

ATTRAITES ET LIMITES DE LA PROBABILITÉ « RISQUE NEUTRE » POUR VALORISER LE PASSIF D'UN ASSUREUR

Objectifs de l'atelier

- L'idée de probabilité « Risque Neutre » est intrinsèquement liée au modèle de Black & Scholes, avec la construction d'un portefeuille qui assure la livraison du contrat à maturité, avec un coût de couverture équivalent au prix du contrat.
- La « probabilité *Risque Neutre* » est progressivement devenue également un outil incontournable pour valoriser un passif d'assurance, dans les calculs d'Embedded Value, de Solvabilité II ou d'IFRS4.
 - ➔ Les utilisations en banque et en assurances sont-elles similaires ?
 - ➔ Quelles sont les limites du modèle dans l'analyse de risques de long terme ?
 - ➔ Quels ajustements sont-ils nécessaires pour corriger les biais et sécuriser les résultats ?

Solvabilité II valide implicitement la théorie « Risque Neutre »

Dans la pratique, la mise en œuvre est inconfortable

Certaines méthodes d'ajustement corrigent les biais induits

Le modèle reste perfectible, plusieurs obstacles subsistent en pratique et de nombreuses pistes restent à explorer





Estelle ADAM
BNP Paribas Cardif



Jean-Paul FELIX
BNP Paribas Cardif



Serge WERLE
BNP Paribas Cardif



Sylvie MALECOT
Millenium-Actuariat & Conseil



Frédéric PLANCHET
ISFA Management de la modélisation

Raison d'être de la probabilité « Risque Neutre »

- La valorisation « Risque Neutre » consiste à simuler les flux futurs d'un titre de manière « *market consistent* » et à considérer la moyenne des flux futurs actualisés au taux sans risque
 - Les scénarios retenus pour projeter les flux sont cohérents avec les prix de marché des actifs
 - La projection sous probabilité « Risque Neutre » sous-tend que la valeur actualisée du processus de flux est une martingale. De fait, l'aversion au risque de l'investisseur n'est pas intégrée dans l'équation.
- Conséquences :
 - Sous la probabilité « Risque Neutre », tous les processus de prix évoluent, en moyenne, au taux sans risque
 - Calibrer les données en univers « risque neutre » implique une minimisation des écarts entre prix observés (*marked-to-market*) et prix théoriques (*mark-to-model*)
 - Sous la probabilité historique – qui projette des observations réelles d'indices financiers –, les rendements des actifs intègrent de manière implicite une prime de risque, par nature variable dans le temps, et source de divergences d'interprétation.

Des « business models » différents et les mêmes modèles mathématiques



Risques actuariels et financiers

Garantie long terme

Mutualiser et provisionner les risques

Probabilité historique

Banques et assurances = 2 secteurs différents avec des intérêts différents



Risque financier (uniquement)

Garantie court terme

Transférer les risques aux marchés financiers

Univers risque neutre

L'approche « Risque Neutre »

- **Les hypothèses sous-jacentes de l'approche « risque neutre »...**
 - Absence d'opportunités d'arbitrage
 - Possibilité de construire un portefeuille répliquant

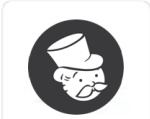
- **... et ses implications**
 - La valeur « Risque Neutre » est uniquement liée aux sous-jacents
 - Et pas au profil de risque de l'investisseur ou à son comportement






Banquier

Le banquier transfère les risques au marché

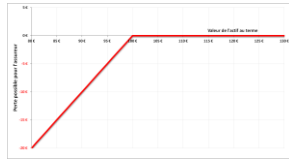


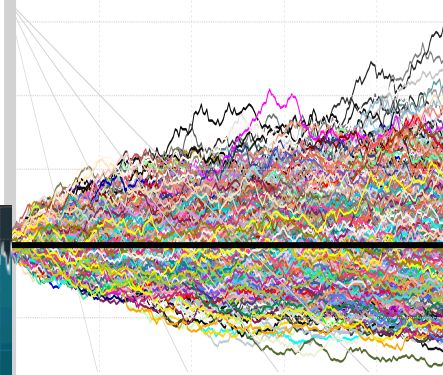
Banquier



Prix du Put

Stratégie de **Désensibilisation**







Banquier

Le banquier transfère les risques au marché



Le banquier transfère les risques au marché



Le prix théorique du Put est déterminé de telle sorte à pouvoir financer la stratégie de désensibilisation, ni plus, ni moins

