

# LA CAPTIVE, UN OUTIL D'ENTREPRISE RISK MANAGEMENT TOUJOURS EFFICIENT SOUS SOLVABILITE 2 ?

Fabien GRAEFF<sup>1</sup>  
Darasovann THACH<sup>1</sup>

*Marsh*

Nicolas LEBOISNE<sup>2</sup>  
Stéphane LOISEL<sup>2</sup>

*ISFA - Laboratoire SAF*

*Université de Lyon - Université Claude Bernard Lyon 1*

## **Résumé:**

Dans cet article, nous étudions le problème d'optimalité de transfert de risque d'une société dont l'activité n'est pas de vendre de l'assurance vers une captive d'assurance, en présence des nouvelles contraintes de solvabilité. Nous prouvons pour plusieurs cas réels que dans le référentiel Solvabilité 2, en utilisant les pratiques de place de tarification et les prix de marché actuels, que l'utilisation d'une captive reste pertinente et que les résultats théoriques de Picard et Pinquet (2013) peuvent être adaptés même si certaines conditions de concavité sont parfois non satisfaites à cause de Solvabilité 2. En particulier, nous montrons que le coût du capital peut parfois être multiplié par trois au passage à Solvabilité 2, et qu'il est pertinent d'utiliser un traité stop-loss pour optimiser le profil rendement-risque.

## **Mots-Clés:**

Captives ; Assurance ; Réassurance ; Enterprise Risk Management ; Solvabilité 2.

---

<sup>1</sup> Marsh, Tour Ariane, La Défense 9, 92088 Paris La Défense Cedex, France - Courriels :  
fabien.graeff@marsh.com ; darasovann.thach@marsh.com

<sup>2</sup> Univ Lyon, Université Claude Bernard Lyon 1, Laboratoire de Science Actuarielle et Financière, Institut de Science Financière et d'Assurances, 50 avenue Tony Garnier, 69007 Lyon, France. Courriels :  
nicolas.leboisne@univ-lyon1.fr ; loisel@univ-lyon1.fr

## 1. INTRODUCTION

Le nombre de captives a fortement augmenté lors des dernières décennies : il y en avait 1000 en 1980, il y en a plus de 6800 fin 2014 d'après l'étude de Business Insurance (2015). Elles représentent aujourd'hui environ 10 % des primes du marché mondial de l'assurance. Elles sont donc devenues un des outils classiques d'Enterprise Risk Management, au même titre que d'autres méthodes d'Alternative Risk Transfer (ART) présentées dans le livre de Banks (2004).

Les cycles de marché d'assurance et de réassurance, décrits entre autres par Cummins and Doherty (2002) et Meier et Outreville (2006), jouent un rôle important dans le développement et l'utilisation des captives. Scordis, Barrese and Yokoyama (2007) montrent dans leur étude par simulations que l'utilisation optimale d'une captive repose sur la flexibilité, et notamment la possibilité de la garder dormante dans certaines phases du cycle de marché.

Les groupes français ont jusqu'à présent privilégié la création de captives de réassurance, les captives directes étant plus rares. Deux raisons principales permettent d'expliquer ce phénomène : d'une part, jusqu'à une période récente, la réassurance était beaucoup moins réglementée, et donc moins contraignante, que l'assurance directe ; d'autre part, la captive de réassurance, en raison de l'intervention du «fronteur», requiert une moindre implication opérationnelle de la part du groupe (émission des polices, facturation des primes, ...) que la captive directe.

Cette tendance tend aujourd'hui à se réduire, la majorité des grands groupes s'étant déjà dotés d'une ou plusieurs captives de réassurance. Face notamment à l'augmentation au début des années 2000 des conditions de fronting et du durcissement du marché de l'assurance, plusieurs groupes français se sont orientés vers la création de captives directes, que ce soit en complément d'une captive de réassurance déjà existante ou dans le cadre d'une première démarche captive. Malgré un très net assouplissement des taux, notamment en dommage, au cours de ces dernières années, la tendance perdure.

Comme l'anticipait déjà en 2009 l'étude d'AM Best (2009), la mise en place du référentiel Solvabilité 2, effective depuis le 1<sup>er</sup> janvier 2016, implique des coûts supplémentaires en immobilisation de capital et en frais de gestion, aussi bien dans le cadre de captives que dans un fronting traditionnel. Cela ne nuit pas, bien au contraire, au rôle que les captives ont à jouer dans les stratégies de gestion des risques, permettant aux entreprises d'optimiser l'utilisation de leur capital et d'arbitrer entre la création d'une

captive d'assurance et/ou de réassurance et la souscription auprès d'une compagnie d'assurance. Pour les plus petites captives, le coût de la mise en œuvre des piliers 2 et 3 pourrait néanmoins engendrer des frais supplémentaires qui rendraient le montage moins compétitif.

Dans le cas de grandes entreprises avec des unités opérationnelles décentralisées (*business units*), Picard et Pinquet (2013) analysent les stratégies d'assurance ayant recours aux captives d'assurances et de réassurance afin d'optimiser la couverture d'assurance de ses unités. Picard et Pinquet (2013) montrent que le régime d'assurance optimal des *business units* couvrant un certain intervalle de pertes consiste à utiliser une captive qui cède ses risques à un réassureur (en stop loss) et que la couverture d'assurance optimale (directe et réassurance) dépend des prix pratiqués et en particulier du coût du capital des assureurs locaux et du taux de chargement pratiqué par le réassureur. Des variations de ces paramètres peuvent remettre en cause l'attractivité des captives.

L'objectif de cet article est de comprendre l'impact du référentiel Solvabilité 2 sur les arbitrages de marché que peut effectuer une entreprise dont le métier n'est pas de vendre de l'assurance (appelée *corporate* dans la suite) par le biais de sa captive : lorsqu'on utilise les pratiques de tarification du marché et sous les nouvelles contraintes de solvabilité, peut-on conclure de la même manière que dans le cadre théorique de Picard et Pinquet (2013), malgré le fait que certaines conditions de concavité ne sont parfois plus satisfaites ?

Dans ce but, nous définissons les conditions d'optimisation d'un programme d'arbitrage sous contrainte de Solvabilité et étudions sur un cas réel l'impact de l'implémentation de Solvabilité 2. Ce cas réel est représentatif de vérifications effectuées sur une quinzaine de cas réels, pour lesquels les conclusions de l'article restent valables.

Pour des raisons de simplification et afin de concentrer notre analyse sur l'impact direct de la nouvelle réglementation, nous ne considérerons pas les effets indirects de Solvabilité 2 (prix du marché de l'assurance et de la réassurance, fonds disponibles ...). Par ailleurs des arbitrages fiscaux éventuellement possibles en fonction de la domiciliation de la captive ne sont pas pris en compte dans le cadre de cet article qui se concentre sur les arbitrages techniques de souscription. L'utilisation de *cells captives* n'est pas non plus considérée dans cette étude, même si elle pourrait être intéressante.

Nous montrons que dans la phase actuelle du cycle de marché, avec les techniques de tarification du marché et les prix de couverture observés sur le marché, la captive reste un outil intéressant de gestion des risques dans de nombreux cas. De plus, nous montrons

que le stop-loss proposé par Picard et Pinquet (2013) dans un cadre théorique permet actuellement d'améliorer le profil rendement-risque pour les exemples considérés dans notre étude. Une analyse de sensibilité conforte ce résultat.

Le présent article se focalise sur l'optimisation pour la première année. L'aspect temporel est évidemment très important, et pourrait faire l'objet d'une future étude. Pour les années suivantes, s'il n'y a pas de sinistre majeur, les fonds propres de la captive augmentent (si on n'effectue pas de prélèvement) et cela ne fait que renforcer la capacité d'arbitrage. L'analyse de l'optimisation pluri-annuelle n'est pas effectuée dans ce papier ; même si cela est réducteur, on suppose que le conseil d'administration souhaite étudier le problème sur la base de la première année par mesure de prudence.

Notre papier est organisé de la façon suivante : nous commençons par rappeler le fonctionnement, les avantages et les contraintes principales des captives. Nous définissons les conditions d'arbitrage et explicitons les principes de tarification. Cela nous permet par la suite d'étudier le problème d'optimisation sous Solvabilité 1 et sous Solvabilité 2, ainsi que d'étudier l'impact de l'ajout d'un traité stop-loss de réassurance de la captive vers un réassureur externe.

## **2. LES CAPTIVES : FONCTIONNEMENT, AVANTAGES ET CONTRAINTES**

Une captive est une société d'assurance ou de réassurance qui a pour objet la couverture exclusive des risques de l'entreprise ou des entreprises auxquelles elle appartient. La captive est en quelque sorte un assureur ou réassureur couvrant des risques dont l'origine est restreinte à la maison mère et ses filiales. Dans cette partie, nous détaillons un peu plus le fonctionnement et les principaux avantages des captives, ainsi que les contraintes principales à respecter.

### **2.1 Principes de fonctionnement**

La captive d'assurance (ou captive directe) peut émettre directement dans les territoires où elle est habilitée des polices d'assurance et percevoir directement des primes auprès du groupe et de ses filiales opérationnelles, ainsi qu'indemniser directement ses assurés des sinistres couverts. En fonction du plan d'activités qui aura été défini, la captive directe peut céder tout ou partie des risques souscrits au marché de la réassurance.

Contrairement à la captive directe, la captive de réassurance ne peut émettre des polices ni recevoir des primes directement. Elle doit donc faire appel à un assureur tiers, dit « assureur cédant » ou « fronteur », qui se charge de l'émission des polices et de

l'encaissement des primes correspondantes, avant de céder les risques à la captive de réassurance. La cédante sera également responsable du règlement des sinistres couverts dont elle collecte le paiement auprès de la captive. En contrepartie de son intervention, le « fronteur » reçoit une commission de fronting payée par la captive et demande généralement des garanties ou collatéraux, susceptibles de revêtir différentes formes (lettres de garanties, nantissement de titres ou d'espèces, ...). La captive de réassurance peut également à son tour recéder tout ou partie des risques souscrits au marché de la réassurance (mécanisme de la « rétrocession »).

La gestion de la captive – qu'elle soit d'assurance ou de réassurance – est généralement confiée à une société de gestion, ce qui permet au « sponsor » (l'actionnaire fondateur) de se décharger des activités administratives et comptables afférentes et de réaliser des économies d'échelle.

Le schéma ci-dessous permet une vision synthétique du mode de fonctionnement de chacun des deux types de structures :

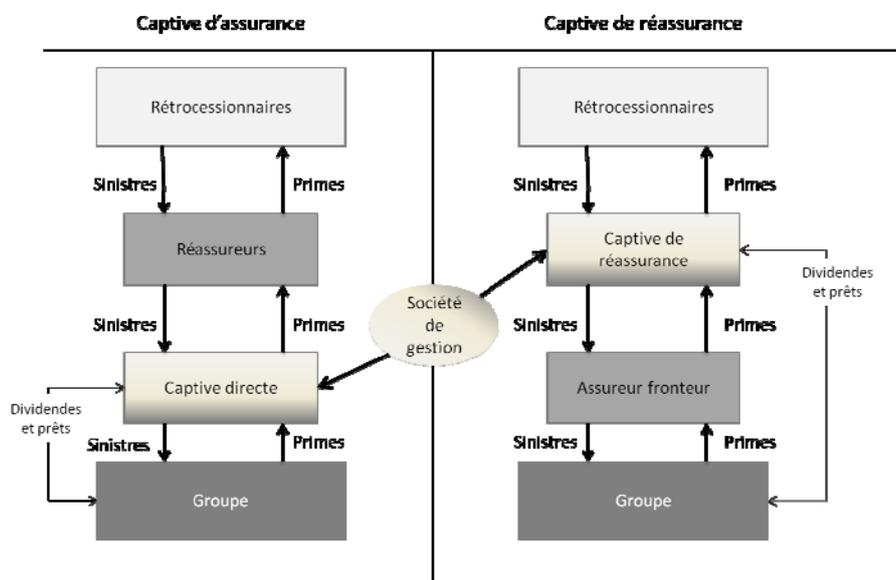


Figure 1 : Les schémas d'intervention d'une captive

## 2.2 Principaux avantages d'une société captive

La captive est avant tout un outil de risk management, intégré dans la politique de gestion des risques du groupe et présentant plusieurs atouts.

Elle permet l'optimisation de la rétention des risques, en adéquation avec les seuils de tolérance financière des entités du groupe. La captive permet en effet aux filiales opérationnelles de bénéficier de franchises basses tout en aménageant une rétention au niveau du groupe lui permettant de bénéficier de conditions de transfert plus favorables sur le marché d'assurance.

La captive présente une solution de couverture pour des risques non assurables (ou insuffisamment assurés) ou couverts à des coûts jugés prohibitifs par les assureurs traditionnels (ces solutions restant limitées par les moyens financiers alloués par le groupe à la captive).

