graves sur une période de 10 ans, l'observation des phénomènes naturels requiert une période plus longue.

#### **1.1.3 - Cycle**

L'analyse de la marge de solvabilité ne doit pas se limiter à la seule observation du passé, mais s'inscrire dans la durée. Pour ce faire, il est important d'introduire les phénomènes de cycle observés en assurance.

En pratique, les hauts de cycle correspondent à des périodes où les fonds propres ou quasi fonds propres<sup>20</sup> augmentent et les bas de cycle correspondent à des périodes où les fonds propres ou quasi fonds propres diminuent. Or, en théorie, c'est l'inverse qu'il faudrait observer pour maintenir la probabilité de ruine à un seuil donné (voir § 1.1.1 - Analyse de l'exercice courant).

Si la pratique de surprovisionnement en haut de cycle peut sembler prudentielle, elle est source de dérives de type «dumping» qui accentuent les effets de cycle et qui peuvent

---

<sup>20</sup> Par exemple les plus-values latentes ou les provisions ne correspondant pas à une dette réelle vis-à-vis des assurés peuvent être assimilées à des fonds propres.

être dangereuses pour la solvabilité de la compagnie sur le long terme. Dans les pays anglo-saxons, où les fonds propres sont moindres et surtout les plus-values latentes quasi-inexistantes, il n'est pas possible de financer les pertes sans faire appel aux actionnaires, on observe des cycles plus courts.

La marge réglementaire quant à elle ignore ces phénomènes, voire accentue les pratiques de surprovisionnement dans la mesure où elle est une fonction croissante des provisions. Une modification des règles obligeant les assureurs à augmenter leur marge quand les résultats techniques se détériorent augmenterait le coût des bas de cycle pour l'actionnaire et permettrait ainsi de réduire la longueur et l'amplitude des cycles. L'obligation de constituer des provisions pour risques en cours va d'ailleurs dans ce sens.

#### ***1.1.4 - Erreurs liées aux prévisions***

Les approches classiques ne prennent en compte que les variations endogènes de la charge de sinistres et considèrent la prime pure comme fixe et connue. Or, cette moyenne est inconnue et doit être estimée<sup>21</sup>. Ces erreurs de prévision, puisqu'elles comptent pour une part importante dans la volatilité du résultat<sup>22</sup>, doivent donc être intégrées au calcul de la marge de solvabilité. Elles ont deux origines.

- Les variations entre les prévisions d'évolution et les évolutions effectivement observées<sup>23</sup>, tous les exercices antérieurs étant supposés parfaitement connus (erreur en information parfaite). Cette erreur est due au cycle inversé de la production ; elle est inhérente à l'activité d'assurance.
- La connaissance imparfaite des résultats des exercices antérieurs. Ce type d'erreur a un impact plus important sur la marge de solvabilité puisque les erreurs s'accumulent sur plusieurs exercices.

Les erreurs méthodologiques ou une information insuffisamment exploitée peuvent être à l'origine des deux types d'erreurs ci-dessus.

Ces erreurs de prévision, et donc aussi le montant de fonds propres nécessaires, sont d'autant plus importants que la durée du risque pour l'assureur (couverture, engagement puis règlements) est longue. En effet :

- les erreurs en information parfaite augmentent avec la durée sur laquelle les extrapolations sont faites (baisse de pouvoir prédictif) ;

---

<sup>21</sup> La prise en compte des erreurs de prévision dans le calcul de la marge de solvabilité permet de tenir compte des effets de contamination.

<sup>22</sup> Le vol en assurance automobile a par exemple connu des augmentations de fréquence de l'ordre de 30%, augmentations nettement supérieures à celles prévues. De plus, à la différence de la volatilité endogène, il n'y a pas de compensation entre les assurés ; la volatilité ne diminue donc pas avec la taille du portefeuille.

<sup>23</sup> Les erreurs liées à cette cause sont de même nature que celles commises dans l'estimation de l'inflation par exemple.

- les résultats sur les exercices antérieurs récents sont difficiles à maîtriser, la part des suspens dans la charge finale étant importante.

Pour ces natures de risques, il y a un cumul du risque lié aux provisions et du risque lié aux erreurs de prévisions.

#### *Maîtrise du risque d'erreurs*

Pour s'immuniser contre ce type d'erreurs, et réduire ainsi le montant de fonds propres nécessaires, il peut être opportun de diversifier son portefeuille d'activités ou d'implantations géographiques.

Pour certains risques, il peut être préférable d'arrêter ou d'éviter la souscription : la protection de l'environnement est-elle assurable avec un montant de fonds propres raisonnable ?

Cette diversification n'est pas exclusive et ne doit pas nous empêcher d'améliorer les modèles de prévision (recherche des variables explicatives, utilisation de modèles plus élaborés, etc.). Il est par exemple important de corriger les évolutions de la charge (fréquence et coût moyen) des modifications structurelles du portefeuille.

#### *Estimation du risque de prévision*

La mesure de ces risques passe par une analyse d'un historique des prévisions et des réalisations effectives. Cette analyse doit, d'une part, porter sur les évolutions et non sur les primes pures afin de dissocier les deux types d'erreurs<sup>24</sup> et, d'autre part, être réalisée par ligne de produits homogènes et indépendants. Le risque global est alors obtenu à partir de la somme de risques considérés comme indépendants.

#### **1.1.5 - Impact du plan de réassurance**

La réassurance a pour principal objectif d'éviter à l'assureur d'avoir à recourir à ses fonds propres pour faire face à ses engagements. Une fois ses besoins réels de protection définis, différentes formes de protection peuvent être envisagées.

Les calculs de marge de solvabilité actuels ignorent pourtant presque entièrement les programmes de réassurance souscrits par les compagnies d'assurances ; ils se limitent tout au plus à tenir compte des ratios net/brut de réassurance au niveau des primes ou des provisions. Ces approches ne sont pas satisfaisantes : un programme en excédent de pertes (ou *stop-loss*) permet par exemple à l'assureur de céder une partie importante, voire l'intégralité si la priorité est basse et la portée infinie, des besoins en marge de solvabilité au réassureur sans pour autant nécessairement agir sur les ratios de solvabilité mesurés net/brut de réassurance<sup>25</sup>.

---

<sup>24</sup> Le passage des données brutes aux évolutions permet de filtrer les erreurs par dérivation.

<sup>25</sup> Ce type de protection nécessite que les fonds propres qui n'ont pas été immobilisés par l'assureur soient immobilisés par le réassureur qui répercute le coût de cette immobilisation à l'assureur.

Des calculs plus appropriés prenant en compte le type de réassurance doivent donc être utilisés. Nous proposons d'introduire une formulation statistique permettant de lier, la forme du programme de réassurance à la probabilité de ruine et donc au niveau de fonds propres nécessaires<sup>26</sup>. Cette formulation est basée sur la distribution des ratios sinistres sur cotisations<sup>27</sup> ( $S/C$ ) et repose sur la notion de  $T$  de sécurité<sup>28</sup>. Pour une probabilité de ruine donnée  $Pr$ , le  $T$  de sécurité correspond au quantile d'ordre  $Pr$  de la distribution centrée réduite, soit :

$$Pr = P\left(\frac{S/C - (C - R^*)/C}{\sigma} > T\right)$$

où  $R^*$  est le résultat technique attendu ;

$\sigma$  est l'écart type du ratio sinistres à cotisations.

En règle générale, la distribution des  $S/C$  est inconnue. Par expérience, les réassureurs privilégient souvent la distribution log-normale, qui, si elle s'adapte bien à certaines branches (l'activité grêle, par exemple) a néanmoins tendance à surestimer la probabilité de survenance de  $S/C$  élevés et donc à surévaluer la probabilité de ruine. Cette surévaluation est prudentielle pour le réassureur mais donc coûteuse pour l'assureur.

Le principe est de travailler rétrospectivement sur les informations statistiques de la compagnie. On prend soin de relever les ratios  $S/C$  bruts sur une période satisfaisante ainsi que les informations relatives aux engagements les plus importants par police ou par programme et relatives aux plus gros sinistres, tant par risque que par événement.

