« CORRELATION » ENTRE RISQUES D'ASSURANCES NON VIE : UNE INTRODUCTION[1]

Christian PARTRAT[2*]
ISFA, Université Claude Bernard Lyon 1
Département R & D, Institut des Actuaires

1. INTRODUCTION

Au cours des dernières années se sont produits des sinistres extrêmes qui remettent en cause les bases techniques et financières de l'assurance :

- Tempêtes Lothar/Martin[3] (décembre 1999)
- Sinistre industriel AZF de Toulouse[4] (septembre 2001)

au plan domestique.

- Sinistre du World Trade Center[5] (septembre 2001)
- Sinistres financiers d'Enron et de Worldcom (2001)
- Sinistres amiante aux Etats-Unis, se propageant à l'Europe[6]

au plan international.

Sans oublier la baisse vertigineuse des marchés d'actions.

Outre l'existence de risques non assurables (hyperterrorisme), autrement que par les Etats, ces événements ont mis en évidence que des risques d'assurance pouvaient être, en langage courant, « corrélés » ou stochastiquement dépendants dans une terminologie plus rigoureuse.

Cette dépendance peut lier des éléments de passif d'assurances, des éléments d'actif ou lier actif et passif. Des exemples variés en sont donnés au paragraphe 2.

On peut noter que l'existence de ces « corrélations » entre risques semble prise en compte dans les normes comptables IAS/IFRS en cours d'élaboration pour les sociétés d'assurances et applicables, au moins pour les groupes cotés, dès 2005.

---

[1] Cet article est issu d'un exposé au Colloque «Les apports de la Statistique à l'Assurance» organisé par le Groupe Finance / Assurance de la Société Française de Statistique (20 et 21 Mars 2002, Niort).

[2] Mes remerciements à A.Charpentier et C.Robert pour les travaux communs sur ce sujet, finalisés lors des Journées actuarielles de Biarritz (Charpentier et al., 2001).

[3] Montants 6,5 Mds $

[4] Estimation : 1Mds euros

[5] Estimation 40 à 50 Mds$

[6] Estimation charge sinistres totale (Mds $) : 150 USA, 50 Europe.

Historiquement, la modélisation « opérationnelle » de la dépendance stochastique entre variables s'est appuyée, dès le début du XX^{ème} siècle, sur la distribution Normale Multivariée. L'existence et l'intensité de la dépendance entre deux variables étaient mesurées par le coefficient de corrélation linéaire de Pearson.

La distribution Gaussienne, outre qu'elle offrait une grande facilité de calcul, avait le mérite de séparer les distributions marginales des variables composantes de leur structure de dépendance. Celle-ci était donnée par la matrice des corrélations.

Tout au long du XX^{ème} siècle, les applications actuarielles de la dépendance se sont limitées à la théorie financière et au modèle Gaussien : théorie du portefeuille de Markowitz, MEDAF, …

Jusqu'au début des années 1990, l'existence de « corrélations » entre risques d'assurance était ignorée par les actuaires, pour qui l'indépendance entre risques était un dogme ou une nécessité méthodologique.

L'évolution des marchés financiers au cours de la dernière décennie, ayant montré l'insuffisance du modèle Gaussien et de la corrélation de Pearson, rendit crucial le besoin de modèles multivariés alternatifs. Ceux-ci devaient séparer les distributions marginales des actifs financiers de leur structure de dépendance.

Une solution générale à ce problème se trouvait dans les travaux, publiés dans les années cinquante par d'éminents probabilistes emmenés par M. Fréchet et consacrés aux marges de fonctions de répartition multidimensionnelles.

Ces travaux avaient abouti à la théorie des copules dont le théorème fondamental, appelé théorème de SKLAR, avait été publié en français dans un périodique français[7].

La modélisation de la dépendance qui en résulte est étonnamment simple et générale : les marginales de chaque variable étant données, cette théorie montre qu'il suffit de les « joindre » par une copule[8], ayant les propriétés de dépendance souhaitées. La distribution multivariée résultante a pour marginales les distributions marginales d'origine.

De plus la structure de dépendance, seulement présente dans la copule, est totalement séparée des marginales.

Appliquée initialement dans les sciences du vivant puis en finance dans les années 1990, la théorie des copules n'a produit ses premiers résultats en assurance qu'à la fin du

[7] Publications de l'ISUP, 1959.
[8] Du latin Copula (joint)

siècle. Ils sont le fait d'universitaires nord-américains, emmenés par la très féconde « école québécoise ».