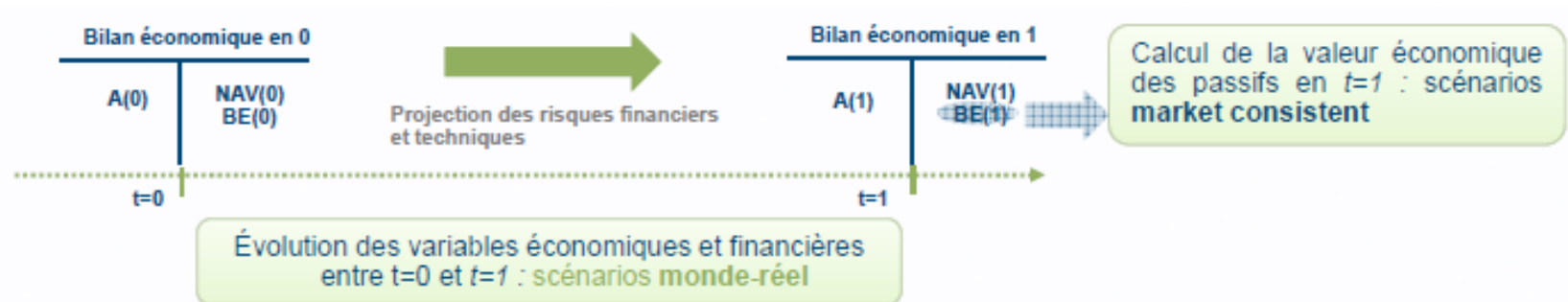
Le banquier est alors **totallement insensible à l'évolution de l'actif, même dans les cas extrêmes.**

La **probabilité Risque-Neutre** permet de calculer ce prix théorique

Cette probabilité a été fabriquée pour et par des banquiers avec un unique objectif : le *pricing* de produits dérivés

Du « Risque Neutre » sous Solvabilité II ?

- L'utilisation de la mesure de probabilité « Risque Neutre », ou l'utilisation de déflateurs, pour valoriser des *cash-flows* futurs probabilisés, permet de faire face à l'une des principales difficultés techniques du passage aux nouvelles normes comptables et réglementaires
 - le calcul « *Marked-to-Model* » des passifs d'assurance
- La construction des bilans économiques en T0 et T1 implique une estimation des *Net Asset Values* et des *Best Estimates* selon des scénarios « Risque Neutre », afin de calculer un SCR sur base d'une VaR 99.5% à 1 an.



- Schématiquement, le calcul d'un *Best Estimate* en assurance vie (plus généralement en présence d'interactions actif / passif) conduit à devoir évaluer :

$$\Lambda = \sum_{j \geq 0} \frac{F_j}{(1 + R_j)^j} \quad \longrightarrow \quad BEL = E^{P^A \otimes Q^F} (\Lambda)$$

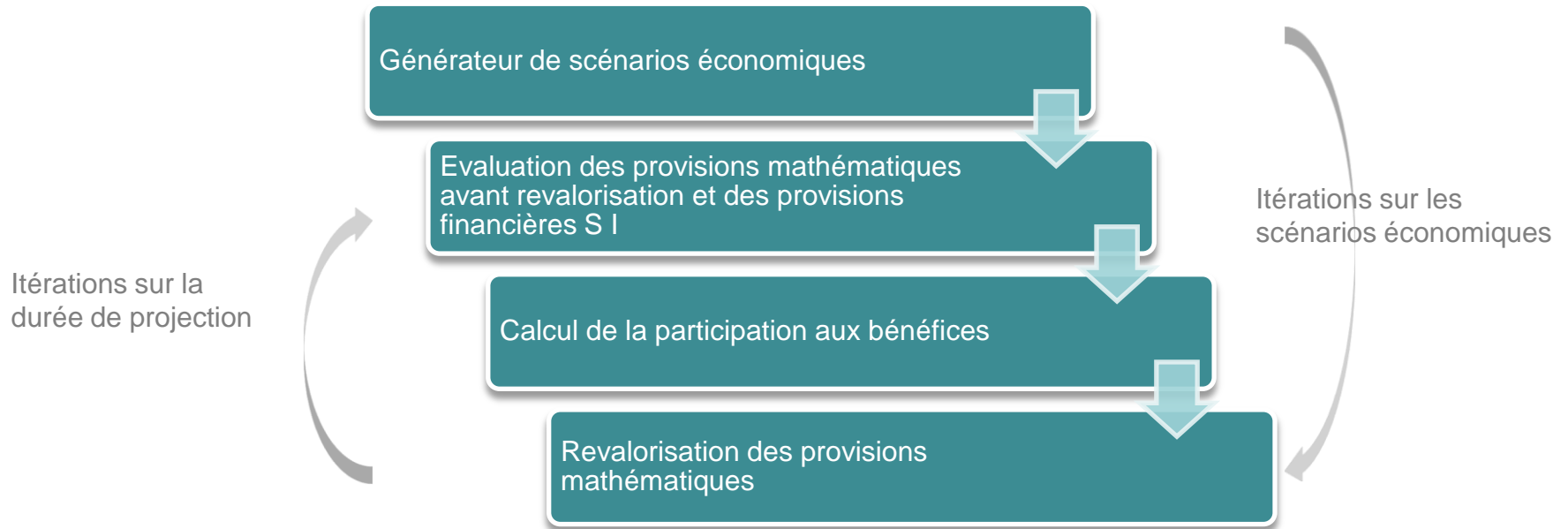
- Ce qui en pratique s'effectue (souvent) par simulation :