La distribution brute des ratios  $S/C$ , c'est-à-dire avant réassurance, nous permet alors d'ajuster une première loi de distribution. Après avoir pris en compte les frais de gestion et les produits financiers, on aboutit à une première fonction de répartition, donnant le montant de fonds propres en fonction de la probabilité de ruine retenue.

Cette loi brute permet de tracer la courbe «Niveau de fonds propres nécessaires par rapport à la probabilité de ruine» (travaux complémentaires à ceux du § 1.1.1 - Analyse de l'exercice courant). A partir de cette courbe, on retravaille la distribution des  $S/C$  observés en fonction du programme de réassurance choisi. A probabilité de ruine donnée, plus la rétention est faible, moins la volatilité des résultats est grande et donc moins le montant de fonds propres nécessaires est important.

---

<sup>26</sup> Cette méthode présuppose que les frais généraux et les produits financiers ne soient pas aléatoires. La prise en compte des risques liés à la gestion des actifs est abordée dans les parties suivantes.

<sup>27</sup> Nous ne reviendrons pas ici sur les travaux préliminaires devant être effectués pour rendre les  $S/C$  de l'échantillon indépendants et identiquement distribués.

<sup>28</sup> Voir par exemple «Théorie Mathématique de l'Assurance», M. J. Dubourdieu.

On peut ensuite simuler l'impact des différents programmes de réassurance (stop-loss, excédent de sinistre, quote-part ou excédent de plein) sur le niveau de fonds propres nécessaires<sup>29</sup>.

On parvient ainsi à déterminer un programme de réassurance optimal. Lorsque les ratios sinistres sur cotisations suivent une loi log-normale on obtient le résultat suivant :

$$T = \frac{\exp\left(K_\alpha \sqrt{\log(1+c^2)} - \log \sqrt{1+c^2}\right) - 1}{c}$$

où  $c = \frac{\sigma}{(C - R^*)/C}$  est le coefficient de variation de la loi du S/C avant ou après application du programme de réassurance ;

$K_\alpha$  est le quantile de la loi normale centrée réduite correspondant à la probabilité de ruine  $\alpha$ .

Le ratio «marge de solvabilité après réassurance» sur «marge de solvabilité brute de réassurance» est égal au ratio suivant<sup>30</sup> :

$$\frac{FP_{net}}{FP_{brut}} = \frac{m_{net} \times C_{net} \times \left[ \exp\left(K_\alpha \sqrt{\log(1+c_{net}^2)} - \log \sqrt{1+c_{net}^2}\right) - 1 \right] - B_{net}^*}{m_{brut} \times C_{brut} \times \left[ \exp\left(K_\alpha \sqrt{\log(1+c_{brut}^2)} - \log \sqrt{1+c_{brut}^2}\right) - 1 \right] - B_{brut}^*}$$

où  $B^*$  est le bénéfice attendu.

Cette formule montre que, pour une volatilité du ratio sinistres à cotisations donnée, le besoin en fonds propres est d'autant plus faible que :

- le bénéfice attendu est important ;
- les frais de chargement sont importants ;
- les produits financiers sont faibles, c'est-à-dire que le risque est à développement rapide (montant de provisions important).

On retrouve ainsi les principales propriétés exposées dans le § 1.1.1 - Analyse de l'exercice courant.

<sup>29</sup> Il faut prendre soin de rémunérer les capitaux immobilisés par le réassureur (différence entre les fonds propres bruts devant être immobilisés et les capitaux nets nécessaires après application du programme de réassurance) au coût du capital du réassureur (nécessairement plus élevé que le coût du capital de l'assureur).

<sup>30</sup> Le choix, par les réassureurs, de la loi log-normale ayant tendance à surestimer le risque pris par eux, il peut conduire à une légère sous-estimation de la marge de solvabilité de l'assureur.

Cette méthode ne peut être utilisée que si la distribution des ratios sinistres à cotisations nets de réassurance reste Log-Normale. Elle n'est donc pas appliquée pour tester l'impact d'une protection en excédent de perte.

Le programme de réassurance ne peut malheureusement être modélisé de manière simple. Ceci limite fortement l'application de cette remarque.

### ***1.1.6 - Limites d'une telle approche***

Le modèle ne prend en compte que les risques liés au passif et néglige :

- le risque lié à la gestion des actifs représentatifs du passif,
- le risque lié à une non adéquation entre l'actif et le passif,
- les corrélations entre les différents risques du passif.

Ces risques présentent des différences importantes entre activités du fait notamment du volume d'actifs gérés (Santé et Responsabilité Civile par exemple). Pour pallier cette difficulté les actuaires américains proposent la notion de «Risk Based Capital» (RBC).

## **1.2 - Approche récente : le «Risk Based Capital»**

### ***1.2.1 - Exposé des principes de la méthode***

Afin de ne pas alourdir inutilement la présentation, nous n'avons pas voulu détailler les subtilités de cette approche relatives aux «pools», aux contrats avec participation aux pertes ou à la notion de «*claims made*». Le lecteur intéressé par cette méthode pourra se reporter aux parutions officielles de la «National Association of Insurance Commissioners» (NAIC) ou aux nombreux articles parus à ce sujet<sup>31</sup>.

Retenons simplement que le calcul du montant de fonds propres minimal pour une société d'assurances pour exercer ses activités en suivant la méthode du Risk Based Capital est obtenu en découpant une compagnie d'assurances en six classes de risques puis en calculant le montant de fonds propres minimal ( $R_j$ ) pour chacune d'entre elles.

*Actifs investis dans des succursales ou filiales d'assurances et le hors bilan ( $R_0$ )*

Les investissements dans les succursales ou les filiales nationales remontent à 100% dans l'estimation du RBC de la maison mère. Pour les étrangères, le capital requis est estimé à 50% de la valeur de marché des sociétés<sup>32</sup>. Cette solution ignore les possibilités de diversification du risque par acquisition de filiales : le montant de fonds propres nécessaire à deux filiales d'un même groupe est inférieur, du point de vue de la probabilité de ruine, à la somme des fonds propres nécessaires si elles sont indépendantes. Une telle

<sup>31</sup> «*Risk Based Capital in General insurance*», N. D. Hooker, J. R. Bulmer and all, Institute of Actuaries, novembre 1995. «*Risk Based Capital Requirements*», Sh. Feldblum, Casualty Actuarial Society, part 10 study note, Juillet 1995.

<sup>32</sup> Au niveau des sociétés cotées aux Etats-Unis, la formule du capital requis (avant application du coefficient de 50%) pour l'ensemble des compagnies d'assurance Américaines est légèrement inférieur à la moitié de leur capitalisation boursière.

approche est en revanche prudentielle puisqu'elle interdit d'employer plusieurs fois le même montant de capital dans une structure en cascade de filiales successives.

#### *Actifs à revenus fixes (R<sub>1</sub>)*

Pour les titres à revenus fixes (dépôts, obligations, prêts hypothécaires, etc.) le portefeuille est ventilé par nature de titres en fonction du degré de risque de contrepartie. Des pourcentages, définis par l'autorité de contrôle pour l'ensemble des compagnies d'assurances, sont alors appliqués à chacune des classes de titres pour tenir compte du risque encouru d'insolvabilité des débiteurs. Le montant de capital ainsi estimé est majoré ou minoré en fonction de la diversification du portefeuille (nombre de titres du portefeuille et concentration sur les dix plus grosses lignes).

Cette formule ignore le risque de taux. Toutefois, elle est acceptable puisque les compagnies peuvent maîtriser ce risque à l'aide d'une gestion actif-passif.

#### *Actifs investis en actions (R<sub>2</sub>)*

Pour les actions, le capital requis équivaut à 30% du portefeuille. Ce montant de capital est tel qu'il est indifférent pour l'actionnaire de placer les actifs au taux sans risque (obligations d'état) ou en actions (prime de risque du marché)<sup>33</sup>. Ce montant permet de satisfaire au principe d'équilibre des actifs, il est donc bien adapté. Toutefois, cette formule, simple à mettre en œuvre, ignore le risque propre à chaque portefeuille d'actions (diversification, secteur d'activité, etc.).