Comme outil de compréhension et de contrôle des risques, la captive permet de renforcer le contrôle de l'ensemble des programmes d'assurance de l'entreprise, via la centralisation et l'harmonisation des couvertures au sein d'un programme cohérent, qui favorise également la prévention, l'évaluation des risques et la mise en place d'un système de remontée d'information efficace.

En stabilisant et/ou en réduisant le coût de la gestion des risques à moyen / long terme, le recours à une captive offre une plus grande capacité d'arbitrage vis-à-vis des offres des assureurs, permettant de moduler de manière réactive la rétention de l'entreprise et de ses filiales à contre rythme des cycles de marché. Ainsi, les réserves constituées au fil du temps au sein de la captive constituent un « matelas », susceptible d'amortir les variations subies par le marché : évolutions tarifaires, restrictions de capacités, changements de périmètre, ...

Une captive permet en outre la constitution de réserves pour le financement d'un sinistre majeur potentiel.

Au-delà des gains en autonomie et flexibilité du groupe fondateur, la mise en place d'une captive autorise également une gestion différente des risques qui présente un certain nombre d'avantages plus strictement financiers.

Ainsi, la conservation des profits de souscription et produits financiers attachés aux flux de primes transitant par la captive permet d'accroître in fine le niveau d'intervention tout en réduisant et en stabilisant le coût total du risque dans le temps.

A contrario d'une gestion par simple provisionnement comptable dans le cadre de son activité traditionnelle, l'entreprise, grâce à la captive, peut bénéficier de mécanismes de dotation de provisions propres à l'exercice de l'activité d'assurance/réassurance. Ces mécanismes peuvent permettre, suivant le domicile choisi, un traitement fiscal avantageux

(tels que par exemple la possibilité ou l'obligation de provisionner les résultats en différé d'impôts sur plusieurs années, et de disposer ainsi d'un matelas financier permettant de faire face à une sinistralité adverse. Au niveau consolidé, le résultat de la captive est scindé entre le résultat net consolidé et une provision pour différé d'impôts).

Le développement des captives peut offrir enfin un double avantage fiscal : l'optimisation de la charge fiscale via la déduction d'une prime dans la société mère et les filiales assurées d'une part, et la constitution d'un profit dans la captive domiciliée dans un pays offrant des conditions d'imposition plus avantageuses d'autre part. Rappelons néanmoins que la seule motivation fiscale ne peut justifier la création ou le maintien d'une captive. Une telle conception trouverait d'ailleurs rapidement ses limites face aux évolutions de la réglementation fiscale que ce soit au niveau de la législation sur les prix de transfert, ou encore en matière de lutte contre l'évasion fiscale.

Du point de vue assurantiel, les avantages d'une captive résident dans la conception de couvertures sur mesure, une moindre dépendance aux marchés de l'assurance – y compris pour les risques pour lesquels il n'y a pas de marché –, le renforcement du risk management et une plus grande flexibilité.

Du point de vue financier, la captive permet de réduire les coûts d'assurance, une meilleure transparence du risk management, de meilleurs cash flows, un ajustement des revenus et des dépenses, voire la génération de nouveaux revenus.

### **2.3 Contraintes d'une société captive**

En contrepartie de ces éléments, la société captive génère un certain nombre de contraintes inhérentes au caractère réglementé de l'activité d'assurance / réassurance, et à la gestion d'une entité juridique à part entière.

En particulier, la captive mobilise des fonds propres du groupe pour capitaliser la structure dans le respect des règles prudentielles (coût d'opportunité).

Elle engendre des frais de création et de gestion.

La captive nécessite de justifier le niveau des primes qu'elle facture, par des approches techniques (évaluation actuarielle) et la prise en compte des prix de marché. A cet égard, la législation sur les prix de transfert a contribué à corriger les primes parfois excessives que certains groupes pouvaient verser à leurs captives.

L'obligation de reporting s'inscrit dans le respect de règles comptables, elles-mêmes en constante évolution. Ainsi, depuis le 1<sup>er</sup> janvier 2005, les groupes cotés de l'UE doivent

préparer leurs comptes suivant les normes IFRS, ce qui implique non seulement des comptes sociaux conformes à la réglementation du domicile mais également des comptes selon les Normes IFRS, avec la consolidation de la captive dans les comptes du Groupe. Le groupe de travail de l'EIOPA (European Insurance and Occupational Pensions Authority) a ainsi identifié 11 domaines pour lesquels l'adoption des normes IFRS est susceptible de créer quelques difficultés. Les plus importants concernent la définition des contrats d'assurance, l'évaluation des actifs et passifs financiers et les réserves d'égalisation.

Les captives induisent des contraintes relatives à la sortie d'un montage captif, généralement soumise à l'approbation des autorités de contrôle en matière d'assurance et l'extinction des obligations de la captive, et par conséquent la non-disponibilité immédiate des réserves accumulées dans la captive.

Le montage présente un risque de perte due à une sinistralité adverse. A cet égard, il est primordial de réaliser une étude actuarielle préalable sur les risques devant être transférés dans la captive, de définir les niveaux de rétention maximum au sein de la captive ou des captives du Groupe en fonction du seuil de tolérance du Groupe Corporate, et d'organiser le cas échéant sa protection via des cessions adaptées auprès du marché de la réassurance.

Les inconvénients d'une captive résident dans la nécessité d'appliquer une politique tarifaire, les coûts de structure inhérents au montage, le contrôle prudentiel mis en place, et le risque de sinistre majeur.

### 3. CONDITIONS D'ARBITRAGE ET TARIFICATION

Commençons par définir dans un premier temps les conditions d'arbitrages, c'est-à-dire les équations de la courbe de prix du marché et de la captive (resp.  $\Pi_{marché}$  et  $\Pi_{captive}$ ).

Ces deux prix répondant à des contraintes différentes (rentabilité, portefeuille, frais de gestion ...) ont par conséquent dans la plupart des cas une équation différente.

Les deux fonctions de prix sont croissantes et concaves sur  $IR^+$ : en effet, plus la capacité de couverture augmente, plus la prime est importante, que ce soit sur le marché ou avec une captive ; de plus, dans les tranches basses, une augmentation de capacité de couverture coûte plus cher que dans les tranches hautes.

Par Hypothèse forte nous nous sommes intéressés au cas où la courbe du prix du marché,  $\Pi_{marché}$ , « démarre » au-dessus de celle du prix pour la captive,  $\Pi_{captive}$ . En effet

pour les tranches basses (sinistres à fortes fréquences) en cas d'historique de sinistralité favorable, le marché qui mutualise le risque de son portefeuille avec d'autres entreprises à sinistralité défavorable est généralement plus cher qu'une captive.

Les deux courbes se croisent car, à partir d'un certain seuil de capacité de couverture, la tendance s'inverse et le marché devient plus intéressant que la captive puisqu'il a la possibilité de diversifier son portefeuille. Cette situation a été vérifiée empiriquement dans la totalité des quinze cas réels testés.

Avant le croisement des deux courbes, comme  $\Pi_{captive} \leq \Pi_{marché}$ , on a une zone d'arbitrage et on va chercher à la maximiser.

Après obtention de la capacité optimale  $C^*$ , nous allons calculer le coefficient de variation  $\left( CV = \frac{\text{moyenne}}{\text{écart-type}} \right)$  correspondant à la tranche  $[C_0, C^*]$ .

Or, on sait que la volatilité est une fonction croissante par rapport à la capacité. On supposera donc ici que si  $[C_0, C_1] \subset [C_0, C_2]$ , alors  $CV_1 \leq CV_2$  où  $CV_i$  correspond à la capacité de la tranche  $[C_0, C_i]$ .

Ainsi, si  $CV \leq 100\%$  pour la tranche  $[C_0, C^*]$ , nous garderons la capacité de couverture  $C^*$  comme capacité optimale. En revanche, si  $CV \geq 100\%$  pour cette tranche, compte tenu des caractéristiques des courbes de prix, la nouvelle capacité optimale sera la capacité  $C'^*$  correspondant à un coefficient de volatilité de 100%.

### 3.1 Paramètres des deux fonctions $\Pi_{marché}$ et $\Pi_{captive}$

La fonction  $\Pi_{marché}$  admet pour paramètres la sinistralité de l'assuré et du marché, le Return On Equity (ROE) – en lien avec la marge de solvabilité –, le cycle du marché, les frais de gestion, la sinistralité du portefeuille et autres branches d'assurance, le placement, le timing et la prime de réassurance.

La fonction  $\Pi_{captive}$  est paramétrée à partir de la sinistralité de l'assuré, des intérêts financiers, des frais de gestion, du coût apport vs ROE, du timing et de la prime de réassurance.

Cependant les primes, et en particulier les primes versées à une captive, doivent respecter certaines contraintes techniques afin d'éviter tout risque fiscal de requalification. Les primes captives doivent suivre la législation afférente au prix du transfert, autrement dit, le calcul de la prime doit se baser sur des statistiques propres ou à défaut sur des éléments techniques de marché (Proxies, benchmark de sinistres, primes marchés,...).

Ce point peut être particulièrement délicat pour des risques atypiques, lorsque la captive sert à souscrire des risques non/mal couverts par le marché de l'assurance traditionnel.

Dans le cadre de ce papier nous nous inscrivons dans un modèle d'arbitrage dans lequel la courbe de prix de la captive repose sur la sinistralité propre au « Corporate » étudié.

L'arbitrage optimal sans contrainte sera alors déterminé par le maximum de la valeur  $(\Pi_{\text{marché}} - \Pi_{\text{captive}})$ .

Nous introduirons ensuite la contrainte Solvabilité 1 telle qu'elle existe actuellement et mesurons l'arbitrage au regard du coût du capital. Pour cela nous ne maximiserons plus l'arbitrage mais le retour de l'arbitrage sur le capital (Marge de Solvabilité), soit  $(\Pi_{\text{marché}} - \Pi_{\text{captive}})/MS_1$ .

Ce résultat devra être comparé au retour de l'arbitrage sur la marge de solvabilité issue du référentiel Solvabilité 2.

Enfin ce rapport devra également ouvrir le champ à une recherche de solution d'optimisation via des couvertures de « risk mitigation ».

### 3.2 3.2 Conditions préalables d'arbitrage

Dans notre analyse nous supposons que le facteur déterminant dans l'estimation du seuil de rétention (tranche souscrite par la captive) est l'arbitrage entre le prix du marché et le prix de la captive. Ce critère est donc purement économique et ne tient pas compte des autres éléments motivant la souscription de risque par le biais d'une captive.

La détermination de la capacité de couverture optimale, c'est-à-dire la capacité qui maximise l'arbitrage entre le prix du marché et le prix de la captive, présuppose que la courbe du prix du marché se situe au-dessus de celle de la captive, au moins pour certaines capacités de risque (c'est-à-dire que le prix du marché est supérieur à celui de la captive pour une capacité donnée). *On entend par capacité dans la suite, une limite par sinistre (à ne pas confondre avec un plein de souscription qui tient compte de la limite annuelle).*

Pour ce faire on considère que les courbes de prix  $\Pi(\cdot)$  sont strictement croissantes et concaves sur  $\mathbb{R}$ .

On exclut de notre analyse les « sauts » d'arbitrage, c'est-à-dire des courbes discontinues. Cela peut se produire lorsque différents acteurs interviennent sur différentes tranches de risque avec des politiques de souscription et des contraintes de coût différentes.

Par ailleurs, la capacité souscrite par la captive est également limitée à la volatilité de la tranche souscrite.

Cette contrainte exprime le fait que la captive est limitée dans sa souscription nette (nette de réassurance) à des tranches peu volatiles puisqu'elle ne peut pas mutualiser son risque à travers un portefeuille diversifié.

Cela signifie également que la zone d'arbitrage si elle existe ( $\Pi_{\text{marché}} > \Pi_{\text{captive}}$ ) est unique (stricte croissance et concavité) et est limitée soit par une intersection des courbes soit par un coefficient de volatilité de 100%.

### **3.3 Détermination de la courbe des prix**

Afin de déterminer les équations des deux courbes de prix, nous nous sommes basés sur les courbes d'exposition. Ces courbes de marché sont très utilisées pour caractériser le comportement de la sinistralité sur des zones non travaillantes c'est-à-dire non impactées par des sinistres. Elles permettent de généraliser des observations faites sur un échantillon de sinistres.

Le principe est d'identifier sur la partie travaillante, c'est-à-dire sur la base de données statistiques sinistres, la courbe de marché et de considérer que le comportement sera le même sur les zones non travaillantes.

#### **3.3.1 Tarification de la zone travaillante – Burning Cost**

Notre tarification reposera essentiellement sur la sinistralité observée. Cette tarification dite « Burning Cost » projette la sinistralité passée dans les conditions d'exposition futures. Cette approche n'est évidemment valide que si les années d'observation historique sont suffisamment comparables avec l'année de cotation.

Dans ce cadre, nous allons déterminer la prime qu'il conviendrait d'allouer à la captive pour les niveaux de rétention sélectionnés.

Dans le cadre d'une captive, le niveau de la prime repose sur des approches techniques et/ou probabilistes prudentes. En effet, contrairement à une société d'assurances « classique », la captive ne peut pas mutualiser ses risques avec d'autres entreprises et dispose d'un capital social moins important.