Récemment, de jeunes actuaires français (cf. paragraphe 5) ont montré la pertinence de cette théorie pour modéliser des dépendances entre risques dans des problématiques **opérationnelles** de l'assurance non vie.

2. DEPENDANCE STOCHASTIQUE EN ASSURANCE : EXEMPLES

A un niveau général, de nombreux exemples pourraient être donnés de « corrélations » c'est-à-dire de dépendances entre actif et passif d'une société d'assurances.

En assurance vie, une hausse des taux a une influence complexe sur les placements financiers mais peut entraîner un rachat massif des contrats au passif.

Le sinistre financier d'Enron a touché des assureurs américains, à l'actif par l'effondrement de la valeur des titres de cette société, au passif par la mise en jeu des garanties RC et Caution souscrites par cette même société auprès d'eux.

A un niveau moins général, définissons une classe de risques comme un ensemble quelconque de contrats. Ainsi une telle classe peut contenir un unique contrat, être une case tarifaire, une branche, un marché, …

En réassurance, ce pourrait être l'ensemble des contrats d'un traité.

Exemple 1 : Dans une classe de contrats mono-garantie (RC automobile par exemple), le montant d'un sinistre fait intervenir deux composantes :

- indemnités versées par l'assureur et part dans les frais généraux de gestion des sinistres
- frais spécifiques à ce sinistre : frais d'expertise, frais judiciaires, …

Ces composantes sont naturellement dépendantes. Une analyse du montant global de sinistre basée sur celles de ces composantes et leur dépendance peut s'avérer plus pertinente qu'une analyse globale directe.

Exemple 2 : Dans une classe de contrats mono-garantie, surviennent deux types de sinistre dont les fréquences sont dépendantes. iI en est ainsi :

- en RC auto, des sinistres matériels et corporels
- en RC auto, des sinistres responsables et non responsables

- en assurance santé, des différents types d'acte soit consultation, visite, pharmacie, radiologie, …

Exemple 3 : La tarification d'un contrat de rentes viagères sur une tête masculine avec réversion sur l'épouse fait l'hypothèse que les durées de vie des deux têtes sont indépendantes.

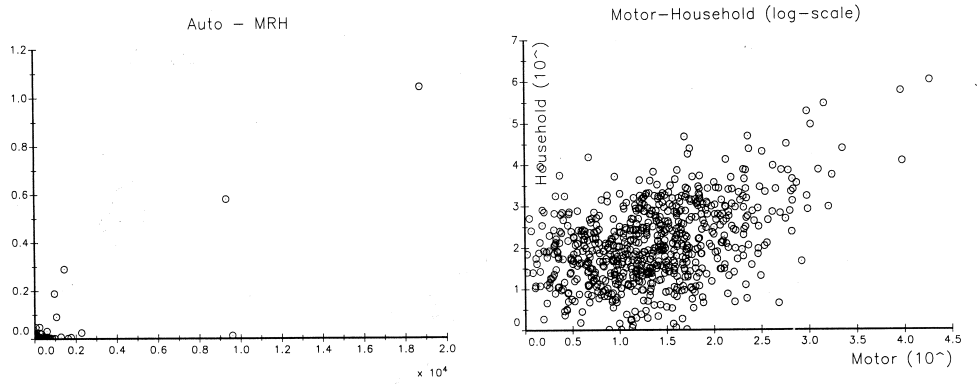
Il est statistiquement prouvé (Jagger et al., 1991, Frees et al, 1996) que cette hypothèse n'est pas acceptable. Intervient en effet le syndrome du « cœur brisé » : le décès de l'époux raccourcit la vie résiduelle de l'épouse.

Exemple 4 : Dans une classe de contrats multi-garanties, les sinistralités de deux garanties peuvent être « « corrélées » en fréquences et/ou en montants :

- en dommages corporels, pour les garanties frais de soins et incapacité
- en risques industriels, pour risque direct et perte d'exploitation.

Exemple 5 : Dans une classe de risques multi-contrats, la survenance d'un événement peut mettre en jeu les garanties de plusieurs contrats du même assuré. Il en est ainsi, par exemple, des événements naturels (tempêtes, inondations, tremblements de terre, …) comme le montrent les graphiques ci-dessous des montants de tempête sur une décennie, en dommages auto et habitation (le second utilise une échelle log-log).