#### *Créances (R<sub>3</sub>)*

Un taux de 10% est appliqué sur les créances sur réassureurs, et ce, quelle que soit leur solidité financière, et un taux de 1% sur les autres créances (intermédiaires, assurés, etc.). Il nous semble justifié de ne pas prendre en considération l'ancienneté des créances puisque les provisions passées au bilan en tiennent compte. En revanche, à la différence des actifs à revenus fixes, la qualité de la signature des réassureurs n'est pas prise en compte.

#### *Provisions de sinistres (R<sub>4</sub>)*

Pour les provisions de sinistres, le montant de fonds propres minimal est calculé par application d'un coefficient de liquidation correspondant à la plus mauvaise observation des 10 derniers exercices<sup>34</sup>. Ce calcul est effectué pour chaque ligne d'affaires telles que définies par l'autorité de contrôle américaine (les 15 lignes de la NAIC).

---

<sup>33</sup> Si l'actionnaire décide de placer 100 sur le marché des actions (prime de risque de 5%), le bénéfice après impôt de la compagnie augmente de 3,33, montant qui correspond à la rémunération des 30 immobilisés par l'actionnaire.

<sup>34</sup> On regarde, pour chaque compagnie du marché, comment les provisions arrêtées à la fin des 10 derniers exercices comptables se sont liquidées (vu à la fin de l'exercice courant) :

- provisions sur les exercices antérieurs au 31/12/1986 entre le 31/12/1986 et le montant constaté au 31/12/1995 ;

Pour tenir compte du fait que les provisions ne sont pas escomptées aux États-Unis, ce coefficient est déflaté au taux de 5% par an.

Les particularités de la compagnie sont partiellement prises en compte. Une «crédibilité» de 50% est offerte à la compagnie si ses statistiques sont disponibles et significatives.

Le coefficient RBC retenu sera alors :

$$50\% * \text{Coeff RBC} + 50\% * \text{Coeff RBC} * \text{Ratio compagnie}^{35} .$$

Le capital requis pour pouvoir faire face aux évolutions éventuelles des provisions correspond à la somme des capitaux requis pour chacune des branches.

On tient alors compte de la dispersion entre les différentes branches en multipliant ce capital total requis par le coefficient suivant :

$$70\% + 30\% \frac{\text{montant maximal de provisions dans une branche}}{\text{total des provisions}} .$$

Asseoir la formule sur un pourcentage des réserves décourage le surprovisionnement, ce qui est contraire à l'effet recherché. De plus, seule la volatilité par exercice de survenance est prise en compte et non la volatilité (à délai constant) entre les différents exercices de survenance (la probabilité de ruine est sensible à la variance des estimations entre les différents exercices de survenance et à la liquidation par exercice de survenance pris isolément, cf. § 1.1.2 - Analyse des exercices antérieurs : les provisions).

#### *Primes (R5)*

Un calcul similaire à celui des provisions pour sinistres est effectué pour les primes à partir des notions de ratio *S/C* par exercice de survenance.

Pour les phénomènes exceptionnels (coût important, fréquence faible) les assureurs qui constituent des réserves d'égalisation sont pénalisés. En effet, alors qu'ils constituent des quasi-fonds propres, on exige une augmentation du niveau de fonds propres requis (détérioration du *S/C*). Ce phénomène vient amplifier les effets négatifs cités ci-dessus.

- 
- provisions sur les exercices antérieurs au 31/12/1987 entre le 31/12/1987 et le montant constaté au 31/12/1995 ;
  - etc.

Ensuite, pour chaque exercice comptable, une moyenne, non pondérée, est effectuée entre les ratios «montant constaté au 31/12/95» sur «montant des réserves au 31/12 de l'exercice considéré» de toutes les compagnies d'assurances. Enfin, on retient le plus grand de ces ratios pour calculer le montant initial de capital requis pour la branche considérée.

Tous ces calculs sont basés sur les provisions nettes de réassurance.

<sup>35</sup> Le ratio de la compagnie est obtenu par comparaison entre ses liquidations, pour les 9 exercices de survenance antérieurs, et les liquidations du marché.

*Le capital total requis en fonction des risques pris (R)*

Le montant de fonds propres minimal total se déduit des six capitaux partiels précédents :

$$R = R_0 + \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 + R_4^2 + R_5^2} .$$

La racine carrée de la somme des carrés est censée prendre en compte les corrélations existant entre les différents postes du bilan.

Actuellement, pour les compagnies ayant un montant de fonds propres

- supérieur à  $R$  : les autorités n'interviennent pas ;
- inférieur à 35% de  $R$  : la compagnie est mise sous tutelle ;
- entre ces deux bornes : la compagnie doit mettre en œuvre un plan de redressement.

**1.2.2 - Remarques**

Cette technique, récente pour l'assurance, est déjà utilisée avec plus ou moins de réussite par les banques. L'idée de base est intéressante et plus complète dans son champ d'analyse : au lieu de calculer le montant de fonds propres requis en fonction du chiffre d'affaires ou des résultats, elle repose sur la nature de la souscription (son degré de risque) et sur le degré de prudence de la politique financière de la compagnie.

Bien que cette approche soit un progrès dans l'analyse de la solvabilité, elle n'est pas pleinement satisfaisante puisqu'elle ne tient pas compte de toutes les composantes du risque.

- La principale critique formulée à l'encontre de ce système vient de ce qu'il dépend trop des moyennes de l'industrie sans prendre en compte suffisamment les spécificités de chaque compagnie.
- Cette technique est rétrospective et non prospective.
- Concernant le risque de taux, un «effet ciseau» se produit lorsqu'une poussée inflationniste vient détériorer à la fois les résultats techniques des exercices courants et antérieurs et les produits financiers grevés par les moins values obligataires.
- Concernant la réassurance, la formule est basée sur les provisions nettes de réassurance (sans tenir compte du programme de réassurance) et ne tient pas compte des engagements catastrophiques potentiels (cf. § 1.1.5 - Impact du plan de réassurance).
- La formule du RBC ne tient pas compte des risques de non-congruence entre les différentes monnaies à l'actif et au passif ou de l'exposition supplémentaire apportée par des positions qui seraient prises sur les marchés dérivés.

- Contrairement aux agences de notation, la formule du RBC ne tient pas compte des compétences manageriales des dirigeants en place<sup>36</sup>. Une récente étude aux Etats-Unis montre que la notation des agences a été un meilleur estimateur de la solvabilité des compagnies à moyen terme.

Une autre application du RBC pourrait être le calcul du montant de fonds propres minimal pour une branche par différence entre «le montant de fonds propres minimal pour toutes les branches étudiées» et «le montant de fonds propres minimal pour toutes les branches moins celle étudiée».

### 1.3 - Conclusion

On le voit, cette démarche conduit à la définition de règles assez simples pour pouvoir être appliquées mais trop simples pour rendre compte de l'activité d'assurance. Une telle situation comporte deux risques :

- exiger des marges de solvabilité trop importantes qui pénaliseraient le client dans la mesure où l'actionnaire est en droit d'attendre une rentabilité supérieure ;
- préconiser des marges de solvabilité inadaptées à l'activité pouvant remettre alors en cause la solvabilité de certaines entreprises.

Ces deux risques ne sont pas d'ailleurs exclusifs.

Une solution alternative consiste à recourir aux agences de notation. En effet, elles ne sont pas contraintes par des règles communes à l'ensemble du marché et peuvent utiliser des données subjectives. Ce changement suppose toutefois une phase d'éducation ou de sensibilisation des assurés à la notion de solvabilité. Cette approche est d'ores et déjà utilisée par les assurés en risques d'entreprise et par les assureurs pour la réassurance.

## 2 - COUT ET ALLOCATION DU CAPITAL : LA CONTRAINTE ECONOMIQUE DE LA RENTABILITE

Dans la première partie, nous avons cherché à définir le montant minimal de fonds propres dont une compagnie d'assurances a besoin pour faire face à ses engagements vis-à-vis de ses assurés.

