

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} I_{]t;\infty[}(T_x)$$

ressources-actuarielles.net

Prim' Act

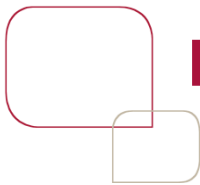


Quel taux de capitalisation des préjudices futurs des victimes ?

Version 1.2

Avril 2013

Frédéric PLANCHET
frederic@planchet.net



$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} \mathbf{1}_{]t; \infty[} (T_x)$$

Transformer une séquence de versements en un capital

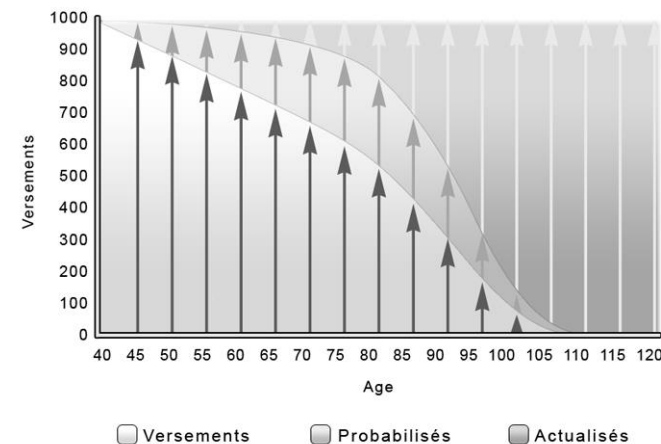
Lorsqu'une série de versements futurs est due à un bénéficiaire apparaît le besoin de « résumer » cette séquence en un capital qui lui est équivalent (en un sens à préciser).

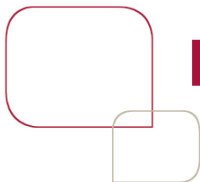
Ce capital matérialise la dette contractée par le payeur des versements envers le bénéficiaire. Dans un contexte d'assurance, il s'assimile ainsi à la provision mathématique que l'assureur doit faire figurer dans ses comptes.

Le capital équivalent est alors défini de manière conventionnelle comme la somme des versements futurs :

- probabilisés,
- et actualisés (« capitalisés »),

ce que l'on résume par le terme de « valeur actuelle probable » (VAP).





Transformer une séquence de versements en un capital

D'un point de vue pratique, le calcul du capital repose sur 3 éléments :

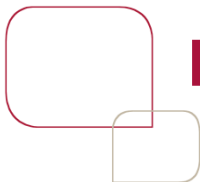
- la détermination de la séquence des versements ;
- le choix du taux de capitalisation ;
- le choix de la probabilité de versement.

Le taux de capitalisation rend compte du fait que le montant du capital est placé et rapporte donc un intérêt. Capitaliser revient donc à précompter les bénéfices de la gestion financière associée au placement du capital.

$$\left(\begin{array}{c} \text{Actif} \\ \text{idéal à} \\ \text{constituer} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Escompte des} \\ \text{produits} \\ \text{financiers futurs} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Valeur de} \\ \text{l'Engagement} \end{array} \right)$$

ou encore :

$$\left(\begin{array}{c} \text{Actif} \\ \text{idéal à} \\ \text{constituer} \end{array} \right) = \underbrace{\left(\begin{array}{c} \text{Valeur de} \\ \text{l'Engagement} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Escompte des} \\ \text{produits} \\ \text{financiers futurs} \end{array} \right)}_{\text{Provision Technique}}$$



$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} \mathbf{1}_{]t; \infty[}(T_x)$$

Transformer une séquence de versements en un capital

Lorsque le paiement des flux s'étend sur une longue période, leur revalorisation devient un élément déterminant de l'évaluation.

Deux solutions sont envisageables pour prendre en compte cet élément :

- ajuster les flux au moyen d'un taux annuel de revalorisation ;
- baisser le taux de capitalisation à due concurrence :

$$\frac{1+r}{1+i} \approx \frac{1}{1+i-r}$$

On s'intéresse dans la suite de cette présentation à la détermination de i en tenant compte des différentes contraintes économiques auxquelles le bénéficiaire fait face.

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} \mathbf{1}_{]t;\infty[}(T_x)$$

ressources-actuarielles.net

1. Quel taux de capitalisation ?
2. L'impact de l'hypothèse de mortalité

SOMMAIRE

Choix du taux de capitalisation

1. Quel taux de capitalisation ?

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} \mathbf{1}_{]t; \infty[}(T_x)$$

ressources-actuarielles.net

Le contexte

On considère la situation du bénéficiaire d'une indemnisation venant compenser un préjudice. Le montant (annuel) des dépenses auxquelles il devra faire face est estimé à la date courante.