Figures 1 : Montants de sinistres tempête sur les contrats dommages auto et MRH



Dans le même esprit mais à une échelle très supérieure, le sinistre du World Trade Center a montré qu'un nombre important de garanties et de branches pouvaient être mises en jeu par la survenance d'un même événement.

Ceci apparaît clairement dans le tableau des dommages assurés par branches évalués en février 2002.

Sinistre WTC : Estimation des dommages assurés par branches (Mds USD)

BRANCHES	Min-max
Dommages aux biens	10-12
Pertes d'exploitation	3,5-7
Accidents du travail	3-5
Aviation	3-6
RC	5-20
Autres dommages non vie	1-2
Ass.décès, dommages corporels	4,5-6
TOTAL	**30-58**

Source : Tillinghast

A ces dommages assurés, il faut ajouter les pertes d'intermédiation dues à la fermeture du New York Stock Exchange pendant six jours.

Exemple 6 : Les provisions techniques d'un assureur non vie représentent les 2/3 du passif de son bilan. Les provisions pour sinistres à payer en forment l'essentiel.

L'analyse de la provision globale de sinistres d'un ensemble de branches « corrélées », comparativement aux provisions des différentes branches a des conséquences sur le besoin en fonds propres de la société.

Exemple 7 : La présence simultanée dans le portefeuille d'un réassureur de cédantes couvrant les mêmes périls (événements naturels par exemple) entraîne pour celui-ci un risque de cumuls qui doit être analysé.

Le caractère non exceptionnel de l'existence de dépendances entre risques conduit à un besoin de modélisation et d'analyse des conséquences qui en résultent sur les différentes activités de l'actuaire non vie : mesures de l'intensité de dépendance, tarification, provisionnement, besoins en fonds propres et allocation de capital, besoins en réassurance, Gestion Actif-Passif, DFA,…

3. DEPENDANCE, CORRELATION

Soit deux risques dont les sinistralités futures, aléatoires, sont représentées par les v.a.r. X et Y. Comment modéliser l'intuition que ces variables sont « stochastiquement » liées ?

3.1 Dépendance stochastique

Le calcul des probabilités rend compte de la dépendance entre les v.a.r. X et Y par la loi jointe du couple (X,Y). Cette loi a pour f.r. $F_{X,Y}$ définie par :

$$F_{X,Y}(x,y) = \mathrm{P}(X<x, Y<y) \text{ , pour } (x,y) \in \mathrm{IR}^2$$

D'où l'on peut déduire les lois marginales de chacune des v.a.r. X et Y par leur f.r. F_X et F_Y :

$$F_X(x) = \mathrm{P}(X<x) = F_{X,Y}(x,\infty)$$

$$F_Y(y) = \mathrm{P}(Y<y) = F_{X,Y}(\infty,y)$$

Alors

Définition 1. :

(i) Les v.a.r. X et Y sont indépendantes ssi $F_{X,Y}(x,y) = F_X(x)\,F_Y(y)$ *pour* $(x,y) \in IR^2$

(ii) X et Y sont dépendantes ssi il existe (x,y) tel que $F_{X,Y}(x,y) \neq F_X(x)\,F_Y(y)$.

Il en résulte que l'indépendance est l'unique cas où la seule connaissance des lois marginales permet d'obtenir la loi du couple.

Remarque : A l'aide de la loi conditionnelle $F_Y^{X=x}$ de Y sachant $X = x$, on obtient une lecture alternative de la dépendance de X et Y : la connaissance de la valeur x prise par X apporte une information qui conduit à modifier la loi de Y.

La définition ci-dessus permet d'affirmer le caractère indépendant ou dépendant de deux variables. Dans ce dernier cas, toute l'information sur la dépendance du couple (X,Y) est présente dans la loi jointe. Cependant les lois marginales de X et de Y et la structure de dépendance y sont étroitement mêlées.

On souhaiterait pouvoir disposer d'une mesure de l'intensité (et du sens) de la dépendance. Des propriétés souhaitables de cette mesure seraient d'une part qu'elle soit indépendante des marginales et, d'autre part, qu'elle intègre la totalité de la structure de dépendance entre les variables.