Mais pour que des actionnaires acceptent d'immobiliser ce montant de capital dans la compagnie d'assurances, encore faut-il que la perspective de rentabilité soit satisfaisante. Dans cette deuxième partie, nous cherchons à définir la rentabilité minimale exigée par l'actionnaire, c'est-à-dire le coût du capital.

Cette rentabilité s'apprécie par rapport au montant de capital immobilisé en fonction du risque pris. Entre ces trois notions, rentabilité, montant de capital alloué et risque, il existe des relations de cohérence que nous nous proposons d'étudier.

---

<sup>36</sup> C'est sûrement une des plus grosses lacunes du RBC, mais peut-on trouver une formule pour évaluer les dirigeants ?

## 2.1 - Coût du capital d'un groupe coté en bourse

Pour un groupe coté en bourse le montant du capital alloué est défini par sa capitalisation boursière et son risque est fonction de ses activités. Le problème se ramène donc au seul calcul du coût du capital.

En dehors des considérations stratégiques, la décision d'un actionnaire d'investir dans telle ou telle société est fondée sur une simple analyse financière. Nous devons donc recourir aux mêmes méthodes pour définir la rentabilité attendue.

### 2.1.1 - Le Modèle d'Equilibre des Actifs Financiers

Nous proposons de retenir pour notre étude le Modèle d'Equilibre des Actifs Financiers (MEDAF), le plus répandu des modèles d'évaluation.

Comme dans la première partie, ce modèle repose sur le principe d'aversion au risque des investisseurs. Cette aversion conduit l'actionnaire à exiger une rentabilité d'autant plus élevée que le risque lié à l'actif financier est important<sup>37</sup>. A la différence de l'assuré<sup>38</sup>, l'actionnaire peut, pour un niveau de rentabilité donné, diversifier son portefeuille d'actifs et réduire ainsi son risque, c'est-à-dire la variance de la rentabilité<sup>39</sup>.

#### *Coût du capital et montant de fonds propres*

Nous nous plaçons du point de vue des opérations d'assurances et ne nous intéressons qu'à ce seul risque : la gestion des actifs qui viennent en représentation des fonds propres ne doit pas augmenter le risque. Nous considérons donc que les fonds propres sont investis dans des actifs sans risques. Ainsi, plus la compagnie d'assurances détient de fonds propres, plus la part, dans le bénéfice total, des produits financiers qui leur sont liés augmente.

A la limite, avec un montant infini de fonds propres, l'investissement dans la compagnie d'assurances s'assimile à un actif sans risque : l'investisseur peut se contenter d'une prime de risque nulle, au frottement fiscal près<sup>40</sup>. A l'opposé, lorsque le montant de fonds propres tend vers zéro, la probabilité de ruine augmente fortement, et la prime de

---

<sup>37</sup> Pour une analyse synthétique de ce modèle voir par exemple Jacquillat et Solnik (1990).

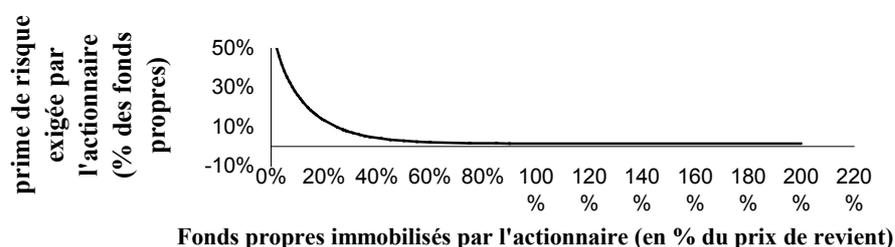
<sup>38</sup> En risque d'entreprise, l'assuré cherche parfois à diversifier son risque en recourant à la coassurance.

<sup>39</sup> Pour une analyse détaillée de la théorie du portefeuille efficient voir par exemple Markowitz (1959).

<sup>40</sup> La compagnie d'assurance est soumise à l'impôt sur les sociétés. Pour rémunérer l'actionnaire au taux sans risque, sa rentabilité avant impôts doit donc être égale au taux sans risque divisé par 1 moins le taux d'imposition. Elle est donc strictement supérieure au taux sans risque.

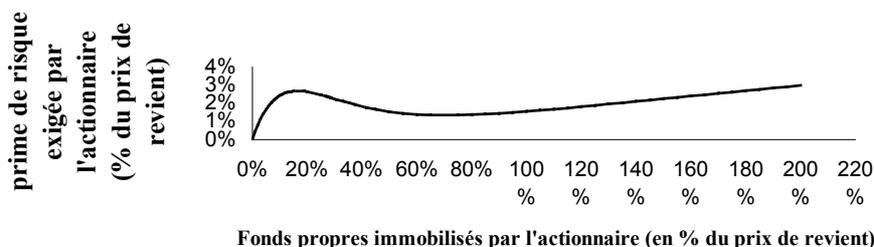
risque exigée par l'actionnaire tend vers l'infini.<sup>41</sup> C'est ce qu'exprime le graphique suivant.

### Impact du montant de fonds propres sur la rentabilité exigée par l'actionnaire



Exprimée en fonction, non plus du montant investi par l'actionnaire, mais du prix de revient des opérations d'assurances, la prime de risque exigée devient :

### Impact du montant de fonds propres sur la rentabilité exigée par l'actionnaire (% du chiffre d'affaires)



Cette courbe résulte de deux phénomènes de sens contraire. D'une part, l'aversion au risque, et donc la prime de risque, diminuent lorsque les fonds propres augmentent. D'autre part, l'assiette à rémunérer augmente, par définition, avec le montant de fonds propres immobilisés et donc la marge bénéficiaire, ou prime de risque en pourcentage du prix de revient, augmente également. Pour un montant de fonds propres faible, c'est le deuxième phénomène qui l'emporte. Au-delà d'un certain seuil (correspondant au maximum de la

<sup>41</sup> Voir une enquête de l'Association française des investisseurs en capital, réalisée par Ernst & Young, paru en 1996. Cette enquête confirme que le capital investissement est plus risqué qu'un investissement dans une action cotée en bourse, puisque la probabilité de ruine sur une période de 18 ans atteint en moyenne 21,3%, avec une différence importante entre les différents types de placements : 37% pour le capital-risque, 16% pour le capital-développement et le capital-développement et 10% pour le rachat de positions minoritaires. En contrepartie, ce type d'investissements offre une rentabilité de 6 points supérieure aux actions cotées.

courbe) celui-ci cède le pas au premier phénomène : l'aversion au risque diminue fortement. Quand les fonds propres tendent vers zéro, le bénéfice exigé par l'actionnaire devient négligeable par rapport au prix de revient. Quand les fonds propres tendent vers l'infini, l'investissement s'assimile à un actif sans risque : seul le frottement fiscal, proportionnel aux fonds propres, doit être rémunéré ; c'est ce qu'exprime l'asymptote de la courbe.

### *Coût du capital*

Pour un groupe coté en bourse, le montant de fonds propres est parfaitement défini et correspond à la capitalisation boursière. Le problème se ramène donc dans ce cas au seul calcul du coût du capital. Ce niveau de rentabilité attendu s'exprime par une prime de risque qui s'ajoute au taux sans risque<sup>42</sup>. Pour déterminer l'ensemble des portefeuilles «optimaux» du point de vue de l'actionnaire, le MEDAF analyse la rentabilité de la combinaison d'un portefeuille d'actifs risqués de référence  $P$  avec un investissement en actifs sans risque, de rentabilité  $R_f$ , dans une proportion  $1-x$ <sup>43</sup>. Un tel portefeuille conduit à une espérance de rentabilité et à un risque respectivement égaux à :

$$E(R) = (1-x)R_f + xE_P$$

$$V(R) = \sigma^2 = x^2 \sigma_P^2$$

où  $E_P$  est la rentabilité du portefeuille  $P$

$\sigma_P$  est le risque du portefeuille  $P$

nous avons donc une relation linéaire entre la rentabilité du portefeuille et son risque total :

$$E(R) = R_f + \frac{E_P - R_f}{\sigma_P} \sigma .$$

La pente de cette droite rend compte de la rentabilité supplémentaire exigée par unité de risque. Le portefeuille de référence optimal est donc celui qui conduit à la droite de plus forte pente, le portefeuille du marché dans son ensemble noté  $M$ <sup>44</sup>. La pente de la droite est alors :

<sup>42</sup> Un actif sans risque est par exemple le prêt à court terme au meilleur risque crédit (l'Etat).