La question est de déterminer le montant du capital permettant de faire face à ces dépenses pendant le temps où l'individu y sera exposé.

Le schéma général est que le placement du capital doit permettre au bénéficiaire de faire face « en moyenne » à ses dépenses, compte tenu :

- de l'évolution nominale des dépenses (inflation générale et / ou augmentation des salaires en fonction de la destination de la dépense) ;
- des produits financiers des placements.

L'analyse économique fournit un éclairage sur les liens entre ces éléments.

1. Quel taux de capitalisation ?

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} \mathbf{1}_{]t; \infty[}(T_x)$$

ressources-actuarielles.net

Lien entre taux de croissance, taux d'inflation et taux d'intérêt

À long terme, il est généralement considéré qu'il existe un lien étroit entre le taux d'intérêt nominal prévalant sur les marchés financiers, le taux d'inflation, c'est-à-dire l'évolution de l'indice des prix, et le taux d'intérêt réel. Plus précisément, le taux d'intérêt nominal est égal à la somme du taux d'intérêt réel et du taux d'inflation anticipé :

$$\text{Taux d'intérêt nominal} = \text{Taux d'inflation anticipé} + \text{Taux d'intérêt réel}$$

Simultanément, il existe un lien étroit à long terme entre le taux d'intérêt réel et le taux de croissance réel de l'économie. On considère ainsi que le taux d'intérêt réel ne peut être durablement très différent du taux de croissance de l'économie sauf à provoquer des arbitrages entre activité financière et activité réelle. On peut donc écrire :

$$\text{Taux d'intérêt réel à long terme} = \text{Taux de croissance réel à long terme}$$

1. Quel taux de capitalisation ?

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} I_{]t; \infty[}(T_x)$$

ressources-actuarielles.net

Lien entre taux de croissance, taux d'inflation et taux d'intérêt

Dans la mesure où ces deux règles fondamentales sont observées sur une longue période, *i.e.* l'horizon sur lequel se pose la question de la revalorisation des prestations, le facteur d'évolution des dépenses doit être considéré. On peut observer que s'il s'agit de revaloriser dans la mesure de l'inflation on a la contrainte suivante :

$$\text{Taux de capitalisation} \leq \text{Taux d'intérêt réel à long terme}$$

En effet compte tenu des règles évoquées ci-dessus, les investissements effectués par le bénéficiaire obtiendront un rendement qui sera *a priori* proche des taux d'intérêt nominaux.

Si le taux d'actualisation est égal au taux d'intérêt réel, cela signifie qu'il est pré compté et qu'il ne pourra donc pas être servi une seconde fois, la revalorisation de la rente ne pourra donc excéder l'évolution de l'indice des prix. Cela signifie qu'il y aura maintien du pouvoir d'achat de ceux-ci.



1. Quel taux de capitalisation ?

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} I_{]t;\infty[}(T_x)$$

ressources-actuarielles.net

Lien entre taux de croissance, taux d'inflation et taux d'intérêt

Si la revalorisation de la prestation doit être proche de l'évolution annuelle des salaires, elle doit être proche de celle des taux d'intérêt nominaux auxquels seront placés, en toute logique, les actifs représentatifs des engagements.

On ne peut attendre une revalorisation voisine de ce taux d'intérêt nominal fixé comme objectif que si le taux d'actualisation pris en compte, c'est-à-dire pré compté, n'est pas supérieur à 0 %.

Si l'on considère en termes financiers ces deux contraintes de revalorisation, les conséquences en termes de choix du taux de capitalisation ne sont pas neutres.

1. Quel taux de capitalisation ?

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} \mathbf{1}_{]t;\infty[}(T_x)$$

ressources-actuarielles.net

Quel objectif de revalorisation ?

En termes d'ordre de grandeur, on peut retenir que, sur longue période en France, la croissance économique annuelle est d'environ 2 % :

http://fr.wikipedia.org/wiki/Croissance_%C3%A9conomique

Sur ces bases, si l'objectif est de maintenir le pouvoir d'achat du bénéficiaire, on ne saurait édicter un principe de capitalisation des engagements donc un taux de capitalisation supérieur à 2 %.

A titre d'illustration, la contrainte de 60 % du TME imposée aux organismes assureurs pour le provisionnement des engagements de rentes viagères conduit aujourd'hui à un taux maximum de 1,25 %.

Pour une revalorisation parallèle à celle des salaires, les principes de capitalisation ne sauraient conduire à préconiser un choix de taux de capitalisation supérieur à 0 %.