Pour déterminer le niveau de la prime allouée à une captive plusieurs méthodes

existent (ajout d'une marge pour risque proportionnelle à la moyenne, à l'écart-type, à la variance ou encore au capital immobilisé).

Toutefois, la prime allouée à la captive pour la couverture d'un risque ne doit pas être fixée ex abrupto au niveau de la charge moyenne.

En effet, la charge réelle pour une année donnée peut être bien supérieure à la moyenne. Une captive comme toute compagnie d'assurance est dotée d'un capital qui lui permet de faire face à la survenance d'une sinistralité plus forte que celle escomptée. Cela étant, les captives sont généralement dotées au minimum des obligations réglementaires. L'utilisation du capital suppose donc sa reconstitution immédiate. La recapitalisation est une opération plus complexe (et plus coûteuse) que le paiement d'une prime. Il est donc nécessaire de prévoir une prime qui permette de faire face à la survenance d'un exercice d'assurance moins favorable que la charge moyenne, tout en restant impérativement dans les pratiques de marché. Lorsque la captive a accumulé assez de réserves sur plusieurs exercices, il est envisageable de réduire la prime et de s'approcher de la moyenne de sinistralité.

D'autre part, la charge moyenne est calculée sur l'historique des sinistres. Même si les données sont indexées, le passé ne reflète que partiellement l'avenir. Il est prudent d'allouer une marge pour pallier l'imperfection intrinsèque de la méthode « Burning Cost ». Toutefois la captive, qu'elle soit d'assurance ou de réassurance, se doit de travailler comme tout professionnel du secteur, aux conditions de marché, sous peine de requalification des primes (si elles sont jugées excessives) acquittées par les entités opérationnelles.

Le calcul de la charge supplémentaire, allouée à titre de sécurité, s'effectue généralement en ajoutant à la charge moyenne une partie de l'écart type. L'écart type mesure la dispersion d'une série de données par rapport à la moyenne.

La prime pure peut être représentée par l'équation suivante :  
Prime pure = charge moyenne + k · écart type , où k est le coefficient d'affectation de l'écart type.

Un élément additionnel doit être ajouté au prix Burning Cost : les expositions « non travaillantes », c'est-à-dire des limites de risque historiquement vierges de tout sinistre.

Pour évaluer ces tranches, plusieurs méthodes existent telles que l'estimation d'une période de retour, l'utilisation de queue de distribution ou encore de courbes d'exposition types.

### 3.3.2 Tarification de la zone non travaillante

La tarification des zones non travaillantes peut s'effectuer selon différentes méthodes (Pareto, simulations stochastiques, ...). Dans le cadre de notre article nous avons pris l'option d'utiliser la méthode des « courbes d'exposition ».

Ces courbes de marché représentent l'expression de la charge cumulée au regard de la consommation de la capacité.

En effet il existe des courbes de marché que l'on cherche à ajuster à la sinistralité observée sur les tranches travaillantes. Une fois la courbe définie, il est aisé d'extrapoler l'exposition et donc le coût des tranches plus hautes.

La méthodologie d'extrapolation peut être séparée en plusieurs étapes.

En premier lieu, nous déterminons les tranches travaillantes, c'est-à-dire des tranches où ont été enregistrés des sinistres.

Ensuite, nous ajustons la sinistralité observée par rapport aux courbes théoriques. Ces courbes représentent plusieurs types de sinistralité.

Les courbes habituellement utilisées sont représentées dans la Figure 2 (courbes de marché de Swiss Re notamment *SRi* et *CI*, ou encore des Lloyd's).

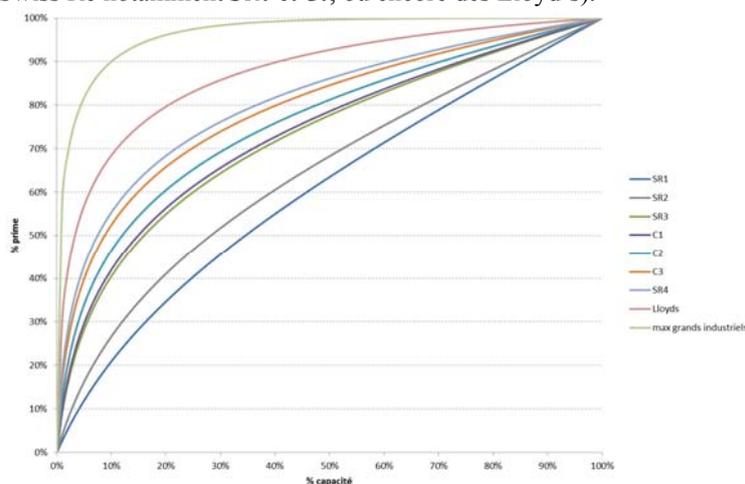


Figure 2 : Courbes d'exposition de marché

Ces courbes décrivent le pourcentage de charge sinistre pour un pourcentage donné de couverture. Elles permettent de différencier les sinistres de fréquence des sinistres de sévérité. Ainsi, la courbe SR1 correspondra plus à un risque de fréquence, tandis que la courbe Lloyds correspondra plus à un risque de sévérité.

Grâce à la courbe sélectionnée, il sera possible d'estimer le coût des tranches non travaillantes, bien qu'aucunes données n'aient été enregistrées. En effet, si la sinistralité est proche d'une courbe donnée dans la tranche travaillante, il est raisonnable d'extrapoler la sinistralité des tranches plus hautes selon le profil de risque identifié dans les tranches plus basses.

Ces courbes présentent bien les caractéristiques décrites ci-avant dans les conditions préalables. Ainsi plus la capacité couverte augmente plus le prix augmente mais de façon décroissante marginalement (concavité). Ceci traduit que l'exposition marginale au risque, c'est à dire une unité de capacité, est d'autant plus coûteuse que la capacité est basse (un sinistre impactant une tranche donnée traverse obligatoirement les tranches plus basses, le contraire n'étant pas vérifié).

### 3.3.3 Détermination de l'équation des courbes d'exposition de marché

Les courbes de marché sont classiquement présentées en % des sinistres par % des capacités (cf. Figure 2). Afin de déterminer l'équation de ces courbes et de maximiser le système d'arbitrage dans un second temps, nous allons établir une relation directe entre les courbes de marché classiquement utilisées et les courbes MBBEFD<sup>1</sup> qui généralisent les courbes d'exposition par le biais de la détermination des paramètres  $b$  et  $g$ . Notons que les courbes caractérisant les primes de marché et/ou captives pourraient être différentes des neuf courbes classiquement utilisées (c'est d'ailleurs l'objet de la généralisation de ces courbes via la méthode MBBEFD).

Ces neuf courbes nous donnent le pourcentage de perte en fonction du pourcentage de capacité.

Ainsi, si on pose  $x$  un pourcentage de la capacité de référence (pour une capacité au premier euro),  $SRI(x)$  (par exemple) représente le pourcentage de perte lorsque l'on se trouve sur la courbe d'exposition  $SRI$ .

Or, les pertes et les primes sont directement liées, donc on peut voir  $SRI(x)$  comme un pourcentage de la prime de référence. En effet, la prime (que ce soit la prime de marché

---

<sup>1</sup> Maxwell-Boltzman, Bose-Einstein et Fermi-Dirac (voir par exemple, Blondeau et Partrat (2003), Chap. 19).

ou la prime captive) est une fonction croissante des sinistres. Pour des raisons de simplification, nous allons supposer que la fonction reliant capacité et sinistre est la même que celle reliant capacité et prime puisque celles-ci s'expriment en pourcentage. Des tests de sensibilité montrent que cette hypothèse forte n'a que peu d'impact sur nos résultats dans nos cas réels étudiés.

On connaît, grâce à la méthode MBBEFD et à Bernegger (1997) une expression dépendant d'un seul paramètre  $c$  pour les courbes d'exposition, synthétisant les courbes à deux paramètres observées sur le marché.

$$\text{On note cette fonction } G_c \text{ dont l'expression est } G_c(x) = \frac{\ln\left(\frac{(g-1)b + (1-gb)b^x}{1-b}\right)}{\ln(gb)}$$

avec  $g = g_c = g(c) = e^{(0,78+0,12c)c}$  et  $b = b_c = b(c) = e^{3,1-0,15(1+c)c}$ .

Il s'agit donc de déterminer le paramètre le mieux adapté à chacune des courbes.

Pour ce faire, on utilise le tableau donnant les valeurs exactes de chacune de ces courbes pour  $x$  variant entre 0% et 100%. Cela nous permet de déterminer le paramètre  $c$  qui minimise  $\sum_x (SR1(x) - G_c(x))^2$  si on reprend l'exemple de la courbe d'exposition  $SR1$ .

On obtient alors les différentes valeurs présentées dans le tableau suivant.

<b>Courbe d'exposition</b>	<b>Paramètre c</b>
<b>SR1</b>	1,5
<b>SR2</b>	2
<b>SR3</b>	3
<b>C1</b>	3,1
<b>C2</b>	3,4
<b>C3</b>	3,8
<b>SR4</b>	4
<b>Lloyds</b>	5
<b>Max grands industriels</b>	Jusqu'à 8

Table 1 : Paramètre  $c$  des différentes courbes d'exposition de marché

On a ainsi pu trouver une expression en fonction de  $x$  pour chacune des neuf courbes d'exposition. Elles sont données en Table 1.

Connaissant les équations des courbes il s'agit maintenant de déterminer quelle est la courbe qui correspond à la prime captive et quelle est celle qui caractérise le prix du marché.

#### 4. OPTIMISATION AVEC ET SANS CONTRAINTE DE SOLVABILITE

##### 4.1 Capacité optimale maximisant l'arbitrage (sans contraintes)

Afin de déterminer l'arbitrage optimal sans contrainte de solvabilité, nous devons dans un premier temps déterminer à laquelle des sept courbes d'exposition correspondent  $\Pi_{marché}$  et  $\Pi_{captive}$  (et donc l'équation de chacune des courbes).

Comme décrit au préalable, les courbes d'exposition permettent d'extrapoler sur des zones non travaillantes l'évaluation d'un prix en fonction d'une capacité.

Nous allons dans un premier temps déterminer un prix de référence  $\Pi_{ref}^{cap}$  correspondant à une capacité de référence  $C_{ref}$  ( $C_{ref}$  représentant la capacité « travaillante maximale » et devant respecter la contrainte d'un CV < 100%). Ce prix de référence  $\Pi_{ref}^{cap}$  est calculé à l'aide de la méthode de tarification « Burning Cost ».

Traditionnellement la prime captive pour une ligne « travaillante » est tarifée à l'aide de la sinistralité observée selon la méthode Burning Cost. Cette hypothèse de tarification est une hypothèse forte qui pourrait être discutée.

La tarification de différentes capacités travaillantes selon la méthode « Burning Cost » nous permettra d'identifier la courbe d'exposition idoine et par conséquent la courbe de prix captive  $\Pi_{captive}$  (et donc son équation).

Sur la base des différentes cotations de marché en fonction des capacités souscrites, nous pouvons opérer le même procédé d'ajustement afin de déterminer la courbe d'exposition adéquate et son équation, et par conséquent déterminer  $\Pi_{ref}^{mar}$  qui correspond à  $C_{ref}$ .

On suppose que l'on trouve, parmi les valeurs données dans le Tableau 1, que les paramètres  $c$  et  $c'$  sont les paramètres adéquats pour  $\Pi_{marché}$  et  $\Pi_{captive}$ , respectivement.

On pose  $y = \text{capacité}$  et  $x = \text{capacité\_relative}$ .

$$\text{On a alors } \begin{cases} G_c \left( \frac{y}{C_{ref}} \right) = \frac{\Pi_{marché}}{\Pi_{ref}^{mar}} \\ G_{c'} \left( \frac{y}{C_{ref}} \right) = \frac{\Pi_{captive}}{\Pi_{ref}^{cap}} \end{cases}, \text{ soit } \begin{cases} G_c \left( \frac{y}{C_{ref}} \right) \times \Pi_{ref}^{mar} = \Pi_{marché} \\ G_{c'} \left( \frac{y}{C_{ref}} \right) \times \Pi_{ref}^{cap} = \Pi_{captive} \end{cases} \text{ avec } x = \frac{y}{C_{ref}}.$$

On peut donc aisément déduire  $\Pi_{marché}$  et  $\Pi_{captive}$  à partir de nos courbes.

On pose ensuite  $H_1(x) = \Pi_{ref}^{mar} G_c(x) - \Pi_{ref}^{cap} G_{c'}(x)$  que l'on cherche à maximiser.

On veut trouver  $x^* = \underset{x}{argmax} H_1(x)$

$H_1$  étant concave, le maximum est atteint si et seulement si  $H_1'(x) = 0$ . De plus, s'il existe, il est unique.