<sup>43</sup> Dans le cas où  $x=0$  la rentabilité est celle des actifs sans risque, dans le cas où  $x=1$  la rentabilité est celle du portefeuille de référence. Dans le cas où  $x$  est supérieur à 1 cela revient à vendre des actifs sans risque pour acheter plus de portefeuille de référence : l'emprunt est alors un bras de levier qui permet d'augmenter la rentabilité.

<sup>44</sup> Si les acteurs du marché sont rationnels, le marché dans son ensemble est à l'optimum par application du principe d'équilibre des actifs.

$$\frac{E_m - R_f}{\sigma_m}$$

En s'intéressant non plus à un portefeuille mais à un actif  $i$ , la prime de risque que peut exiger l'actionnaire, c'est-à-dire la différence entre la rentabilité de l'actif considéré et le taux sans risque, est égale au seul risque qu'il ne peut pas diversifier dans le portefeuille  $M$ , ou risque systématique<sup>45</sup>. Nous avons la relation :

$$E_i - R_f = \frac{c_{im}}{V_m} [E_m - R_f]$$

où  $c_{im}$  est la covariance entre la rentabilité de l'actif  $i$  et la rentabilité du marché ;

$V_m$  est la variance de la rentabilité du marché.

Soit encore :

$$E_i - R_f = \rho_{im} \frac{\sigma_i}{\sigma_m} [E_m - R_f]$$

La prime de risque se décompose ainsi en trois termes.

- La prime de risque du marché  $[E_m - R_f]$ , qui sert d'unité de mesure pour exprimer la prime de risque d'un investissement spécifique.
- Le risque propre de l'actif considéré rapporté au risque du marché, qui est l'unité de mesure,  $\sigma_i / \sigma_m$ . Plus il est important, plus la rentabilité attendue est élevée. On retrouve le principe d'aversion aux risques.
- La corrélation entre l'actif considéré et le marché  $\rho_{im}$  qui mesure la possibilité de diversifier le risque lié à l'actif pour l'actionnaire. En général, l'actionnaire réduit ainsi le risque lié à l'acquisition de cet actif en le diversifiant dans le portefeuille du marché<sup>46</sup>.

Si nous posons  $\beta_i = \rho_{im} \frac{\sigma_i}{\sigma_m}$ , on obtient l'expression du coût du capital de l'actif  $i$  :

$$E_i = R_f + \beta_i [E_m - R_f].$$

---

<sup>45</sup> Pour une démonstration de cette relation on pourra se reporter à Jacquillat et Solnik (1990).

<sup>46</sup> Ce risque non systématique, qui peut s'annuler, n'est pas rémunéré ; c'est l'actionnaire qui doit supporter les conséquences d'une diversification insuffisante de ses risques et non la compagnie.

### *Les limites de cette approche*

Le MEDAF repose sur des hypothèses fortes qui limitent son pouvoir explicatif. Dans le cas de l'assurance, les résultats obtenus ont tendance à surestimer le coût du capital<sup>47</sup>.

La valeur des résultats obtenus par application du MEDAF dépend de la validité de l'estimation du coefficient bêta. Le bêta est généralement estimé par le coefficient de régression linéaire entre les rentabilités observées pour l'actif  $R_{it}$  et le marché  $R_{mt}$ <sup>48</sup>. Cette analyse rétrospective ne prend en compte ni les changements d'environnement ni les changements de stratégie futurs alors que ces méthodes peuvent avoir pour conséquence de modifier la stratégie de l'entreprise (voir § 2.4 - Impact de la stratégie de l'entreprise sur le coût du capital ou les fonds propres).

Enfin, les représentants des actionnaires ne peuvent pas, avec cette seule information, arbitrer entre les différentes activités d'un même groupe. Nous verrons comment cette approche macroscopique d'une compagnie d'assurance peut être déclinée au niveau des entités opérationnelles dans les parties suivantes.

#### **2.1.2 - Impact de la dette financière sur le coût du capital**

Pour l'actionnaire seul le coût d'opportunité des fonds propres est important. En revanche, pour l'entreprise, il peut en aller autrement puisqu'elle peut faire appel à d'autres formes de capital en émettant, par exemple, des obligations. Dans ce cas, le coût du capital pour l'entreprise n'est plus celui de l'actionnaire, mais est égal au coût moyen pondéré du capital, c'est-à-dire à :

$$CMPC = k_e(1-I)(E/V) + k_{fp}(FP/V)$$

où  $k_e$  est le coût actuariel accordé par le marché pour une dette de la société ;

$I$  est le taux marginal d'imposition de la société ;

$E$  est la valeur marché<sup>49</sup> de l'endettement ;

$k_{fp}$  est le coût des fonds propres ;

$FP$  est la valeur marché des fonds propres ;

$V$  est la valeur marché de la société ( $V=E+FP$ ).

<sup>47</sup> L'utilisation du modèle de prix d'arbitrage conduit, pour les compagnies d'assurance, à un coût du capital inférieur de 10% à celui estimé par le MEDAF. Cette différence conduit à une sous-estimation de la valeur de l'entreprise de l'ordre de 7% (voir par exemple, «Etudes McKinsey», La stratégie de la valeur, T. Copeland, T. Koller, J. Murrin, InterEditions, 1991).

<sup>48</sup> La rentabilité du marché est, en pratique, approchée par un indice boursier approprié.

<sup>49</sup> Chaque composante du capital doit être prise à sa valeur de marché car elle seule reflète les véritables exigences économiques et non à sa valeur comptable.

En général le coût de la dette (après impôts) est inférieur au coût des fonds propres. Il est donc possible de diminuer le coût global du capital grâce à l'endettement.<sup>50</sup> Toutefois, le niveau d'endettement agit sur le coût des fonds propres dans la mesure où il augmente le risque de l'actionnaire.

## 2.2 - Allocation et coût du capital des filiales d'un groupe

Le MEDAF permet de calculer le coût du capital d'un groupe coté en bourse. Si ce coût du capital vaut comme référence du groupe, quelle est celle des filiales ? A l'occasion de l'analyse de la solvabilité, nous avons vu que les risques liés aux différentes activités d'un groupe étaient très différents. Le coût du capital doit donc être adapté à chaque filiale afin de tenir compte de la nature des risques encourus, tant du fait de l'activité d'assurance que de l'activité financière (cf. plus bas § 2.2.1 - Coût du capital des filiales).

En théorie, il importe peu de savoir quel coût du capital ou quelle portion du capital sont attachés à telle ou telle filiale : seul compte le rapport (coût du capital, montant du capital) qui doit être homogène avec le niveau de risque encouru, et dont l'agrégation pour toutes les filiales doit conduire à l'équilibre général constaté au niveau du groupe (capitalisation boursière et coût global du capital). En pratique cependant, deux approches sont possibles. La première consiste à partir des fonds propres effectivement disponibles dans une filiale et à calculer le coût du capital propre à son activité. La seconde revient à appliquer le même objectif de rentabilité à toutes les filiales, et à recalculer la quote-part de capital allouée à chacune.

### 2.2.1 - Coût du capital des filiales

Une méthode souvent employée consiste à prendre le bêta d'une société cotée en bourse et comparable à la filiale analysée (*«pure play method»* : Cox et Griepentrog, 1988). Mais sur un marché boursier relativement étroit comme le marché français, peu de sociétés d'assurances sont cotées. Celles qui le sont, sont rarement comparables à la filiale analysée.<sup>51</sup>

Face à cette difficulté, nous proposons une démarche pragmatique reposant sur le principe d'additivité<sup>52</sup> des valeurs (Brealey et Myers, 1988). L'application de ce principe à un groupe d'assurance permet d'obtenir une relation entre le bêta des différentes filiales et le bêta du groupe :

---

<sup>50</sup> Si on veut pouvoir considérer les montants empruntés comme des quasi-fonds propres (par exemple pour la constitution de la marge de solvabilité) on ne peut subordonner la dette aux actifs de la société, lesquels viennent déjà en représentation, soit des provisions techniques, soit des fonds propres.