$$BEL = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^T \sum_{a=1}^A \frac{Flux_{t,n,a} - Cotisation_{t,n,a} + Frais_{t,n,a} - Chargement_{t,n,a}}{(1 + R_n(0,t))^t}$$
$$\xrightarrow{N \rightarrow \infty} E^{P^A \otimes Q^F} (\Lambda)$$

- La difficulté principale est le calcul du terme $Flux_{t,n,a}$ du fait des interactions entre le rendement brut de l'actif et les comptes sociaux.

Cadre de l'évaluation du Best Estimate

- Le calcul des flux, puis du *Best Estimate* qui s'en déduit, est effectué dans le cadre suivant :



- Dans ce cadre, le générateur est utilisé pour calculer des prix d'actifs en AOA et fournir une évaluation du passif cohérente avec des prix de marché : il est donc construit « en probabilité Risque Neutre ».

Les règles de décision dans le modèle de projection

- Les règles incluses dans le modèle de projection s'appuient souvent sur des comparaisons de taux pour, par exemple, décider de la réalisation de plus ou moins-values latentes.
- Mais dans la construction de ces règles de décision, des niveaux de taux extrêmes n'ont en général pas été pris en compte, car considérés comme impossibles.
 - Il s'agit donc d'adapter le modèle pour prendre en compte des situations très hypothétiques dont la probabilité réelle d'occurrence est négligeable
- On conçoit que la crédibilité d'une telle règle soit inévitablement discutable.
 - Il s'agit de contourner cette difficulté

Pour un plus ample développement sur ce point, voir l'actualité du site Actu d'actuaire : [Engagement Best Estimate d'un contrat d'épargne](#)

Injection de trajectoires « Risque Neutre »

- Injecter directement les trajectoires « Risque Neutre » dans un modèle ALM pour calculer le *Best Estimate* d'un contrat d'épargne par simulation pose donc une difficulté du fait de l'inadéquation du niveau de certaines trajectoires de taux issus du GSE avec la règle de revalorisation de l'épargne implémentée dans le modèle.
- Pour contourner cette difficulté, les praticiens modifient le faisceau de trajectoires du taux en l'écrêtant :
 - ➔ Appliquée à l'ensemble des actifs, cette manipulation revient à modifier la mesure de probabilité sous-jacente et, en marché complet, on ne respecte donc a priori plus la condition d'AOA initiale (puisque la mesure risque neutre est unique en marchés complets)
- Le retraitement des trajectoires conduit à une incohérence théorique si le faisceau retraité est utilisé pour valoriser l'ensemble des flux

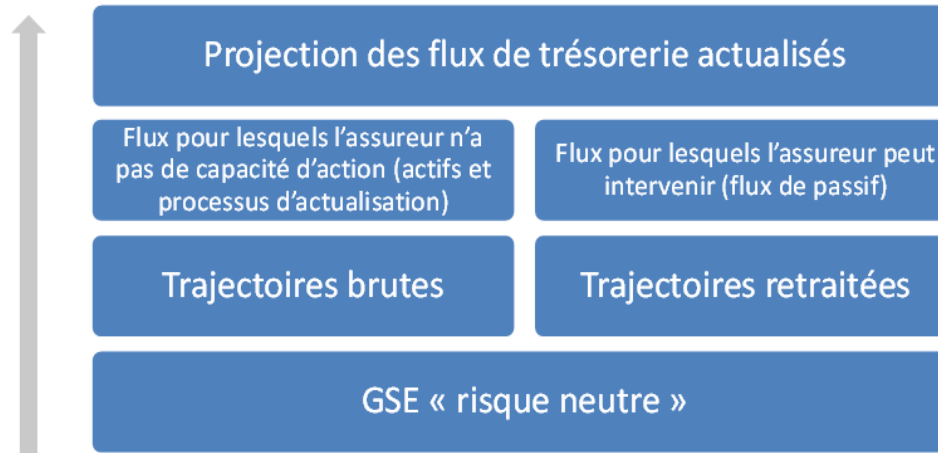
Utilisation de trajectoires « Risque Neutre »