Or  $H_1'(x) = 0 \Leftrightarrow A \times (g_c - 1) \times b_c^{1-x} - B \times (g_{c'} - 1) \times b_{c'}^{1-x} = B \times (1 - g_{c'} \times b_{c'}) - A \times (1 - g_c \times b_c)$

$$\text{où } \begin{cases} A = \Pi_{ref}^{cap} \ln(g_c \times b_c) \times \ln(b_{c'}) \times (1 - g_{c'} \times b_{c'}) \\ B = \Pi_{ref}^{mar} \ln(g_{c'} \times b_{c'}) \times \ln(b_c) \times (1 - g_c \times b_c) \end{cases}$$

Remarque : Cette équation admet bien une solution  $x^*$  unique mais il est difficile d'en déterminer une expression explicite.

Une fois  $x^*$  déterminé, on obtient la capacité de couverture optimale  $y^* = x^* \times C_{ref}$ .

$x^*$  est déterminé à l'aide de  $C_{ref}$ ,  $\Pi_{ref}^{mar}$ ,  $\Pi_{ref}^{cap}$  et l'expression de  $H_1(x)$ ; il représente, comme expliqué précédemment, un pourcentage de la capacité de référence. On obtiendra donc la capacité optimale en multipliant  $x^*$  par  $C_{ref}$ .

De plus, en introduisant  $x^*$  dans l'expression de la courbe d'exposition  $G_{c'}(x)$  utilisée pour la captive, on pourra déduire la prime correspondante en multipliant  $G_{c'}(x^*)$  par  $\Pi_{ref}^{cap}$ .

Enfin, une fois la capacité optimale déterminée (notée précédemment  $y^*$ ), on va calculer le coefficient de volatilité  $CV$  pour la première tranche  $[0 - y^*]$ .

Si  $CV \leq 100\%$ , on va conserver  $y^*$  et on va déterminer l'arbitrage à partir de cette capacité.

Si  $CV > 100\%$ ,  $y^*$  n'est pas conservé. La capacité optimale  $y^*$  va se décaler vers une tranche inférieure  $y'$  telle que  $y' \leq y^*$  (assuré par la concavité des courbes) et telle que le  $CV$  de  $[0 - y']$  soit égal à 100%.

#### 4.2 Définition du programme d'optimisation sous contrainte Solvabilité 1

Sous Solvabilité 1, la marge de solvabilité, que l'on va noter  $MS_1$ , est donnée par  $MS_1 = \max(FG ; \max(A, B))$

$$\text{avec } \begin{cases} A = 18\% \times \Pi_{brutes} (\text{jusqu'à } 50M\text{€}) + 16\% \times \Pi_{brutes} (\text{au-delà de } 50M\text{€}) \\ B = 26\% \times \text{sinistres}_{bruts} (\text{jusqu'à } 35M\text{€}) + 23\% \times \text{sinistres}_{bruts} (\text{au-delà de } 35M\text{€}). \\ FG = 2.200.000\text{€}. \text{ Il s'agit du fond de garantie minimum} \end{cases}$$

Or, dans notre cas, nous ne nous intéresserons qu'aux primes et nous allons supposer que celles-ci sont inférieures à 50 M€.

Ainsi, on peut dire que  $\max(A; B) = A = 18\% \times \Pi_{brutes} = 18\% \times \Pi_{captive}$ , d'où  $MS_1 = \max(FG ; 0,18 \times \Pi_{captive})$ .

Afin de tenir compte de la contrainte de marge de solvabilité dans notre analyse, nous allons définir le « retour sur arbitrage », que l'on va noter  $H_2$ , donné

$$\text{par } H_2 = \frac{\text{Arbitrage}}{MS_1} = \frac{\Pi_{marché} - \Pi_{captive}}{\max(FG ; 0,18 \times \Pi_{captive})}$$

Nous ne cherchons plus désormais à maximiser l'arbitrage, mais le retour sur arbitrage, noté  $RA_1$ .

Le modèle est donc  $\begin{cases} \max RA_1 \\ \text{s.c. } CV \leq 100\% \end{cases}$  avec FG = Fonds Garanti minimum de

2,2 M€.

#### 4.3 Définition du programme d'optimisation sous contrainte Solvabilité 2

A l'instar du programme sous Solvabilité 1, nous définissons ici le « retour sur arbitrage », noté  $RA_2$ .

Dans notre analyse comparative nous considérons que la marge de solvabilité sous Solvabilité 2 est essentiellement constituée du module de risque de souscription non vie tel que définit ci-dessous.

Nous considérons par conséquent que les modules risque de marché, risque de défaut et risque opérationnel sont nuls. En fonction de la composition des actifs (Government bonds) ce cas de figure est possible. Le risque opérationnel est quant à lui généralement négligeable.

Comme nous parlons uniquement des captives, nous pouvons utiliser les formules simplifiées pour le calcul de la marge de solvabilité sous Solvabilité 2, notée

$SCR_{non-life} = SCR_{nl}$  et définie par la formule  $SCR_{nl} = \sqrt{\sum_{i,j} CorrNL_{(i,j)} \times SCR_i \times SCR_j}$  où  $i, j \in \{pr, lapse, cat\}$ .

La signification de chacun des paramètres est définie dans le « Règlement Délégué (UE) 2015/35 de la Commission » du 10 octobre 2014.

Nous allons désormais calculer les différentes marges de solvabilité correspondant à ces paramètres.

On considère dans notre modèle que le portefeuille de risque ne peut pas être racheté ce qui correspond à  $SCR_{nl\ lapse} = 0$ .

Le capital requis pour le module de risque de prime et réserve s'écrit  $SCR_{nl\ pr\ res} = 3 \times \sigma_{nl} \times V_{nl}$ .

Le capital requis pour les catastrophes se calcule à l'aide de la formule  $SCR_{nl\ CAT} = \sqrt{(SCR_{natCAT} + SCR_{npproperty})^2 + SCR_{mmCAT}^2 + SCR_{CATother}^2}$

où  $SCR_{natCAT}$  correspond au capital requis pour couvrir le risque de catastrophe naturelle,  $SCR_{npproperty}$  au capital requis pour le risque catastrophe en réassurance non-proportionnelle,  $SCR_{mmCAT}$  au capital requis pour le risque de catastrophe causé par l'homme et  $SCR_{CATother}$  au capital requis pour tout autre risque de catastrophe non-vie.

Nous considérons dans la suite que les captives ne souscrivent pas de réassurance non-proportionnelle ce qui est généralement le cas pour des souscriptions de captives. Le  $SCR_{npproperty}$  est donc nul. Ainsi, nous pouvons considérer que le  $SCR_{nl\ CAT}$  d'une captive

est égal à  $SCR_{nl\ CAT} = \sqrt{SCR_{natCAT}^2 + SCR_{mmCAT}^2 + SCR_{CATother}^2}$ .

Les capitaux requis pour le risque de prime et réserve et le risque de catastrophe étant identifiés, nous pouvons donner une approximation du SCR d'une captive à l'aide de l'expression

$$SCR_{nl} \approx \sqrt{(3 \times \sigma \times V)^2 + 0,5 \times (3 \times \sigma \times V) \times SCR_{nl\ CAT} + SCR_{nl\ CAT}^2}.$$

Les captives ne souscrivant généralement que de un à trois risques (Dommages et/ou Responsabilité Civile et/ou Pertes pécuniaires diverses), nous allons étudier plus précisément deux cas pour illustrer notre analyse.

Nous considérerons tout d'abord une captive ne souscrivant qu'une seule branche (ou Line of Business – LoB) de développement court de type Dommages. La captive est structurée avec une limite par sinistre basse. Ce type de structuration est largement observé au sein des captives. Nous supposons qu'il n'y a ni provisions pour sinistre (développement court), ni provisions pour primes non acquises (l'exercice d'assurance coïncide avec l'exercice comptable), les primes émises et acquises sont égales. Nous supposons également que les risques se situent uniquement dans un pays européen.

Nous considérerons ensuite cette même captive avec un risque additionnel de Responsabilité Civile. Ce risque étant à développement long, nous considérons que 65% des cinq dernières primes, supposées constantes, correspondent aux provisions pour sinistre (taux moyen observé sur les cinq dernières années). Comme pour le risque Dommages, nous considérons qu'il n'y a pas de provisions pour primes non acquises.

Notons que le risque réellement couvert peut dans certains cas dépendre des contrats de fronting, qui peuvent être aussi protégés localement. Les frais de gestion et les contraintes de Solvabilité II peuvent engendrer des surcoûts. Nous avons considéré des niveaux de frais et des contraintes correspondant aux niveaux moyens observés sur nos quinze cas réels, qui ne présentaient pas de disparités particulières sur ces aspects. Le SCR pour risque de défaut est bien sûr pris en compte dans la suite dès qu'un traité de réassurance est utilisé. Nous présentons ici des résultats pour deux types de risques couverts présentant des caractéristiques différentes. Ces résultats sont confortés par des tests de sensibilité qui ne sont pas présentés dans le papier par souci de concision mais qui sont des éléments de rassurance supplémentaires sur la robustesse du programme d'optimisation.

#### 4.3.1 Evaluation du $SCR_{non-life}$ d'une captive ne souscrivant que du Dommages

Dans un premier temps, nous évaluons la marge requise pour le risque de prime et réserve  $SCR_{nl\ pr\ res} = 3 \times \sigma_{Domm} \times V_{Domm}$ .

Avec la formule standard, on écrit

$$SCR_{nl\ pr\ res} = 3 \times \frac{\sqrt{(\sigma_{pre,Domm} \Pi_{captive})^2}}{\Pi_{captive}} \times \Pi_{captive} = 3 \times (8\% \times 80\%) \times \Pi_{captive}.$$

Ainsi, la marge requise pour le risque de prime et réserve pour une captive ne souscrivant que du Dommages, et dont les risques ne sont situés que dans un pays européen, est  $SCR_{nl\ pr\ res} = 0,192 \times \Pi_{captive}$ .

La marge de solvabilité devient alors  

$$SCR_{non-life} = \sqrt{(0,192 \times \Pi_{captive})^2 + 0,5 \times (0,192 \times \Pi_{captive}) \times SCR_{nl CAT} + SCR_{nl CAT}^2} .$$

Dans un second temps, nous évaluons la marge requise pour le risque de catastrophe  $SCR_{nl CAT}$ . Pour une captive ne souscrivant que du Dommages, on a

$$SCR_{nl CAT} = \sqrt{SCR_{natCAT}^2 + y^2} .$$

Dans cet exemple, nous considérons deux sinistres traversant par risque de catastrophe naturelle, hors affaissement de terrain. Ainsi, la marge requise pour le risque de catastrophe est  $SCR_{nl CAT} = \sqrt{4 \times (2y)^2 + y^2} = \sqrt{17y^2}$ .

La marge de solvabilité pour une captive ne souscrivant que du risque Dommages devient alors  $SCR_{non-life} = \sqrt{(0,192 \times \Pi_{captive})^2 + 0,5 \times (0,192 \times \Pi_{captive}) \times \sqrt{17y^2} + 17y^2}$ .

#### 4.3.2 Evaluation du $SCR_{non-life}$ d'une captive souscrivant du Dommages et de la Responsabilité Civile

Selon la formule standard de la marge requise pour le risque de prime et réserve, une captive souscrivant des risques Dommages et de la Responsabilité Civile aurait  $SCR_{nl pr res} = 3 \times \sigma_{Domm, Liab} \times V_{Domm, Liab}$

soit

$$SCR_{nl pr res} = 3 \times \sqrt{(0,064 \times \Pi_{captive, Domm})^2 + 0,014 \times \Pi_{captive, Domm} \times \Pi_{captive, Liab} + (0,425 \times \Pi_{captive, Liab})^2}$$

La marge requise pour le risque de catastrophe  $SCR_{nl CAT}$  dans cet exemple s'écrit

$$SCR_{nl CAT} = \sqrt{17y^2 + \Pi_{captive, Liab}^2} .$$

La marge de solvabilité pour une captive souscrivant des risques Dommages et Responsabilité Civile devient alors

$$SCR_{non-life} = \sqrt{(3 \times \sigma \times V)^2 + 0,5 \times (3 \times \sigma \times V) \times \sqrt{17y^2 + \Pi_{captive, Liab}^2} + 17y^2 + \Pi_{captive, Liab}^2}$$

avec

$$3 \times \sigma \times V = 3 \times \sqrt{(0,064 \times \Pi_{captive, Domm})^2 + 0,014 \times \Pi_{captive, Domm} \times \Pi_{captive, Liab} + (0,425 \times \Pi_{captive, Liab})^2}$$

En réalité, comme pour le cas de Solvabilité 1, la marge de solvabilité doit impérativement être supérieure à une certaine somme, le « *Minimum Capital Requirement* », noté *MCR*.

On a ainsi  $SCR_{non-life} = \max(SCR_{non-life}; MCR)$ .

Selon le « Règlement Délégué (UE) 2015/35 de la Commission » du 10 octobre 2014 », le  $MCR$  se calcule de la manière suivante à l'aide de la formule  $MCR = \max(MCR_{combined}; AMCR)$ .