3.2 Corrélation

L'intensité d'une liaison statistique entre les deux variables X et Y est souvent mesurée à l'aide du coefficient de corrélation **linéaire** de Pearson :

$$\rho(X,Y)=\frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y} \text{ avec } Cov(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)=E\left[\left(X-E(X)\right)\left(Y-E(Y)\right)\right]$$

Définition 2. : (i) X et Y sont non corrélées ssi $\rho(X,Y) = 0$

(ii) X et Y sont corrélées ssi $\rho(X,Y) \neq 0$

Les propriétés de ρ[9] sont bien connues :

$|\rho(X,Y)| \leq 1$ et $|\rho(X,Y)| = 1$ ssi X et Y sont **linéairement** liées.

Il est fondamental de noter que non corrélation et indépendance ne sont pas équivalents :

X,Y indépendantes impliquent *X,Y* non corrélées,

la réciproque étant fausse : deux variables non corrélées peuvent être dépendantes (et l'être fortement) comme le montre l'exemple suivant :

Exemple 8 : *X* suit une loi centrée symétrique (donc telle que $E(X^3)=0$), par exemple une loi Normale N(0,1), et $Y = X^2$. Alors

$$\rho(X,Y) = E(XY) = E(X^3) = 0 .$$

Ainsi *X* et *Y* sont liées fonctionnellement[10] mais ne sont pas corrélées. En fait le coefficient de corrélation ne capture que les liaisons linéaires entre *X* et *Y*.

De plus les lois marginales peuvent influer sur sa valeur :

Exemple 9 : *X* et *Y* suivent respectivement des lois LogNormales LogN(0,1) et LogN(0,4). On peut montrer que nécessairement $\rho(X,Y) \in [-0,09 ; 0,67]$. Il en résulte, par exemple, que $\rho(X,Y) = 0,75$ est impossible.

Cas particulier (Loi Normale bivariée) : si (X,Y) suit la loi $N_2(m_X,m_Y,\sigma_X^2,\sigma_Y^2,\rho)$, on a $\rho(X,Y) = \rho$, *X* et *Y* sont indépendantes ssi $\rho(X,Y) = \rho = 0$.

Les lois marginales $N(m_X,\sigma_X^2)$ et $N(m_Y,\sigma_Y^2)$ n'influencent pas $\rho(X,Y)$. De plus ce coefficient capture totalement la dépendance entre *X* et *Y*.

Ces propriétés expliquent, en partie, le caractère attractif de la loi Normale Multivariée.

Il résulte de ces considérations que la connaissance de la dépendance entre deux variables nécessite, en général, plus que la seule donnée du coefficient de corrélation.[11] D'où le besoin de disposer de la loi du couple.

---

[9] ρ n'est pas défini si l'une des variables a une variance infinie (distribution à queue lourde)

[10] La liaison fonctionnelle est un cas particulier d'une propriété très fructueuse : la comonotonie (Dhaene et al., 2002)

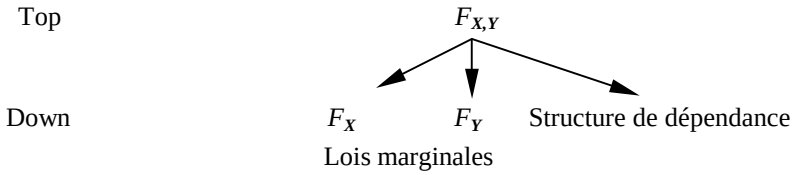
[11] D'autres mesures de dépendance (Tau de Kendall, Rho de Spearman) ont des propriétés plus satisfaisantes.

4. MODELISATION BIVARIEE

Les modes de génération de lois bivariées se sont considérablement étendues au cours des dix dernières années par l'intégration de la théorie des copules.

4.1 Approche standard

Cette approche, que l'on pourrait qualifier de Top-Down, en reprenant une terminologie classique en allocation de capital, consiste en la donnée directe de la loi jointe $F_{X,Y}$. Les deux lois marginales F_X, F_Y et la structure de dépendance s'en déduisent.



Cette approche a fourni un ensemble de modèles bivariés, extension de modèles univariés standards :

- Normale, LogNormale, Exponentielle, Gamma, Pareto, Dirichlet, … pour des variables continues (cf. Kotz et al., 2000) .
- Multinomiale, Poisson, Multinomiale Négative, … pour des variables discrètes

4.2 Modèles à choc commun

Le mode de génération de lois bivariées par l'introduction d'un choc commun est naturel en assurance non vie.

4.2.1 Genèse

Soit une classe d'assurés bi-contrats (par exemple habitation, dommages Auto) et

N_1 la v.a.r. fréquence de sinistres du 1er contrat (habitation)

N_2 la v.a.r. fréquence de sinistres du 2ème contrat (dommages auto).