- **Mais les flux de trésorerie peuvent être répartis en deux catégories :**
 - les flux associés à des actifs financiers pour lesquels l'assureur n'a pas de capacité d'action
 - les flux pour lesquels l'assureur dispose d'une capacité d'action
- **Dans la 1^{ère} catégorie de flux, on trouve les instruments financiers à l'actif, les zéro-coupons, les facteurs d'actualisation, etc.**
 - Ces flux doivent être valorisés avec les trajectoires non retraitées directement issues du GSE. Cela ne pose pas de problème pratique puisqu'aucune règle ALM n'intervient à ce stade
- **Dans la 2^{nde} catégorie, on trouve les flux servis à l'assuré et, d'une manière générale, tous les flux qui concourent à la détermination du taux de revalorisation**
 - L'assureur ayant mis en place une politique ALM, qui peut par exemple se traduire par l'achat de couvertures contre certains risques, le retraitement des trajectoires « brutes » issues du GSE peut apparaître comme une manière de prendre en compte les effets de cette politique.



Proposition de cadre théorique de valorisation

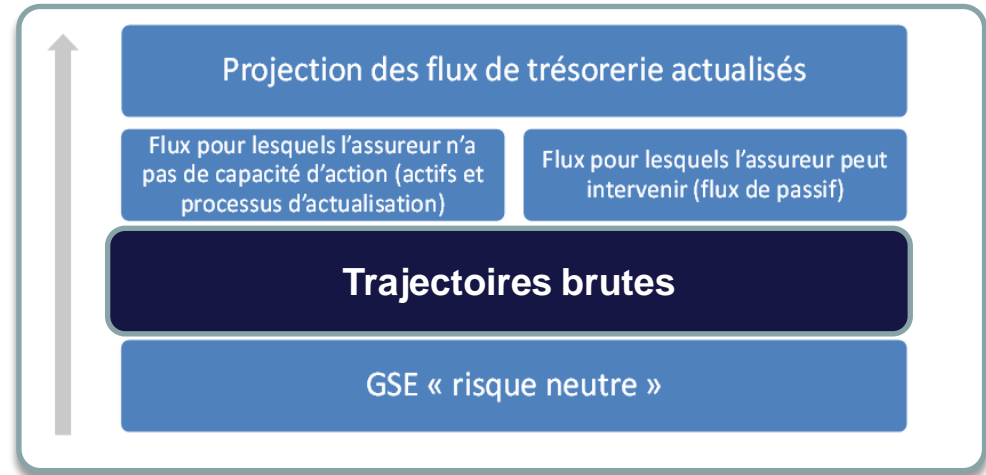
- Dès lors, un schéma cohérent avec le cadre théorique de valorisation permettant le retraitement des trajectoires du GSE est le suivant :



- La mise en œuvre de ce schéma dans un modèle ALM standard n'est malheureusement pas aisée
 - ➔ Complexité d'utiliser 2 jeux de scénarios en entrée d'un modèle de projection de flux
 - ✓ Nécessité de définir les retraitements nécessaires sur les scénarios « bruts »
 - ✓ Interrogation sur la cohérence de l'analyse avec les scénarios générés avec une analyse différenciée suivant qu'on soit sur les flux d'actif ou de passif
 - ✓ Risque opérationnel accru

Injection de trajectoires brutes...

- La mise en œuvre théorique n'étant pas aisée, nous en revenons au schéma classique ci-contre, mais...

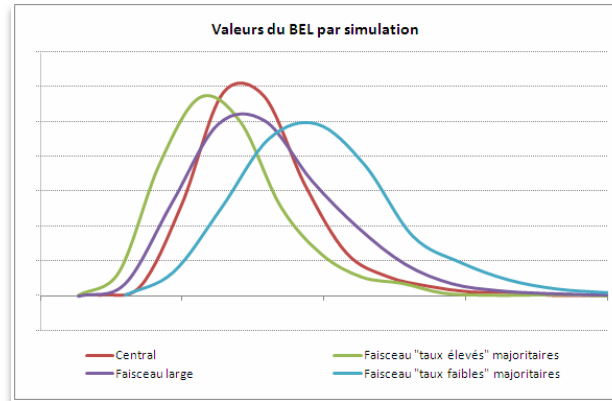


- ... les contraintes attachées sont toujours les mêmes ; malgré tout, deux leviers sont disponibles pour y pallier
 - 1er levier : « adapter » le modèle de projection de flux
 - 2nd levier : « ajuster » les scénarios économiques issus du GSE

« On » regarde en moyenne...