Le  $MCR$  est une fonction linéaire basée sur les provisions techniques et primes émises. Il s'inscrit dans un corridor  $[25\%SCR; 45\%SCR]$ , et doit être supérieur à un plancher absolu  $AMCR$  variant de 1 200 000 € à 3 700 000 € selon le type de captive.

La contrainte peut donc s'écrire  $MCR = \max(\min(\max(MCR_{(linear, nl)}; 0,25 \times SCR); 0,45 \times SCR); AMCR)$  avec

$MCR_{(linear, nl)} = \sum_S \alpha_S \times TP_{(nl, S)} + \beta_S \times P_S$  où  $S$  désigne la LoB,  $TP_{(nl, S)}$  les provisions techniques nettes de réassurance (sans marge de risque),  $P_S$  les primes acquises nettes de réassurance et  $\alpha_S, \beta_S$  les facteurs à appliquer, et donnés par l'EIOPA.

#### 4.3.3 Evaluation du MCR d'une captive ne souscrivant que du risque Dommages

Dans cet exemple, la captive ne souscrit que le risque Dommages, et n'a pas enregistré de provisions techniques.

Dans un premier temps, nous évaluons  $MCR_{(linear, nl)} = 0,075 \times \Pi_{captive}$ .

Le MCR est donc  $MCR = \max(\min(\max(0,075 \times \Pi_{captive}; 0,25 \times SCR_{nl}); 0,45 \times SCR_{nl}); AMCR)$  avec

$$SCR_{nl} = \sqrt{(0,192 \times \Pi_{captive})^2 + 0,5 \times (0,192 \times \Pi_{captive}) \times \sqrt{17y^2 + 17y^2}}.$$

#### 4.3.4 Evaluation du MCR d'une captive souscrivant du risque Dommages et de la Responsabilité Civile

Dans ce cas,

$$MCR_{(linear, nl)} = 0,075 \times \Pi_{captive, Domm} + 0,131 \times \Pi_{captive, Liab} + 0,103 \times 5 \times 65\% \times \Pi_{captive, Liab}.$$

Ainsi,

$$MCR = \max(\min(\max(0,075 \times \Pi_{captive, Domm} + 0,131 \times \Pi_{captive, Liab} + 0,103 \times 5 \times 65\% \times \Pi_{captive, Liab}; 0,25 \times SCR_{nl}); 0,45 \times SCR_{nl}); AMCR)$$

$$\text{avec } SCR_{non-life} = \sqrt{(3 \times \sigma \times V)^2 + 0,5 \times (3 \times \sigma \times V) \times \sqrt{17y^2 + \Pi_{captive, Liab}^2 + 17y^2 + \Pi_{captive, Liab}^2}}$$

$$\text{où } 3 \times \sigma \times V = 3 \times \sqrt{(0,064 \times \Pi_{captive, Domm})^2 + 0,014 \times \Pi_{captive, Domm} \times \Pi_{captive, Liab} + (0,425 \times \Pi_{captive, Liab})^2}$$

Nous devons donc maximiser sous contrainte le retour sur arbitrage suivant

$$RA_2 = \frac{\text{Arbitrage}}{MS_2} = \frac{\Pi_{\text{marché}} - \Pi_{\text{captive}}}{\max(SCR_{\text{non-life}}; MCR)}$$

Comme précédemment, nous avons pour objectif de maximiser ce retour sur arbitrage.

On obtient donc le programme d'optimisation  $\begin{cases} \max RA_2 \\ \text{s.c. } CV \leq 100\% \end{cases}$  avec AMCR =

fonds minimum de 2,2M€ et  $SCR_{\text{non-life}} = \text{Solvency Capital Requirement Non Life}$ .

Dans notre analyse nous limitons la définition de la Marge de Solvabilité au seul risque de souscription non vie de la structure modulaire de la formule standard (voir le « Règlement Délégué (UE) 2015/35 de la Commission » du 10 octobre 2014 »). Enfin, notons que le retour sur arbitrage présenté ici ne tient pas compte des revenus financiers, ni du surplus au-dessus du SCR et de la marge.

## 5. APPLICATION NUMERIQUE : DOMMAGES

Cette application numérique repose sur un cas réel d'un risque Dommages pour lequel nous disposons de statistiques sinistres et de différents prix de marché par tranches de risque.

Les données initiales du problème sont la capacité travaillante  $C_{ref} = 6\,000\,000\,€$ , la prime-marché pour la tranche travaillante  $\Pi_{ref}^{mar} = 56,5\,M€$ , la prime-captive maximale pour la tranche travaillante  $\Pi_{ref}^{cap} = 47,1\,M€$ , la courbe d'exposition C2 associée à  $\Pi_{marché}$  (on choisit donc pour obtenir l'équation de la courbe  $c_m = 3,36$ ) et la courbe d'exposition C1 associée à  $\Pi_{captive}$  (on choisit donc  $c_c = 2,97$ ).

Avec ces données, notre modèle d'optimisation fournit les résultats présentés ci-après.

### 5.1 Maximisation de l'Arbitrage sans contrainte

L'arbitrage maximal est de 9,5M€. Il est obtenu pour une capacité de couverture de 4,9 M€. Selon notre critère de décision, à savoir la capacité de couverture permettant la maximisation de l'arbitrage, nous allons choisir de garder pour la captive le coût de sinistres appartenant à la tranche  $[0 - 4,9M€ [$  (le coefficient de variabilité est inférieur à 100 %).

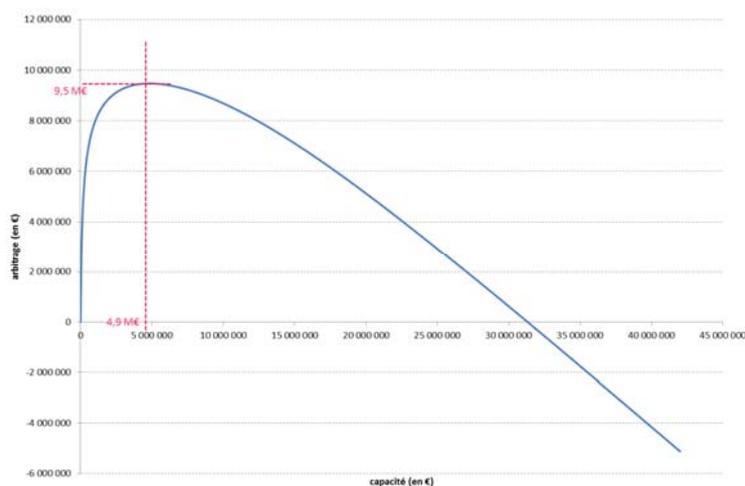


Figure 3 : Arbitrage sur prime (Prime Marché - Prime Captive)

Pour une rétention par sinistre de 4,9 M€, la prime captive est moins élevée de 9,5 M€ que la prime marché (voir Figure 3).

A noter que pour une rétention de l'ordre de 5 M€, la prime captive Burning Cost (46 M€) et la prime captive résultant de la courbe de prix MBBEFD (44 M€) sont différentes, la courbe MBBEFD ne s'ajustant pas parfaitement à la sinistralité observée. En se basant sur la prime Burning Cost, l'arbitrage serait plutôt de l'ordre de 7,3 M€.

Le modèle d'arbitrage n'étant pas parfait, ceci démontre qu'il est nécessaire d'effectuer l'arbitrage a priori, mais également a posteriori pour tenir compte des réactions tarifaires du marché de l'assurance.

## 5.2 Maximisation du Retour sur Arbitrage sous Solvabilité 1

Sous les contraintes de Solvabilité 1, le Retour sur Arbitrage maximal est de 214%. Il est atteint pour une capacité de 0,5M€.

Cependant, cette capacité optimale  $y^*$  semble peu pertinente car le  $CV$  est très faible et correspond plutôt à une rétention au travers d'une franchise ( $< 20\%$ ), compte-tenu de la stabilité de la charge annuelle. Pour un coût d'opportunité (ou taux de rendement interne) du Groupe de l'ordre de 16%, la captive reste rentable avec une rétention par sinistre jusqu'à 25,7 M€.

Afin de trouver une limite par sinistre plus cohérente, il peut être plus opportun d'identifier une limite par sinistre « acceptable » plutôt qu'« optimale » d'un point-de-vue purement technique. Cette limite par sinistre « acceptable » devrait respecter les contraintes

suivantes :

- un CV de l'ordre de 20% à 100%, en se rapprochant de préférence vers la limite haute
- un rendement supérieur au coût d'opportunité de la maison-mère. En effet, nous considérons ici que la rétention optimale est celle du groupe et non plus uniquement de la captive. Tant que la rentabilité des fonds propres de la captive est supérieure à celle du groupe, il est préférable d'investir des capitaux dans la captive au lieu de les investir ou les conserver dans la maison-mère (coût d'opportunité).

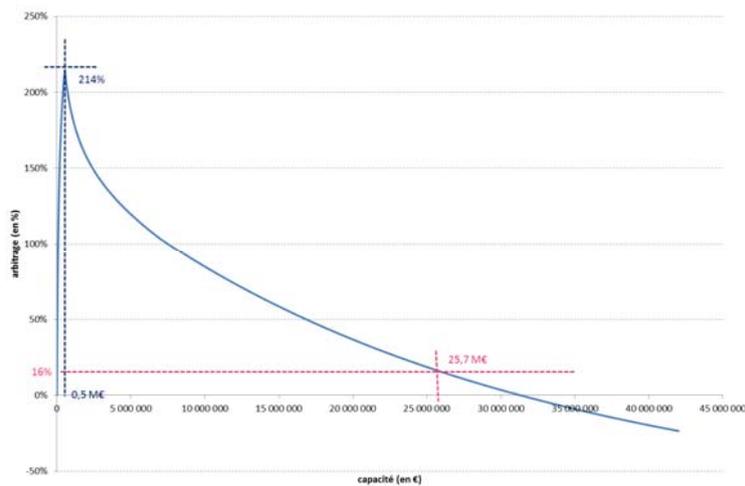


Figure 4 : Arbitrage sur prime (Prime marché – Prime captive), sous contrainte Solvabilité 1

Pour une rétention par sinistre de 0,5 M€, l'écart entre la prime marché et la prime captive, par rapport à la marge de solvabilité requise pour la captive est de 214% (voir Figure 4). Pour une rétention par sinistre de 25,7 M€, l'écart entre la prime marché et la prime captive, par rapport à la marge de solvabilité requise pour la captive est de 16% (coût d'opportunité du Groupe). Au-delà de cette rétention, il n'est plus intéressant financièrement d'utiliser la captive.

Dans notre cas, pour un coût d'opportunité de 16%, la limite par sinistre « acceptable » ne serait pas de 25,7 M€, le CV étant sur cette tranche supérieur à 100%, mais de 5 M€.

Avec cette rétention de 5 M€ au sein de la captive, l'économie de prime serait de l'ordre de 9,5 M€ par rapport à la prime de marché. La marge de solvabilité requise par la captive serait de 7,9 M€. Le rendement serait de 119% (RA1) (et donc largement supérieur au coût d'opportunité).

Comme expliqué précédemment, pour une rétention de l'ordre de 5 M€, la prime captive Burning Cost (46 M€) et la prime captive résultant de la courbe de prix MBBEFD (44 M€) sont différentes, la courbe MBBEFD ne s'ajustant pas parfaitement à la sinistralité observée. En se basant sur la prime Burning Cost, l'arbitrage serait plutôt de l'ordre de 7,3 M€. La marge de solvabilité requise par la captive serait de 8,3 M€ et le rendement de 88% (largement supérieur au coût d'opportunité). Le modèle d'arbitrage n'étant pas parfait, ceci démontre qu'il est nécessaire d'effectuer l'arbitrage a priori, mais également a posteriori pour tenir compte des réactions tarifaires du marché de l'assurance.

Ainsi, selon notre critère de décision, à savoir la capacité de couverture permettant la maximisation du Retour sur Arbitrage, la captive retiendra la tranche [0 – 5M€ [.

On remarque que la capacité optimale est identique à celle que l'on a déterminée sans contrainte. Cela rejoint le fait que la marge de solvabilité sous Solvabilité 1 n'est que peu contraignante pour une captive qui couvre en règle générale les premières tranches.

### **5.3 Maximisation du Retour sur Arbitrage sous Solvabilité 2**

Sous la contrainte de Solvabilité 2, le Retour sur Arbitrage maximal est de 181%, atteint pour une capacité de 0,3M€.

Cependant, cette capacité  $y^*$ , optimale d'un point-de-vue stricto sensu technique, semble peu pertinente :

- le CV est très faible et correspond plutôt à une rétention au travers d'une franchise (< 20%)
- pour un coût d'opportunité du Groupe de 16%, la captive reste rentable avec une rétention par sinistre jusqu'à 11,3 M€.

Comme pour l'arbitrage RA1, il peut être plus opportun d'identifier une limite par sinistre « acceptable » plutôt que techniquement « optimale » afin de déterminer une limite par sinistre plus cohérente d'un point-de-vue pratique.