1. Quel taux de capitalisation ?

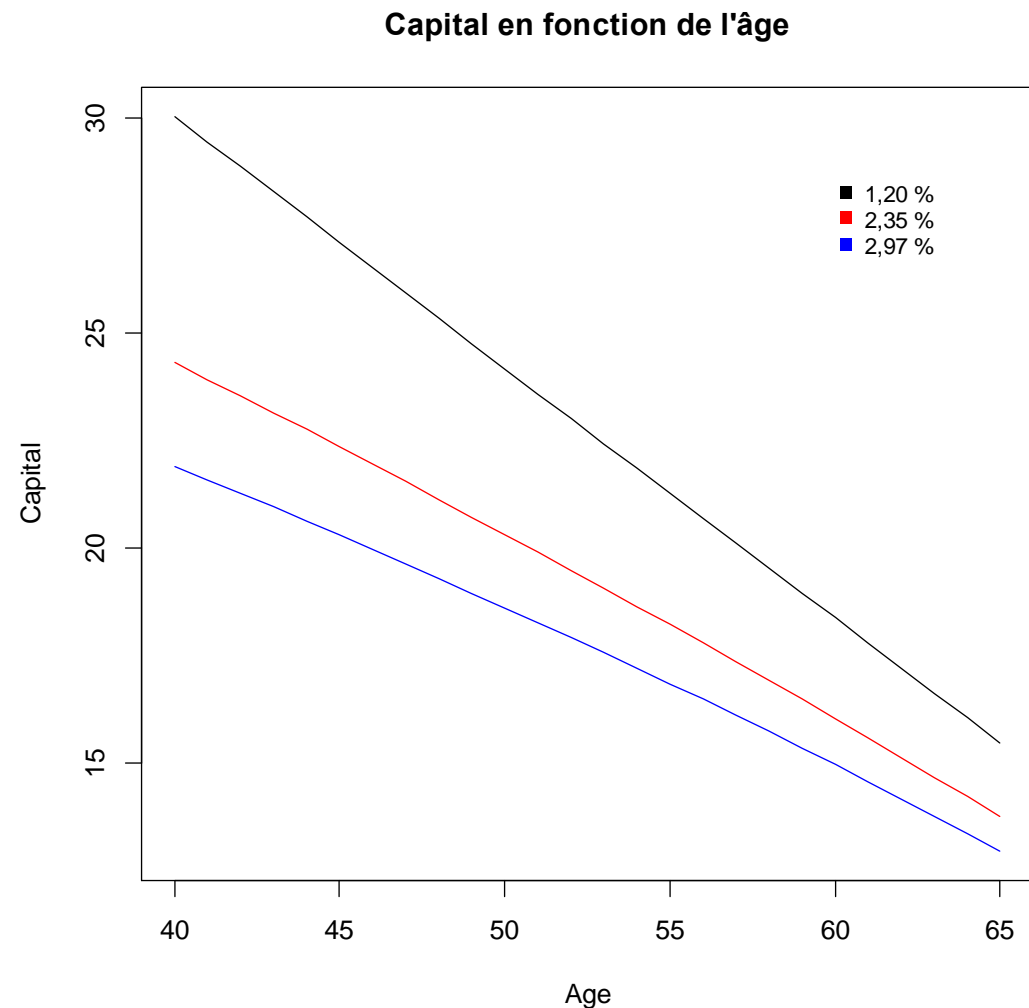
$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} I_{]t;\infty[}(T_x)$$

ressources-actuarielles.net

Quelques ordres de grandeur

Actuellement trois taux de capitalisation sont potentiellement utilisables : 1,20 %, 2,35 % et 2,97 %.

On examine ici le montant du capital en fonction de l'âge pour une prestations annuelle viagère versée à terme échu en fonction de l'âge du bénéficiaire.





1. Quel taux de capitalisation ?

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} I_{]t; \infty[}(T_x)$$

ressources-actuarielles.net

L'inflation future à retenir

A la date de l'évaluation, le taux auquel il est possible d'effectuer un placement sans risque sur un horizon donné est connu. Le taux d'inflation sur la même échéance n'est *a priori* pas connu.

On dispose toutefois de deux sources d'information pour quantifier cette hypothèse :

- tenir compte des objectifs d'inflation formulés par la BCE, qui a pour mandat de maintenir le niveau d'inflation autour de 2 %. On constate empiriquement que cet objectif a été globalement tenu ces vingt dernières années.
- utiliser certains actifs financiers complexes, les OATi (obligation indexées sur l'inflation) dont le prix fournit une indication sur l'anticipation d'inflation des investisseurs.

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} \mathbf{1}_{]t;\infty[}(T_x)$$

ressources-actuarielles.net

1. Quel taux de capitalisation ?
2. L'impact de l'hypothèse de mortalité

SOMMAIRE

Choix du taux de capitalisation

2. L'impact de l'hypothèse de mortalité

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} \mathbf{1}_{]t; \infty[}(T_x)$$

ressources-actuarielles.net

Table de mortalité et durée de paiement des prestations

La table de mortalité est une hypothèse centrale dans le calcul du capital équivalent à une suite de flux. Elle permet de remplacer la durée de paiement réelle des prestations, inconnue et variable d'un individu à l'autre (pour un âge donné) par une durée moyenne, correspondant au comportement de la population française (masculine) sur une période donnée.