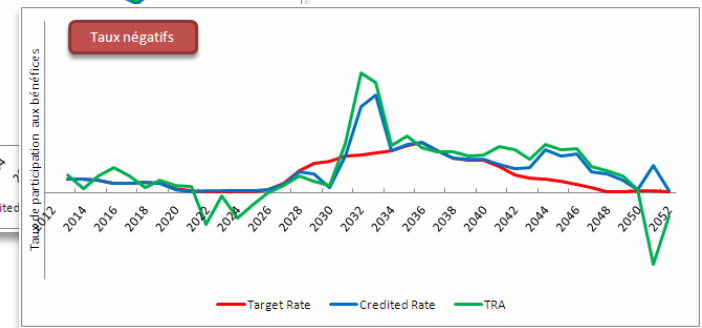
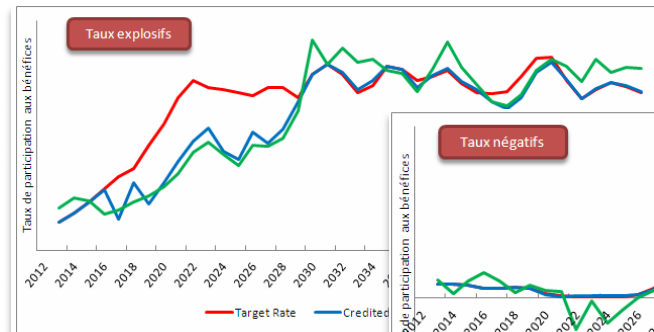
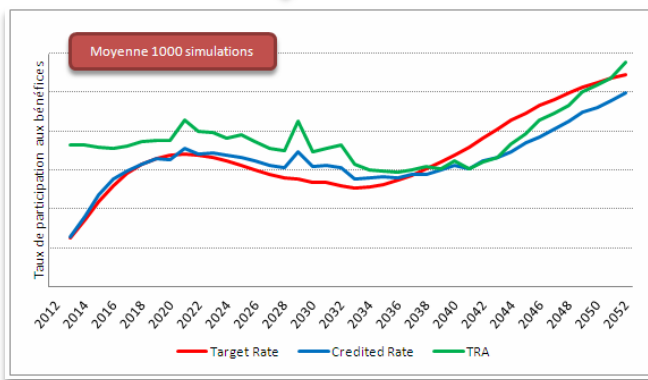
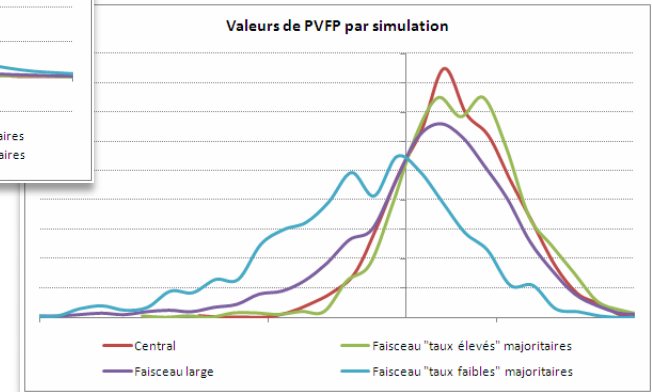
▪ ...sur plusieurs milliers de scénarios, mais
 → l'impact des taux explosifs ou négatifs sur les valeurs du BEL ou de la PVFP par scénarios est-il cohérent avec l'attendu ?

▪ ...sur plusieurs milliers de scénarios, mais
 → l'impact des taux explosifs ou négatifs sur les règles asymétriques de revalorisation de l'Épargne est-il prévu ?