Dans notre cas, la limite par sinistre « acceptable » serait de 5 M€, le CV respectant sur cette tranche la limite de 100%. Le rendement serait de 39%. Retenir 5 M€ par sinistre au sein de la captive permettrait d'économiser 9,5 M€ de prime par rapport à la prime de marché. Le SCR serait de 24,3 M€ et le MCR de 6,1 M€.

Comme expliqué précédemment, pour une rétention de l'ordre de 5 M€, la prime captive Burning Cost (46 M€) et la prime captive résultant de la courbe de prix MBBEFD (44 M€) sont différentes, la courbe MBBEFD ne s'ajustant pas parfaitement à la sinistralité observée. En se basant sur la prime Burning Cost, l'arbitrage serait plutôt de l'ordre de 7,3 M€. La marge de solvabilité requise par la captive serait de 24,5 M€ et le rendement de 30% (largement supérieur au coût d'opportunité).

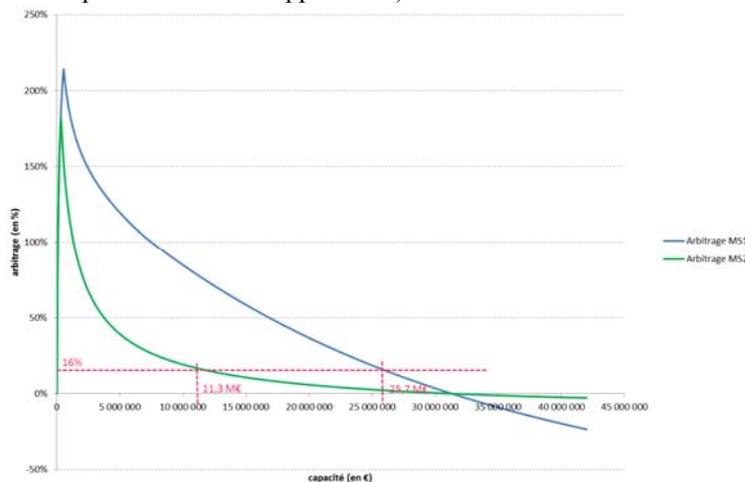


Figure 5 : Comparaison des arbitrages sous Solvabilité 1 et 2

Au-delà d'une rétention de 25,7 M€, il n'est plus intéressant financièrement d'utiliser la captive (en fonction du coût d'opportunité de 16% du Groupe) sous Solvabilité 1. Cette rétention n'est plus que de 11,3 M€ sous Solvabilité 2 (voir Figure 5).

Nous observons que la courbe représentant l'arbitrage des primes sous contrainte de Solvabilité 2 se situe en-dessous et est plus concave que la courbe représentant l'arbitrage des primes sous contrainte de Solvabilité 1.

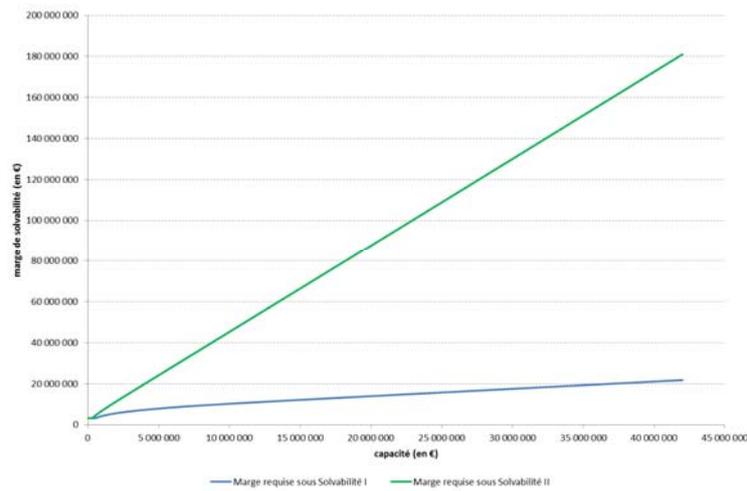


Figure 6 : Marges de solvabilité requises selon Solvabilité 1 et 2

La marge de solvabilité requise sous Solvabilité 2 est plus élevée et augmente plus rapidement que la marge de solvabilité requise sous Solvabilité 1, comme le montre la Figure 6.

La marge requise sous Solvabilité 2 étant plus élevée que sous Solvabilité 1, le rendement de la captive est plus faible que celui déterminé pour l'arbitrage RA1 sous Solvabilité 1 (39% versus 119%). En effet, la marge requise sous Solvabilité 1 pourrait être comparée uniquement au capital requis pour le risque prime et réserve sous Solvabilité 2, sans tenir compte du risque de catastrophe, qui peut être très consommateur en fonds propres.

## 6. APPLICATION NUMERIQUE : DOMMAGES ET RESPONSABILITE CIVILE

Dans cette section, la captive souscrit deux types de risques, à savoir du Dommages et de la Responsabilité Civile.

Comme pour le Dommages, nous avons déterminé la courbe de prix du marché grâce à la méthode MBBEFD pour le risque de Responsabilité Civile à partir de différentes cotations obtenues sur différentes tranches.

Ainsi, les courbes de prix du marché sont définies par les paramètres suivants :

	<b>Dommages</b>	<b>Responsabilité Civile</b>
$C_{ref}$	$C_{ref,Dommm} = 6M€$	$C_{ref,Liab} = 1,2M€$
$\Pi_{ref}^{mar}$	$\Pi_{ref,Dommm}^{mar} = 56,5M€$	$\Pi_{ref,Liab}^{mar} = 4,2M€$
$c_m$	$c_{m_{Dommm}} = 3,36$	$c_{m_{Liab}} = 4,92$

Table 2 : Paramètres des courbes de prix du marché des risques Dommages et Responsabilité Civile

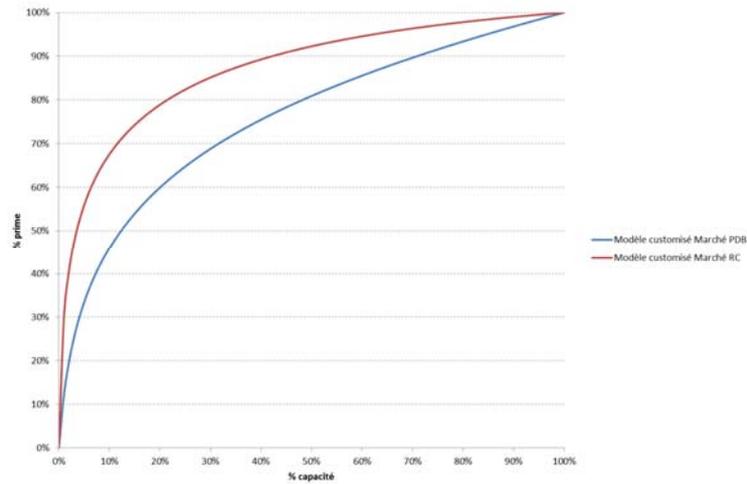


Figure 7 : Courbes de prix du Marché pour le Dommages et la Responsabilité civile

La courbe de prix de marché du risque de Responsabilité civile est plus concave que la courbe de prix du risque de Dommages, et est donc plus un risque de fréquence que le Dommages pour l'exemple réel étudié (voir Figure 8).

Nous avons additionné les primes de Dommages et de Responsabilité civile pour évaluer la prime de marché globale, considérant que ces deux risques ne peuvent être mutualisés (deux assureurs différents). Ainsi,

$$\Pi_{marché,Dommm,Liab}(x_{Dommm}, x_{Liab}) = \Pi_{marché,Dommm}(x_{Dommm}) + \Pi_{marché,Liab}(x_{Liab})$$

Nous évaluons les primes suivantes :

Prime marché (en €)	capacité RC											
	250 000	500 000	750 000	1 000 000	1 250 000	1 500 000	1 750 000	2 000 000	3 000 000	4 000 000	5 000 000	6 000 000
1 000 000	34 249 035	34 749 378	34 996 012	35 170 178	35 284 176	35 376 437	35 442 051	35 498 112	35 628 061	35 688 893	35 719 233	35 734 811
2 000 000	43 110 695	43 611 038	43 857 672	44 031 838	44 145 836	44 238 098	44 303 711	44 359 772	44 489 721	44 550 553	44 580 893	44 596 471
3 000 000	48 719 360	49 219 703	49 466 336	49 640 503	49 754 501	49 846 762	49 912 376	49 968 437	50 098 386	50 159 217	50 189 558	50 205 135
4 000 000	52 772 251	53 272 594	53 519 228	53 693 394	53 807 392	53 899 654	53 965 267	54 021 329	54 151 278	54 212 109	54 242 449	54 258 027
5 000 000	56 366 804	56 867 147	57 113 781	57 287 947	57 401 945	57 494 207	57 559 820	57 615 882	57 745 831	57 806 662	57 837 002	57 852 580
6 000 000	59 501 934	60 002 277	60 248 911	60 423 077	60 537 075	60 629 337	60 694 950	60 751 012	60 880 961	60 941 792	60 972 132	60 987 710
7 000 000	62 168 150	62 668 493	62 915 127	63 089 293	63 203 291	63 295 552	63 361 166	63 417 227	63 547 176	63 608 008	63 638 348	63 653 926
8 000 000	64 784 451	65 284 795	65 531 428	65 705 594	65 819 593	65 911 854	65 977 467	66 033 529	66 163 478	66 224 309	66 254 649	66 270 227
9 000 000	67 234 566	67 734 909	67 981 543	68 155 709	68 269 707	68 361 969	68 427 582	68 483 644	68 613 593	68 674 424	68 704 764	68 720 342
10 000 000	69 424 357	69 924 700	70 171 334	70 345 500	70 459 498	70 551 760	70 617 373	70 673 434	70 803 383	70 864 215	70 894 555	70 910 133
11 000 000	71 654 401	72 154 744	72 401 378	72 575 544	72 689 542	72 781 803	72 847 417	72 903 478	73 033 427	73 094 258	73 124 599	73 140 176
12 000 000	73 805 208	74 305 552	74 552 185	74 726 351	74 840 350	74 932 611	74 998 224	75 054 286	75 184 235	75 245 066	75 275 406	75 290 984

Table 3 : Primes marché des risques Dommages et Responsabilité Civile en fonction des niveaux de rétention

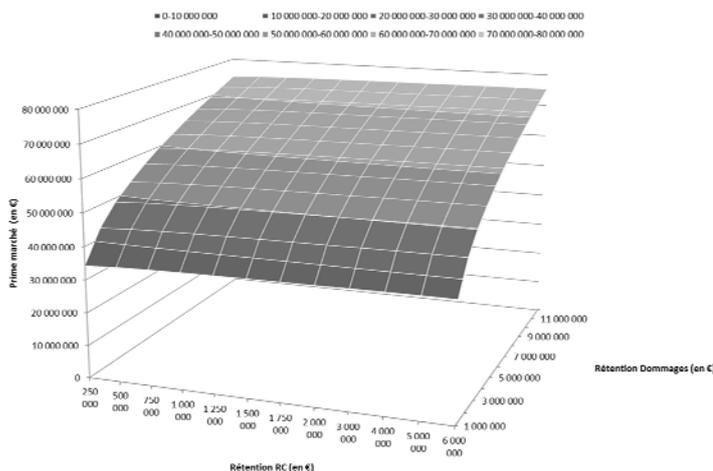


Figure 8 : Prime de marché en fonction des rétentions Dommages et RC

Nous pouvons observer sur la Figure 8 que la prime de marché évolue fortement avec la rétention Dommages, et est assez stable en fonction de la rétention Responsabilité civile. Ceci est cohérent avec la forme des courbes de prix déterminée précédemment, la courbe de prix de Responsabilité civile étant beaucoup plus concave. Par ailleurs, la prime est influencée surtout par la rétention Dommages, la part du risque Dommages correspondant à plus de 85% de la prime totale.

En deuxième étape, nous avons déterminé la courbe de prix de la captive à partir de la sinistralité observée pour les risques Dommages et Responsabilité civile. Etant assurés au sein d’une même structure, nous considérons une mutualisation entre les risques Dommages et les risques de Responsabilité civile.

