

TABLE DES MATIÈRES

PRÉFACE	1
PRÉFACE DE L'ÉDITION DE 2005	3
INTRODUCTION	5
PREMIÈRE PARTIE LES OUTILS TECHNIQUES DE BASE	9
Chapitre 1 Outils actuariels	10
1. Assurance non-vie	10
1.1. Hypothèses et présentation du modèle	10
1.2. Les moments de la charge sinistre	12
1.3. Distributions de Poisson Composées	12
1.4. La formule récursive de PANJER	13
2. Assurance vie	14
2.1. Le modèle individuel	14
2.2. Le modèle collectif : modélisation de portefeuilles agrégés	16
3. Théorie de la crédibilité	17
3.1. Introduction	17
3.2. Approche bayésienne	19
3.3. Modèle de Bühlmann	22
3.4. Modèle de Bühlmann-Straub	26
Chapitre 2 Outils économiques et financiers	28
1. Les méthodes issues de l'approche par arbitrage	28
1.1. Introduction	28
1.2. Portefeuille d'arbitrage autofinancé	29
1.3. Probabilité risque-neutre	30
1.4. Changement de numéraire	32
1.5. Changement de temps	32
1.6. Le cas des marchés incomplets	34
2. Le traitement d'un engagement par un assureur	35
2.1. L'approche assurantielle classique : le principe d'équivalence	35
2.2. L'approche financière : couverture	36
2.3. Synthèse des approches financière et assurantielle	37
2.4. Assurance et risques non mutualisables	37
3. La structure par terme des taux d'intérêt	41
3.1. Notations	42
3.2. Modélisation des taux en temps continu	42

3.3.	Modélisation des taux en temps discret	52
4.	L'inflation	59
4.1.	L'approche de KAUFMANN et al.	60
4.2.	Le modèle de WILKIE	62
4.3.	Le modèle de AHLGRIM et al. [2003]	64
5.	Les actions.....	65
5.1.	Le modèle de BLACK et SCHOLES	66
5.2.	Le modèle de MERTON	67
5.3.	L'utilisation des lois stables	71
6.	Les autres actifs.....	72
7.	La modélisation du prix de marché du risque.....	72
7.1.	Le rôle du prix de marché du risque dans les modèles	73
7.2.	Typologie des primes de risque	79
7.3.	Approches économiques des primes de risque	80
7.4.	Modélisation directe du prix de marché du risque.....	83
7.5.	Conclusion.....	95
8.	Un modèle stochastique simple de modélisation de l'actif.....	96
8.1.	Modèle « actif » déterministe classique.....	96
8.2.	Modélisation stochastique de l'actif.....	97
8.3.	Description du stockage des résultats	102
Chapitre 3	Outils mathématiques	105
1.	Outils statistiques de référence	105
1.1.	La décomposition de CHOLESKY	105
1.2.	Tests statistiques usuels.....	107
1.3.	Modèle linéaire généralisé.....	108
1.4.	Modèle GLAM.....	113
2.	Séries temporelles	116
2.1.	Le modèle AR	116
2.2.	Le modèle MA	117
2.3.	Le modèle ARMA.....	119
2.4.	Le modèle ARCH.....	119
3.	Rappels de calcul stochastique	121
3.1.	Mouvement brownien.....	121
3.2.	Processus de Poisson.....	122
3.3.	Calcul d'Itô.....	129
4.	Analyser la dépendance entre variables aléatoires.....	130
4.1.	Limites de l'hypothèse d'indépendance	130
4.2.	Mesures de dépendance.....	131
4.3.	Structures de dépendance	135
5.	Modéliser la dépendance entre variables aléatoires.....	141
5.1.	Rappels sur la dépendance linéaire.....	141
5.2.	La dépendance non linéaire : la théorie des copules.....	143
5.3.	Copules, lois conjointes et dépendance	143
5.4.	Inférence statistique.....	154