La survenance d'un sinistre majeur (par exemple une tempête) peut mettre en jeu les garanties des deux contrats : on décompose N_1 et N_2 en deux variables :

$$N_1 = L_1 + M \quad \text{où}$$

L_1 est la fréquence des sinistres touchant uniquement le 1er contrat (habitation)

$$N_2 = L_2 + M \quad \text{où}$$

L_2 est la fréquence des sinistres touchant uniquement le 2ème contrat (auto)

M est la fréquence des sinistres touchant les 2 contrats simultanément.

On suppose les variables L_1, L_2 et M indépendantes. Les lois marginales de ces trois variables donnent la loi du couple (N_1,N_2). La variable M modélise le « choc commun ».

Exemple 10 : Distribution Poisson Bivariée $P_2(\lambda_1,\lambda_2,\mu)$ (Partrat, 1994)

Il s'agit de la loi du couple (N_1,N_2) quand L_1 et L_2 suivent respectivement des lois de Poisson $P(\lambda_1)$ et $P(\lambda_2)$, M étant distribuée selon la loi de Poisson $P(\mu)$.

4.2.2 Modèle général

Plus généralement, le couple (X_1,X_2) de v.a.r. s'écrit :

$$X_1= Y_1+Z \qquad X_2=Y_2+Z$$

Les v.a.r. Y_1,Y_2, Z étant indépendantes, les marginales de Y_1,Y_2, Z génèrent la loi de (X_1,X_2).

Remarque : Par simulations Monte–Carlo des v.a.r. Y_1,Y_2, Z, on génère de manière immédiate des simulations du couple (X_1,X_2).

4.3 Inconvénients de l'approche standard

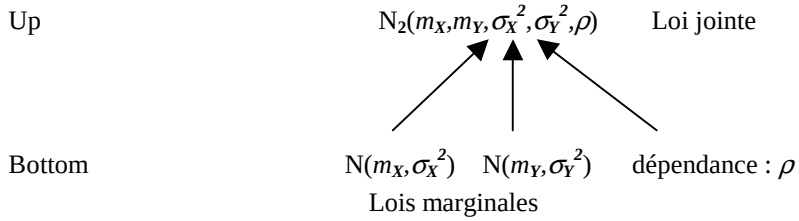
Outre que l'extension de ces modèles standards du bivarié au multivarié ne soit pas toujours évidente, cette approche souffre de deux inconvénients principaux :

(i) Marginales et structure de dépendance restent souvent mêlées.

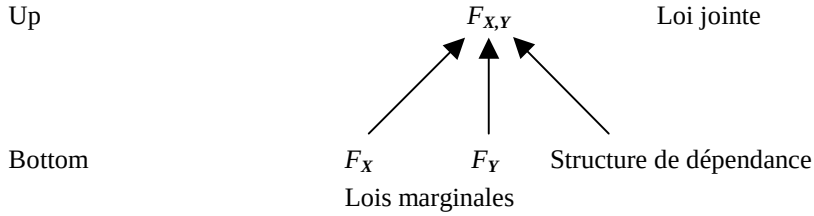
(ii) Les marginales sont de même nature. Elles ne peuvent pas être, par exemple, LogNormale pour l'une et Pareto pour l'autre.

4.4 Approche récente

Que l'on pourrait appeler Bottom–Up dans la ligne de la dénomination utilisée au paragraphe 4.1. Pour la loi Normale bivariée, cette approche suivrait le schéma suivant :



Et plus généralement :



La problématique à traiter est alors la suivante : étant données deux distributions marginales F_X et F_Y, est-il possible d'obtenir une loi bivariée F telle que

les marginales de F sont F_X et F_Y,

la dépendance induite par F respectant certaines contraintes a priori ?

Une telle construction est possible si la structure de dépendance est induite par une

COPULE,

une copule étant une fonction qui lie deux marginales pour générer une loi jointe.

Remarque : Comme il a été mentionné dans l'introduction, M. Fréchet et l'Ecole Française de Probabilités ont largement contribué au développement de la théorie des copules.