Au final, nous évaluons les primes suivantes :

Prime captive (en €)	capacité RC											
capacité Dommages	250 000	500 000	750 000	1 000 000	1 250 000	1 500 000	1 750 000	2 000 000	3 000 000	4 000 000	5 000 000	6 000 000
1 000 000	24 735 415	25 203 226	25 447 752	25 582 052	25 620 875	25 622 265	25 622 559	25 622 622	25 622 639	25 622 639	25 622 639	25 622 639
2 000 000	35 567 847	36 030 862	36 272 489	36 403 690	36 441 374	36 441 777	36 441 838	36 441 848	36 441 849	36 441 849	36 441 849	36 441 849
3 000 000	42 195 791	42 648 640	42 892 166	43 031 829	43 072 072	43 072 300	43 072 330	43 072 334	43 072 335	43 072 335	43 072 335	43 072 335
4 000 000	46 040 659	46 488 102	46 733 932	46 878 735	46 920 498	46 920 669	46 920 690	46 920 693	46 920 693	46 920 693	46 920 693	46 920 693
5 000 000	48 778 332	49 221 272	49 468 240	49 617 810	49 661 047	49 661 189	49 661 206	49 661 207	49 661 208	49 661 208	49 661 208	49 661 208
6 000 000	49 605 345	50 046 152	50 293 204	50 445 084	50 489 066	50 489 201	50 489 216	50 489 218	50 489 218	50 489 218	50 489 218	50 489 218
7 000 000	51 989 244	52 412 689	52 653 672	52 805 325	52 849 290	52 849 390	52 849 401	52 849 402	52 849 402	52 849 402	52 849 402	52 849 402
8 000 000	54 333 004	54 735 428	54 968 613	55 119 277	55 163 007	55 163 079	55 163 086	55 163 087	55 163 087	55 163 087	55 163 087	55 163 087
9 000 000	56 531 916	56 911 080	57 135 311	57 284 360	57 327 676	57 327 727	57 327 732	57 327 732	57 327 732	57 327 732	57 327 732	57 327 732
10 000 000	58 500 435	58 855 936	59 070 833	59 217 886	59 260 674	59 260 710	59 260 713	59 260 714	59 260 714	59 260 714	59 260 714	59 260 714
11 000 000	60 508 194	60 836 885	61 041 024	61 185 522	61 227 626	61 227 650	61 227 652	61 227 652	61 227 652	61 227 652	61 227 652	61 227 652
12 000 000	62 447 420	62 747 766	62 940 375	63 081 929	63 123 237	63 123 253	63 123 254	63 123 254	63 123 254	63 123 254	63 123 254	63 123 254

Table 4 : Primes captive des risques Dommages et Responsabilité Civile en fonction des niveaux de rétention

Les primes de la captive et les primes du marché étant évaluées (voir Table 4), nous pouvons calculer l'écart entre ces primes, à savoir :  $\Pi_{marché, Domm, Liab} - \Pi_{captive, Domm, Liab}$  (voir Figure 9).

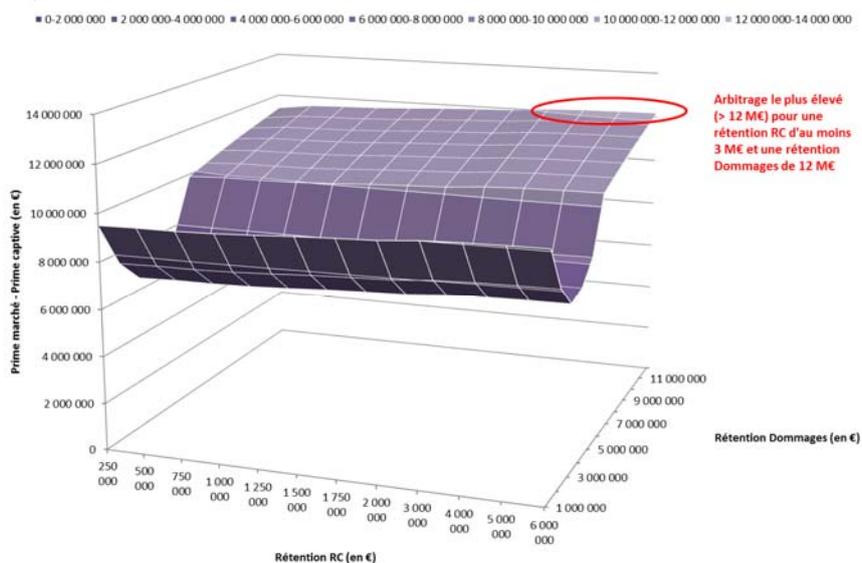


Figure 9 : Ecart entre la prime de marché et la prime captive en fonction des rétentions Dommages et RC

Afin de procéder à l'arbitrage complet, nous avons évalué en troisième étape la marge de solvabilité requise de la captive en fonction des rétentions proposées.

Les résultats obtenus sont les suivants :

SCR de la captive		capacité RC											
capacité Dommages	250 000	500 000	750 000	1 000 000	1 250 000	1 500 000	1 750 000	2 000 000	3 000 000	4 000 000	5 000 000	6 000 000	
1 000 000	8 206 783	8 632 933	8 858 872	9 013 355	9 103 506	9 169 274	9 216 104	9 256 217	9 349 662	9 393 627	9 415 607	9 426 904	
2 000 000	12 958 963	13 327 624	13 523 953	13 659 084	13 739 285	13 798 664	13 841 198	13 877 756	13 963 270	14 003 661	14 023 890	14 034 298	
3 000 000	17 266 622	17 586 727	17 758 742	17 878 630	17 949 540	18 001 814	18 039 327	18 071 608	18 147 241	18 183 024	18 200 960	18 210 191	
4 000 000	21 321 504	21 599 685	21 750 126	21 855 491	21 917 431	21 962 811	21 995 405	22 023 471	22 089 283	22 120 448	22 136 075	22 144 121	
5 000 000	25 339 321	25 583 388	25 715 963	25 809 264	25 863 690	25 903 245	25 931 668	25 956 151	26 013 595	26 040 812	26 054 464	26 061 493	
6 000 000	29 204 006	29 414 993	29 529 876	29 610 839	29 657 610	29 691 260	29 715 447	29 736 285	29 785 193	29 808 374	29 820 003	29 825 992	
7 000 000	33 328 318	33 521 289	33 626 694	33 701 385	33 744 420	33 775 292	33 797 489	33 816 615	33 861 514	33 882 799	33 893 479	33 898 978	
8 000 000	37 478 774	37 656 714	37 754 250	37 823 816	37 863 819	37 892 455	37 913 047	37 930 793	37 972 459	37 992 215	38 002 128	38 007 233	
9 000 000	41 636 941	41 802 089	41 892 957	41 958 232	41 995 721	42 022 516	42 041 789	42 058 399	42 097 401	42 115 896	42 125 177	42 129 956	
10 000 000	45 790 333	45 944 517	46 029 678	46 091 306	46 126 676	46 151 934	46 170 102	46 185 761	46 222 534	46 239 973	46 248 724	46 253 231	
11 000 000	49 960 373	50 104 711	50 184 789	50 243 235	50 276 775	50 300 719	50 317 943	50 332 790	50 367 655	50 384 191	50 392 489	50 396 763	
12 000 000	54 134 446	54 269 929	54 345 460	54 401 102	54 433 046	54 455 854	54 472 263	54 486 407	54 519 624	54 535 379	54 543 286	54 547 358	

Table 5 : Marge de solvabilité requise de la captive souscrivant des risques Dommages et Responsabilité Civile en fonction des niveaux de rétention

Nous observons que la marge de solvabilité requise augmente fortement en fonction de la rétention Dommages (cf. Table 5). En effet, la marge requise de la captive passe de 8,2 M€ pour une rétention par sinistre Dommages de 1 M€ (et une rétention Responsabilité civile de 250 K€) à 54,1 M€ pour une rétention par sinistre Dommages de 12 M€. Alors que si nous augmentons la rétention Responsabilité Civile de 250 K€ à 6 M€, avec une rétention Dommages de 12 M€, la marge de solvabilité requise passe uniquement de 54,1 M€ à 54,5 M€. En effet, la marge de solvabilité pour la Responsabilité Civile varie en fonction de la prime qui augmente légèrement en fonction des rétentions, comme vu au début de cette section.

Ainsi, nous pouvons calculer l'arbitrage  $H_4(x_{Domm}, x_{Liab})$  pour différents niveaux de rétentions :

arbitrage		capacité RC											
capacité Dommages	250 000	500 000	750 000	1 000 000	1 250 000	1 500 000	1 750 000	2 000 000	3 000 000	4 000 000	5 000 000	6 000 000	
1 000 000	116%	111%	108%	106%	106%	106%	107%	107%	107%	107%	107%	107%	
2 000 000	58%	57%	56%	56%	56%	57%	57%	57%	58%	58%	58%	58%	
3 000 000	38%	37%	37%	37%	37%	38%	38%	38%	39%	39%	39%	39%	
4 000 000	32%	31%	31%	31%	31%	32%	32%	32%	33%	33%	33%	33%	
5 000 000	30%	30%	30%	30%	30%	30%	30%	31%	31%	31%	31%	31%	
6 000 000	34%	34%	34%	34%	34%	34%	34%	35%	35%	35%	35%	35%	
7 000 000	31%	31%	31%	31%	31%	31%	31%	31%	32%	32%	32%	32%	
8 000 000	28%	28%	28%	28%	28%	28%	29%	29%	29%	29%	29%	29%	
9 000 000	26%	26%	26%	26%	26%	26%	26%	27%	27%	27%	27%	27%	
10 000 000	24%	24%	24%	24%	24%	24%	25%	25%	25%	25%	25%	25%	
11 000 000	22%	23%	23%	23%	23%	23%	23%	23%	23%	24%	24%	24%	
12 000 000	21%	21%	21%	21%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	22%	

Table 6 : Arbitrage sur les risques Dommages et Responsabilité Civile en fonction des niveaux de rétention

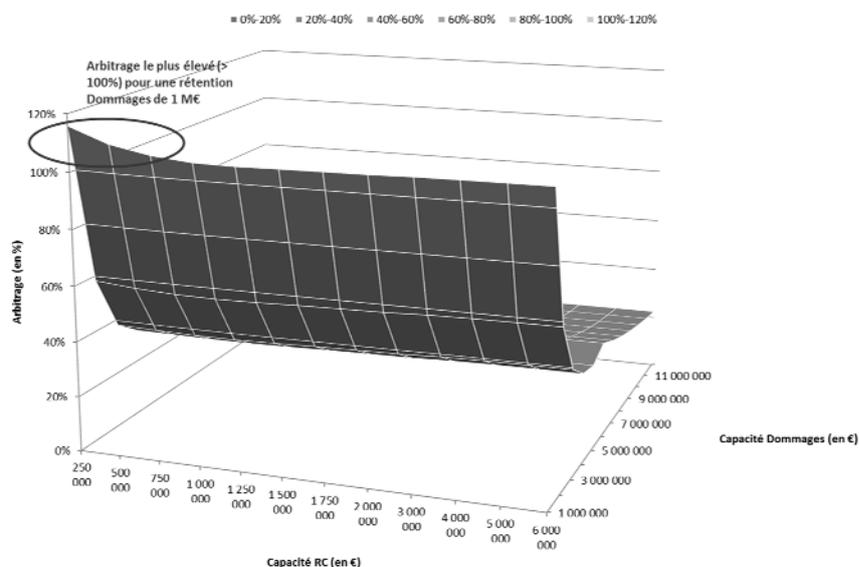


Figure 10 : Ecart entre la prime de marché et la prime captive, en fonction des rétentions Dommages et RC, sous contrainte Solvabilité 2

Nous observons que l'arbitrage le plus élevé correspond à une limite par sinistre de 1 M€ pour le Dommages et 250 K€ pour la Responsabilité civile (voir Figure 10), ce qui semble des rétentions trop peu élevées pour une captive (notamment sur la Responsabilité Civile).

Comme pour les arbitrages précédents, il peut être plus opportun d'identifier une limite par sinistre « acceptable » plutôt que techniquement « optimale » afin de déterminer des limites par sinistre plus cohérentes d'un point-de-vue pratique.

Au regard de ces différents constats, une limite par sinistre de l'ordre de 5 M€ pour le Dommages et de 1,25 M€ pour la Responsabilité civile nous semble plus pertinent. Retenir ces limites par sinistre au sein de la captive permettrait une économie de prime de 7,7 M€ par rapport à la prime de marché. Le SCR serait de 25,9 M€, et le rendement de 30%.

#### Comparaison des différents programmes d'arbitrage

Les simulations précédentes nous ont permis de mettre en évidence l'impact de Solvabilité 2 en comparaison avec Solvabilité 1, ainsi que l'impact de la combinaison de plusieurs risques (effet de portefeuille diminuant la volatilité).

	<b>H<sub>2</sub> : souscription du risque Dommages, sous Solvabilité 1</b>	<b>H<sub>3</sub> : souscription du risque Dommages, sous Solvabilité 2</b>	<b>H<sub>4</sub> : souscription des risques Dommages et Responsabilité civile, sous Solvabilité 2</b>
<b>Limite « acceptable »</b>	Dommages : 5 M€ par sinistre	Dommages : 5 M€ par sinistre	Dommages : 5 M€ par sinistre RC : 1,25 M€ par sinistre
<b>Marge requise</b>	8,3 M€	24,5 M€	25,9 M€
<b>Taux de rendement</b>	88%	30%	30%
<b>Montant arbitré</b>	7,3 M€	7,3 M€	7,7 M€

*Table 7 : Récapitulatif des différents arbitrages*

La marge requise sous Solvabilité 2 est largement plus élevée que sous Solvabilité 1 (voir Table 7). En effet, la marge requise sous Solvabilité 1 pourrait être comparée uniquement au capital requis pour le risque prime et réserve sous Solvabilité 2, sans tenir compte du risque de catastrophe, qui peut être très consommateur en fonds propres (notamment en Dommages).