Le calcul ainsi effectué est légitimé par le fait que la table de mortalité permet de prévoir avec une bonne fiabilité le nombre de survivants à chaque date future partant d'un groupe large de personnes à la date initiale. Cela permet à un régime de retraite de déterminer les provisions nécessaires au paiement des prestations avec un degré de fiabilité d'autant plus important que le groupe est d'effectif important.

Mais dans le cas d'un calcul effectué pour une seule personne (que ce soit ici pour l'indemnisation d'une victime ou pour le calcul d'un viager), cette régularité statistique se perd et le capital sera soit trop important soit trop faible.

2. L'impact de l'hypothèse de mortalité

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} \mathbf{1}_{]t; \infty[}(T_x)$$

ressources-actuarielles.net

Table de mortalité et durée de paiement des prestations

Ainsi, la probabilité d'insuffisance du capital est de l'ordre de 2/3 à 40 ans et d'un demi à 65 ans. Cette probabilité correspond à la probabilité qu'un individu donné survive plus longtemps que son espérance de vie résiduelle.

La personne indemnisée porte ainsi un risque supplémentaire d'insuffisance de son capital.

Ce risque est limité si par exemple les probabilités de décès des personnes concernées sont plus élevées que celle de la table utilisée pour le calcul.



Conclusion et pistes de réflexion

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} \mathbf{1}_{]t; \infty[} (T_x)$$

ressources-actuarielles.net

Les pratiques de calcul de capitalisation ont consacré l'usage d'un taux moyen associé à un horizon de 10 ans, qui n'est pas incohérent avec la durée moyenne d'une indemnisation d'un sinistre corporel.

La détermination de ce taux est effectuée en référence à des placements obligataires en obligations d'Etat et la revalorisation des indemnités perçues nécessite de l'ajuster à la baisse :

- dans la mesure de l'inflation espérée si les indemnités sont revalorisées comme l'indice des prix ;
- en l'annulant complètement si les indemnités ont vocation à évoluer comme des salaires.

L'évaluation de l'inflation peut s'appuyer sur des considérations macro-économique (BCE) ou sur le prix des OATi de même maturité.

Conclusion et pistes de réflexion

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} \mathbf{1}_{]t;\infty[}(T_x)$$

ressources-actuarielles.net

Ce dispositif pourrait être enrichi au prix d'une complexité un peu plus importante en prenant en compte les observations suivantes :

- le taux de capitalisation n'est en toute rigueur pas constant mais dépend de l'échéance de la prestation ; la capitalisation pourrait ainsi être effectuée au moyen d'une courbe de taux. Le [Comité de Normalisation Obligataire](#) (CNO) publie ainsi des « courbes de taux » aisément accessibles.

- l'anticipation d'inflation peut également être ajustée par maturité à l'aide des prix des OATi.

Se pose également la question de l'uniformité du taux de capitalisation entre les organismes sociaux et les particuliers. Les institutions disposent en effet de possibilités de placement plus larges et peuvent en particulier supporter les risques conjoncturels associés aux placement en actions, qui offrent un rendement sur le long terme supérieur à celui des obligations (cf. Bernay [2008]). Ces placements intègrent aussi naturellement une couverture contre l'inflation.

Cela ne doit pas occulter le fait que le particulier est soumis à un aléa important sur la durée de sa survie par rapport à la durée moyenne prise en compte dans le barème.



Références bibliographiques

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} \mathbf{1}_{]t; \infty[}(T_x)$$

ressources-actuarielles.net

BERNAY A. [2008] « [Does equity risk decrease in the long run? Some evidence from French data](#) », *Bulletin Français d'Actuariat*, Vol. 8, N°16.

PLANCHET F., THÉRON P.E. [2011] *Modélisation statistique des phénomènes de durée – applications actuarielles*, Paris : Economica.

PLANCHET F., THÉRON P.E. [2007] *Pilotage technique d'un régime de rentes viagères*, Paris : Economica.

PLANCHET F., WINTER J. [2006] *Les provisions techniques des contrats de prévoyance collective - détermination et pilotage*, Paris : Economica.



$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} \mathbf{1}_{]t; \infty[}(T_x)$$

ressources-actuarielles.net

Frédéric PLANCHET

frederic@planchet.net

ISFA

50 avenue Tony Garnier
F - 69007 Lyon
+33-4-37-38-74-37

Prim'Act

42 avenue de la grande armée
75017 Paris

<http://www.ressources-actuarielles.net>
<http://blog.ressources-actuarielles.net>