5.5.	Copules et valeurs extrêmes	158
5.6.	Copules et simulation	158
5.7.	La méthode NORTA	161
5.8.	Application des copules en assurance.....	162
DEUXIÈME PARTIE TECHNIQUES DE SIMULATION		165
Chapitre 4	Générer des nombres aléatoires	167
1.	Les générateurs pseudo-aléatoires	167
1.1.	Les générateurs congruentiels	168
1.2.	Autres générateurs pseudos aléatoires	174
1.3.	Mersenne Twister et les générateurs digitaux.....	174
2.	Les générateurs quasi aléatoires	176
2.1.	Les suites de VAN DER CORPUT [1935].....	177
2.2.	Les suites de HALTON [1960]	178
2.3.	Les suites de FAURÉ [1981]	179
2.4.	Les suites de SOBOL [1967]	181
2.5.	La translation irrationnelle du tore	181
2.6.	L'algorithme du « tore mélangé »	185
3.	Méthodes susceptibles d'améliorer la qualité des simulateurs	188
3.1.	L'hypercube latin, amélioration des générateurs pseudo-aléatoires	188
3.2.	Les simulations hybrides quasi-Monte-Carlo, amélioration de générateurs quasi aléatoires.....	191
4.	Génération de nombres aléatoires sous R.....	192
4.1.	Générateur de nombres pseudo-aléatoires	192
4.2.	Générateur de nombres quasi aléatoires	193
4.3.	Tests implémentés sous randtoolbox	194
5.	Test des générateurs de loi uniforme	195
5.1.	Test01 de l'Ecuyer et Simard	195
5.2.	Le test du Poker.....	196
6.	Un exemple : évaluation d'un call européen avec dividendes dans le cadre du modèle BLACK & SCHOLES	197
Chapitre 5	Simuler des réalisations de variables aléatoires	201
1.	Méthode d'inversion de la fonction de répartition.....	201
1.1.	Cas des distributions entières	201
1.2.	Cas des distributions continues.....	202
2.	Méthode de la composition	211
2.1.	Cas des distributions entières	211
2.2.	Cas des distributions continues.....	214
3.	La méthode du rejet.....	215

3.1.	Principe	215
3.2.	Exemples	216
4.	Les méthodes spécifiques à certaines distributions	222
4.1.	Loi de Poisson	222
4.2.	Loi Binomiale.....	225
4.3.	Loi Normale $N(0,1)$	226
4.4.	Loi Gamma $\gamma(v, \beta, t)$	229
4.5.	Autres lois	231
5.	Techniques avancées	232
5.1.	Bootstrap	232
5.2.	Simulations de Monte-Carlo par chaînes de MARKOV.....	235
5.3.	Méthodes d'optimisation.....	240
5.4.	La simulation dans la simulation (SdS).....	246
	Annexe : Constantes de l'algorithme de Moro.....	251
Chapitre 6	Discrétisation de processus continus	252
1.	Discrétisation exacte	253
1.1.	Définition	253
1.2.	Processus d'ORNSTEIN-UHLENBECK	254
1.3.	Mouvement brownien géométrique.....	254
2.	Discrétisation approximative.....	255
2.1.	Critère de convergence forte	255
2.2.	Schéma d'EULER	256
2.3.	Schéma de MILSTEIN	257
3.	Applications	259
3.1.	Le modèle de Vasicek généralisé	259
3.2.	Valorisation par simulation d'une option sur maximum	262
4.	Discrétisation de l'espace des trajectoires.....	263
4.1.	Caractéristiques générales du processus discrétisé	264
4.2.	Loi du processus.....	265
4.3.	Distance L^2 entre $\xi(t)$ et $S(t)$	266
4.4.	Cas particulier d'un mouvement brownien géométrique	267
4.5.	Application à l'évaluation d'un portefeuille d'épargne	276
4.6.	Conclusion.....	285
Chapitre 7	Mise en œuvre pratique : deux exemples.....	286
1.	Rente de réversion, avec influence du décès de la première tête sur celui de la seconde	286
1.1.	Présentation du modèle	286
1.2.	Application	288
2.	Allocation d'actifs en assurance non-vie.....	292
2.1.	Contexte	293
2.2.	Modélisation de la société d'assurance.....	294
2.3.	Critère de maximisation des fonds propres économiques.....	295
2.4.	Application du critère de MFPE.....	300