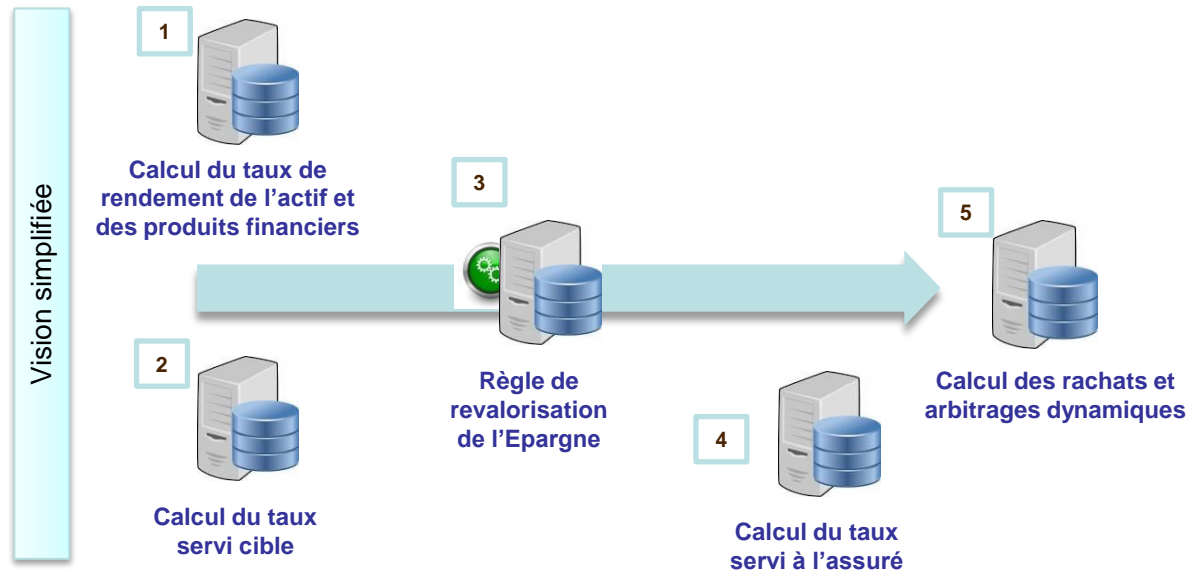
Sur plusieurs jeux de scénarios dits « Market Consistent », les valeurs de BEL et de PVFP peuvent

- suivre des densités « plus ou moins » centrées en fonction du niveau des taux explosifs ou faibles acceptés
- Avoir des queues de distributions plus ou moins épaisses



Scénarios extrêmes et cœur du modèle...

- La règle de revalorisation de l'Épargne est la plus « impactée » par ces situations extrêmes



Les étapes 2, 3 de la revalorisation sont impactées directement par les scénarios de taux au niveau des flux de passif

- o L'existence de taux minimum garanti variable – ou indexés sur des indices de marché –,
- o La politique de taux servi cible, etc.

L'étape 5 est une résultante des étapes précédente, mais est aussi soumise intrinsèquement par les scénarios de taux

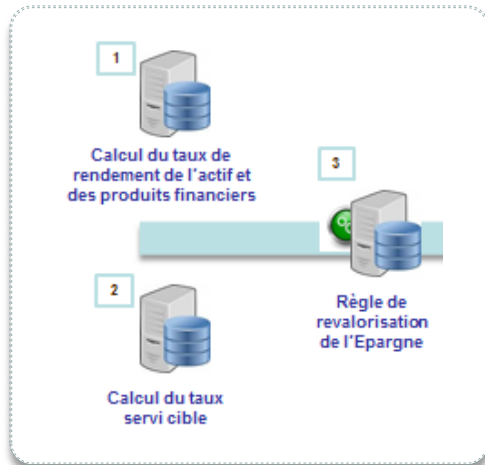
- o Existence de fonction de réaction des assurés à l'étape 5, etc.

Etendre le domaine d'application du modèle...

- ... et définir les actions de management avec les décideurs sur des situations non prévues en probabilité historique, car de probabilité « trop petite »



A. En mettant en place des fonctions de réaction suivant les niveaux de taux



Quelles réactions des décideurs en situation de stress de marchés financiers ?



Utilisation différenciée de la Participation pour Participation aux Excédents

- Définition a priori des règles de dotation / reprise dans les situations de stress structurelles ou conjoncturelles



Re-balancement du portefeuille d'actifs et réalisation de plus ou moins values latentes suivant les cas rencontrés afin de

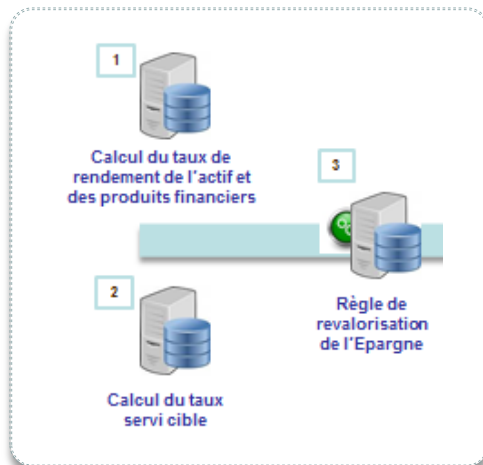
- Modifier la structure intrinsèque du portefeuille d'actifs pour
 - Atteindre le taux servi cible
 - Générer des produits financiers futurs

Etendre le domaine d'application du modèle...