<sup>51</sup> Ces différences font que, même aux États-Unis où l'utilisation de cette méthode est envisageable, elle donne de mauvais résultats (Cox et Griepentrog, 1988).

<sup>52</sup> Ce principe conduit à retenir l'idée du RBC selon laquelle les risques de chacune des entités d'un groupe s'additionne sans pouvoir se compenser.

$$\beta = \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{A} \beta_i$$

avec  $\beta_i$  : bêta de la filiale  $i$  ;

$\beta$  : bêta du groupe ;

$A_i$  : fonds propres de la filiale  $i$  ;

$A = \sum_{i=1}^n A_i$  : fonds propres du groupe.

la holding étant considérée comme l'une des filiales du groupe dont les fonds propres sont égaux au surplus de fonds propres, c'est-à-dire à la différence entre les fonds propres du groupe et la somme des fonds propres des filiales.

Pour estimer les bêtas des filiales, nous proposons d'utiliser dans un premier temps les informations comptables afin de calculer la covariance entre la rentabilité de chacune des filiales et la rentabilité du marché<sup>53</sup>. On obtient ainsi des bêtas comptables :

$$\beta_i^C = \frac{\text{cov}(R_i, R_M)}{\text{var}(R_M)}$$

où  $R_i$  est la rentabilité de la filiale  $i$  ;

$R_M$  est la rentabilité du marché dans son ensemble.

Les résultats ainsi obtenus ne vérifient pas le principe d'additivité. Il convient donc de les corriger. Nous proposons de retenir la solution suivante (Tran Van Lieu, 1994) :

$$\beta_i = \beta \frac{\beta_i^C}{\sum_{l=1}^n \frac{A_l}{A} \beta_l^C}$$

L'utilisation des données comptables pose toutefois des problèmes dans la mesure où elles ne reflètent pas la réalité (effet de lissage des résultats dans le temps). Cet inconvénient peut cependant être partiellement levé lorsqu'on travaille à l'intérieur du groupe qu'on analyse et que les données qui permettent de retraiter les données brutes comptables sont disponibles.

### 2.2.2 - Réallocation du capital entre les filiales

Dans cette approche, nous appliquons à toutes les filiales le même coût du capital, celui du groupe. Pour tenir compte des différences de risque entre les filiales, nous répartissons le capital de façon proportionnelle à la contribution respective de chacune

---

<sup>53</sup> Pour un groupe international la définition du marché de référence est complexe.

d'entre elles au risque total supporté par l'actionnaire. Pour chaque filiale, nous avons la relation suivante :

$$\beta_i = \frac{\text{cov}(B_i / A_i, R_M)}{\text{Var}(R_M)}$$

où  $B_i$  est la variable aléatoire égale au bénéfice comptable retraité généré par la filiale  $i$  ;

$B$  est la variable aléatoire égale au bénéfice comptable retraité du groupe, somme des  $B_i$  de chacune des  $n$  filiales.

Pour obtenir l'égalité entre  $\beta_i$  et  $\beta$ , les fonds propres alloués doivent vérifier la relation suivante :

$$\frac{A_i}{A} = \frac{\text{cov}(B_i, R_M)}{\text{cov}(B, R_M)}$$

Ainsi plutôt que de retenir un coût du capital différent par filiale, on alloue un montant de fonds propres d'autant plus grand que l'activité représente un risque important pour l'actionnaire<sup>54</sup>.

Cette approche peut s'appliquer aux différentes activités d'assurances d'une même filiale. Elle revient alors à une filialisation fictive de ses activités.

### 2.3 - Allocation de capital aux activités financières

Le résultat d'exploitation d'une branche se décompose en une partie « technique » liée à la seule activité d'assurance et une partie financière liée à la gestion des actifs de la compagnie. En pratique, si la branche est responsable de la gestion du risque d'assurance, elle ne maîtrise pas le résultat financier puisque la gestion des actifs est, en général, centralisée au niveau du groupe ou du pays. Aussi, est-il indispensable d'analyser séparément la rentabilité technique et la rentabilité financière afin de répartir le capital entre ces deux activités.

Nous allons considérer que la filiale (ou la branche) est une holding qui se décompose en une compagnie d'assurance et une compagnie financière dont les capitaux ( $C_A$  et respectivement  $C_F$ ) sont tels que

- la somme des fonds propres soit égale au capital de la holding ( $C_H = C_A + C_F$ ) ;
- les deux compagnies aient le même coût du capital, c'est-à-dire celui de la holding  $\beta_A = \beta_H$  et  $\beta_F = \beta_H$ .

---

<sup>54</sup> En pratique, il peut être préférable de prendre une solution mixte afin d'avoir un coût du capital unique par pays mais de différencier les coûts de capital entre les pays afin qu'ils intègrent entre autres les risques de change.

La compagnie d'assurance est responsable de la gestion du risque d'assurance. Elle transfère donc à la compagnie financière la totalité de ses actifs, minorée du besoin en fonds de roulement. La compagnie financière est responsable de la gestion des actifs et doit rémunérer, au taux sans risque par exemple, les actifs de la compagnie d'assurance.

Nous avons, de manière très simplifiée, les comptes de bilan et comptes de résultats suivants :

## Comptes de bilan

Cie financière		Cie assurances	
Actif	Passif	Actif	Passif
	$C_F$		$C_A$
$A_F$	$A_A$	$A_A$	Provisions

## Comptes de résultats

Cie financière		Cie assurances	
Ressources	Charges	Ressources	Charges
$PF$	frais de gestion		frais de gestion
$PF$	coût de la dette	$PF_A$	sinistres

La rentabilité de la compagnie d'assurances se met sous la forme :

$$R_A = \frac{B_T}{C_A}$$

où  $B_T = CA + PF_A - S - FG_A$  est la rentabilité technique ;

$CA$  sont les cotisations acquises ;

$S$  est la charge de sinistres ;

$FG_A$  sont les frais généraux de la compagnie d'assurance ;

et la rentabilité de la compagnie financière sous la forme :

$$R_F = \frac{PF - PF_A - FG_F}{C_F}$$

$FG_F$  sont les frais généraux de la compagnie financière.

Si la compagnie d'assurance ne conserve aucun risque lié à la gestion des actifs, le risque systématique de la compagnie d'assurance est égal à :

$$\beta_A = \beta_T \frac{CA}{C_A}$$

$$\text{où } \beta_T \text{ la rentabilité technique : } \beta_T = \frac{\text{cov}(B_T / CA, R_M)}{\text{Var}(R_M)}$$

et le risque systématique de la compagnie financière à :

$$\beta_F = \beta_{Actif} \left( 1 + \frac{A_A}{C_F} \right)$$

où  $\beta_{Actif}$  est le risque systématique des actifs gérés par la compagnie financière.

La détermination des capitaux alloués aux deux entités est obtenue par résolution de deux des trois égalités suivantes :

$$\beta_A = \beta_H \text{ soit } C_A = \frac{\beta_T}{\beta_H} CA$$

$$\beta_F = \beta_H \text{ soit } C_F = \frac{\beta_{Actif}}{\beta_H} (1 + A_A)$$

$$C_H = C_A + C_F$$

L'utilisation des deux premières équations pose des problèmes<sup>55</sup>.

- L'estimation du bêta technique repose sur une régression entre le résultat technique et la rentabilité du marché alors qu'en pratique on est obligé d'utiliser les résultats comptables, qui ne donnent pas une vision économique de l'activité. Cette difficulté est révélée par les tests qui ont été réalisés aux Etats-Unis<sup>56</sup>. En effet, alors que l'on aurait pu s'attendre à des valeurs positives<sup>57</sup> pour le risque systématique technique, les valeurs effectivement obtenues sont souvent négatives. Cette différence de signe s'explique à notre avis par le fait que les assureurs ont tendance à augmenter les provisions, et donc la charge des sinistres, quand les résultats financiers sont bons.

