

LE MOT DE L'ACTUAIRE

Evolution des modèles d'actifs pour le modèle interne

Solvabilité II : quel modèle d'actifs retenir pour un modèle interne pertinent ?

Le modèle de référence pour la modélisation de l'évolution des actifs risqués est, dans les modèles d'assurance, celui de Black et Scholes (1973), qui considèrent que les rendements des titres risqués suivent une loi log-normale.

■ Modèle de Black et Scholes

Les hypothèses concernant ce modèle sont très restrictives : continuité des cours, constance de la volatilité, log-normalité des rendements, etc. Les études empiriques, parmi lesquelles on peut citer les travaux fondateurs de Mandelbrot et Fama, dès les années 1960, contredisent manifestement ces hypothèses. En effet, les prix sautent soudainement, la volatilité n'est pas constante et, au surplus, les queues de distribution sont plus épaisses que celle d'une loi log-normale. Dans le contexte actuel d'utilisation du modèle de Black et Scholes en assurance, essentiellement dans le cadre de la détermination d'allocations stratégiques et de l'évaluation d'options (pour des garanties plancher sur des contrats en unités de compte, par exemple), cette relative inadéquation du modèle à la réalité s'avère assez peu pénalisante. En pratique, elle est largement compensée par la facilité de mise en œuvre du modèle.

Toutefois, le projet Solvabilité II modifie profondément les règles de fixation du niveau des fonds propres en introduisant comme critère explicite le contrôle de la probabilité de ruine à un an. On peut noter que le niveau retenu, de 0,5 % correspond à une notation BBB selon les critères de Standard & Poor's.

Dans ce nouveau contexte, les inconvénients principaux du modèle de Black et Scholes – qui conduit à une trop faible représentation des événements rares et la

non-prise en compte des chocs, à la hausse ou à la baisse sur les cours et qui conduit à ne pas intégrer au modèle d'événements exceptionnels et brutaux – peuvent avoir des conséquences importantes sur l'appréciation du niveau de capital nécessaire pour contrôler la ruine au niveau fixé.

■ Alternatives

Mais un grand nombre de solutions alternatives au modèle de Black et Scholes ont été proposées dans la littérature. On peut notamment mentionner les modèles faisant appel aux lois stables, les modèles à volatilité stochastique, des processus mixtes brownien-Poisson, ou encore des martingales discontinues. Les méthodes statistiques associées à ce type de processus sont souvent difficiles à mettre en œuvre.

Compte tenu de la place privilégiée du modèle de Black et Scholes, il apparaît relativement naturel de s'intéresser aux modèles généralisant « à la marge » cette approche et incluant ce modèle comme cas particulier. Le modèle proposé par Merton dès 1976 est, de ce point de vue, le plus intuitif.

Il consiste en effet à ajouter à la composante continue du cours des sauts. D'un point de vue informationnel, ces sauts représentent l'information propre au titre (les annonces de résultat par exemple), la composante continue représentant l'information du marché dans son ensemble. Cette interprétation facilite l'évaluation des options associées en concluant par un argument de diversification qu'aucune prime de risque n'est associée aux sauts.

Au surplus, l'estimation des paramètres du modèle par maximum de vraisemblance ne pose pas de difficulté majeure,

ce qui garantit le caractère opérationnel du modèle.

On peut alors montrer que l'impact potentiel du choix d'un tel modèle à sauts, tant en IFRS qu'en Solvabilité II, proposé en alternative au modèle de Black et Scholes, est important. De fait, cela implique que le choix du modèle d'actifs devient un facteur déterminant du processus d'évaluation de certains engagements en norme IFRS, et du niveau de capital en Solvabilité II. Ceci n'est bien entendu pas neutre vis-à-vis des débats en cours sur les conditions d'homologation d'un modèle interne, d'autant qu'augmentant le poids des événements rares, il alourdit les besoins de fonds propres ou équivalent dans le cadre Solvabilité II.

Le modèle proposé initialement par Merton nous semble *in fine* préserver la simplicité d'utilisation tout en améliorant de manière sensible l'adéquation aux données. Il nous semble d'autant plus intéressant qu'il permet d'intégrer à la modélisation de l'actif des propriétés telles que l'asymétrie et une prise en compte plus fidèle des événements « rares », ces propriétés n'étant pas sans conséquence sur l'appréciation du niveau du capital de solvabilité au sens de Solvabilité II.

De manière générale et au-delà du modèle de Merton, les réflexions sur le modèle interne de Solvabilité II doivent à notre sens intégrer des modèles de ce type pour garantir une appréciation pertinente de la solvabilité dans ce nouveau référentiel, donc faciliter son réalisme... et son homologation. ■

Frédéric Planchet
Actuaire associé
Winter & associés