Mathématiquement une copule est une f.r. sur le carré $[0,1]^2$ dont les marginales sont **uniformes** continues sur [0,1] soit

Définition 4 : Une copule est une fonction $C : [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ *telle que*

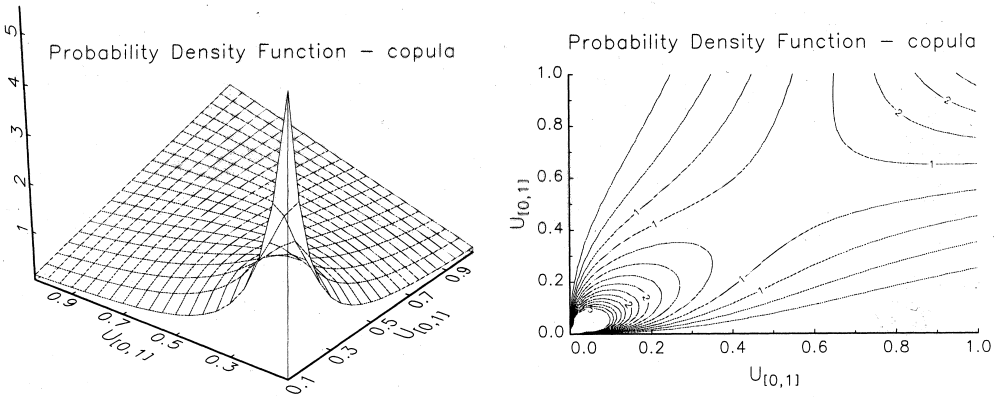
(i) $\forall (u,v) \in [0,1]^2$ $\quad C(u,0)=C(0,v)=0 \quad$ *et* $\quad C(u,1)=u$, $C(1,v)=v$

(ii) $\forall u_1,u_2,v_1,v_2 \in [0,1]$ *tels que* $u_2 \geq u_1$ *et* $v_2 \geq v_1$, *on a :*

$$C(u_2,v_2)- C(u_2,v_1)-C(u_2,v_1)+C(u_1,v_1) \geq 0.$$

On dispose d'une « boîte à outils » de copules (cf. Nelsen, 1999) permettant de modéliser des dépendances variées. Les copules Archimédiennes forment une classe de copules simples à mettre en œuvre et possédant des propriétés agréables.

Figures 2 : Exemple de densité de copule et ses courbes de niveaux



Théorème (Sklar) : (i) Soit X,Y des v.a.r. de f.r. F_X, F_Y et f.r. jointe $F_{X,Y}$.

Il existe une copule C telle que

$$F_{X,Y}(x,y)=C[F_X(x),F_Y(y)] \quad \forall (x,y)\in IR^2$$

Si F_X et F_Y sont continues, C est unique.

(ii) Soit X,Y v.a.r. de f.r. F_X, F_Y et C une copule. La fonction

$$F(x,y)=C[F_X(x),F_Y(y)]$$

est une f.r. bivariée de marginales F_X et F_Y .

Remarque : Les distributions bivariées issues de copules se prêtent souvent bien à la simulation Monte-Carlo.

5. APPLICATIONS

Reprenons l'exemple 1 ci-dessus où la v.a.r. *Z* montant d'un sinistre est décomposée en deux composantes :

- *X* pour indemnités et frais généraux de gestion des sinistres
- *Y* pour les frais spécifiques

avec $Z = X + Y$

Les variables *X* et *Y* sont naturellement dépendantes.

L'étude proposée par KLUGMAN et al. (1999) suit la procédure suivante :

Etape 1 : Données de 1500 sinistres

Etape 2 : Modélisation des deux distributions marginales

A l'aide de techniques exploratoires (QQ-plot) et tests d'adéquation, sélection de distributions marginales : il s'agit en l'espèce de distributions de Burr, loi largement utilisée par les actuaires Nord-américains.

Etape 3 : Choix d'une copule

En l'occurrence la copule de Franck (à unique paramètre $\theta \geq 0$) définie par :

$$C(u,v) = (-1/\theta) \ln [1+ (e^{-\theta u}-1) (e^{-\theta v}-1)/(e^{-\theta}-1)]$$

Estimation des 5 paramètres de la loi bivariée (par maximum de vraisemblance) (Test de dépendance)

Etape 4 : Test d'adéquation bivariée (test du χ^2)

Etape 5 : Calcul de la loi de *Z*

De manière générale, pour les problèmes faisant intervenir la charge sinistres d'une classe de polices dépendantes, la seule prise en compte de cette dépendance par le coefficient de corrélation n'est suffisante qu'en tarification. A condition que la prime soit calculée à l'aide de principes liés aux deux premiers moments.