---

<sup>55</sup> Pour une étude détaillée des problèmes voir par exemple l'analyse critique du MEDAF d'assurance, F. Boulanger & L. Tran Van Lieu, 1994.

<sup>56</sup> Voir par exemple Cox et Rudd, 1991.

<sup>57</sup> La charge de sinistres en assurance dommages provenant de la destruction d'actifs réels qui entraîne une réduction de la valeur du portefeuille de marché, nous avons une corrélation négative entre la charge de sinistres et la rentabilité du marché (voir Ang et Lai, 1987). Ce phénomène doit être plus marqué en risques d'entreprises qu'en assurance de particuliers.

- L'estimation du risque systématique lié à la gestion des actifs d'une compagnie d'assurance n'est pas simple : tous les actifs ne sont pas cotés en bourse et certains actifs stratégiques sont particulièrement complexes à évaluer.

La troisième équation permet d'assurer la cohérence entre les résultats trouvés et la contrainte imposée par le marché financier. On peut par exemple allouer le capital de la holding à la compagnie financière et à la compagnie d'assurance au prorata des résultats obtenus avec les deux premières équations.

Après avoir appliqué cette approche à toutes les filiales (ou branches) d'un même pays, il est possible de créer une entité financière unique dont la mission est de gérer l'ensemble des actifs du pays. Cette entité est dotée d'un capital qu'elle doit rémunérer au coût du capital du pays : c'est un centre de profit au même titre que les autres entités.

## **2.4 - Impact de la stratégie de l'entreprise sur le coût du capital ou les fonds propres**

La méthode présentée permet d'avoir les montants de fonds propres et les coûts du capital des différentes activités. Ces résultats, peuvent être utilisés pour modifier la stratégie de l'entreprise. Aussi, convient-il d'intégrer ces changements avant de fixer les nouveaux objectifs, les précédents étant calculés sur la base du passé. Pour illustrer l'importance de ce phénomène, nous allons nous intéresser à trois cas particuliers.

### **2.4.1 - La réserve d'égalisation**

La réserve d'égalisation sert à gérer dans le temps les phénomènes à fréquence faible (phénomènes naturels, réassurance, etc.) ou à couvrir des engagements potentiels dans des domaines où le risque technique est mal maîtrisé (assurance environnement par exemple). Le principal problème à résoudre est de définir la périodicité de survenance des événements.

L'approche consiste à provisionner l'engagement de la compagnie d'assurance sur la période de référence. Elle a pour conséquence de réduire les bénéfices des années sans sinistre et de limiter les pertes des autres années.

Cette politique a un coût pour l'actionnaire puisque la rentabilité affichée lors des exercices sans sinistre est plus faible. Néanmoins, elle permet, soit de réduire le montant de fonds propres alloué à cette activité, la réserve d'égalisation pouvant être considérée comme des quasi-fonds propres, soit de diminuer le coût du capital dans la mesure où la volatilité des résultats est plus faible. Après correction des objectifs, l'actionnaire doit être indifférent à ce choix.

### **2.4.2 - Le plan de réassurance**

L'objectif du plan de réassurance est de transférer la volatilité du risque à un tiers. Ce transfert de risque a un coût pour l'actionnaire. En effet, le réassureur subit un coût du capital plus élevé que l'assureur puisque la volatilité de son résultat est plus forte, il exige donc une rémunération, en pourcentage du chiffre d'affaires, supérieure à celle de la compagnie. Néanmoins, comme pour la réserve d'égalisation, le plan de réassurance

permet de réduire la volatilité du résultat ; le montant de fonds propres alloué doit donc diminuer. Cette baisse des fonds propres doit compenser, à l'équilibre, la baisse de la marge de l'assureur.

### 2.4.3 - La gestion des actifs

Une modification de la gestion des actifs a un impact direct sur la rentabilité des opérations : une gestion «risquée» l'améliore, une gestion «sans risque» la diminue. Pour tenir compte de l'impact de ces changements sur la volatilité des résultats, le montant de fonds propres alloué doit varier. On retrouve ici la différence faite par la méthode du RBC entre les actifs ayant une rémunération fixe et les actions. Si la correction du montant des fonds propres est juste, le choix de l'actionnaire doit être indifférent.

### 2.5 - Conclusion

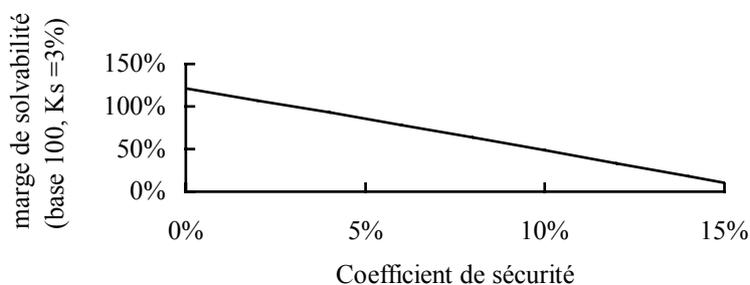
Une telle analyse de la rentabilité est fondamentale car elle seule permet d'avoir une vision claire de la profitabilité de chacune des activités et donc d'arbitrer entre elles ; elle doit être à la base de toute analyse stratégique. Elle nécessite toutefois un système d'informations performant et du temps.

Trop souvent, la phase de fixation des objectifs et d'allocation de capital est réduite à une part congrue dans la définition de la stratégie d'un groupe : application de coûts de capital standards, allocation des fonds propres en fonction de clefs de répartition (marge de solvabilité réglementaire, provisions, chiffre d'affaires, etc.), taux de rémunération des actifs standards (taux sans risque).

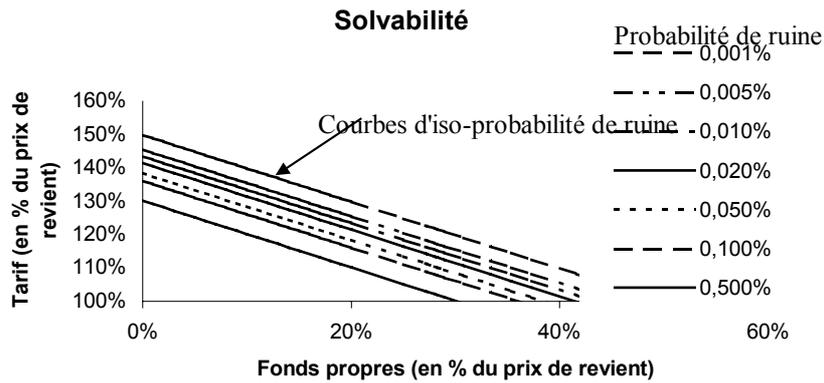
## 3 - SOLVABILITE ET RENTABILITE : VERS UN MODELE D'EQUILIBRE ?

Dans la première partie, nous avons montré que, pour un niveau de probabilité de ruine donné, il existe une relation entre la marge de solvabilité et le coefficient de sécurité :

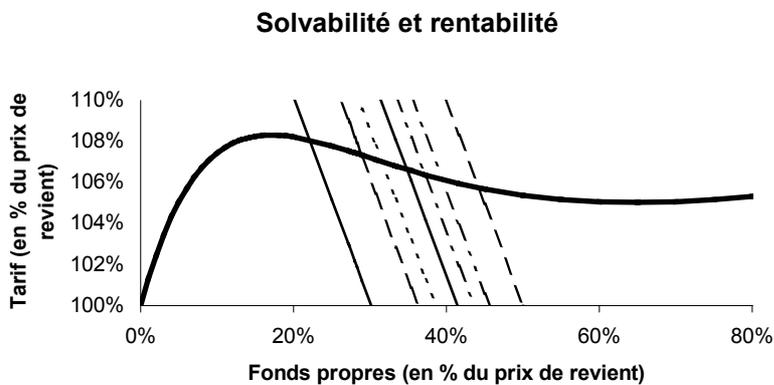
### Impact du coefficient de sécurité sur la marge de solvabilité pour une probabilité de ruine donnée



Le tarif, c'est-à-dire le prix de revient augmenté du coefficient de sécurité, peut donc s'exprimer, pour une probabilité de ruine donnée, en fonction des fonds propres. Par inversion des axes, on obtient le graphique suivant.