Le capital requis pour une captive peut-être très élevé pour une captive si celle-ci n'a pas de protection annuelle, qui permettrait de limiter la marge requise pour le risque de catastrophe.

Pour évaluer l'intérêt d'une telle protection, il est nécessaire de comparer le coût de cette protection par rapport à l'économie en marge engendrée.

Nous proposons d'analyser dans la partie suivante le cas d'une captive souscrivant de la réassurance afin d'abriter le coût du capital. L'étude de cette éventuelle optimisation via de la réassurance en excédent de perte annuelle (stop-loss) permettra de prendre en compte d'autres risques que celui de souscription, notamment le risque de contrepartie sur le réassureur.

## 7. OPTIMISATION AVEC UN TRAITE STOP-LOSS

Dans cette partie, nous étudions comment l'achat de réassurance en excédent de perte annuelle par une captive peut permettre d'alléger sa marge de solvabilité requise.

En effet, l'achat de ce type de couverture ART peut permettre à une captive de limiter annuellement sa charge de sinistre. Ainsi, via l'achat d'un stop-loss multiligne, autrement dit de la réassurance en excédent de perte limitant annuellement la charge des sinistres de tous les risques souscrits par la captive, le risque de souscription « catastrophe » notamment peut être limité, celui-ci pouvant s'avérer très coûteux comme nous avons pu le voir dans la section précédente.

Ce type de réassurance peut être difficile à gérer pour les risques à développement long. En effet, pour ce type de risque, la consommation du stop-loss multiligne ne sera connue qu'à l'ultime. Nous ne tiendrons pas compte de cette caractéristique ici, et considérerons que la consommation est connue dans l'année de souscription.

Cet achat de réassurance entraînera par-contre une augmentation de la charge en capital requise pour le risque de défaut : en effet, sous la directive Solvabilité 2, le risque de la faillite du réassureur est prise en compte dans ce module.

Afin d'arbitrer l'intérêt ou non de l'achat de ce type de réassurance, il est nécessaire d'évaluer l'économie en marge de solvabilité engendrée par la réassurance, par rapport au coût induit par ce type de produit.

Afin d'évaluer la prime du stop-loss multiligne, nous allons nous baser sur une tarification stochastique. En effet, le stop-loss multiligne est généralement structuré pour couvrir une dérive de la fréquence des sinistres. En général, peu ou aucune charge de sinistres n'est enregistrée. La tarification stochastique, en se basant sur les lois de probabilité déduites de la sinistralité observée, permet d'extrapoler à l'aide de probabilité de charge sinistre sur les tranches non-travaillantes.

Si la captive est protégée annuellement au travers d'un stop-loss multiligne, le groupe devra payer la prime de la captive et la prime du stop-loss multiligne (tarification sur des tranches non-travaillantes). Ainsi, les primes avec ou sans protection annuelle d'un stop-loss multiligne seront les suivantes :

Priorité du Stop-loss multiliné	Prime captive, sans protection annuelle	Prime captive, avec protection annuelle
		$(\Pi_{captive} + \Pi_{SLM})$
55 M€	49,66 M€	55,06 M€
60 M€	49,66 M€	51,98 M€
65 M€	49,66 M€	50,72 M€
70 M€	49,66 M€	50,16 M€
75 M€	49,66 M€	49,90 M€
80 M€	49,66 M€	49,70 M€

Table 8 : Récapitulatif des primes de la captive protégée ou non par un stop-loss multiliné selon différents niveaux d'intervention du stop-loss multiliné. Les primes captive sont identiques car il s'agit de la prime Burning Cost évaluée sur les tranches travaillantes.

Bien que protéger la captive annuellement soit plus coûteux en termes de prime (voir Table 8), ce type de structuration peut engendrer des économies en marge de solvabilité requise pour la captive. Il est donc nécessaire de comparer la hausse des primes liées à ce type de structuration par rapport à l'économie en marge de solvabilité requise de la captive pour mesurer l'intérêt du stop-loss multiliné.

En considérant un réassureur noté AA, les résultats seraient les suivants :

Priorité du Stop-loss multiliné	Prime captive + Prime stop-loss multiliné	Prime marché	SCR, avec effet de mitigation du stop-loss multiliné	$H_5$	Ecart par rapport au rendement de 30% sans stop-loss multiliné
	$(\Pi_{captive} + \Pi_{SLM})$		$\Pi_{marché}$		
55 000 000	55 064 487	57 401 945	13 154 297	17,8%	-12,2%
60 000 000	51 978 067	57 401 945	14 461 343	37,5%	7,6%
65 000 000	50 720 542	57 401 945	15 577 067	42,9%	13,0%
70 000 000	50 162 560	57 401 945	16 577 280	43,7%	13,7%
75 000 000	49 895 629	57 401 945	17 495 531	42,9%	13,0%
80 000 000	49 695 669	57 401 945	19 918 642	38,7%	8,8%

Table 9 : Rendement en cas de protection de la captive avec un stop-loss multiliné selon différents niveaux d'intervention du stop-loss multiliné

Le rendement optimal est obtenu avec une priorité du stop-loss multiliné à 70 M€ (voir Table 9). L'économie de prime générée par l'arbitrage de la captive est de l'ordre de 7,2 M€ (versus 7,7 M€ sans stop-loss multiliné) et le SCR de la captive est de 16,6 M€ (versus 25,9 M€ sans stop-loss multiliné). Pour ce niveau de priorité, le rendement est de

43,7% ce qui correspond à une amélioration de 13,7% par rapport au rendement de la captive sans protection annuelle (30%).

Nous remarquons qu'avec la priorité de 55 M€, le rendement de la captive protégée annuellement par le stop-loss multiligne est moins élevé que sans (17,8% versus 30%). Dans ce cas, le rendement reste acceptable, puisqu'il est supérieur au taux de rendement interne du Groupe, mais le stop-loss multiligne est trop cher par rapport à l'économie sur le capital requis.

Pour une captive souscrivant du Dommages et de la Responsabilité Civile, les simulations précédentes nous ont permis de mettre en évidence l'impact d'un stop-loss multiligne, sous Solvabilité 2.

	<b>H<sub>4</sub> : souscription des risques Dommages et Responsabilité civile, sous Solvabilité 2</b>	<b>H<sub>5</sub> : souscription des risques Dommages et Responsabilité civile, sous Solvabilité 2, et protection annuelle de la captive au travers d'un stop-loss multiligne</b>
<b>Limite « acceptable »</b>	Dommages : 5 M€ par sinistre RC : 1,25 M€ par sinistre Pas de protection annuelle	Dommages : 5 M€ par sinistre RC : 1,25 M€ par sinistre Priorité du stop-loss multiligne : 70 M€
<b>Marge requise</b>	25,9 M€	16,6 M€
<b>Taux de rendement</b>	30%	44%
<b>Montant arbitré</b>	7,7 M€	7,2 M€

*Table 10 : Récapitulatif des arbitrages avec et sans protection de la captive par un stop-loss multiligne*

Bien que le montant arbitré (prime marché versus prime captive et prime du stop-loss multiligne) lorsque la captive se protège annuellement avec un stop-loss multiligne soit moins élevé que dans le cas où la captive ne dispose pas de protection annuelle, il peut être plus rentable d'utiliser ce type de protection annuelle (voir Table 10). En effet, le stop-loss multiligne peut permettre une économie significative de la marge requise sous Solvabilité 2 de la captive.

Ainsi, pour une protection annuelle s'attachant à 70 M€, le SCR de la captive passe de 25,9 M€ (sans protection annuelle) à 16,6 M€. L'économie engendrée sur le niveau de

marge requise de la captive compense alors amplement la hausse de prime liée à l'achat d'une telle protection.

## 8. CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Le référentiel Solvabilité 2 limitera les possibilités d'arbitrage direct du marché dans un cadre *ceteris paribus*. En effet on observe que l'arbitrage, s'il est toujours possible, sera plus onéreux en terme de contrainte de solvabilité et donc de capital à immobiliser. Dans notre exemple pour obtenir un arbitrage équivalent à celui sous Solvabilité 1, il faudrait approximativement 3 fois plus de capital comme le montre la Table 7, ce qui réduit fortement la rentabilité de l'arbitrage (de 88 % à 30 %).

Cependant Solvabilité 2 pourra également être une opportunité pour les captives sur des lignes de risques devenues trop chères. Nous n'avons en effet pas tenu compte dans notre analyse de la distorsion de la courbe des prix du marché suite à l'implémentation du nouveau référentiel de solvabilité. Par ailleurs comme indiqué en introduction l'outil captif n'est pas qu'un simple véhicule d'arbitrage mais avant tout un instrument de risk management.

Le schéma d'optimisation deviendra à coup sûr plus complexe. Dans le cadre Solvabilité 2, une politique dynamique notamment par le biais d'achat de réassurance devra être mise en place. Il conviendra non seulement de mesurer les arbitrages de marché possibles mais également les allègements de marge de solvabilité envisageables via l'achat de réassurance bien dimensionné permettant d'arbitrer le coût du capital.

La contrainte de solvabilité non proportionnelle (contrairement à Solvabilité 1) devrait nous permettre de rechercher des pistes d'optimisation, notamment par le biais de la réassurance.

Un traité de réassurance transfère une partie du risque du module de souscription vers le module de risque de contrepartie via sa composante « risk Mitigation »\*.

De façon générale, la modèle standard va accumuler différents scénarios Catastrophiques de différentes « Line of Business (LoB) ». Une couverture de réassurance multiligne, et en particulier un Stop Loss permet de sécuriser le bilan global de la captive.

L'arbitrage ici réside dans la comparaison entre le coût du Stop Loss et l'économie en capital qu'il génère.

Ainsi, dans notre exemple, l'achat de réassurance auprès d'un réassureur noté AA permettrait d'augmenter la rentabilité de 14% par rapport au rendement de la captive sans protection annuelle (voir Table 10).

Nous avons pu démontrer l'efficacité d'une articulation de la captive avec un autre outil ART, à savoir un stop-loss multiline. En effet, le stop-loss multiline permet de réduire le besoin de marge de solvabilité puisque ce type de contrat offre une protection globale de la captive en la limitant annuellement, toutes branches confondues. Cette protection a également un effet bénéfique sur le pilier 2 de Solvabilité 2 puisqu'elle peut permettre de réduire tout « capital add-on » sur la partie souscription.

La gestion des risques étant de plus en plus complexe et technique, le rôle de l'actuaire est amené à évoluer. Ainsi, l'actuaire est au cœur du dispositif de gestion des risques défini notamment dans la directive Solvabilité 2 (fonction actuarielle décrite dans l'article 48 de Solvabilité 2) et s'inscrit de plus en plus dans une rôle de Chief Risk Officer (CRO) et/ou d'expert en gestion des risques à la fois au sein des compagnies d'assurance que dans la gestion des risques des grands corporates. En tant que tel, il a et aura de plus en plus vocation à utiliser l'ensemble du panel des instruments dont il dispose afin optimiser les arbitrages financiers mais également le contrôle des risques auxquels son organisation est et sera confrontée.

Certains points ne sont pas abordés dans cet article, notamment la modélisation multivariée des différents risques des business units composant l'entreprise, ainsi que l'allocation de la prime globale entre les business units. L'aspect multi-période pourrait également être étudié avec une approche mêlant théorie de la ruine et programmation dynamique. Ces questions feront l'objet de recherches futures.

## **REMERCIEMENTS**

Ce travail a bénéficié du soutien de l'initiative de recherche Actuariat Durable financée par Milliman Paris.

## **9. REFERENCES**

A.M. BEST (2009) European Captives—A Growth Market during a Challenging Time, Best's Special Report, Market Review, 27 Juillet 2009.

BANKS, E. (2004) *Alternative Risk Transfer. Integrated Risk Management through Insurance, Reinsurance and the Capital Markets*, Wiley Finance Series, Chichester, UK: Wiley.

BERNEGGER, S. (1997) The Swiss Re exposure curves and the MBBEFD distribution class, *ASTIN Bulletin* 27(1), 99-111.

BLONDEAU, J. et PARTRAT, C. (2003), *La réassurance, approche technique*, *Economica*.

*BUSINESS INSURANCE* (2015), Mars 2015.

CUMMINS, J.D. et DOHERTY, N.A. (2002) 'Capitalization of the property-liability insurance industry: Overview', *Journal of Financial Services Research* 21(1-2): 5-14.

MEIER, U. et OUTREVILLE, F. (2006) Business cycles in insurance and reinsurance: The case of France, Germany and Switzerland, *Journal of Risk Finance* 7(2): 160-176.

PICARD, P. et PINQUET, J. (2013) Optimal Risk Financing in Large Corporations through Insurance Captives, *Geneva Risk and Insurance Review*, Vol. 38(1): 48-86.

SCORDIS, N.A., BARRESE, J. and YOKOYAMA, M. (2007) 'Conditions for captive insurer value: A Monte Carlo simulation', *Journal of Insurance Issues* 30(2): 79-101.