- ... et définir les actions de management avec les décideurs sur des situations non prévues en probabilité historique, car de probabilité « trop petite »



B. En redéfinissant la modélisation du taux servi cible



Méthode
« simple »



Si fonction « uniquement » d'un taux de marché (par exemple OAT)

- En capping le taux servi cible, en cas de taux explosifs
- En floorant le taux servi cible, en cas de taux négatifs

Méthode
« avancée »



Si fonction de différents indicateurs

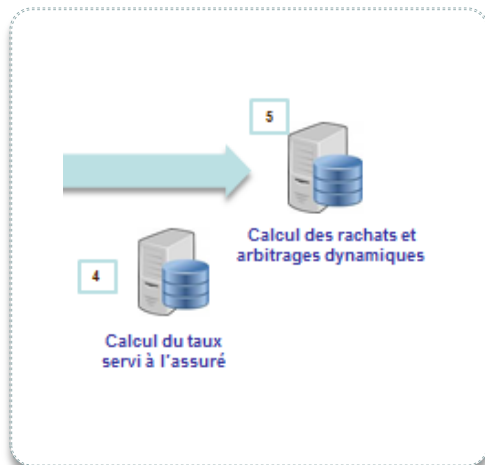
- En redéfinissant une modélisation dépendant de paramètres plus complexes comme
 - ✓ la prise en compte d'un effet mémoire sur les taux, ou encore d'un effet des marchés actions

Etendre le domaine d'application du modèle...

- ... et définir les actions fonctions de réaction des assurés sur des situations non prévues en probabilité historique, car de probabilité « trop petite »



C. En redéfinissant la modélisation du comportement des assurés



Clients

Quelles réactions des assurés en situation de stress de marchés financiers ?

✓ Cas des rachats et arbitrages dynamiques

- Réflexion à mener sur une courbe de réaction « risque neutre » des assurés à l'écart du taux servi par rapport à l'attendu
- Rachats dynamiques : ajustement de la forme de la courbe courante « Arc-Tangente » et/ou ajustement des paramètres de seuil de déclenchement
- Ajustement de la référence de l'assuré
 - Taux de marché,
 - Lien avec la modélisation ajustée du taux servi cible



Les scénarios... que font les assureurs ?

- Les biais induits de la probabilité « Risque Neutre » ne sont pas la préoccupation majeure de nombre d'assureurs, qui se focalisent sur les problématiques pratiques de mise en œuvre de Solvabilité II.
- Peu de compagnies communiquent sur les modélisations de GSE.
- Beaucoup ont opté pour la solution plus simple d'adaptation du modèle de projections de flux.

Quelques éléments de modélisation parmi les plus utilisés

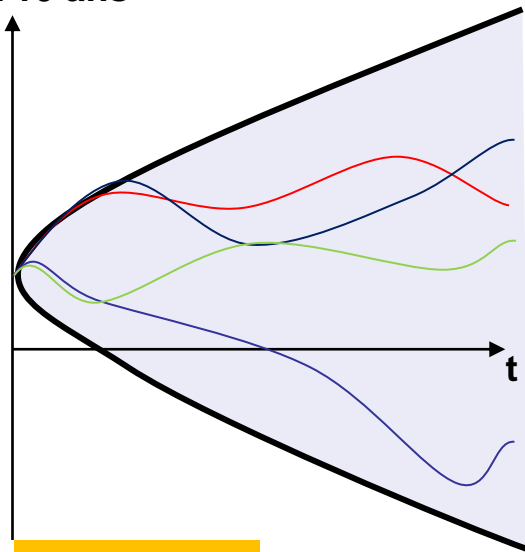
- Le choix classique pour les actifs risqués de Black & Scholes, ou le choix du mouvement brownien géométrique, s'est généralisé.
- Le modèle de Vasicek pour affiner la courbe des taux est cohérent avec un modèle d'équilibre, si les agents ne peuvent pas investir à court terme
 - Si l'hypothèse n'est pas totalement réaliste, elle est nécessaire pour avoir l'absence d'opportunité d'arbitrage
- En situation de marchés stressés, un grand nombre de scénarios « risque neutre » est nécessaire pour que les indicateurs convergent :
 - les techniques de réduction de variance permettent d'améliorer la convergence, à nombre de scénarios finis
 - la génération pour chaque scénario de sa trajectoire miroir réduit de moitié le nombre de scénarios requis
- Estimer les corrélations ou dépendances sous calibrage « risque neutre » est complexe :
 - Dépendances déterminées par des estimations de type monde réel
 - Modélisation des dépendances via copules appliquées aux facteurs de risque
 - ✓ Copules gaussiennes
 - ✓ Application de la corrélation via transformée de Cholesky