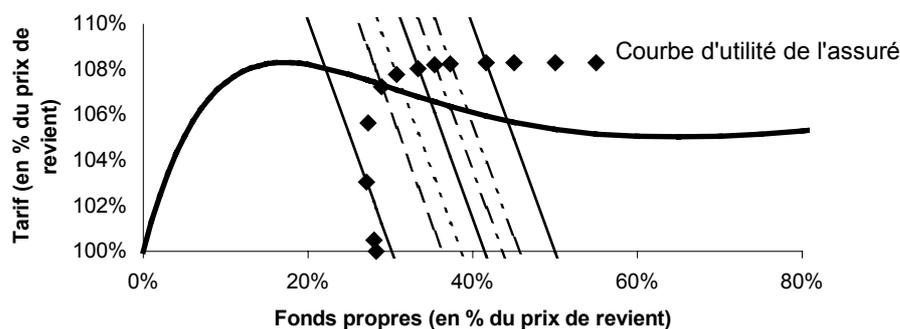
Par ailleurs, dans la deuxième partie, nous avons obtenu une relation entre le montant de fonds propres et la rentabilité d'exploitation. Si nous superposons cette courbe aux courbes précédentes nous obtenons :



Pour une de probabilité de ruine donnée, ce graphique permet de déduire le niveau de tarif à partir du montant de fonds propres investis. Mais comment déterminer cette probabilité ? Nous proposons de prendre en compte le point de vue de l'assuré : celui-ci accepte un niveau de tarif proportionnel à son degré d'aversion au risque (objet de l'assurance) et inversement proportionnel à la probabilité de ruine de l'assureur.

Si on ignore la probabilité de ruine de l'assureur, ce niveau de tarif est indépendant du montant de fonds propres, ce qui serait représenté sur notre graphique par une droite horizontale. Mais si la probabilité de ruine devient significative, l'assuré réclamera un niveau de tarif inférieur pour compenser le risque qui lui est transféré. Le graphique superpose la courbe d'utilité de l'assuré aux courbes précédentes.

### Solvabilité et rentabilité : vers un modèle d'équilibre ?



Ce graphique<sup>58</sup> illustre la possibilité de déterminer un niveau d'équilibre entre l'offre et la demande, entre les assurés et les assureurs. L'intersection des courbes d'utilité de l'assuré et de l'actionnaire représente le point optimal de transaction,

- celui où l'actionnaire obtient la rentabilité attendue, compte tenu des risques qu'il prend : le risque lié à l'opération d'assurance elle-même et celui lié au niveau de solvabilité,
- et où l'assuré accepte de payer le tarif demandé pour, d'une part, la couverture du risque objet de l'assurance et, d'autre part, le risque de ruine de l'assureur.

Lorsque le degré d'aversion au risque est trop faible (l'assurance du bris des lunettes par exemple), les deux courbes ne se croisent pas : il n'y a pas de marché. A l'inverse, la notion d'aversion au risque n'est pas toujours pertinente dans le cas d'une assurance obligatoire.

Un assuré particulier ne se soucie en fait presque jamais de la probabilité de ruine de l'assureur. Cela revient à dire que les deux courbes d'utilité se croisent, le cas échéant, sur la partie plate de la courbe d'utilité de l'assuré. Pour les risques d'entreprises en revanche, il arrive que le montant couvert ne soit pas insignifiant par rapport au montant des fonds propres : l'assuré tient compte de la probabilité de ruine de l'assureur.

#### 4 - CONCLUSION

Nous pensons ainsi qu'il est possible de déterminer un équilibre général conciliant, d'une part, les enjeux de solvabilité et d'aversion au risque du point de vue de l'assuré, et, d'autre part, l'objectif de rentabilité du point de vue de l'actionnaire. Mais cet effort exige une utilisation rigoureuse d'outils analytiques complexes. Et ces outils ne sont pas seulement complexes, ils procèdent par ailleurs de disciplines différentes et communiquant

<sup>58</sup> En pratique, la partie gauche du graphique est rendue impossible par les contraintes réglementaires de solvabilité. Par ailleurs, chaque assuré se caractérise par sa propre courbe d'utilité : le modèle aboutit en fait, non à un point, mais à un nuage de points optimal.

peu les unes avec les autres. L'actuariat des opérations d'assurance permet d'appréhender le risque de ruine et de le maîtriser. L'analyse financière permet d'estimer la rentabilité attendue par l'actionnaire et de décomposer une compagnie d'assurances en trois fonctions : la holding, les opérations d'assurances, et la gestion d'actifs. La micro-économie, enfin, permet de modéliser le comportement de l'assuré. Malgré l'ampleur de la tâche, il est devenu vital de finaliser ce modèle d'équilibre en confrontant ces disciplines entre elles dans une approche intégrée : en même temps que le paradis, c'est leur insouciance que les assureurs ont perdue.

## BIBLIOGRAPHIE

- ANG, J.S. & LAI, T.S. (1987). Insurance premium pricing and ratemaking in competitive insurance and capital assets markets, *Journal of Risk and Insurance*, 54, 4, 767-79.
- BOULANGER, F. & TRAN VAN LIEU, L. (1994). *Tarif concurrence et rentabilité : le cas de l'assurance automobile*, Mémoire d'actuariat CEA/IAF.
- COMTE-SPONVILLE, A. (1994). Le capitalisme est-il moral ?, *Valeur et vérité*, Puf/Perspectives Critiques.
- COPELAND, T., KOLLER, T., MURRIN, J. (1991) *La stratégie de la valeur*, Etudes McKinsey, InterEditions.
- COX, L.A. & GRIEOENTROG, G.L. (1988). Systematic risk, unsystematic risk and property-liability rate regulation, *Journal of Risk and Insurance*, 55, 4, 606-27.
- COX, L.A. & RUDD, E.A. (1991). Book versus market underwriting betas, *Journal of Risk and Insurance*, 58, 2, 312-21.
- DAYKIN, C.D., PENTIKÄINEN, T. & PESONEN, M. (1994). *Practical risk theory for actuaries*. Chapman & all, Londres.
- DUBOURDIEU, M.J. *Théorie mathématique de l'assurance*.
- FELDBLUM, Sh. (1995). Risk Based Capital Requirements, *Casualty Acturial Society*, part 10 study note.
- HOOKE, N.D. BULMER, J. R. and all (1995). Risk Based Capital in General insurance, *The Institute of Actuaries*, Vol. 27.
- JACQUILLAT, B. & SOLNIK, B. (1990). *Marchés financiers, gestion de portefeuille et des risques*, Bordas, Paris.
- JONG DE, P., ZEHNWIRTH, B. (1983). Claims reserving State-Space models and the Kalman filter. *Journal of the Institute of Actuaries*, Vol. 110, 157-182.
- MACK, T. (1993). Which stochastic model is underlying the Chain-Ladder method ?, *XXIV Astin Colloquium*, Cambridge.
- MARKOWITZ, H. (1959). *Portfolio selection : efficient diversification of investments*, Cowles Monograph n° 16, John Wiley, New York.

- MONTADOR, L. (1992). *Calcul des provisions techniques. Apport de la modélisation Espace Etat ; avantage du filtre de Kalman*. Mémoire d'actuariat ISUP/IAF.
- TAYLOR, G. (1991). Valuation of a non-life insurance company for purchase, *SCOR Notes*, 7-69.
- THE INSTITUTE OF ACTUARIES (1989). *Claims reserving manual*, Vol. I et II.
- TRAN VAN LIEU, L. (1994). La maximisation de la valeur comme objectif de rentabilité et outil de mesure d'une branche d'assurance dommage. Application au marché français de l'assurance auto, *XXV Astin Colloquium*, Cannes.