2.5. Conclusion.....	310
TROISIÈME PARTIE ÉVALUATIONS D'ENGAGEMENTS, MESURE ET GESTION DES RISQUES . 313	
Chapitre 8 Mesures et comparaisons de risques	314
1. Les mesures de risque	314
1.1. Définition et propriétés.....	314
1.2. Mesures de risque usuelles	316
1.3. Choix d'une mesure de risque pour déterminer un capital économique	321
1.4. Value-at-Risk	322
2. Comparaison des risques	326
2.1. Relation associée à une mesure de risque.....	326
2.2. Ordre stochastique.....	327
2.3. Ordre convexe	327
2.4. Bornes comonotones d'une somme de variables aléatoires	328
Chapitre 9 Lecture optionnelle d'un contrat d'épargne	330
1. Contrat à taux garanti, sans participation aux bénéfiques, ni clause de rachat.....	330
1.1. Présentation	330
1.2. Résolution	331
1.3. Conclusion.....	332
2. Contrat à taux garanti avec participation aux bénéfiques, sans clause de rachat.....	333
3. Contrat à taux garanti avec clause de rachat.....	333
3.1. Exemple	334
3.2. Évaluation	335
3.3. Conclusion.....	338
Chapitre 10 Garanties plancher, <i>variable annuities</i> et contrats euro diversifiés	339
1. Les contrats à garantie plancher	339
1.1. Présentation des contrats en unités de compte.....	340
1.2. Les différentes garanties.....	340
1.3. Le risque associé à la garantie plancher	341
2. Analyse du coût de la garantie.....	342
2.1. Cas du contrat uni-support.....	343
2.2. Le cas multi-supports	346
3. Étude de sensibilité à quelques paramètres	352
3.1. Sensibilité à l'âge du souscripteur	353
3.2. Sensibilité à la volatilité	354

4.	Prise en compte des imperfections de couverture.....	357
4.1.	Coûts de transaction et imperfections de couverture	358
4.2.	Prise en compte des décès	359
4.3.	Mise en œuvre par simulation	360
5.	Mise en œuvre pratique	362
5.1.	Le cas d'un contrat uni-support	362
5.2.	Le cas d'un contrat multi-supports	364
6.	Généralisation : <i>variable annuités</i> et contrats euro diversifiés	366
Chapitre 11 Couvertures financières pour des garanties plancher..... 370		
1.	Portefeuille d'assurance	371
2.	Stratégies de couverture	372
2.1.	Couverture en delta	373
2.2.	Stratégies de minimisation du risque	377
2.3.	Couverture semi-statique à l'aide d'options de court terme.....	381
3.	Mise en œuvre de la couverture.....	384
3.1.	Risque de mortalité.....	384
3.2.	Modélisation du risque financier	384
4.	Résultats dans le cadre B&S	387
4.1.	Résultats	387
4.2.	Robustesse.....	389
5.	Résultats avec le modèle de Merton	395
6.	Conclusion	398
Chapitre 12 Évaluation de l'engagement associé à un plan de stock- options ou d'attribution d'actions		
1.	Définition	403
2.	Cadre réglementaire et fiscal	404
2.1.	Mise en place d'un plan de stock-options.....	404
2.2.	Exercice des options et ventes des actions.....	406
3.	Évaluation de l'engagement de la société.....	407
3.1.	Les différents paramètres	408
3.2.	Modélisation des flux financiers.....	409
3.3.	Modèle	409
4.	Un exemple de plan d'attribution gratuite d'actions.....	414
4.1.	Description du plan	414
4.2.	Décomposition du flux à servir et principe de valorisation	415
4.3.	Modélisation de la composante financière.....	416
5.	Conclusion	419
Annexe 1 : Lexique des termes spécifiques		
Annexe 2 : Fiscalité des stock-options		
Annexe 3 : Schémas de programmation du modèle		
Chapitre 13 Modèles stochastiques de mortalité..... 424		
1.1.	Quels types d'aléa ?.....	424