Des travaux récents, exécutés par de jeunes actuaires, ont montré le caractère opérationnel des modèles de dépendance entre risques dans les problématiques de l'assurance non vie : intensité de dépendance (Belguise, 2001), influence de celle-ci sur les provisions pour sinistres à payer (Gillet et Serra, 2002) puis sur les besoins en fonds propres et l'allocation de capital (Faivre, 2003).

6. CONCLUSION

Cette introduction avait comme seule ambition de rappeler l'existence de méthodologies applicables et opérationnelles permettant de traiter les problématiques majeures de l'assurance non vie (Tarification, Provisionnement, Solvabilité, Allocation de capital, Réassurance…) en présence de «corrélation » entre risques.

Naturellement les solutions proposées sont encore imparfaites. Elles ont cependant le grand mérite de montrer qu'il existe une « vie actuarielle » hors de l'hypothèse de contrats indépendants et d'ouvrir ainsi de nouveaux territoires aux actuaires et statisticiens.

7. BIBLIOGRAPHIE (non exhaustive)

BELGUISE O. (2001) *Tempêtes : Etude des dépendances entre les branches Auto et Incendie avec la théorie des copulas.* Mémoire d'actuariat Strasbourg, Institut des Actuaires.

BELGUISE O., LEVI C. (2002) *Tempêtes : Etude des dépendances entre les branches Automobile et Incendie avec la théorie des copulas.* Bulletin Français d'Actuariat, Vol. 5, 135-174.

BOUYE E., NIKEGHBALI A., RIBOULET G., RONCALLI T. (2000) *Copulas for finance. A reading guide and some applications.* Document de travail, Crédit Lyonnais.

CHARPENTIER A., PARTRAT C., ROBERT C. (2001) *Corrélations, Tarification, Pricing et Solvabilité.* Journées Actuarielles FFA de Biarritz.

DENUIT M. (2002) *Dépendance et copules.* Cours ISFA., Université Lyon 1.

EMBRECHTS P., MC NEIL A., STRAUMANN D. (1999) *Correlation, Pitfalls and Alternatives.* ETH Zürich.

EMBRECHTS P., LINDSKOG F., MC NEIL A. (2001) *Modelling dependence with copulas and applications to risk management.* ETH Zürich.

FAIVRE F. (2003) *Copule, besoin en fonds propres et allocation de capital pour une compagnie d'assurances non vie multi-branches.* Mémoire d'actuariat ISFA et XXXIVth ASTIN Colloquium, Berlin.

FREES E.W., CARRIERE J., VALDEZ E. (1996) Annuity valuation with dependent mortality. *The Journal of Risk and Insurance,* Vol. 63, 229-261.

FREES E.W., VALDEZ E.A. (1998) Understanding relationships using copulas. *North American Actuarial Journal* Vol. 2,1-25.

GILLET A., SERRA B. (2002) *Effets de la dépendance entre différentes branches sur le calcul des provisions.* Mémoire d'actuariat ENSAE et XXXIVth ASTIN Colloquium, Berlin.

JAGGER C., SUTTON C.J. (1991) Death after marital bereavement-is the risk increased ? *Statistics in Medicine,* Vol.10, 395-404.

KLUGMAN S.A., PARSA R. (1999) Fitting bivariate loss distributions with copulas. *Ins., Math. & Econ.* Vol. 24, 139-148.

KOTZ S., BALAKRISHNAN N., JOHNSON N.L. (2000) *Continuous Multivariate Distributions* Vol.1, 2ème éd., Wiley

LINDSKOG F., Mc NEIL A.(2001) *Common Poisson shock models : applications to insurance and credit risk modelling.* ETH Zürich.

NELSEN R.B. (1999) *An introduction to copulas.* Springer.

PARTRAT C. (1994) Compound model for two dependent kinds of claim. *Ins., Math. & Econ.* Vol.15, 219-231.

ROBERT C. (2000) *Gestion de risques multiples : Théorie et pratique* Journée Statistique et Assurances Dommages, Groupe Finance/Assurance, Société Française de Statistique.

SKLAR A. (1959) Fonctions de répartition et leurs marges. *Publications de l'ISUP,*Vol. 8, 229-231.

WANG S. (1998) Aggregation of correlated risk portfolios : models & algorithms. *Proceedings of the CAS LXXXV.*

* E-Mail : *partrat@univ-lyon1.fr*