Les scénarios dans l'approche BNP Paribas Cardif

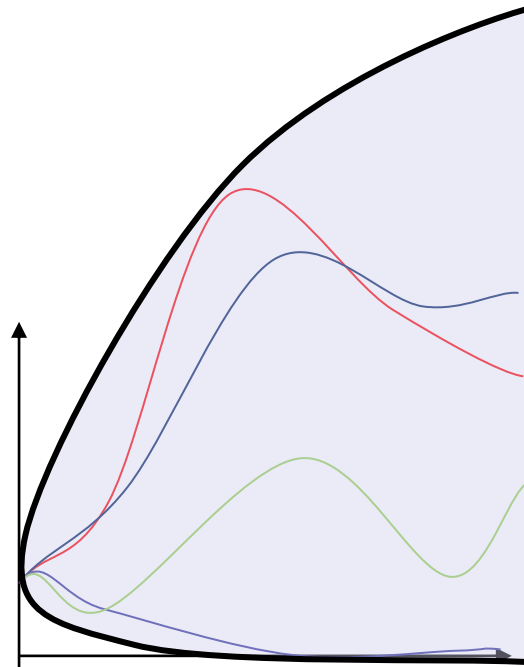
- La probabilité Risque-Neutre n'est **pas adaptée aux flux d'assurance**
- Il existe **plusieurs manières** d'obtenir des simulations Risque-Neutre
- Nous proposons une **probabilité Risque-Neutre « ajustée »**

Le choix d'une modélisation adaptée

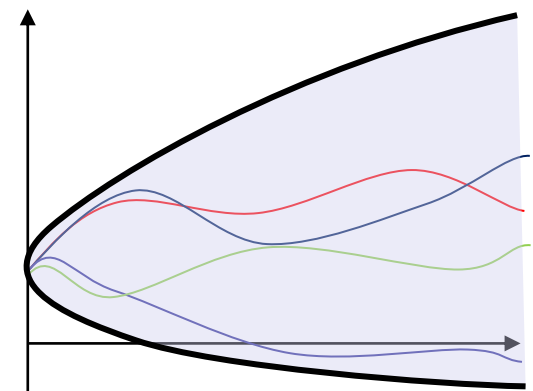
Taux 10 ans



Modèle A



Modèle B



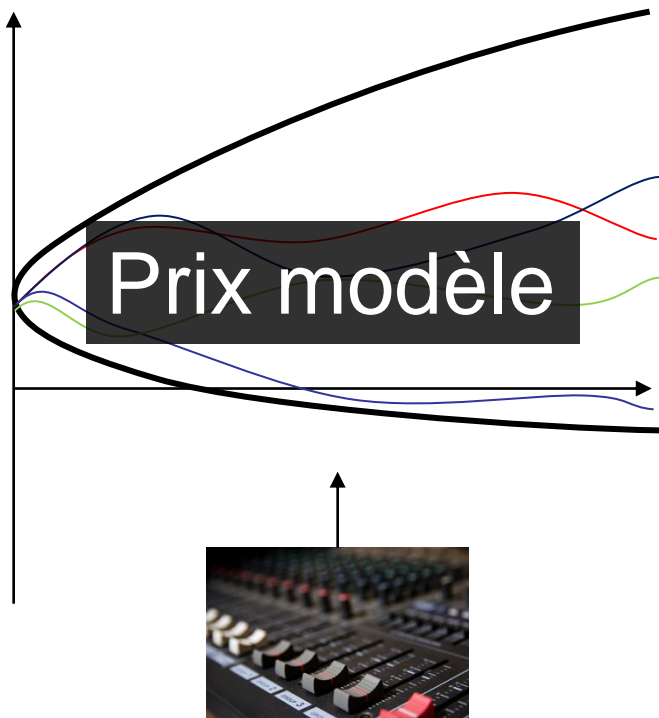
Modèle C



Certains modèles de taux sont plus adaptés aux flux d'assurance

Le choix d'un paramétrage adapté

Les modèles doivent être paramétrés de telle sorte à être « Market Consistent »



=



Actions

Swaption

Taux

Forward

Cap

Floor

Bond
option

Devises

Mat. premières

Le marché est vaste!





- **Assureurs et banquiers ont des besoins et des horizons de risque différents**



- **La théorie « Risque Neutre » est nécessaire pour pricer les instruments financiers, mais sa transposition au contexte de contrats d'assurance n'est pas directe**
- **Deux pistes à traiter en parallèle :**
 - ➔ **Travailler sur les scénarios d'actifs**
 - ➔ **Travailler sur la modélisation du passif**