1.2.	Les modèles stochastiques.....	426
2.	Modélisation du processus d'intensité.....	431
2.1.	Cadre général	431
2.2.	Le processus d'ORNSTEIN-UHLENBECK	432
2.3.	Le processus de Feller (CIR).....	434
2.4.	L'estimation des paramètres	438
3.	Utilisation pour la tarification de dérivés de mortalité	439
3.1.	Rappel sur l'évaluation par arbitrage (APT).....	439
3.2.	Construction de l'espace produit	440
3.3.	Mise en œuvre	440
3.4.	Couverture du risque de mortalité	441
QUATRIÈME PARTIE ASPECTS RÉGLEMENTAIRES		443
Chapitre 14	Normes IAS / IFRS	445
1.	La mise en place des normes IFRS.....	445
1.1.	Le référentiel IFRS.....	445
1.2.	Le concepteur des normes : l'IASB.....	446
1.3.	L'adoption des normes	446
1.4.	Application	447
2.	Comptabilisation des engagements sociaux : IAS 19 et IFRS 2.....	447
2.1.	Les principes de base.....	447
2.2.	De la technique actuarielle à la règle comptable	448
3.	Comptabilisation des instruments financiers : IAS 32 et IAS 39.....	448
3.1.	Généralités.....	449
3.2.	Information à fournir et présentation (IAS 32).....	449
3.3.	Évaluation et comptabilisation (IAS 39)	449
4.	Comptabilisation des contrats d'assurance : IFRS 4.....	451
4.1.	Champ d'application	451
4.2.	Principes de comptabilisation.....	453
4.3.	Information à fournir	455
Annexe : Principaux acronymes utilisés		456
Chapitre 15	Solvabilité 2.....	457
1.	Les modèles proposés par Solvabilité 2	458
1.1.	Éléments de solvabilité existants.....	458
1.2.	Historique du projet Solvabilité 2.....	458
1.3.	Principes de Solvabilité 2	459
1.4.	Processus d'élaboration.....	459
1.5.	Mesurer le risque.....	461
1.6.	Les provisions techniques.....	464

1.7.	Le niveau des fonds propres	467
1.8.	Mise en perspective avec les normes IFRS	471
2.	La mise en œuvre pratique de ces modèles	472
2.1.	Provisionnement stochastique	472
2.2.	Analyse globale de la solvabilité : choix d'un modèle actif/passif	477
3.	Éléments pour le calcul du SCR.....	478
3.1.	Une équation générale pour le SCR.....	480
3.2.	Calcul des quantiles de χ	486
4.	Application : modèle interne partiel pour un régime de rentes	490
4.1.	Présentation du régime	491
4.2.	Analyse et modélisation des facteurs de risques.....	494
4.3.	Calcul du capital requis	495
4.4.	Résultats de la simulation.....	499
4.5.	Comparaison avec les résultats approche « formule standard » et solvabilité I	503
4.6.	Conclusion.....	504
5.	Illustration pour un contrat de responsabilité civile.....	506
5.1.	Contexte	506
5.2.	Modélisation retenue	506
5.3.	Application numérique	507
Chapitre 16 Méthodes et outils de projection d'une activité d'assurance.....		510
1.	Outils déterministes classiques de projection	510
1.1.	Comptes d'exploitation prévisionnels (CEP)	510
1.2.	Valeur intrinsèque (Embedded Value)	511
1.3.	Tests de rentabilité (Profit testing)	511
2.	Gestion Actif/Passif (ALM)	513
3.	Les modèles de type DFA	516
3.1.	Un cas particulier de DFA : les tests de rentabilité dynamique - DST (dynamic solvency testing)	517
3.2.	Choix de la durée de comparaison des différentes stratégies envisagées	518
3.3.	Structure d'un modèle DFA	518
3.4.	Première analyse des résultats d'une DFA	519
3.5.	Les variables du modèle	519
3.6.	La modélisation de ces variables	520
Chapitre 17 Allocation d'actifs		522
1.	Contexte	523
1.1.	Présentation	523
1.2.	Remarque sur l'utilisation de la probabilité risque-neutre.....	524
2.	Formulation du problème	524
3.	Limites des modèles usuels	525
4.	La revalorisation des rentes viagères	526
4.1.	Les conséquences financières d'un choix de revalorisation	526

4.2. Lien entre les taux de croissance, les taux d'inflation et les taux d'intérêt	527
4.3. Contrainte sur les taux techniques d'actualisation	528
5. Illustration : Allocation d'actifs d'un régime de rentes en cours de service	529
5.1. Problématique.....	530
5.2. Contrôle de la probabilité de ruine	531
5.3. Approche par flux.....	533
5.4. Décomposition du risque.....	535
BIBLIOGRAPHIE	538
TABLE DES ILLUSTRATIONS.....	554
TABLE DES MATIÈRES	557